

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف ورقة عمل المعادلات الوسيطة مع الحل

[موقع المناهج](#) ← [المناهج الإماراتية](#) ← [الصف الثاني عشر العام](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الثاني](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



روابط مواد الصف الثاني عشر العام على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثاني

[كل ما يخص الاختبار التكويني لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر يوم الأحد 9/2/2020](#)

1

[دليل المعلم الجزء الثاني](#)

2

[ملخص حل أنظمة المعادلات باستخدام معكوس المصفوفة وطريقة كرامر، بخط اليد](#)

3

[حل بعض صفحات كتاب النشاط التفاعلي](#)

4

[حل معادلات القطع الناقص، بخط اليد](#)

5

7-8 المعادلات الوسيطة

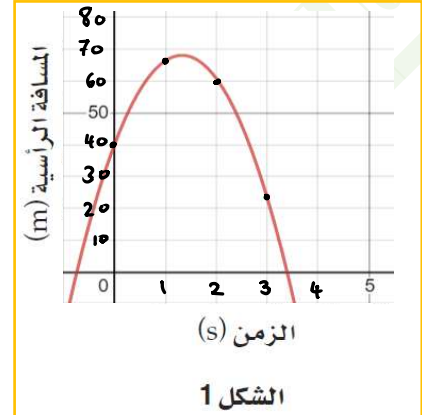
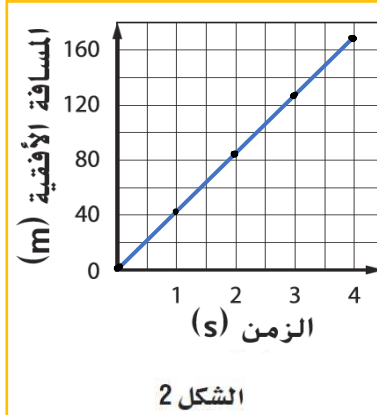
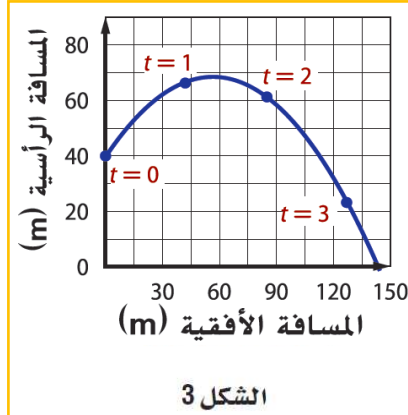
ورقة عمل الثاني عشر العام

2- حل المعادلات المتصلة بحركة المقذوفات.

1- تمثيل المعادلات الوسيطة بيانياً.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

المنحنيات الثلاثة أدناه، يمثل كل منها ناحية مختلفة مما يحدث عندما يُقذف جسم في الهواء. يظهر الشكل 1 المسافة الرأسية كتابع للزمن. ويظهر الشكل 2 المسافة الأفقية كتابع للزمن، بينما يظهر الشكل 3 المسافة الرأسية للجسم كتابع لمسافته الأفقية.



تصف التمثيلات البيانية أعلاه ومعادلاتها جزءاً مما يحدث عند إطلاق قذيفة. ويمكننا استعمال **المعادلات الوسيطة** للتعبير عن موقع الجسم رأسياً وأفقياً. تمثل المعادلات الآتية المنحنى المبين في الشكل 3:

زمن	مسافة أفقية	مسافة رأسية
t	x	y
0	0	40
1	42.4	66.4
2	84.9	60.9
3	127.3	23.3
4	169.7	-46.3

معادلات وسيطة

المركبة الأفقية

$$x = 30\sqrt{2}t$$

المركبة الرأسية

$$y = -16t^2 + 30\sqrt{2}t + 40$$

معادلة ديكرتية

$$y = -\frac{2}{225}x^2 + x + 40$$

يمكن تحديد موقع الجسم عند زمن معين باستعمال المعادلات الوسيطة بحساب المركبتين الأفقية

