حل هيكل نهاية الفصل الثالث

2024

11

فــ3

مادة الرياضيات

للصف الحادي عشر العام

الأستاذ أسامة الصرايرة

روابط فيديوهات الحل:

الإلكتروني

https://youtu.be/lPy3JCPWPDg

الورقي

https://youtu.be/1nxZ7IdfDwA

الأسئلة الموضوعية

روابط فيديوهات الحل:

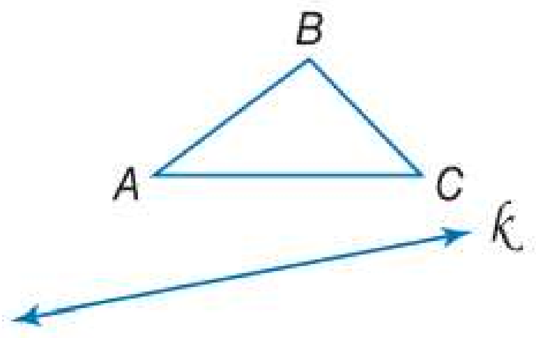
الإلكتروني

https://youtu.be/lPy3JCPWPDg

الورقي

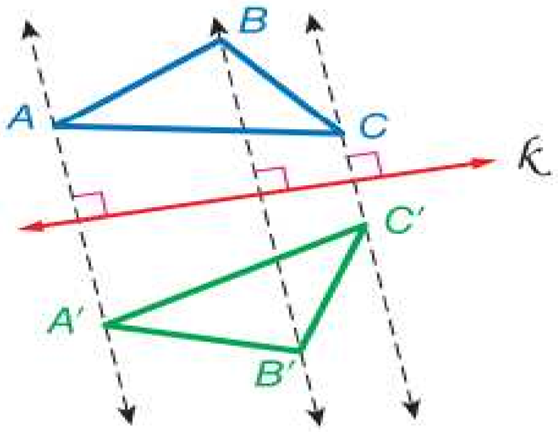
https://youtu.be/1nxZ7IdfDwA

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.



الخطوة 1 ارسم مستقيمًا من خلال كل رأسٍ بحيث يكون عموديًا على المستقيم k.

الخطوة 2 قِس المسافة من النقطة A إلى المستقيم k. ثم حدّد A' على المسافة نفسها من المستقيم k على الطرف المقابل



الخطوة 3 كرّر الخطوة 2 لتحديد النقطتين B' و C'. ثم صِل الرؤوس A' و B' و C' لتشكيل الصورة المنعكسة.

28. أيٌّ ممّا يلي هي نقطة انعكاس النقطة $E(-7, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x؟

$(x, y) \longrightarrow (x, -y)$ $\quad$ $E(-7, 1) \longrightarrow E'(-7, -1)$

29. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(-3, 1)$ و $B(1, 5)$ و $C(7, 0)$. فما هي إحداثيات الصورة $\triangle A'B'C'$ بموجب انعكاس المثلث الأصلي بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

بدل بين الاحداثين x, y

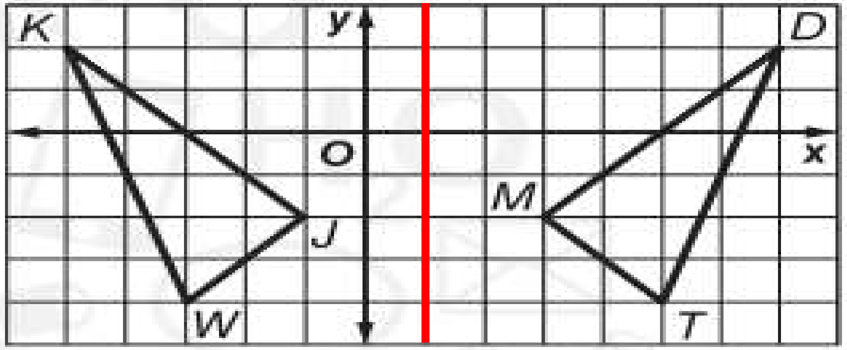
$(x, y) \longrightarrow (y, x)$

$A(-3, 1) \longrightarrow A'(1, -3)$

$B(1, 5) \longrightarrow B'(5, 1)$

$C(7, 0) \longrightarrow C'(0, 7)$

30. ما هو المستقيم الذي يعدّ المثلث $\triangle MDT$ بالنسبة إليه انعكاسًا للمثلث $\triangle JKW$؟



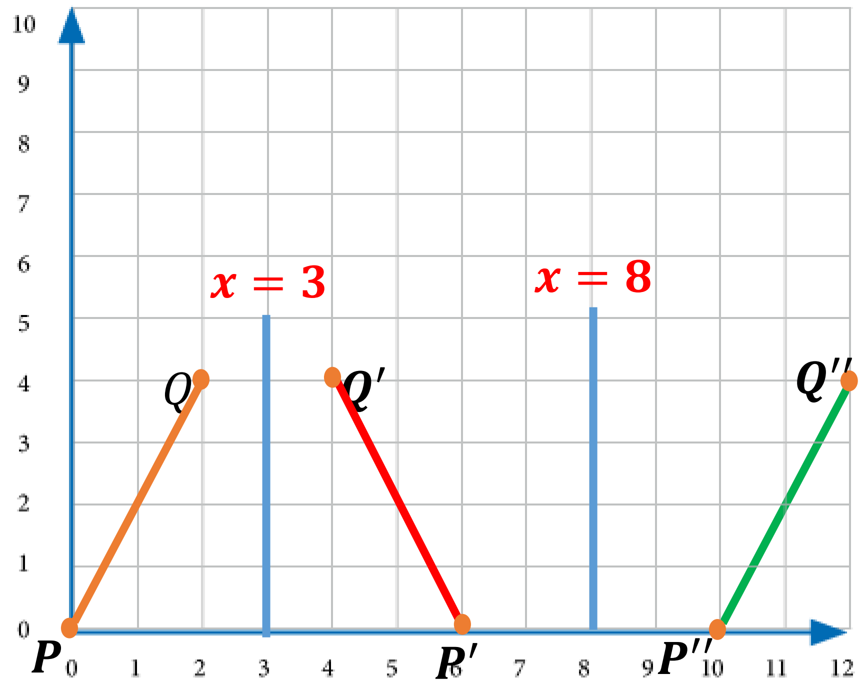
$x = 1$

31. ما هو انعكاس النقطة $P(-3, 10)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

$(x, y) \longrightarrow (y, x)$

$P(-3, 10) \longrightarrow P'(10, -3)$

32. ما هما المستقيمان الذي تعدّ بالنسبة إليهما القطعة المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما $P''(10, 0)$ و$Q''(12, 4)$ نتيجةً لانعكاس مضاعفٍ للقطعة المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما $P(0, 0)$ و $Q(2, 4)$؟



طول الإزاحة = 10

المسافة بين المستقيمين:
10÷2=5

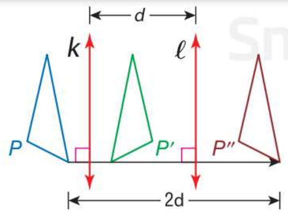
المستقيمين:
$x = 3$ $\quad$ $x = 8$

2 تركيب انعكاسين تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين يماثل عملية إزاحة واحدة.

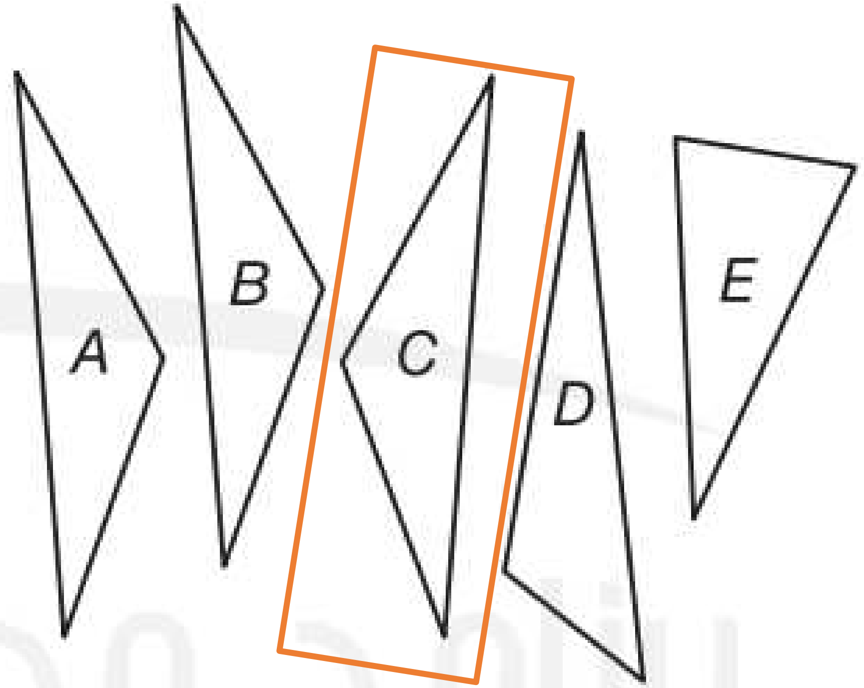
النظرية 10.2 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين بواسطة متجه إزاحة

- عمودي على المستقيمين.
- طوله يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين.



