تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل الدرس الرابع المعادلات الأسية واللوغاريتمية مع الحل
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر العام ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام			
روابط مواد الصف الثاني عشر العام على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	مراجعة عامة قبل امتحان نهاية الفصل الأول من
2	التوزيع الزمني للفصل الاول
3	الدوال من منظور التفاضل والتكامل
4	اسئلة اختيار متعدد
5	امسات رياضيات

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
0502509447

https://t.me/mathbook12GEN
قناة شرح فيديو رياضيات 12 عام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

ورقة عمل الثاني عشر العام | 3-4 المعادلات الأسية واللوغاريتمية | الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- تطبيق خاصية " واحد لواحد " للدوال الأسية لحل المعادلات.

2- تطبيق خاصية " واحد لواحد " للدوال اللوغاريتمية لحل المعادلات.

حل المعادلات الأسيّة باستخدام خاصية واحد لواحد

Solve each equation.

حُل كل من المعادلات التالية.

1) $36^{x+1} = 6^{x+6}$

$(6^2)^{x+1} = 6^{x+6}$

$6^{2(x+1)} = 6^{x+6}$

$2x + 2 = x + 6$

$x = 4$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3x}{4}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^{\frac{3x}{4}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{3x}{4}}$

$x - 5 = -\frac{3}{2}x$

$x + \frac{3}{2}x = 5$

$x = 2$

3) $16^{x+3} = 4^{4x+7}$

$(4^2)^{x+3} = 4^{4x+7}$

$(4)^{2(x+3)} = 4^{4x+7}$

$2x + 6 = 4x + 7$

$6 - 7 = 2x$

$\frac{-1}{2} = x$

4) $\left(\frac{1}{2}\right)^c = 64^{\frac{1}{2}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^c = \left(2^6\right)^{\frac{1}{2}}$

$2^{-c} = 2^{6\left(\frac{1}{2}\right)}$

$-c = 6\left(\frac{1}{2}\right)$

$-c = 3$

$c = -3$

حل المعادلات اللوغاريتمية باستخدام خاصية واحد لواحد

حُل كل من المعادلات اللوغاريتمية التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

Solve each logarithmic equation. Round to the nearest hundredth.

1) $\ln x = 6$

$x = e^6$

$x \approx 403.43$

2) $6 + 2\log 5x = 18$

$\log 5x = \frac{18-6}{2}$

$\log 5x = 6$

$5x = 10^6$

$x = \frac{10^6}{5}$

$x = 200{,}000$

3) $\log_8 x^3 = 12$

$x^3 = 8^{12}$

$x = \sqrt[3]{8^{12}}$

$x = 8^4$

$x = 4096$

4) $\log_3 (x^2 - 1) = 4$

$x^2 - 1 = 3^4$

$x^2 - 1 = 81$

$x^2 = 82$

$x = \pm\sqrt{82}$

$x = \pm 9.06$

5) $-3\ln x = -24$

$\ln x = \frac{-24}{-3}$

$\ln x = 8$

$x = e^8$

$x \approx 2981$

6) $4 - 3\log(5x) = 16$

$\log 5x = \frac{16-4}{-3}$

$\log 5x = -4$

$5x = 10^{-4}$

$x = \frac{10^{-4}}{5}$

$x = 0.00002$

حل المعادلات اللوغاريتمية باستخدام خاصية واحد لواحد

Solve each equation.

حُل كل من المعادلات التالية.

$\log_4 x = \log_4 3 + \log_4 (x-2)$

$\log_4 x = \log_4 3(x-2)$

$x = 3(x-2)$

$x = 3x - 6$

$6 = 3x - x$

$6 = 2x$

$3 = x$

$\log_3 (x^2+3) = \log_3 52$

$x^2 + 3 = 52$

$x^2 = 52 - 3$

$x^2 = 49$

$x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$

$\log_{12} (x+3) = \log_{12} x + \log_{12} 4$

$\log_{12} (x+3) = \log_{12} x(4)$

$x + 3 = 4x$

$3 = 4x - x$

$3 = 3x$

$x = 1$

$\log_6 2x = \log_6 (x^2 - x + 2)$

$2x = x^2 - x + 2$

$x^2 - x - 2x + 2 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-1)(x-2) = 0$

$x = 1$

$x = 2$

حل المعادلات الأسيّة

Solve each equation. Round to the nearest hundredth.