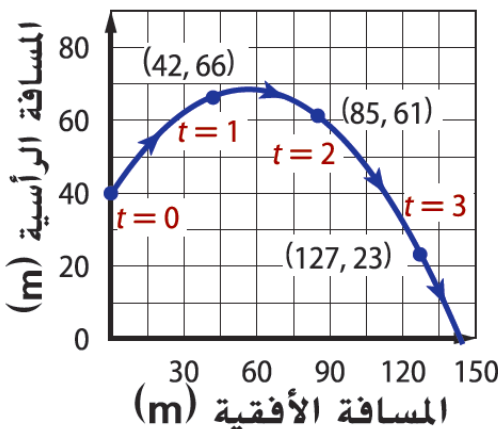
والرأسية للزمن t . ومثال ذلك عندما كان الزمن $t = 0$ فإن موقع الجسم يكون عند

$(0, 40)$. يسمى t المتغير الوسيط.

يوضح الشكل المجاور تمثيل المنحنى على الفترة الزمنية $0 \leq t \leq 4$.

يسمى تمثيل النقاط مع ترتيب زيادة قيم t ورسم مسار المنحنى في اتجاه

معين **اتجاه المنحنى**، ويُشار إليه بأسهم على المنحنى.



المعادلات الوسيطة

مفهوم أساسي

إذا كانت f و g دالتين متصلتين في المتغير t على الفترة I ، فإن مجموعة الأزواج المرتبة $(f(t), g(t))$

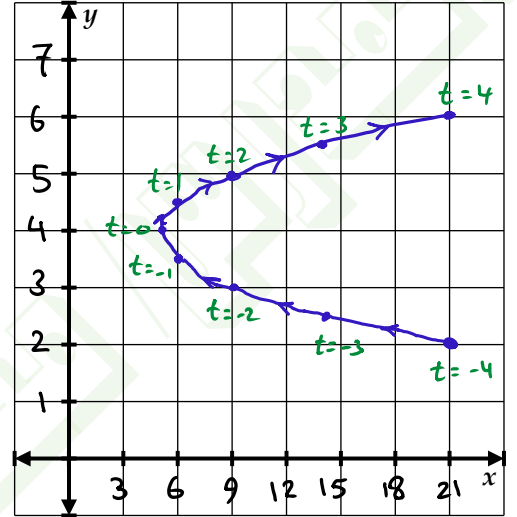
تمثل منحنى وسيطياً. المعادلتان: $x = f(t)$ ، $y = g(t)$

هما معادلتان وسيطيتان لهذا المنحنى، حيث t المتغير الوسيط و I الفترة الوسيطة.

مثل بيانيًا المنحنى المعطى بالمعادلتين الوسيطيتين على الفترة المعطاة في كل مما يأتي:

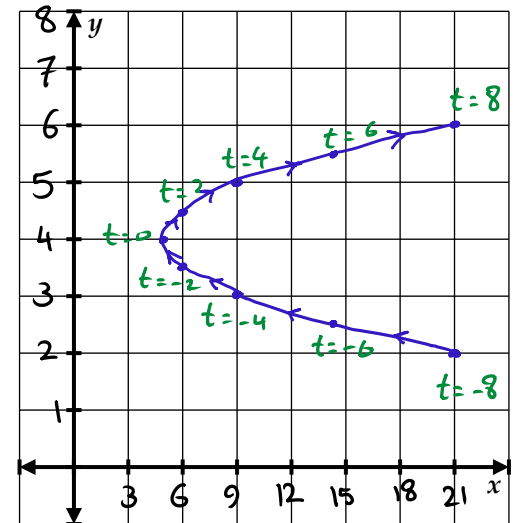
a. $x = t^2 + 5$ و $y = \frac{t}{2} + 4$; $-4 \leq t \leq 4$

t	x	y
-4	21	2
-3	14	2.5
-2	9	3
-1	6	3.5
0	5	4
1	6	4.5
2	9	5
3	14	5.5
4	21	6



b. $x = \frac{t^2}{4} + 5$ و $y = \frac{t}{4} + 4$; $-8 \leq t \leq 8$

t	x	y
-8	21	2
-6	14	2.5
-4	9	3
-2	6	3.5
0	5	4
2	6	4.5
4	9	5
6	14	5.5
8	21	6



كتابة معادلات وسيطية بالصورة الديكارتية

اكتب المعادلتين الوسيطيتين $y = t^2 + 2$, $x = 3t - 1$ بالصورة الديكارتية.