33. أيٌّ من الأشكال التالية يبدو أنه انعكاسٌ للشكل *A* بالنسبة لمستقيمٍ ما؟



14. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحداتٍ يمينًا ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B'؟

$(x, y) \longrightarrow (x+4, y+2)$

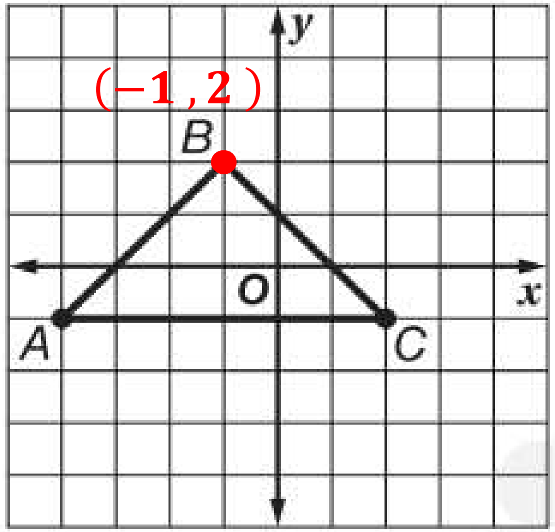
$B(-1, 3) \longrightarrow B'(3, 5)$

15. نريد إزاحة المثلث ABC إلى $\triangle A'B'C'$ باستخدام القاعدة التالية. $(x, y) \rightarrow (x-2, y+3)$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'؟

$(x, y) \longrightarrow (x-2, y+3)$

$B(-1, 2) \longrightarrow B'(-3, 5)$



16. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0.5, 8)$ و $B(7.5, 7)$ و $C(4.2, 2)$. فما هي مجموعة إحداثيات رؤوس الصورة الناتجة عن إزاحة المثلث $\triangle ABC$ 3.5 وحدات إلى الأسفل؟

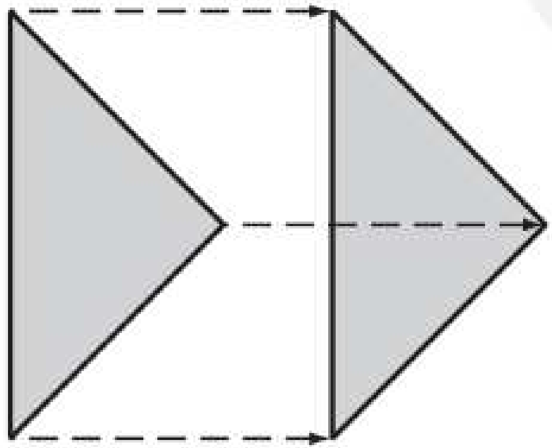
$(x, y) \longrightarrow (x, y - 3.5)$

$A(0.5, 8) \longrightarrow A'(0.5, 4.5)$

$B(7.5, 7) \longrightarrow B'(7.5, 3.5)$

$C(4.2, 2) \longrightarrow C'(4.2, -1.5)$

17. ما التحويل الموضح في الشكل من بين التحويلات التالية؟



A) انعكاس

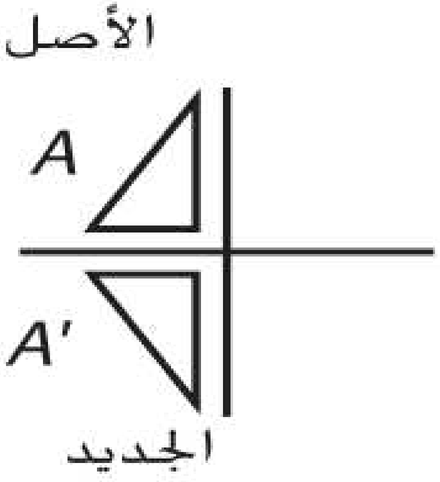
B) إزاحة

C) دوران

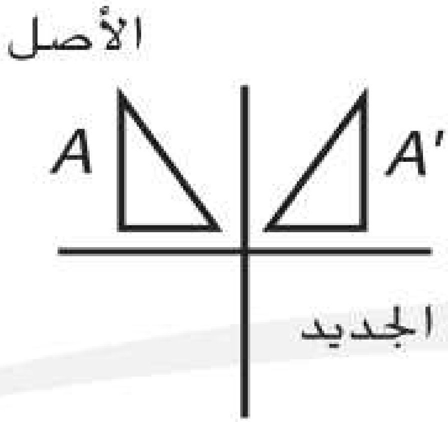
D) تناظر

18. ما الرسم التخطيطي الذي يوضح إزاحة الشكل A؟

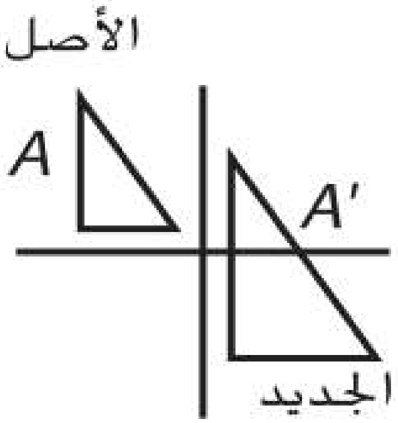
A



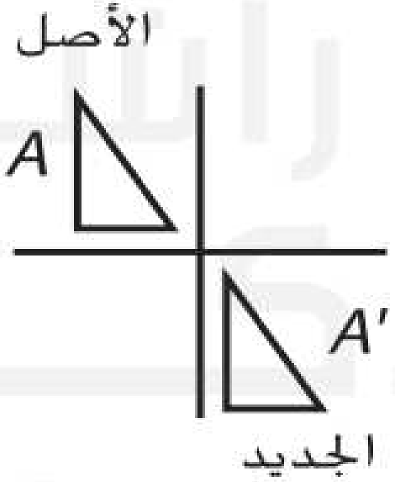
B



C

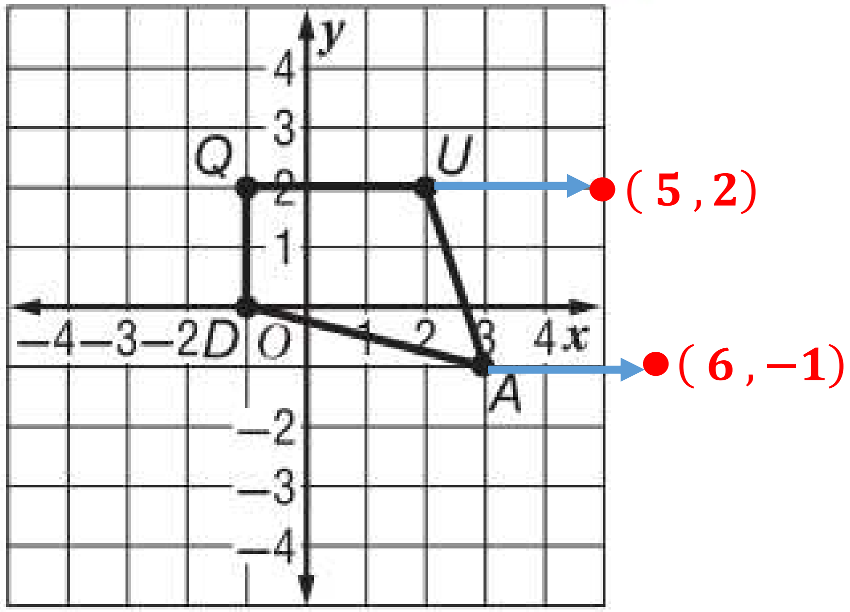


D



19. للشكل الرباعي $QUAD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه.

ما التحويل الذي سيضع رأسين عند $(5, 2)$ و $(6, -1)$؟



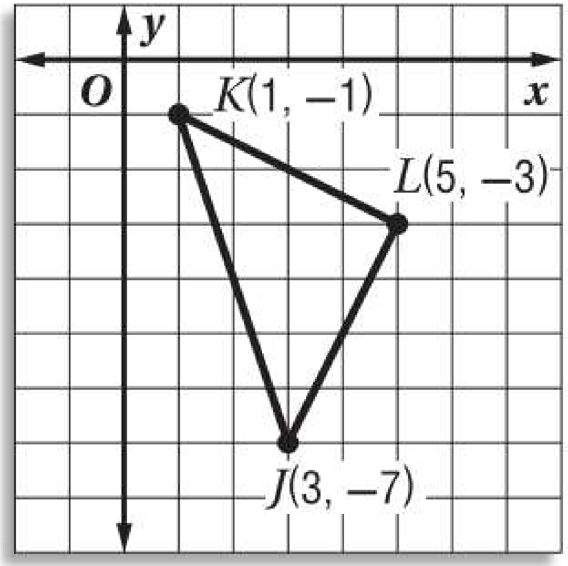
الإزاحة 3 وحدات الى اليمين

$(x , y) \longrightarrow (x + 3 , y)$

4	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. Draw rotations in the coordinate plane.	Example3	P550

مثال 3 على الاختبار المعياري الدوران في المستوى الإحداثي

ليكن لديك المثلث JKL المبيّن على الجهة اليمنى.
ما صورة النقطة J بعد دوران بزاوية قياسها $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



$(3, -7) \rightarrow (-7, -3)$

A $(-3, -7)$

B $(-7, 3)$

C $\boxed{(-7, -3)}$

D $(7, -3)$

الدوران بزاوية 90°

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الدوران بزاوية 180°

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

الدوران بزاوية 270°

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

الدوران بزاوية $90°$

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الدوران بزاوية $180°$

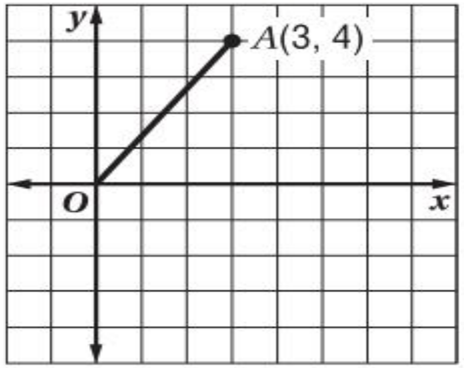
$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

