## شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

## أوراق عمل الوحدة السادسة الدوال والعلاقات الأسية واللوغارتمية



## التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العام

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |

## روابط مواد الصف الحادي عشر العام على تلغرام

| | | | |
|---|---|---|---|
| التربية الاسلامية | اللغة العربية | اللغة الانجليزية | الرياضيات |

## المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثاني

| | |
|---|---|
| 1 | حل نموذج امتحاني وفق الهيكل الوزاري |
| 2 | مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري |
| 3 | أسئلة الامتحان النهائي |
| 4 | حل تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري |
| 5 | نموذج أسئلة وفق الهيكل الوزاري |

| اضغط على عنوان الدرس في الجدول لمشاهدة الفيديو على اليوتيوب YouTube | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الوحدة | الدرس1 | الدرس2 | الدرس3 | الدرس4 | الدرس5 | الدرس6 |
| 6 | اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية 1 2 3 | حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية 1 2 | خواص اللوغاريتمات 1 2 | اللوغاريتمات العادية 1 2 | الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية 1 2 | استخدام الدوال الأسيّة واللوغاريتمية 1 2 |

# الوحدة 6

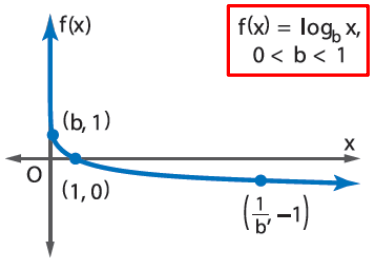
## الدوال والعلاقات الأسيّة واللوغارتمية

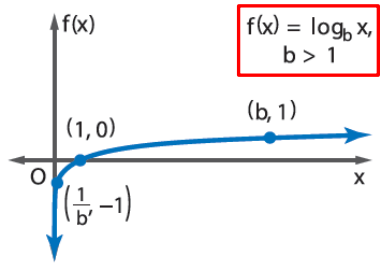
alllaaam@yahoo.com عمل المدرس / مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-1 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية — مشاهدة الدرس YouTube 1 2 3

**في هذا الدرس سوف أتعلم:** 1– إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 – تمثيل الدوال اللوغاريتيمة بيانيًا.

$\log_b x = y$ إذا وفقط إذا كان $b^y = x$.




**اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسيّة.** **Write each equation in exponential form.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\log_8 512 = 3$ | $\log_5 625 = 4$ | $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ | $\log_9 1 = 0$ |

**اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.** **Write each equation in logarithmic form.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $11^3 = 1331$ | $16^{\frac{3}{4}} = 8$ | $6^{-3} = \frac{1}{216}$ | $27^{\frac{2}{3}} = 9$ |

**جد قيمة كل تعبير.** **Evaluate each expression.**

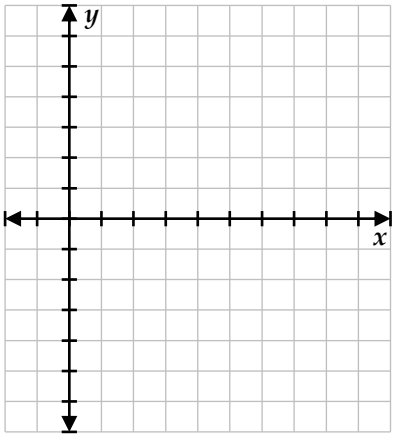
| | | | |
|---|---|---|---|
| $\log_{13} 169$ | $\log_2 \frac{1}{128}$ | $\log_6 1$ | $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$ |

**العلوم** يعتقد كثيرٌ من العلماء أن انقراض الديناصورات نتج عن كويكبٍ ضرب كوكب الأرض. ويستخدم العلماء مقياس باليرمو لتصنيف الأجسام القريبة من الأرض بناءً على احتمالية اصطدامها بها. ولتسهيل مقارنة عدّة أجسام، طوّر هذا المقياس باستخدام لوغاريتمات. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على مقياس باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$ ، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسيّة للتعبير عن معكوس الدالة.