$$t = \frac{x+1}{3} \leftarrow \text{من المعادلة الأولى } x = 3t - 1$$

$$y = \left(\frac{x+1}{3}\right)^2 + 2 \leftarrow \text{نعوض } t \text{ في المعادلة الثانية}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{2x}{9} + \frac{1}{9} + 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{9} + \frac{19}{9}$$

اكتب المعادلتين الوسيطيتين $y = 4t$, $x = t^2 - 5$ بالصورة الديكارتية.

$$t = \frac{y}{4} \leftarrow \text{من المعادلة الثانية } y = 4t$$

$$x = \left(\frac{y}{4}\right)^2 - 5 \leftarrow \text{نعوض } t \text{ في المعادلة الأولى}$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^2}{16} - 5$$

مجال الصورة الديكارتية للمعادلة الوسيطة

في حال عدم تحديد فترة الوسيط الخاص بـ t . نحدد فترة الوسيط على أنها جميع قيم t التي تعطي قيمًا حقيقية لـ x و y .اكتب المعادلتين الوسيطيتين $x = \frac{1}{\sqrt{t}}$, $y = \frac{t+1}{t}$ بالصورة الديكارتية، ثم مثل المنحنى بيانيًا، وحدد المجال.

$$t = \frac{1}{x^2} \leftarrow x^2 = \frac{1}{t} \leftarrow x = \frac{1}{\sqrt{t}}$$

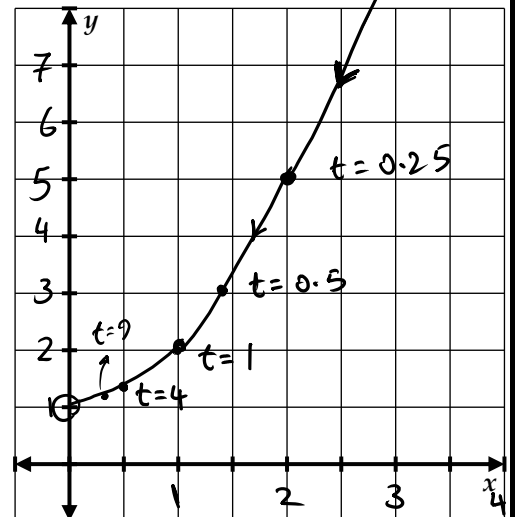
نعوض في المعادلة الثانية

$$y = \frac{\frac{1}{x^2} + 1}{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow y = \frac{1 + x^2}{1} \Rightarrow y = x^2 + 1$$

المنحنى معرف فقط عند $t > 0$ ، وذلك لأنه $x = \frac{1}{\sqrt{t}}$ معرفة فقط عند $t > 0$.

وكما يظهر في الشكل فمجال المعادلة الديكارتية يكون

$$\text{هو } \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$$



t	0.25	0.5	1	4	9
x	2	$\sqrt{2}$	1	0.5	$\frac{1}{3}$
y	5	3	2	1.25	$\frac{10}{9}$

3 في المعادلة $x = \frac{1}{\sqrt{t}}$ مع زيادة t تقلب x من اليسار ولن يساوي الصفر

اكتب بالصورة الديكارتية، ثم مثل المنحنى بيانياً، وحدد المجال. $y = \frac{1}{t}$, $x = \sqrt{t+4}$

$$y = \frac{1}{t} \Rightarrow t = \frac{1}{y}$$

نعوض في $x = \sqrt{t+4}$

$$x = \sqrt{\frac{1}{y} + 4}$$

$$x^2 = \frac{1}{y} + 4 \Rightarrow x^2 - 4 = \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{x^2 - 4}$$

مجال المعادلتين الوسيطين x, y هو $t \geq -4$, $t \neq 0$

مجال $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ هو $x \neq \pm 2$ (مبنيًا)