الدوران بزاوية $270°$

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

20. النقطة A هي أحد رؤوس مربع في الرسم التخطيطي الموضح أدناه. يُدار المربع بزاويةٍ قياسها $180°$ حول نقطة الأصل. فما إحداثيا A'، التي تمثل صورة A نتيجة الدوران؟

$A'(-3, -4)$



21. ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يجعل من النقطة $P'(-6, 1)$ صورةً للنقطة $P(1, 6)$؟

دوران بمقدار 90^o عكس اتجاه عقارب الساعة

22. صورة النقطة $P(x, y)$ بموجب الدوران حول نقطة الأصل O وبزاوية قياسها $x°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة هي النقطة $P'(x', y')$. فما الدوران حول نقطة الأصل O الذي يمكن بموجبه دوران $P'(x', y')$ بحيث تنتج الصورة $P(x, y)$؟

دوران بمقدار x^o باتجاه عقارب الساعة

23. تدار نقطة في الربع الأول بزاوية قياسها $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربع ستقع صورة النقطة؟

في الربع الثاني

الدوران بزاوية 90°

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الدوران بزاوية 180°

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

الدوران بزاوية 270°

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

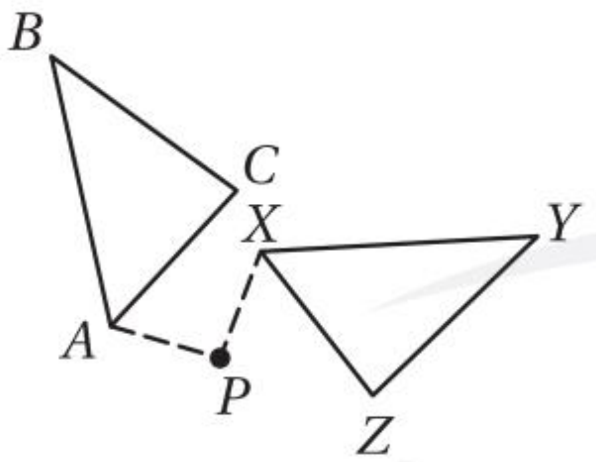
24. النقطة $P(x, y)$ نقطة تقع في الربع الثاني. ما هو الدوران الذي بموجبه يكون إحداثيا الصورة هما $P(-y, x)$؟

دوران بمقدار 90^o عكس اتجاه عقارب الساعة

25. ما النقطة التي تمثّل صورة دوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وبزاوية 90° للنقطة $P(-4.7, 3.5)$ حول نقطة الأصل؟

$P^{\backslash}(-3.5\ ,-4.7)$

26. أحد المثلثات هو دورانٌ لمثلثٍ آخر حول P. فأي عبارة مما يلي **ليست** صحيحة؟



A المثلثان متطابقان.

B توجيه أحد المثلثين مختلف عن المثلث الآخر.

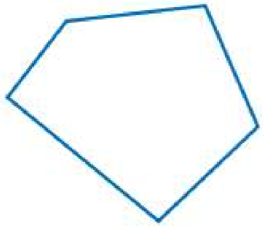
C تدار كل من A و B و C بالعدد نفسه من الدرجات لتشكل المثلث ΔXYZ.

D $\angle A \cong \angle X$ و $\angle B \cong \angle Y$ و $\angle C \cong \angle Z$

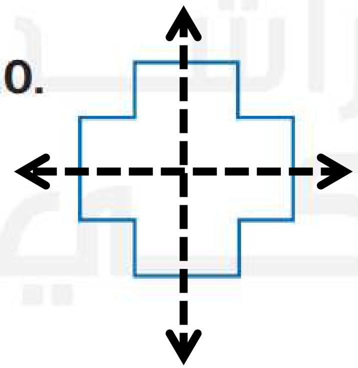
27. ما هي صورة $P(-5, 12)$ بموجب دوران بزاوية قياسها $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة؟

$P'(-12, -5)$

الانتظام ذكر هل يبدو أن الشكل يتضمن تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. إذا كان الأمر كذلك، فانسخ الشكل، وارسم كل مستقيمات التناظر، واذكر عددها.

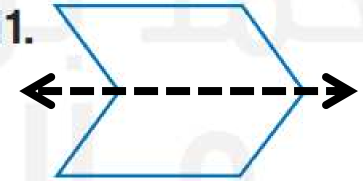
9. 

لا يوجد تناظر محوري

10. 

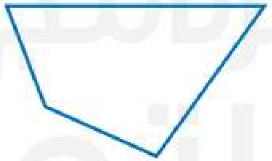
نعم

عدد محاور التناظر : 2

11. 

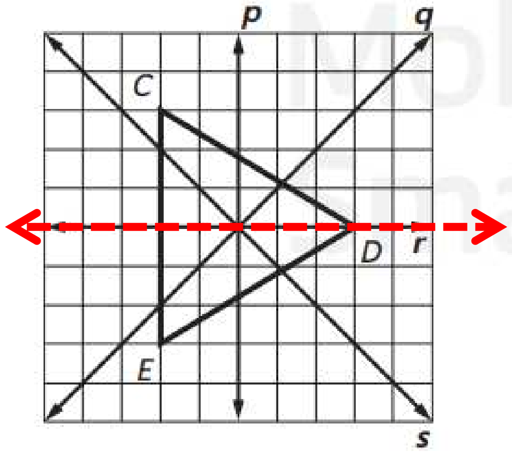
نعم

عدد محاور التناظر : 1

12. 

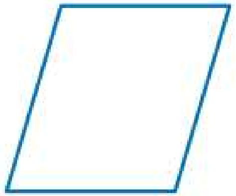
لا يوجد تناظر محوري

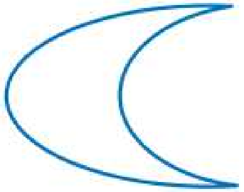
13. تم رسم المثلث CDE في المستوى الإحداثي. أي مستقيم هو مستقيم التناظر؟

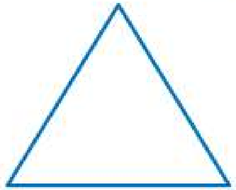


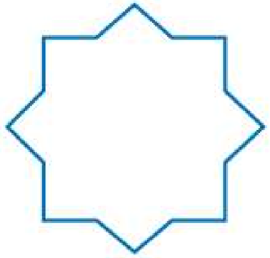
المستقيم r

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

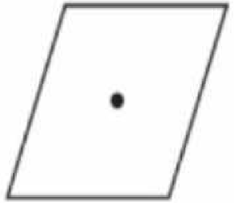
14. 

15. 

16. 

17. 

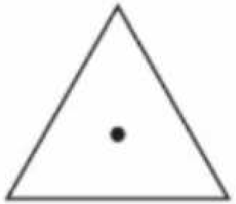
14. نعم: 2; 180°



$$360 \div 2 = 180$$

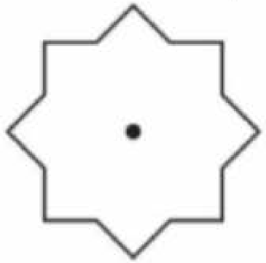
لا يوجد

16. نعم: 3; 120°



$$360 \div 3 = 120$$

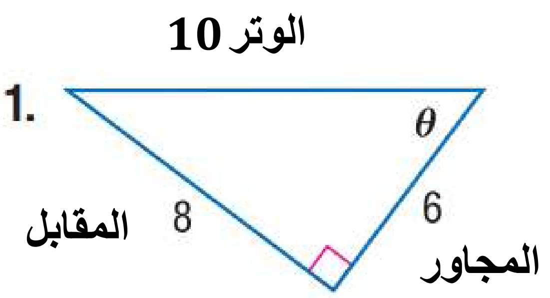
17. نعم: 8; 45°



$$360 \div 8 = 45$$

جـــــد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.

1.

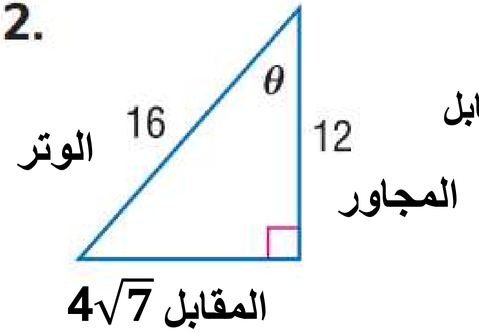


$$\text{طول الوتر} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\sin\theta = \frac{4}{5} \qquad \cos\theta = \frac{3}{5} \qquad \tan\theta = \frac{4}{3}$$

$$\csc\theta = \frac{5}{4} \qquad \sec\theta = \frac{5}{3} \qquad \cot\theta = \frac{3}{4}$$

2.



$$\text{طول المقابل} = \sqrt{16^2 - 12^2} = 4\sqrt{7}$$

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4} \qquad \cos\theta = \frac{3}{4} \qquad \tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\csc\theta = \frac{4}{\sqrt{7}} \qquad \sec\theta = \frac{4}{3} \qquad \cot\theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. جـــد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

3. $\cos A = \frac{4}{7}$ $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

من نظرية فيثاغورس نجد طول المقابل

طول المقابل $= \sqrt{7^2 - 4^2}$

$= \sqrt{33}$

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{33}}{7} \qquad \csc\theta = \frac{7}{\sqrt{33}}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{33}}{4} \qquad \cot\theta = \frac{4}{\sqrt{33}}$$

$$\sec\theta = \frac{7}{4}$$

4. $\tan A = \frac{20}{21}$ $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

من نظرية فيثاغورس نجد طول الوتر

طول الوتر $= \sqrt{20^2 + 21^2}$

$= 29$

$$\sin\theta = \frac{20}{29} \qquad \csc\theta = \frac{29}{20}$$

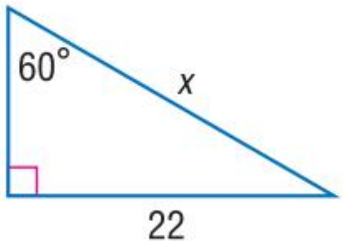
$$\cos\theta = \frac{21}{29} \qquad \sec\theta = \frac{29}{21}$$

$$\cot\theta = \frac{21}{20}$$

8	استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها. Use trigonometric ratios to find side lengths and angle measures of right triangles.	Exercises (5-10)	P607

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

5



$$\sin 60^\circ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

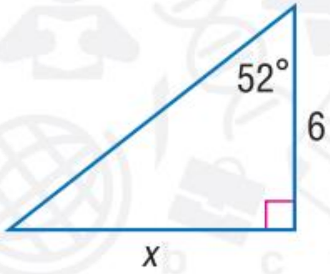
$$\sin 60^\circ = \frac{22}{x}$$

$$x = \frac{22}{\sin 60^\circ}$$

$$x = \frac{44\sqrt{3}}{3}$$

$$x \approx 25.4$$

6.