**Graph each function.** **مثّل كل دالة بيانيًا.**

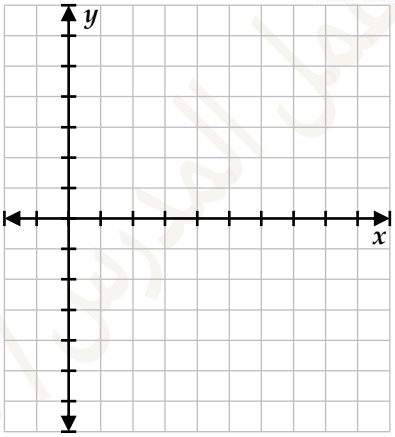
$f(x) = \log_3 x$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



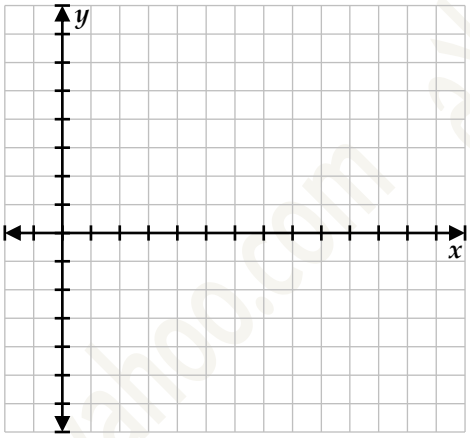

$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



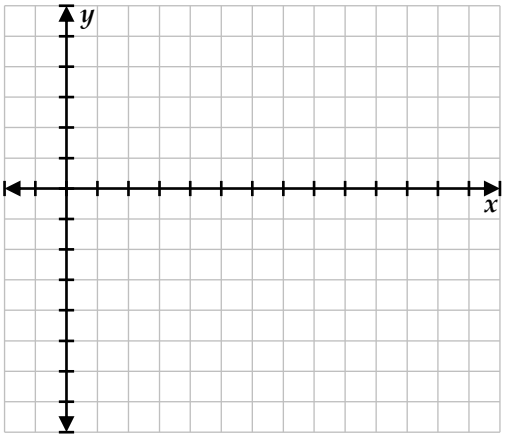

$f(x) = 4\log_4(x-6)$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |




$f(x) = 2\log_{\frac{1}{10}} x - 5$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |




## مسائل مهارات التفكير العليا

**65. تحليل الخطأ** يوجد ناصر ويوسف قيمة $\log_{\frac{1}{7}} 49$. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**ناصر**

$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$

$\frac{1^y}{7} = 49$

$(7^{-1})^y = 7^2$

$(7)^{-y} = 7^2$

$y = 2$

**يوسف**

$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$

$49^y = \frac{1}{7}$

$(7^2)^y = (7)^{-1}$

$7^{2y} = (7)^{-1}$

$2y = -1$

$y = -\frac{1}{2}$

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-2 حلّ المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية — مشاهدة الدرس YouTube 1 2

**في هذا الدرس سوف أتعلم:**

1– حل المعادلات اللوغاريتمية.

2 – حل المتباينات اللوغاريتمية.

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

**حُـلّ كل من المعادلات التالية.**

**Solve each equation.**

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\log_9(x^2 - 4x) = \log_9(3x - 10)$

$\log_6(x^2 - 6x) = \log_6(-8)$

$\log_3(3x + 8) = \log_3(x^2 + x)$

allaaam@yahoo.com عمل المدرس / مصطفى علام

**Solve each inequality.**

**حُلّ كل من المتباينات التالية.**

$\log_6 x < -3$

$\log_4 x \geq 4$

$\log_2 x \leq -2$

$\log_2(4x - 6) > \log_2(2x + 8)$

$\log_7(x + 2) \geq \log_7(6x - 3)$

$\log_5(12x + 5) \leq \log_5(8x + 9)$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس / مصطفى علام

## مسائل مهارات التفكير العليا

**38. النقد** يحلّ سالم وجمال $\log_3 x \geq -3$. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

| سالم | جمال |
|---|---|
| $\log_3 x \geq -3$ | $\log_3 x \geq -3$ |
| $x \geq 3^{-3}$ | $x \geq 3-3$ |
| $x \geq \frac{1}{27}$ | $0 < x \leq \frac{1}{27}$ |

**39. التحدي** جـــد . $\log_3 27 + \log_9 27 + \log_{27} 27 + \log_{81} 27 + \log_{243} 27$

**42. سؤال غير محدد الإجابة** أعطِ مثالاً لمعادلةٍ لوغاريتميةٍ لا حلّ لها.

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-3 خواص اللوغاريتمات — مشاهدة الدرس YouTube 1 2

**في هذا الدرس سوف أتعلم:**

1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

| خاصية الضرب | خاصية القسمة | خاصية القوة |
|---|---|---|
| $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$ | $\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$ | $\log_b m^p = \mathrm{p}\ \log_b m$ |

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كل تعبيرٍ مما يلي تقريبيًا.