حُل كل من المعادلات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة.

$4^x = 13$

$x = \log_4 13$

$x = 1.85$

$e^{4-3x} = 6$

$4 - 3x = \log_e 6$

$4 - 3x = \ln 6$

$x = \frac{\ln 6 - 4}{-3}$

$x = 0.74$

$e^{2+5w} = 12$

$2 + 5w = \ln 12$

$w = \frac{\ln 12 - 2}{5}$

$w = 0.10$

$8^y = 0.165$

$y = \log_8 0.165$

$y = -0.87$

$1.43^a + 3.1 = 8.48$

$1.43^a = 8.48 - 3.1$

$a = \log_{1.43} (8.48 - 3.1)$

$a = 4.70$

حل بصورة لوغاريتمية

Solve each equation. Round to the nearest hundredth. حُـلّ كل من المعادلات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة.

$4^{3x-1} = 3^{2-x}$ نأخذ log للطرفين

$\log 4^{3x-1} = \log 3^{2-x}$

$(3x-1)\log 4 = (2-x)\log 3$

$3x\log 4 - \log 4 = 2\log 3 - x\log 3$

$3x\log 4 + x\log 3 = 2\log 3 + \log 4$

$x(3\log 4 + \log 3) = 2\log 3 + \log 4$

$x = \dfrac{2\log 3 + \log 4}{3\log 4 + \log 3} = 0.68$

$6^{2x+4} = 5^{-x+1}$ نأخذ ln

$\ln 6^{2x+4} = \ln 5^{-x+1}$

$(2x+4)\ln 6 = (-x+1)\ln 5$

$2x\ln 6 + 4\ln 6 = -x\ln 5 + \ln 5$

$2x\ln 6 + x\ln 5 = \ln 5 - 4\ln 6$

$x(2\ln 6 + \ln 5) = \ln 5 - 4\ln 6$

$x = \dfrac{\ln 5 - 4\ln 6}{2\ln 6 + \ln 5} = -1.07$

$4^{3x+2} = 6^{2x-1}$

$\ln 4^{3x+2} = \ln 6^{2x-1}$

$(3x+2)\ln 4 = (2x-1)\ln 6$

$3x\ln 4 + 2\ln 4 = 2x\ln 6 - \ln 6$

$3x\ln 4 - 2x\ln 6 = -\ln 6 - 2\ln 4$

$x(3\ln 4 - 2\ln 6) = -\ln 6 - 2\ln 4$

$x = \dfrac{-\ln 6 - 2\ln 4}{3\ln 4 - 2\ln 6} = -7.93$

حل المعادلات الأسية بالشكل التربيعي

Solve each equation. حُـلّ كل من المعادلات التالية.

$e^{2x} + 6e^x - 16 = 0$

$(e^x)^2 + 6(e^x) - 16 = 0$

$(e^x - 2)(e^x + 8) = 0$

$e^x = 2$ | $e^x = -8$

$x = \ln 2$ | $x = \ln(-8)$ مرفوض

$x = 0.69$

$e^{2x} + 2e^x = 8$

$e^{2x} + 2e^x - 8 = 0$

$(e^x - 2)(e^x + 4) = 0$

$e^x = 2$ | $e^x = -4$

$x = \ln 2$ | $x = \ln(-4)$ مرفوض

$= 0.69$

$4e^{4x} + 8e^{2x} = 5$

$4e^{4x} + 8e^{2x} - 5 = 0$

$(2e^{2x} - 1)(2e^{2x} + 5) = 0$

$e^{2x} = \frac{1}{2}$ | $e^{2x} = \frac{-5}{2}$

$2x = \ln(\frac{1}{2})$ | $2x = \ln(\frac{-5}{2})$ مرفوض

$x = \dfrac{\ln(\frac{1}{2})}{2}$

$x = -0.35$

حل المعادلات اللوغاريتمية

Solve each equation. حُـلّ كل من المعادلات التالية.