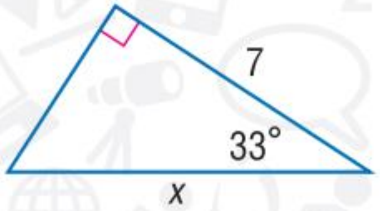
$$\tan 52^\circ = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan 52^\circ = \frac{x}{6}$$

$$x = 6 \tan 52^\circ$$

$$x \approx 7.7$$

7.



$$\cos 33^\circ = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 33^\circ = \frac{7}{x}$$

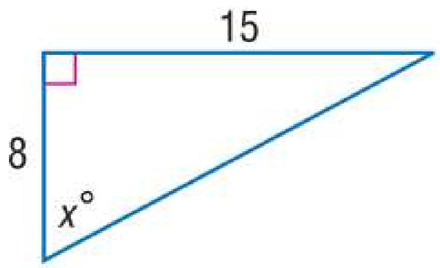
$$x = \frac{7}{\cos 33^\circ}$$

$$x \approx 8.3$$

8	استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها. Use trigonometric ratios to find side lengths and angle measures of right triangles.	Exercises (5-10)	P607

جـــد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

8.



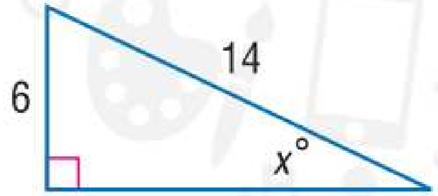
$$\tan x^{\circ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan x^{\circ} = \frac{15}{8}$$

$$m\angle x^{\circ} = \tan^{-1}\left(\frac{15}{8}\right)$$

$$m\angle x^{\circ} = 61.9^{\circ}$$

9.



$$\sin x^{\circ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin x^{\circ} = \frac{6}{14}$$

$$m\angle x^{\circ} = \sin^{-1}\left(\frac{6}{14}\right)$$

$$m\angle x^{\circ} = 25.4^{\circ}$$

10.

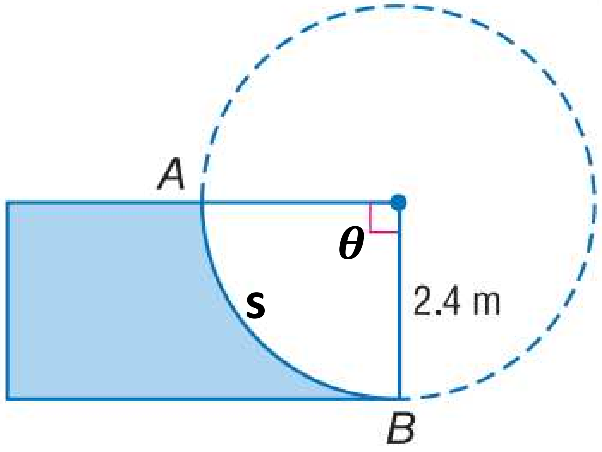
$$\cos x^{\circ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos x^{\circ} = \frac{6}{16}$$

$$m\angle x^{\circ} = \cos^{-1}\left(\frac{6}{16}\right)$$

$$m\angle x^{\circ} = 68^{\circ}$$

.31 **التزلج على الألواح** منحدر التزلج على الألواح المبين على اليسار يُسمى أنبوب ربعي (quarter pipe). والسطح المنحني يحدده نصف قطر الدائرة. جـــد طول الجزء المنحني من المنحدر.



طول القوس $s = r\,\theta$

$$s = 2.4 \times \frac{\pi}{2}$$

$$s = 3.8\ m$$

.32 **القوارب النهرية** ناعور القارب النهري له قطر 7.2 m. جـــد طول القوس للدائرة التي يصنعها الناعور عندما يدور °300.

$$300^\circ = 300^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= \frac{5\pi}{3}$$

$$r = 7.2 \div 2 \quad = 3.6$$

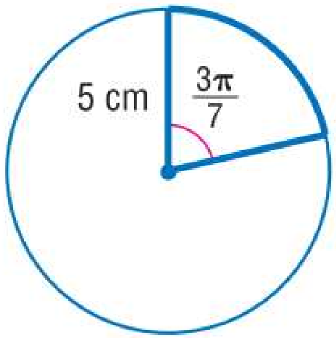
طول القوس $s = r\,\theta$

$$s = 3.6 \times \frac{5\pi}{3}$$

$$s = 18.8\ m$$

جــــد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

33.

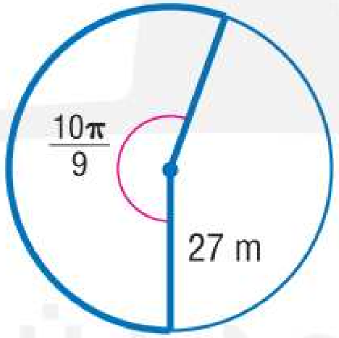


طول القوس $s = r\,\theta$

$$s = 5 \times \frac{3\pi}{7}$$

$$s = 6.7\ cm$$

34.



طول القوس $s = r\,\theta$

$$s = 27 \times \frac{10\pi}{9}$$

$$s = 94.2\ m$$

35. الساعات كم يستغرق عقرب الدقائق في الساعة للمرور عبر 2.5π راديان؟

زاوية الدقيقة الواحدة

$$360 \div 60 = 6^{\circ}$$

$$6^{\circ} = 6^{\circ} \times \frac{\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{30}$$

يستغرق عقرب الدقائق

$$\mathbf{2.5\pi \div \frac{\pi}{30} = 75}$$ دقيقة

يستغرق عقرب الدقائق ساعة و15 دقيقة

---

36. المثابرة راجع بداية الدرس. ظل يتحرك حول ساعة شمسية بزاوية 15° كل ساعة.

a. بعد كم ساعة ستكون زاوية دوران الظل $\frac{8\pi}{5}$ راديان؟

$$15^{\circ} = 15^{\circ} \times \frac{\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{12} \longrightarrow \mathbf{\frac{8\pi}{5} \div \frac{\pi}{12} = 19.2}$$ ساعة

b. ما زاوية الدوران بالراديان بعد 5 ساعات؟

$$15^{\circ} \times 5 = 75^{\circ} \longrightarrow 75^{\circ} \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$$

c. ساعة شمسية نصف قطرها 20 cm. ما القوس الذي يشكله ظل بعد 14 ساعة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

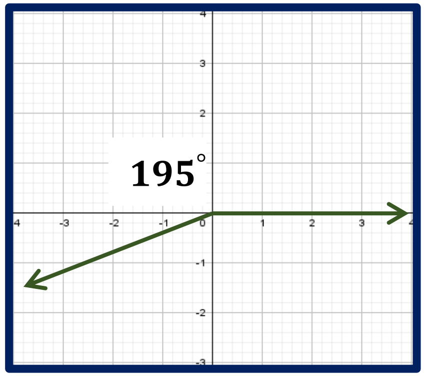
$$15^{\circ} \times 14 = 210^{\circ} \longrightarrow 210^{\circ} \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{6}$$

طول القوس $\boldsymbol{s = r\,\theta}$

$$\boldsymbol{s = 20 \times \frac{7\pi}{6} = 73.3\ cm}$$

ارسم كل زاوية، ثم جـــد زاوية المرجع لها.