Use $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$, and $\log_4 5 \approx 1.1610$ to approximate the value of each expression.

| | | |
|---|---|---|
| $\log_4 30$ | $\log_4 20$ | $\log_4 \frac{2}{3}$ |
| $\log_4 \frac{4}{3}$ | $\log_4 9$ | $\log_4 8$ |

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

Given $\log_6 8 \approx 1.1606$ and $\log_7 9 \approx 1.1292$, approximate the value of each expression.

| | |
|---|---|
| $\log_6 512$ | $\log_7 441$ |

alllaam@yahoo.com مصطفى علام

**تسلّق الجبال** مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$ ، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال 1 psi ≈ 6900 ). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

**MOUNTAIN CLIMBING** As elevation increases, the atmospheric air pressure decreases. The formula for pressure based on elevation is $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$, where a is the altitude in meters and P is the pressure in pascals (1 psi ≈ 6900 pascals). What is the air pressure at the summit in pascals for each mountain listed in the table at the right?

| الجبل | البلد | الارتفاع (m) |
|---|---|---|
| إيفرست | نيبال/التبت | 8850 |
| تريسولي | الهند | 7074 |
| بونيتي | الأرجنتين/تشيلي | 6872 |
| ماكينلي | الولايات المتحدة | 6194 |
| لوغان | كندا | 5959 |

**المثابرة** حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من صحة الحل.

**PERSEVERANCE** Solve each equation. Check your solutions.

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_{10} a + \log_{10}(a + 21) = 2$

allaaam@yahoo.com مصطفى علام

## مسائل مهارات التفكير العليا

**61. مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرًا لوغاريتميًا لكلّ حالةٍ مما يلي. ثمّ اكتب التعبير الموسّع.

**a.** ناتج ضرب وناتج قسمة

**b.** ناتج ضرب وقوة

**c.** ناتج ضرب وناتج قسمة وقوة

**63. الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في صحة ما يلي.

**a.** $\log_b 1 = 0$ **b.** $\log_b b = 1$ **c.** $\log_b b^x = x$

**64. التحدي** حوّل العلاقة $\log_{\sqrt{a}}(a^2)$ لأبسط صورةٍ من أجل إيجاد قيمتها العددية المحدّدة.

**67. التحدي** حوّل العلاقة $x^{3\log_x 2 - \log_x 5}$ لأبسط صورة لإيجاد قيمتها العددية المحدّدة

ورقة عمل الحادي عشر العام | 6-4 اللوغاريتمات العادية | مشاهدة الدرس YouTube 1 2

**في هذا الدرس سوف أتعلم:**

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

**قانون تغيير الأساس** $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

**استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

**Use a calculator to evaluate each expression to the nearest ten-thousandth.**

| $\log 5$ | $\log 21$ | $\log 0.4$ |
|---|---|---|

**علوم** كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة استخدم المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$ لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

**حُلّ كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.** **Solve each equation. Round to the nearest ten-thousandth.**

| $6^x = 40$ | $2.1^{a+2} = 8.25$ | $7^{x^2} = 20.42$ | $11^{b-3} = 5^b$ |
|---|---|---|---|

**Solve each inequality. Round to the nearest ten-thousandth.** **حُـلّ كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.**

$5^{4n} > 33$

$6^{p-1} \leq 4^{p}$

**عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

**Express each logarithm in terms of common logarithms. Then approximate its value to the nearest ten-thousandth.**

$\log_3 7$

$\log_9 13$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس / مصطفى علام

## مسائل مهارات التفكير العليا

**68. التفكير النقدي** تحل عائشة وسالي $4^{3p} = 10$. هل إحداهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**عائشة**

$$4^{3p} = 10$$
$$\log 4^{3p} = \log 10$$
$$p \log 4 = \log 10$$
$$p = \frac{\log 10}{\log 4}$$