$\ln(x+2) + \ln(3x-2) = 2\ln 2x$

$\ln(x+2)(3x-2) = \ln(2x)^2$

$(x+2)(3x-2) = (2x)^2$

$3x^2 + 4x - 4 = 4x^2$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)(x-2) = 0$

$x = 2$ ✓

$\ln(7x+3) - \ln(x+1) = \ln(2x)$

$\ln \dfrac{7x+3}{x+1} = \ln 2x$

$\dfrac{7x+3}{x+1} = 2x$

$7x + 3 = 2x(x+1)$

$7x + 3 = 2x^2 + 2x$

$2x^2 + 2x - 7x - 3 = 0$

$2x^2 - 5x - 3 = 0$

$(2x+1)(x-3) = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ مرفوض حل دخيل | $x = 3$ ✓

$\ln(2x+1) + \ln(2x-3) = 2\ln(2x-2)$

$\ln[(2x+1)(2x-3)] = \ln(2x-2)^2$

$4x^2 - 4x - 3 = 4x^2 - 8x + 4$

$8x - 4x = 4 + 3$

$4x = 7$

$x = \dfrac{7}{4}$ ✓

التحقق من أن الحلول ليست دخيلة

Solve each equation. حُـلّ كل من المعادلات التالية.

$\log_{12} 12x + \log_{12} (x-1) = 2$

$\log_{12} 12x(x-1) = 2$

$12x(x-1) = 12^2$

$12x^2 - 12x = 144$

$12x^2 - 12x - 144 = 0 \quad (\div 12)$

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x+3)(x-4) = 0$

$x = -3$ مرفوض ، $x = 4$ ✓ حل دخيل

$\ln(6y+2) - \ln(y+1) = \ln(2y-1)$

$\ln \frac{6y+2}{y+1} = \ln(2y-1)$

$\frac{6y+2}{y+1} = 2y-1$

$6y+2 = (2y-1)(y+1)$

$6y+2 = 2y^2 + y - 1$

$2y^2 + y - 1 - 6y - 2 = 0$

$2y^2 - 5y - 3 = 0$

$(2y+1)(y-3) = 0$

$y = -\frac{1}{2}$ مرفوض حل دخيل ، $y = 3$ ✓

$\log(x-12) = 2 + \log(x-2)$

$\log(x-12) - \log(x-2) = 2$

$\log \frac{x-12}{x-2} = 2$

$\frac{x-12}{x-2} = 10^2$

$\frac{x-12}{x-2} = 100$

$x - 12 = 100x - 200$

$100x - x = -12 + 200$

$99x = 188$

$x = \frac{188}{99} = 1.9$ حل دخيل ×

الحل = ∅

نموذج النمو الأسي

الإنترنت يوضح الجدول عدد الزيارات لموقع إنترنت جديد بنهاية يناير ونهاية أبريل من العام ذاته.

الإقبال على موقع الانترنت	
الشهر	عدد الزيارات
يناير	125
أبريل	2000

a. إذا علمت أن عدد الزيارات يتزايد بمعدل أسي. فحدد معدل النمو المستمر. ثم اكتب معادلة أسيّة لتمثيل هذه الحالة.

b. استخدم نموذجك لتوقع عدد الأشهر التي يستغرقها موقع الانترنت للوصول إلى 2 مليون زيارة.

(a) $N = N_0 e^{kt}$

$2000 = 125\, e^{k(3)}$

$\frac{2000}{125} = e^{k(3)}$

$3k = \ln \frac{2000}{125}$

$k = \frac{\ln \frac{2000}{125}}{3}$

$= 0.924$

$\approx 92.4\%$

$\Rightarrow N = 125\, e^{0.924t}$

(b)

$2'000'000 = 125\, e^{0.924t}$

$\frac{2'000'000}{125} = e^{0.924t}$

$\ln \frac{2'000'000}{125} = 0.924t$

$\Rightarrow t = \frac{\ln \frac{2'000'000}{125}}{0.924}$

$= 10.48$ شهر