18. 195°

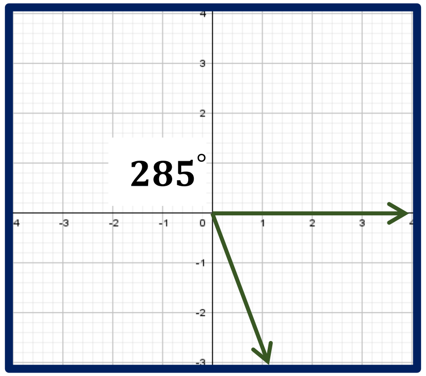


في الربع الثالث

$\theta' = \theta - 180$

$= 195 - 180 \;= 15^o$

19. 285°

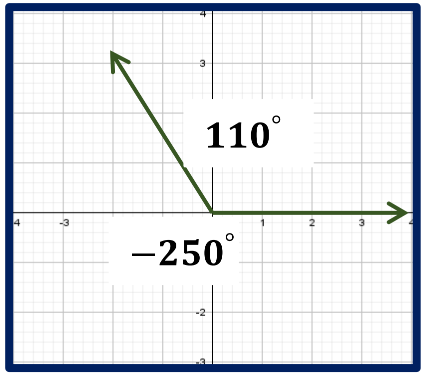


في الربع الرابع

$\theta' = 360 - \theta$

$= 360 - 285 \;= 75^o$

20. -250°



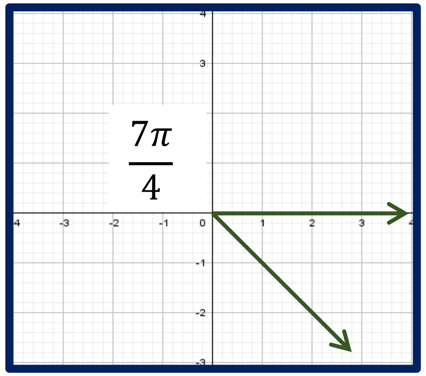
$360 - 250 \;= 110^o$

في الربع الثاني

$\theta' = 180 - \theta$

$= 180 - 110 \;= 70^o$

21. $\frac{7\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 315^{o}$



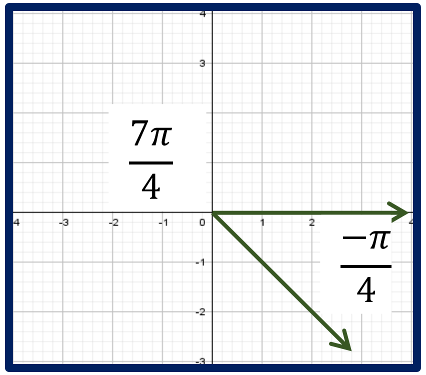
في الربع الرابع

$\theta^{\backslash} = 2\pi - \theta$

$= 2\pi - \frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

$\frac{5\pi}{2}$

22. $-\frac{\pi}{4}$ $\quad 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$



في الربع الرابع

$\theta^{\backslash} = 2\pi - \theta$

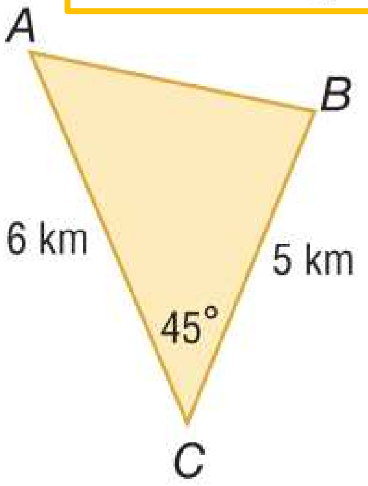
$= 2\pi - \frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

11	إيجاد مساحة المثلث باستخدام ضلعين والزاوية المحصورة بينهما. **Find the area of a triangle using two sides and an included angle.**	**Exercises (13-20)**	**P631**

جـــد مساحة المثلث $\triangle ABC$ مُقرَّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$$

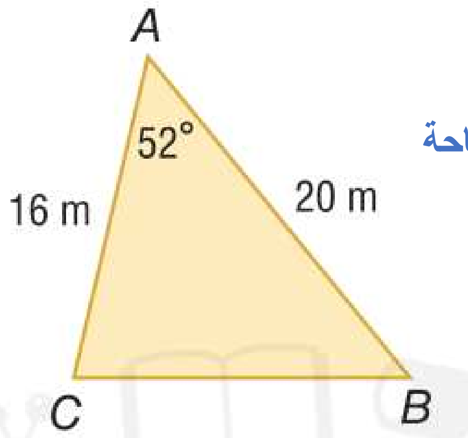
13.



$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \ \sin 45^\circ$$

$$\approx 10.6 \ km^2$$

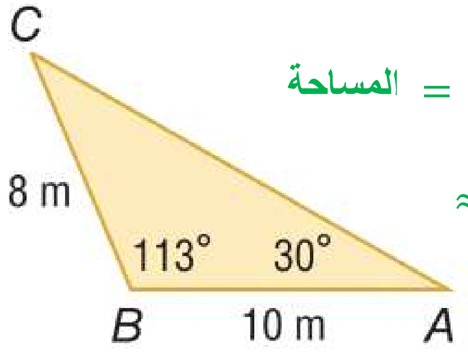
14.



$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 20 \times 16 \ \sin 52^\circ$$

$$\approx 126.1 \ m^2$$

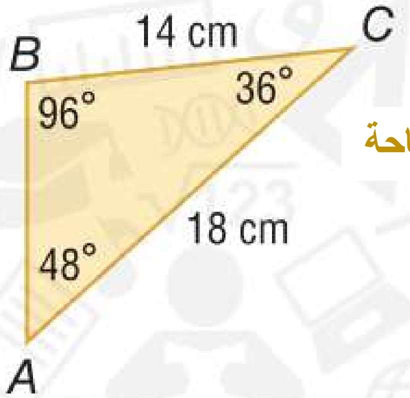
15.



$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \ \sin 113^\circ$$

$$\approx 36.8 \ m^2$$

16.



$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 14 \times 18 \ \sin 36^\circ$$

$$\approx 74.1 \ m^2$$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

17. $C = 25°,\ a = 4 \text{ m},\ b = 7 \text{ m}$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \ \sin 25^{\circ}$$

$$\approx 5.9\ m^2$$

18. $A = 138°,\ b = 10 \text{ cm},\ c = 20 \text{ cm}$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 \ \sin 138^{\circ}$$

$$\approx 66.9\ cm^2$$

19. $B = 92°,\ a = 14.5 \text{ m},\ c = 9 \text{ m}$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 14.5 \times 9 \ \sin 92^{\circ}$$

$$\approx 56.2\ m^2$$

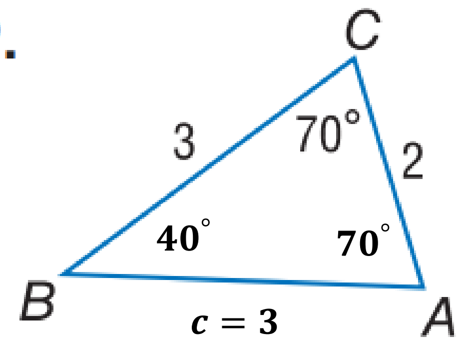
20. $C = 116°,\ a = 2.7 \text{ cm},\ b = 4.6 \text{ cm}$

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times 2.7 \times 4.6 \ \sin 116^{\circ}$$

$$\approx 5.6\ cm^2$$

حُــلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

9.



نوجد الضلع c

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a\,b\cos C$$

$$c^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2\ \cos 70$$

$$c^2 = 8.9$$

$$c \approx 3$$

نوجد الزاوية A

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin 70^\circ}{3} = \frac{\sin A}{3}$$

$$\sin 70^\circ = \sin A$$

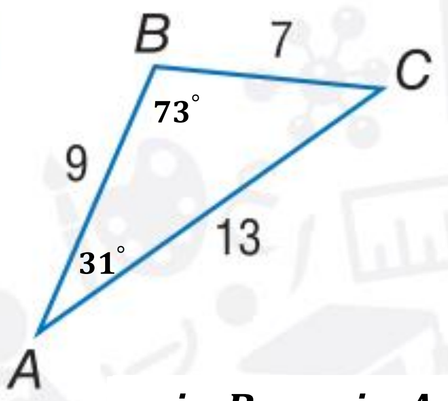
$$m\angle A = 70^\circ$$

نوجد الزاوية B

$$m\angle B = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ)$$

$$m\angle B = 40^\circ$$

11.



1) نوجد الزاوية A

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b\,c\cos A$$

$$7^2 = 13^2 + 9^2 - 2 \times 13 \times 9 \cos A$$

$$49 = 250 - 234 \cos A$$

$$234 \cos A = 250 - 49$$

$$234 \cos A = 201$$

$$\cos A = \frac{201}{234}$$

$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{201}{234}\right)$$

$$m\angle A = 31^\circ$$

2) نوجد الزاوية B

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin B}{13} = \frac{\sin 31^\circ}{7}$$

$$7 \times \sin B = 13 \times \sin 31^\circ$$

$$\sin B = \frac{13 \sin 31^\circ}{7}$$

$$m\angle B = \sin^{-1}\left(\frac{13 \sin 31^\circ}{7}\right)$$

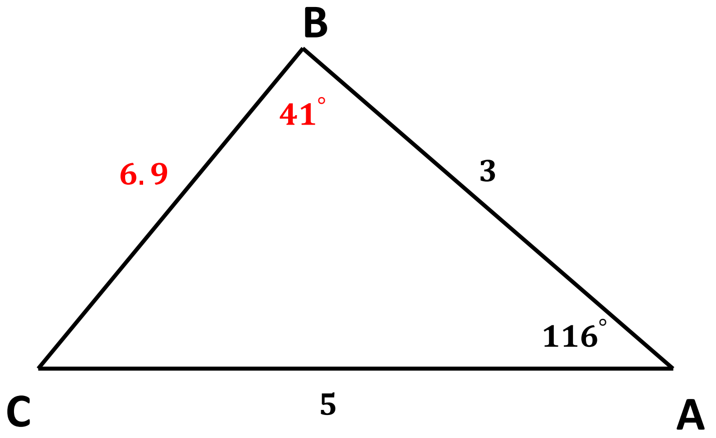
$$m\angle B = 73^\circ$$

3) نوجد الزاوية C

$$m\angle C = 180^\circ - (73^\circ + 31^\circ)$$

$$m\angle C = 76^\circ$$

13. $A = 116°,\ b = 5,\ c = 3$



نوجد الضلع
a

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b\,c\cos A$$

$$a^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5\ \cos 116$$

$$a^2 = 47.2$$

$$a \approx 6.9$$

2) نوجد الزاوية
B

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin B}{5} = \frac{\sin 116^\circ}{6.9}$$