**سالي**

$$4^{3p} = 10$$
$$\log 4^{3p} = \log 10$$
$$3p \log 4 = \log 10$$
$$p = \frac{\log 10}{3 \log 4}$$

**69. التحدي** حُـل المعادلة $\log_a x = \log_{\sqrt{a}} 3$ لإيجاد $x$ واشرح كل خطوة.

**70. التبرير** اكتب $\frac{\log_5 9}{\log_5 3}$ في صورة لوغاريتم منفرد.

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-5 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية — مشاهدة الدرس YouTube 1 2

**في هذا الدرس سوف أتعلم:**

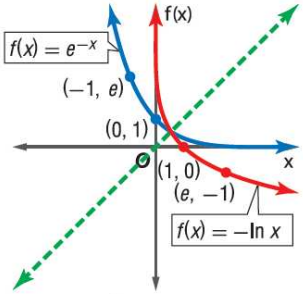
1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

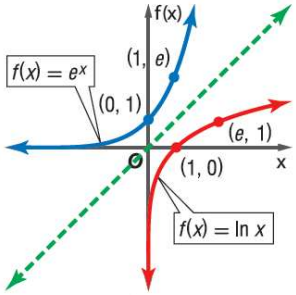
## المفهوم الأساسي دوال الأساس الطبيعي

تُستخدم الدالة $f(x) = e^x$ في تمثيل النمو الأسيّ المتصل. تُستخدم الدالة $f(x) = e^{-x}$ في تمثيل الاضمحلال الأسيّ المتصل.

معكوس الدالة الأصلية للأساس الطبيعي يُطلق عليه **اللوغاريتم الطبيعي**. ويمكن كتابة هذا اللوغاريتم في الصيغة $\log_e x$، ولكن في كثير من الأحيان يُختصر في الصيغة $\ln x$.



الاضمحلال الأسي



النمو الأسي

## المرابحة المركبة المستمرة

احسب المرابحة المركبة المستمرة باستخدام الصيغة التالية: $A = Pe^{rt}$.

حيث $A$ هو المبلغ بعد $t$ من السنوات، و $P$ هو المبلغ الأصلي المُسْتَثْمر، و $r$ هو معدل المرابحة السنوي.

**نصيحة دراسية**

**التحويل لأبسط صورة** عندما تحول التعابير اللوغاريتمية لأبسط صورة، تحقق من عدم احتواء اللوغاريتم على أي عمليات وقوى.

**اكتب دالة أسيّة أو لوغاريتمية مكافئة.** **Write an equivalent exponential or logarithmic function.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $e^x = 30$ | $\ln x = 42$ | $e^3 = x$ | $\ln 18 = x$ |

**اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم منفرد.** **Write each as a single logarithm.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3 \ln 2 + 2 \ln 4$ | $5 \ln 3 - 2 \ln 9$ | $3 \ln 6 + 2 \ln 9$ | $3 \ln 5 + 4 \ln x$ |

allaaam@yahoo.com

**Solve each equation. Round to the nearest ten-thousandth.** **حلّ كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

$5e^x - 24 = 16$

$3e^{-3x} + 4 = 6$

**حلّ كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

**Solve each equation or inequality. Round to the nearest ten-thousandth.**

$\ln 3x = 8$

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln(x+5)^2 < 6$

$5 + e^{-x} > 14$

**SCIENCE** A virus is spreading through a computer network according to the formula $v(t) = 30e^{0.1t}$, where $v$ is the number of computers infected and $t$ is the time in minutes. How long will it take the virus to infect 10,000 computers?

**علوم** فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث $v$ هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و $t$ هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

**المعرفة المالية** استخدم الصيغة الخاصة بالمرابحة المركبة المستمرة.

a. إذا أودعت AED 800 في حساب يحقق 4.5 % مرابحة مركبة مستمرة، فكم سيكون المبلغ في الحساب بعد 5 سنوات؟

b. كم سيستغرق الأمر ليصل مالك إلى الضعف؟

c. إذا أردت مضاعفة مالك في 9 أعوام، فما معدل المرابحة الذي تحتاج إليه؟

d. إذا أردت فتح حساب يحقق مرابحة مركبة مستمرة بنسبة 4.75 % وأن يكون لديك AED 10,000 في الحساب بعد 12 عامًا، فما المبلغ الذي تحتاج إلى إيداعه؟