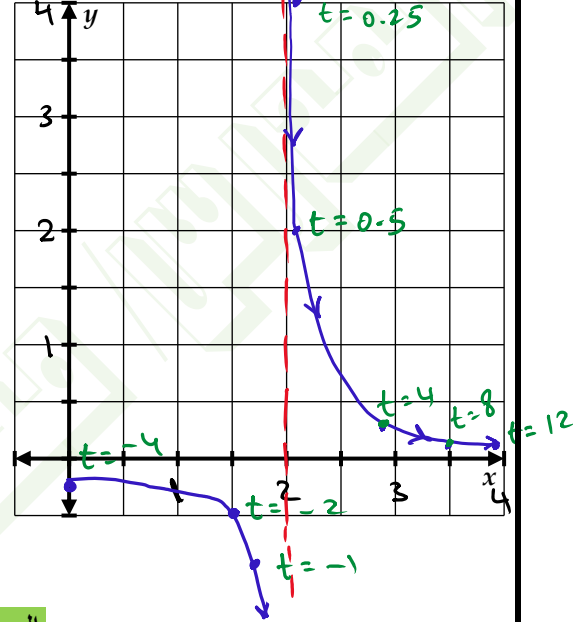
من أجل $x = \sqrt{t+4}$ هو $x \geq 0$

$$x \neq 2, x \geq 0$$

من أجل $x \geq 0$

الصورة الديكارتية عندما يكون المتغير الوسيط زاوية (θ)

t	-4	-2	-1	0.25	0.5	4	8	12
x	0	1.4	1.7	2.06	2.1	2.8	3.5	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	4	2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$



اكتب المعادلتين الوسيطين $y = 4 \sin \theta$, $x = 2 \cos \theta$ بالصورة الديكارتية، ثم مثل المنحنى بيانياً.

$$\textcircled{1} \text{ من } \rightarrow \cos \theta = \frac{x}{2} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{x^2}{4} \text{ --- (I)}$$

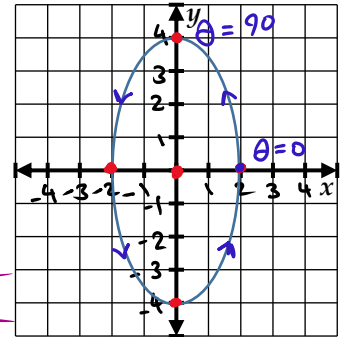
$$\textcircled{2} \text{ من } \rightarrow \sin \theta = \frac{y}{4} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{y^2}{16} \text{ --- (II)}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leftarrow \text{جمع I, II}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \rightarrow \text{قطع ناقص رأسي}$$

مركزه $(0, 0)$ $(a=4, b=2)$

θ	0	90
x	2	0
y	0	4



اكتب المعادلتين الوسيطين $y = 8 \cos \theta$, $x = 3 \sin \theta$ بالصورة الديكارتية، ثم مثل المنحنى بيانياً.

$$\textcircled{1} \text{ من } \rightarrow \sin \theta = \frac{x}{3} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{x^2}{9} \text{ --- I}$$

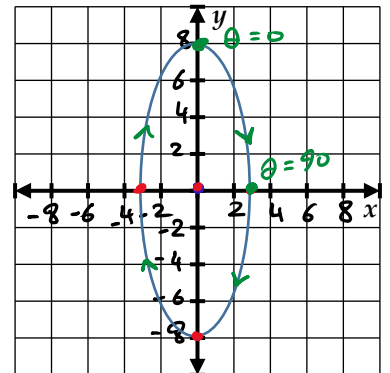
$$\textcircled{2} \text{ من } \rightarrow \cos \theta = \frac{y}{8} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{y^2}{64} \text{ --- II}$$

$$\text{I} + \text{II} \Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64}$$

قطع ناقص رأسي، مركزه $(0, 0)$ $(a=8, b=3)$

θ	0	90
x	0	3
y	8	0



كتابة معادلة ديكارتية في الصورة الوسيطة

استخدم المتغير الوسيط في كل مما يأتي لكتابة معادلتين وسيطيتين تمثلان المعادلة الديكارتية $y = x^2 - 4$.
ثم مثل المنحنى بيانياً موضحاً السرعة والاتجاه:

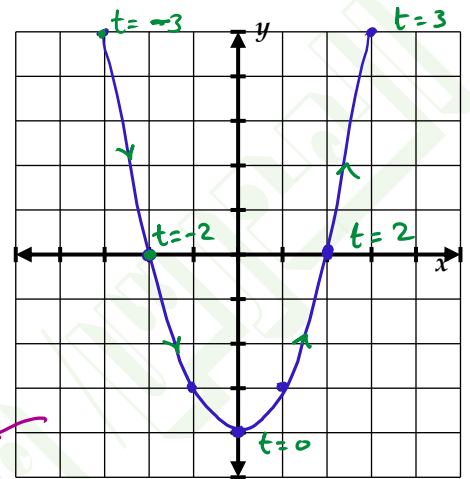
a. $t = x$ نعوض x في المعادلة y

$$\Rightarrow y = (t)^2 - 4 \Rightarrow y = t^2 - 4$$

أرأى المعادلتين الوسيطيتين هما $x = t$ ① , $y = t^2 - 4$ ②

t	-3	-2	0	2	3
x	-3	-2	0	2	3
y	5	0	-4	0	5

السرعة 6 ←
من $x = -3 \leftarrow x = 3$

b. $t = 4x + 1$

$$\hookrightarrow x = \frac{t-1}{4}$$

$$y = \left(\frac{t-1}{4}\right)^2 - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{16}(t^2 - 2t + 1) - 4$$

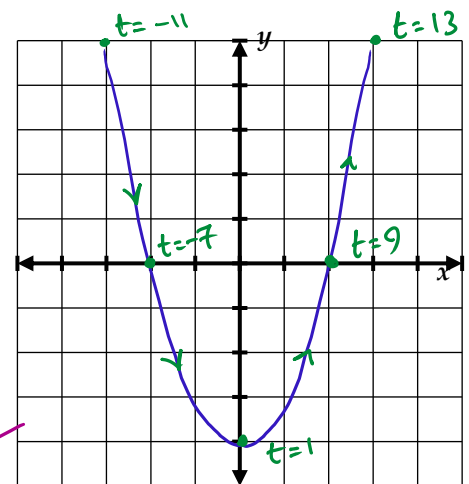
$$y = \frac{1}{16}t^2 - \frac{1}{8}t - \frac{63}{16}$$

المعادلتين الوسيطيتين هما $x = \frac{t-1}{4}$ ① , $y = \frac{t^2}{16} - \frac{t}{8} - \frac{63}{16}$ ②

t	-11	-7	1	9	13
x	-3	-2	0	2	3
y	5	0	-4	0	5

السرعة 24 ←

من $x = -3 \leftarrow x = 3$

c. $t = 1 - \frac{x}{4}$

$$\hookrightarrow \frac{x}{4} = 1 - t \Rightarrow x = 4 - 4t$$
 ①

$$y = x^2 - 4$$
 نعوض x في

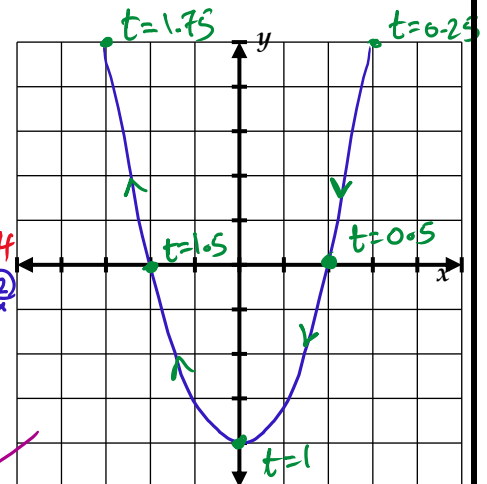
$$\Rightarrow y = (4 - 4t)^2 - 4 \Rightarrow y = 16 - 32t + 16t^2 - 4$$