$$6.9 \times \sin B = 5 \times \sin 116^\circ$$

$$\sin B = \frac{5\sin 116^\circ}{6.9}$$

$$m\angle B = \sin^{-1}\left(\frac{5\sin 116^\circ}{6.9}\right)$$

$$m\angle B = 41^\circ$$

3) نوجد الزاوية
C

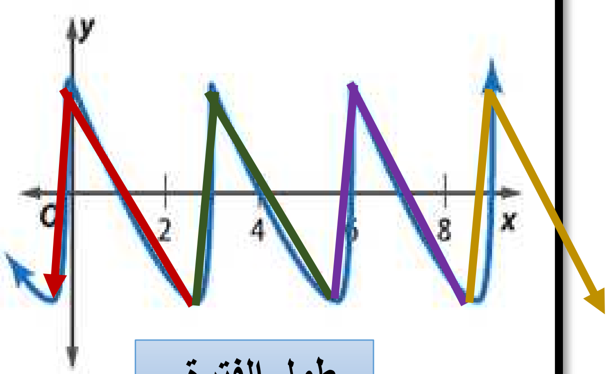
$$m\angle C = 180^\circ - (116^\circ + 41^\circ)$$

$$m\angle C = 23^\circ$$

طول الفترة يساوي الفرق بين أي قمتين أو قاعين

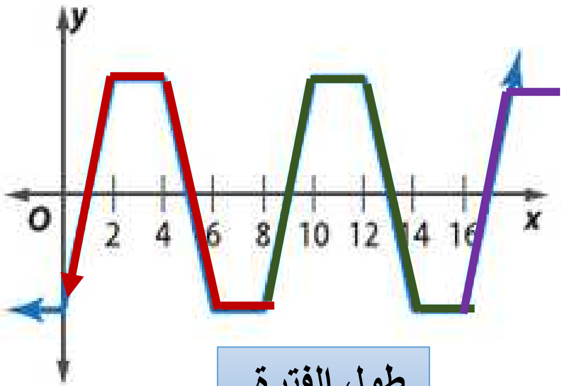
حدد فترة كل دالة.

13.



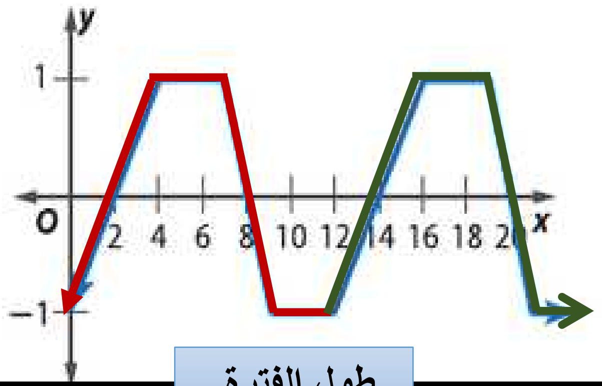
طول الفترة
3

14.



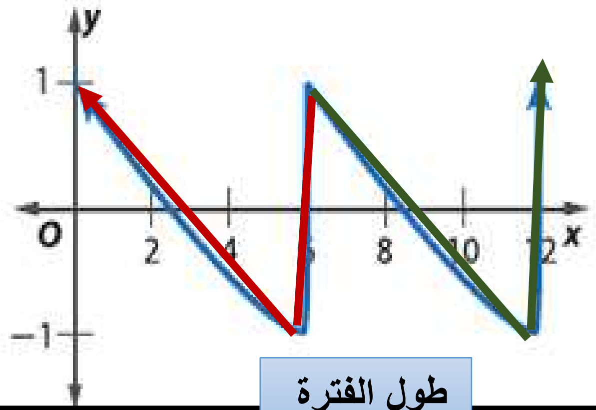
طول الفترة
8

15.



طول الفترة
12

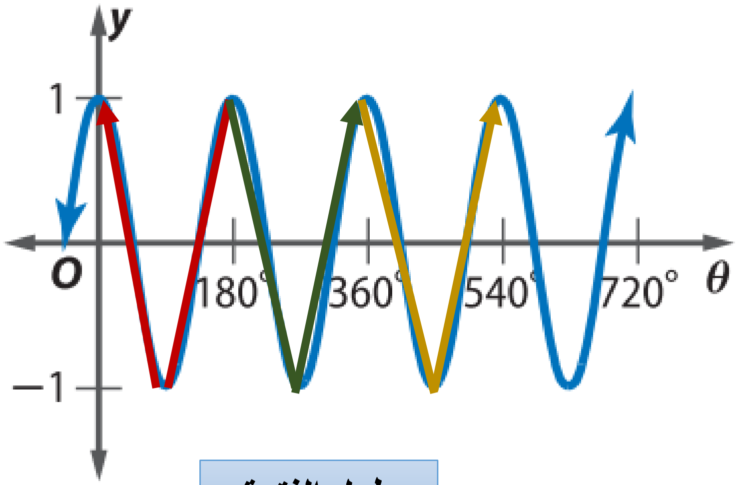
16.



طول الفترة
6

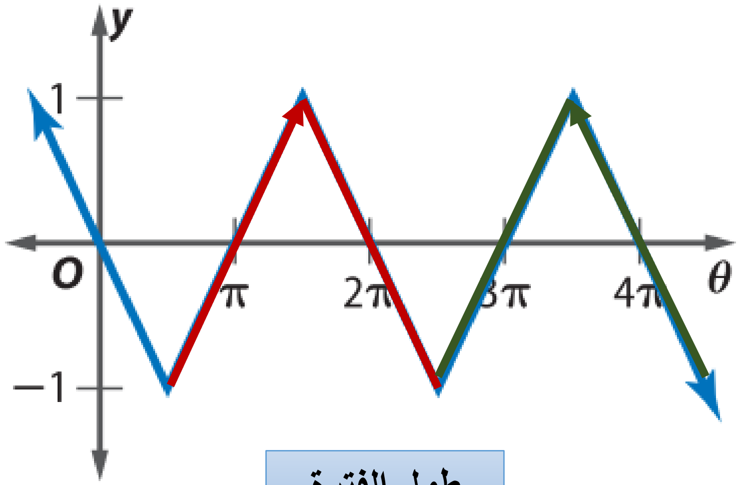
طول الفترة يساوي الفرق بين أي قمتين أو قاعين

17.



طول الفترة
180°

18.



طول الفترة
2π

جـــد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

$y = \text{Arcsin } x$
$y = \text{Sin}^{-1} x$

$y = \text{Arccos } x$
$y = \text{Cos}^{-1} x$

$y = \text{Arctan } x$
$y = \text{Tan}^{-1} x$

12. $\text{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

13 $\text{Arccos}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

14. $\text{Sin}^{-1}(-1)$

15. $\text{Tan}^{-1}\sqrt{3}$

16. $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

17. $\text{Arctan}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

جـــد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

18. $\tan(\text{Cos}^{-1} 1)$

19. $\tan\left[\text{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

20. $\cos\left(\text{Tan}^{-1}\frac{3}{5}\right)$

21. $\sin\left(\text{Arctan}\sqrt{3}\right)$

22. $\cos\left(\text{Sin}^{-1}\frac{4}{9}\right)$

23. $\sin\left[\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$

باستخدام الآلة الحاسبة

بسّط كلاً من التعابير التالية.

28. $\dfrac{1-\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$

$$=\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

$$=\cot^2\theta$$

29. $\tan\theta\csc\theta$

$$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\times\frac{1}{\sin\theta}$$

$$=\frac{1}{\cos\theta}\qquad=\sec\theta$$

30. $\dfrac{1}{\sin^2\theta}-\dfrac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$$=\csc^2\theta-\cot^2\theta$$

$$=(\cot^2\theta+1)-\cot^2\theta$$

$$=1$$

31. $2(\csc^2\theta-\cot^2\theta)$

$$=2((\cot^2\theta+1)-\cot^2\theta)$$

$$=2(1)\quad=2$$

32. $(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$

$$=(1-\sin^2\theta)$$

$$=\cos^2\theta$$

33. $2-2\sin^2\theta$

$$=2(1-\sin^2\theta)$$

$$=2\cos^2\theta$$

الأسئلة المقالية

روابط فيديوهات الحل:

الإلكتروني

https://youtu.be/lPy3JCPWPDg

الورقي

https://youtu.be/1nxZ7IdfDwA

.20 رؤوس المثلث $\triangle LMN$ هي $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أزيح الشكل وكان للصورة رؤوسٌ تقع عشوائيًا عند $(-2, 0)$ و $(1, 6)$ و $(-12, 8)$، إذًا فما القاعدة التي تصف الإزاحة؟

$L(5, 6) \longrightarrow (1, 6)$

$M(2, 0) \longrightarrow (-2, 0)$

$N(-8, 8) \longrightarrow (-12, 8)$

$(x, y) \longrightarrow (x-4, y)$

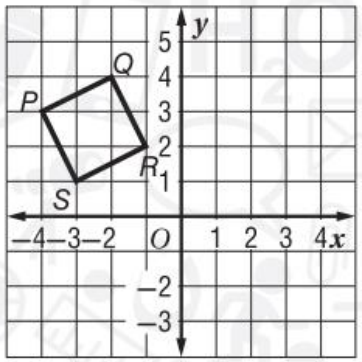
.21 للمثلث قائم الزاوية GHI الرؤوس $G(0, 0)$ و $H(3, 0)$ و $I(0, 4)$. يُحوّل المثلث بحيث يكون لـ H' الإحداثيان $(3, 2)$. فماذا يمكن أن يكون التحويل المطبّق على $\triangle GHI$؟

$H(3, 0) \longrightarrow H'(3, 2)$

$(x, y) \longrightarrow (x, y+2)$

22. يزاح المربع $PQRS$ المبين أدناه إلى المربع $P'Q'R'S'$ عبر اتّباع قاعدة الحركة التالية.

$$(x, y) \longrightarrow (x + 2, y - 6)$$



ماذا سيكون إحداثيا النقطة الرأس P'؟

$P(-4, 3) \longrightarrow P'(-2, -3)$

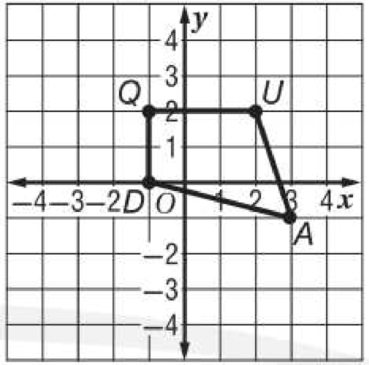
23. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحداتٍ يمينًا ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B'؟

$(x, y) \longrightarrow (x + 4, y + 2)$

$B(-1, 3) \longrightarrow B'(3, 5)$

24. يزاح الشكل الرباعي $QUAD$ لمسافة **4** وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى.