**FINANCIAL LITERACY** Use the formula for continuously compounded interest.

a. If you deposited AED 800 in an account paying 4.5% interest compounded continuously, how much money would be in the account in 5 years? AED 1001.86

b. How long would it take you to double your money? about 15.4 yr

c. If you want to double your money in 9 years, what rate would you need? about 7.7%

d. If you want to open an account that pays 4.75% interest compounded continuously and have AED 10,000 in the account 12 years after your deposit, how much would you need to deposit? about AED 5655.25

## مسائل مهارات التفكير العليا

58. **التحدي** حُـلّ المعادلة $4^x - 2^{x+1} = 15$ لإيجاد $x$.

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-6 استخدام الدوال الأسيّة واللوغاريتمية — مشاهدة الدرس YouTube 1 2

**في هذا الدرس سوف أتعلم:**

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أُسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

| النمو الأسي | الاضمحلال الأسي |
|---|---|
| يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث $a$ هي القيمة الأولية، و $t$ هو الزمن بالسنوات، و $k$ هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**. | يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث $a$ هي القيمة الأولية، و $t$ هو الزمن بالسنوات، و $k$ هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**. |

**علم الأحياء القديمة** يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة $k$ ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

b. تحتوي عينة حاليًا على 30 mg من البوتاسيوم 40. فكم من الزمن ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 mg فقط من البوتاسيوم 40.

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

d. كم الزمن الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

**PALEONTOLOGY** The half-life of Potassium- 40 is about 1.25 billion years.

a. Determine the value of k and the equation of decay for Potassium- 40. $k \approx 5.545 \times 10^{-10}$

b. A specimen currently contains 36 milligrams of Potassium- 40. How long will it take the specimen to decay to only 15 milligrams of Potassium- 40? 1,578,843,530 yr

c. How many milligrams of Potassium- 40 will be left after 300 million years? about 30.48 mg

d. How long will it take Potassium- 40 to decay to one eighth of its original amount? 3,750,120,003 yr

alllaaam@yahoo.com مصطفى علام

**العلوم** سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسِّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$ ، حيث $t$ الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فجد قيمة $k$ للجراثيم.

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

**SCIENCE** A certain food is dropped on the floor and is growing bacteria exponentially according to the model $y = 2e^{kt}$, where t is the time in seconds.

a. If there are 2 cells initially and 8 cells after 20 seconds, find the value of k for the bacteria. $k \approx 0.0693$

b. The "5-second rule" says that if a person who drops food on the floor eats it within 5 seconds, there will be no harm. How much bacteria is on the food after 5 seconds? about 2.828 cells

c. Would you eat food that had been on the floor for 5 seconds? Why or why not? Do you think that the information you obtained in this exercise is reasonable? Explain. Sample answer: Yes; it has not even grown 1 cell in 5 seconds. There are many factors that affect this equation, such as how clean the floor is and what type of food was dropped.

النمو الأُسي غير مقيَّد، بمعنى أنه يتزايد دون توقف. أما نموذج النمو اللوجيستي، فيمثل النمو الذي له عامل مُحدِّد. وتعد النماذج اللوجيستية النماذج الأدق لتمثيل النمو السكاني.

### المفهوم الأساسي دالة النمو اللوجيستي

افترض أن $a$، و $b$، و $c$ هي الثوابت الموجبة حيث $b < 1$. ويتم تمثيل دالة النمو اللوجيستي بالآتي $f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$ حيث $t$ تمثل الزمن.

**علم الحيوان** افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد بهذه الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$ ، حيث $t$ تمثل الزمن بالسنوات.

a. مثل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$ .

b. ما خط التقارب الأفقي؟

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450 ؟

**ZOOLOGY** Suppose the red fox population in a restricted habitat follows the function $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$ , where $t$ represents the time in years.

a. Graph the function for $0 \le t \le 200$. See margin.

b. What is the horizontal asymptote? $P(t) = 16{,}500$

c. What is the maximum population? 16,500

d. When does the population reach 16,450? about 102 years

$P(t)$

$t$

| $t$ | $P(t)$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

## مسائل مهارات التفكير العليا

15. **التحدي** حُـلّ $\frac{120{,}000}{1+48e^{-0.015t}} = 24e^{0.055t}$ عندما تكون $t$.