$$\Rightarrow y = 16t^2 - 32t + 12$$
 ②

t	1.75	1.5	1	0.5	0.25
x	-3	-2	0	2	3
y	5	0	-4	0	5

السرعة 1.5 ←

من $x = -3 \leftarrow x = 3$

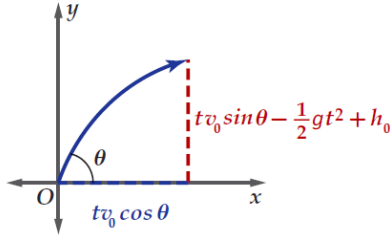


إرشادات للدراسة

ثابت الجاذبية الأرضية يكون التسارع عند سطح الأرض بسبب جاذبيتها مساوياً 9.8 m/s^2 أو 32 ft/s^2 . عند حل المسائل، تأكد من أنك تستعمل القيمة الصحيحة للجاذبية، بناءً على وحدات السرعة والمسافة المعطاة.

حركة المقذوفات

مفهوم أساسي



إذا قذف جسم بسرعة متجهة ابتدائية v_0 بحيث يصنع زاوية غير قائمة θ مع الأفق، فإن:

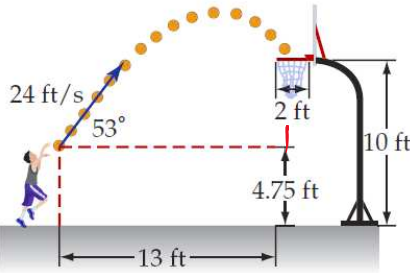
$$x = v_0 \cos \theta \quad \text{المسافة الأفقية:}$$

$$y = v_0 \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 + h_0 \quad \text{المسافة الرأسية:}$$

حيث g ثابت الجاذبية الأرضية، t الزمن، h_0 الارتفاع الابتدائي.

حركة المقذوفات

كرة سلة: تتدرب خديجة على الرميات الحرة في كرة السلة، فقذفت الكرة بسرعة ابتدائية مقدارها 24 ft/s ، وبزاوية تميل 53° على الأفق. وكانت المسافة الأفقية بين يدها والحافة الأمامية لحلقة السلة هي 13 ft ، وارتفاع حلقة السلة عن الأرض 10 ft ، وقطر الحلقة 2 ft . إذا كان ارتفاع يدها عن الأرض 4.75 ft ، فهل ستحرز خديجة نقاطاً من هذه الرمية؟



أولاً: نحسب الوقت الذي يصل فيه الكرة إلى ارتفاع السلة 10 ft ← $y = 10$

$$\Rightarrow \text{نوضي في } y \Rightarrow 10 = t v_0 \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 + h_0$$

$$\Rightarrow 10 = t (24) \sin 53 - \frac{1}{2} (32) t^2 + 4.75$$

$$\Rightarrow -16 t^2 + 19.167 t - 5.25 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{-19.167 \pm \sqrt{19.167^2 - 4(-16)(-5.25)}}{2(-16)}$$

$$\Rightarrow t_1 = 0.42 \text{ s} \quad \leftarrow \quad t_2 = 0.774 \text{ s}$$

زمن وصول لارتفاع 10 ft في اتجاه النزول، زمن الوصول لارتفاع 10 ft في اتجاه الارتفاع

ثانياً: نحسب المسافة الأفقية عند $t = 0.774$ بالتعويض في x

$$\Rightarrow x = t v_0 \cos \theta \Rightarrow x = 0.774 (24) \cos 53 = 11.179 \text{ ft}$$

هذه المسافة قبل السلة لأنها تكون 13 ft (بعد السلة الأمامي)

وبالتالي لن تضر الكرة في السلة ولن تحرز خديجة نقطة من هذه الرمية.

التحقق يمكنك التأكد من حسابك عبر التمثيل البياني للمعادلات الوسيطة وتحديد مسار الكرة بالنسبة للسلة.

t	x	y	t	x	y
0	0	4.75	0.5	7.22	10.33
0.1	1.44	6.51	0.6	8.67	10.49
0.2	2.89	7.94	0.7	10.11	10.32
0.3	4.33	9.06	0.8	11.55	9.84
0.4	5.78	9.86	0.9	13.00	9.04