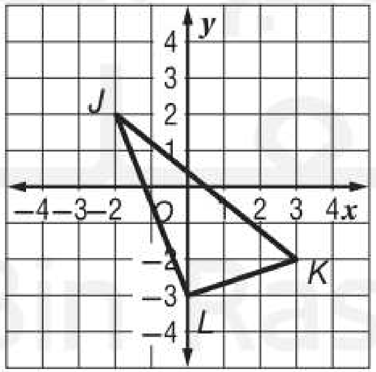
فما إحداثيا الرأس A'؟



$(x, y) \longrightarrow (x - 4, y + 3)$

$A(3, -1) \longrightarrow A'(-1, 2)$

25. يُزاح المثلث $\triangle JKL$ مسافة 3 وحدات يسارًا ووحدتين إلى الأعلى ليعطي المثلث $\triangle J'K'L'$. فما إحداثيات الرؤوس؟



$(x, y) \longrightarrow (x - 3, y + 2)$

$J(-2, 2) \longrightarrow J'(-5, 4)$

$K(3, -2) \longrightarrow K'(0, 0)$

$L(0, -3) \longrightarrow L'(-3, -1)$

26. للمثلث $\triangle LMN$ الرؤوس $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أزيح الشكل، وكانت الرؤوس الجديدة هي $L'(1, 6)$ و $M'(-2, 0)$ و $N'(-12, 8)$. فما القاعدة التي تصف التحويل؟

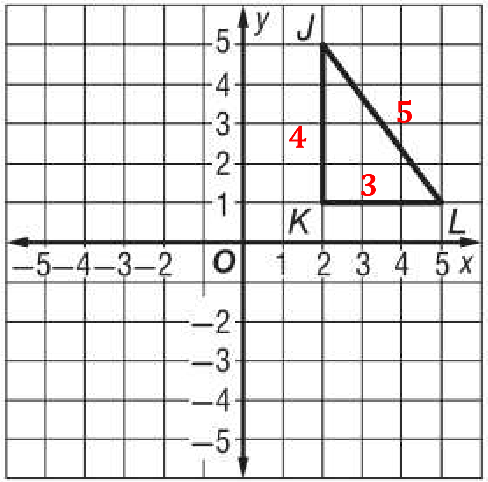
$L(5, 6) \longrightarrow L'(1, 6)$

$M(2, 0) \longrightarrow M'(-2, 0)$

$N(-8, 8) \longrightarrow N'(-12, 8)$

$(x, y) \longrightarrow (x - 4, y)$

17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكوّن صورة المثلث $\triangle J'K'L'$. فإذا كان محيط المثلث $\triangle J'K'L'$ يساوي $36\ cm$. فما هي مساحة الصورة؟



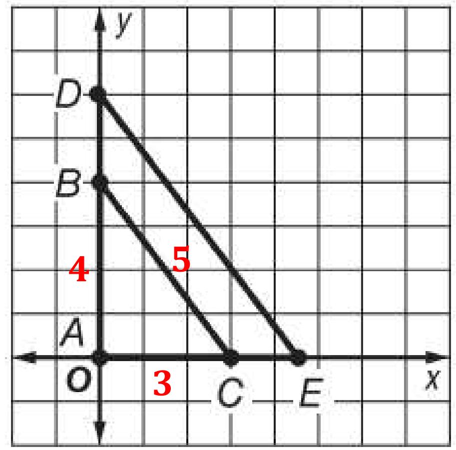
طول الوتر $= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= 5$

محيط المثلث JKL	$= 3 + 4 + 5 \quad = 12$
محيط المثلث $J^\backslash K^\backslash L^\backslash$	$= 36$
معامل القياس	$= \frac{36}{12} = 3$
ابعاد المثلث $J^\backslash K^\backslash L^\backslash$	$3(3), 4(3), 5(3) \ = \ 9, 12, 15$
مساحة المثلث $J^\backslash K^\backslash L^\backslash$	$= \frac{1}{2}(9)(12) \ = 54\ cm^2$

18. المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, 0)$، و $B(0, 4)$، و $C(3, 0)$ عبارة عن مثلث تغيّرت أبعاده من المثلث ADE.

فما هو طول $\overline{DE}$ إذا كان للنقطة D الإحداثيات $(0,6)$ ؟



معامل القياس $= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\overline{DE} = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7$$

19. المربع $JKLM$ له الرؤوس $J(1, 0)$، و $K(2, 1)$، و$L(3, 0)$، و$M(2, -1)$. فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس $\sqrt{2}$. فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟

المسافة بين نقطتين $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\overline{ML} = \sqrt{(3-2)^2 + (0 - -1)^2} = \sqrt{2}$$

اضلاع المربع جميعها متساوية

طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده

طول الضلع × معامل القياس $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

20. شبه المنحرف متساوي الساقين $LMNO$ له الرؤوس $L(-4, -3)$، و $M(-4, 0)$، و $N(-2, 1)$، و $O(-2, -4)$. فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5، فما هو طول $\overline{L'M'}$ في شبه المنحرف متساوي الساقين المنسوخ؟

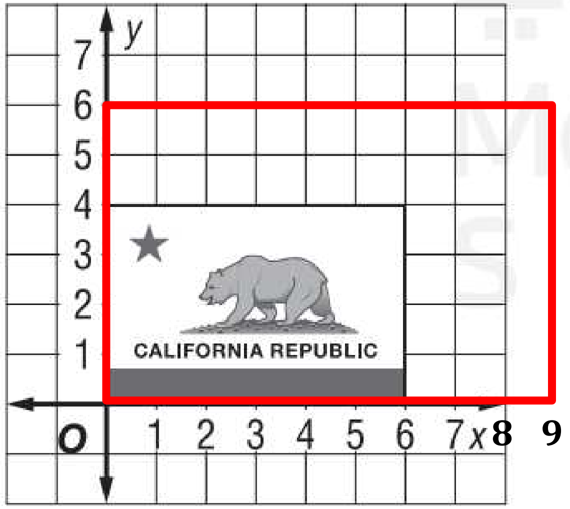
المسافة بين نقطتين $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\overline{LM} = \sqrt{(-4 - -4)^2 + (-3 - 0)^2} = 3$

$\overline{L'M'} =$ طول الضلع × معامل القياس

$= 3 \times 1.5 = 4.5$

21. علَم ولاية كاليفورنيا موضح على الشبكة أدناه. افترض أن العلم تم تكبيره بحيث أصبحت رؤوس العلم الجديد $(0, 0)$، و $(0, 6)$، و $(9, 6)$، و $(9, 0)$. فما هي نسبة محيط العلم الأصلي إلى العلم الذي تم تكبيره؟



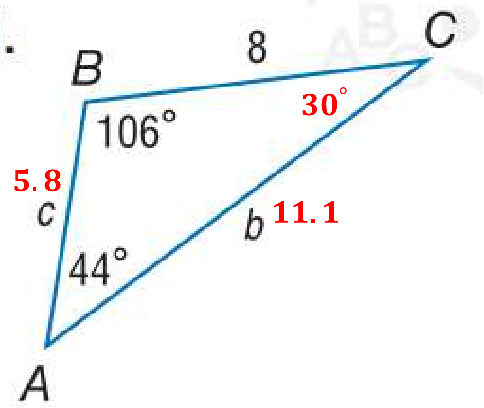
محيط العلم الأصلي $= 4 + 6 + 4 + 6 = 20$

محيط العلم الجديد $= 6 + 9 + 6 + 9 = 30$

نسبة محيط العلم الأصلي إلى العلم الجديد $= \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

حل كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

21.



1) نوجد الزاوية C

$$m\angle C = 180^\circ - (106^\circ + 44^\circ)$$

$$m\angle C = 30^\circ$$

2) نوجد الضلع b

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{\sin 106^\circ}{b} = \frac{\sin 44^\circ}{8}$$

$$b = \frac{8\sin 106^\circ}{\sin 44^\circ}$$

$$b \approx 11.1$$

3) نوجد الضلع c

$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$$

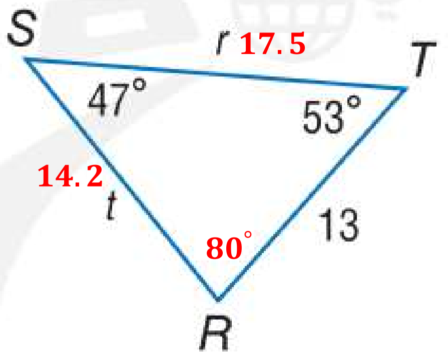
$$\frac{\sin 30^\circ}{c} = \frac{\sin 44^\circ}{8}$$

$$c = \frac{8\sin 30^\circ}{\sin 44^\circ}$$

$$c \approx 5.8$$

حل كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

22.



1) نوجد الزاوية
R

$$m\angle R = 180^\circ - (53^\circ + 47^\circ)$$

$$m\angle R = 80^\circ$$

2) نوجد الضلع
t

$$\frac{\sin T}{t} = \frac{\sin S}{s}$$

$$\frac{\sin 53^\circ}{t} = \frac{\sin 47^\circ}{13}$$

$$t = \frac{13 \sin 53^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$t \approx 14.2$$

3) نوجد الضلع
r

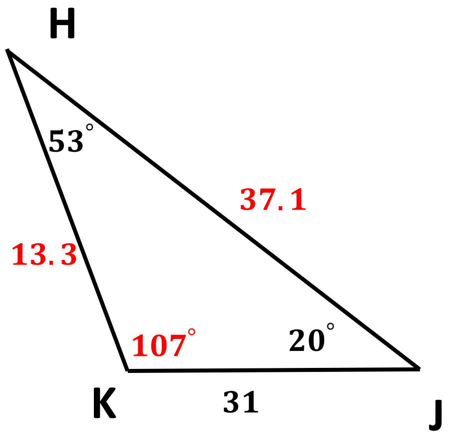
$$\frac{\sin R}{r} = \frac{\sin S}{s}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{r} = \frac{\sin 47^\circ}{13}$$

$$r = \frac{13 \sin 80^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$r \approx 17.5$$

25 جـــد حل $\triangle HJK$ إذا كانت $H = 53°$، و $J = 20°$، و $h = 31$.



1) نوجد الزاوية
K

$$m\angle K = 180° - (53° + 20°)$$

$$m\angle K = 107°$$

2) نوجد الضلع
j

$$\frac{\sin J}{j} = \frac{\sin H}{h}$$

$$\frac{\sin 20°}{j} = \frac{\sin 53°}{31}$$

$$j = \frac{31 \sin 20°}{\sin 53°}$$

$$j \approx 13.3$$

3) نوجد الضلع
k

$$\frac{\sin K}{k} = \frac{\sin H}{h}$$

$$\frac{\sin 107°}{k} = \frac{\sin 53°}{31}$$

$$k = \frac{31 \sin 107°}{\sin 53°}$$

$$k \approx 37.1$$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

$$y = \underbrace{a}_{\text{السعة}} \sin \underbrace{b}_{\text{الفترة}}(\theta - \underbrace{h}_{\text{إزاحة الطور}}) + \underbrace{k}_{\text{الإزاحة الرأسية}}$$

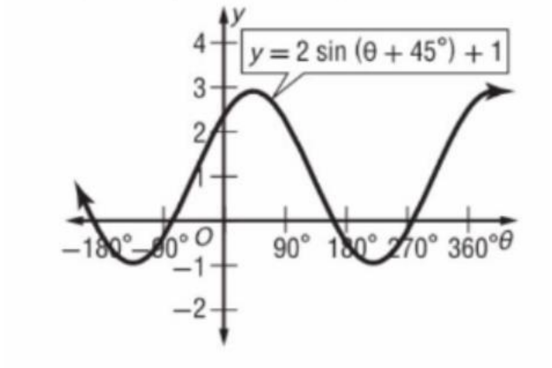
9. $y = 2 \sin(\theta + 45°) + 1$

1) السعة: $|a| = 2$

2) الفترة: $\dfrac{360°}{|b|} = \dfrac{360°}{|1|} = 360°$

3) إزاحة الطور: $h = -45°$

إزاحة رأسية للأعلى بمقدار وحدة واحدة



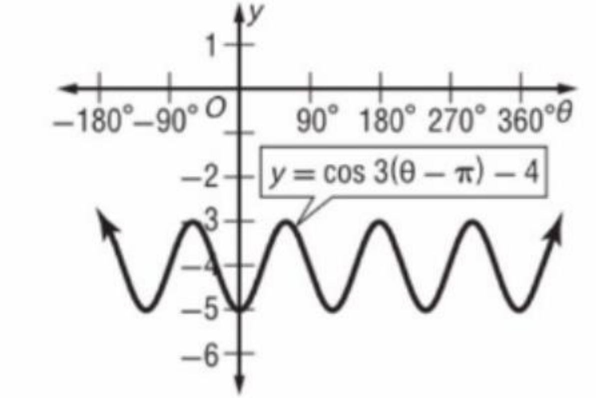
10. $y = \cos 3(\theta - \pi) - 4$

1) السعة: $|a| = 1$

2) الفترة: $\dfrac{360°}{|b|} = \dfrac{360°}{|3|} = 120°$

3) إزاحة الطور: $h = \pi$

إزاحة رأسية للأسفل بمقدار 4 وحدات



$y = a \sin b(\theta - h) + k$

السعة: a — الفترة: b — إزاحة الطور: h — الإزاحة الرأسية: k

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

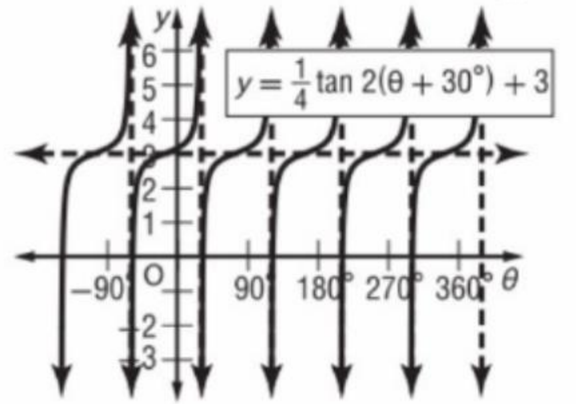
11. $y = \frac{1}{4} \tan 2(\theta + 30°) + 3$

1) السعة: لايوجد

2) الفترة: $\frac{180^\circ}{|b|} = \frac{180^\circ}{|2|} = 90^\circ$

3) إزاحة الطور: $h = -30^\circ$

إزاحة رأسية للأعلى بمقدار 3 وحدات



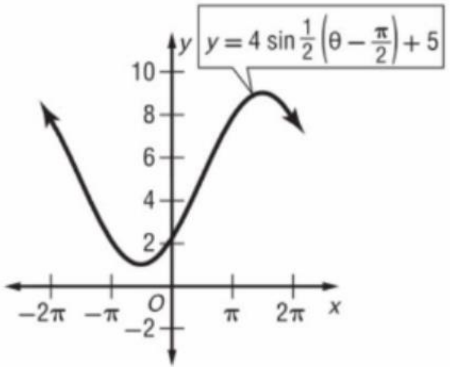
12. $y = 4 \sin \frac{1}{2}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + 5$

1) السعة: $|a| = 4$

2) الفترة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

3) إزاحة الطور: $h = \frac{\pi}{2}$

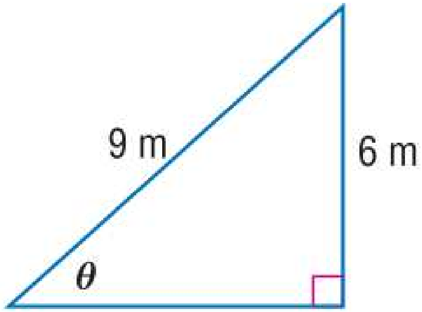
إزاحة رأسية للأسفل بمقدار 5 وحدات



20	حل المعادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.	Example4	P667
	Find values of inverse trigonometric functions.		

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام الدوال المثلثية العكسية

التزلج على المياه **يبلغ ارتفاع منحدر تزلج على المياه 6 m وطوله 9 m كما هو مبين على اليسار. جد الدالة المثلثية العكسية التي يمكن استخدامها لإيجاد θ. الزاوية التي يشكلها المنحدر مع المياه. ثم جد قياس الزاوية. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.**



$\sin\theta = \frac{6}{9}$ دالة sine

$\theta = \text{Sin}^{-1}\frac{6}{9}$ دالة معكوس sine

$\theta \approx 41.8°$ استخدم حاسبة.

إذًا، فإن زاوية المنحدر تساوي حوالي $41.8°$.

التحقق باستخدام حاسبتك، $\sin 41.8 \approx 0.66653 \approx \frac{6}{9}$.
إذًا، الإجابة صحيحة.

بسّط كل تعبير

38. $\dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\sec\theta}{1-\csc^2\theta}$

$\boxed{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta}$

$\boxed{\cot^2\theta+1=\csc^2\theta}$

$\boxed{\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}}$

$$\frac{\cot\theta\sec\theta}{1-(\cot^2\theta+1)}$$

$$=\frac{\cot\theta\sec\theta}{1-\cot^2\theta-1}$$

$$=\frac{\cancel{\cot\theta}\sec\theta}{-\cot^{\cancel{2}}\theta}$$

$$=\frac{\sec\theta}{-\cot\theta}$$

$$=-\tan\theta\sec\theta$$

39. $\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-1}{1+\sin(-\theta)}$

$\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta}$

$\boxed{\sin(-\theta)=-\sin\theta}$

$$\frac{\sin\theta-1}{1+(-\sin\theta)}$$

$$=\frac{\sin\theta-1}{1-\sin\theta}$$

$$=-1$$

40. $$\frac{\sec\theta\sin\theta+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{1+\sec\theta}$$

$\boxed{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta}$

$$\frac{\sec\theta\sin\theta+\sin\theta}{1+\sec\theta}$$

$$=\frac{\sin\theta\,\cancel{(\sec\theta+1)}}{\cancel{1+\sec\theta}}$$

$$=\sin\theta$$

41. $$\frac{\cot\theta\cos\theta}{\tan(-\theta)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$$

$\boxed{\tan(-\theta)=-\tan\theta}$

$\boxed{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta}$

$\boxed{\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}}$

$$\frac{\cot\theta\,\cancel{\cos\theta}}{-\tan\theta\,\cancel{\cos\theta}}$$

$$=\frac{\cot\theta}{-\tan\theta}$$

$$=-\cot\theta\ \cot\theta$$

$$=-\cot^2\theta$$