

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل دوال القوة والدوال الجذرية مع الحل

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



روابط مواد الصف الثاني عشر العام على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول

<a href="#">مراجعة عامة قبل امتحان نهاية الفصل الأول من</a>	1
<a href="#">التوزيع الزمني للفصل الاول</a>	2
<a href="#">الدوال من منظور التفاضل والتكامل</a>	3
<a href="#">اسئلة اختبار متعدد</a>	4
<a href="#">امسات رياضيات</a>	5

## ورقة عمل الثاني عشر العام

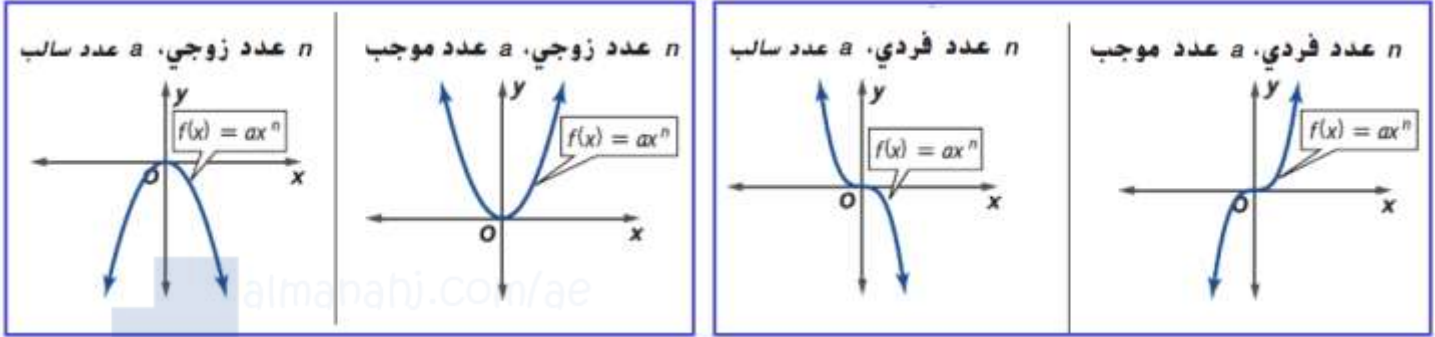
## 2-1 دوال القوة والدوال الجذرية

الاسم: \_\_\_\_\_

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- تمثيل دوال القوة بيانياً وتحليلها.

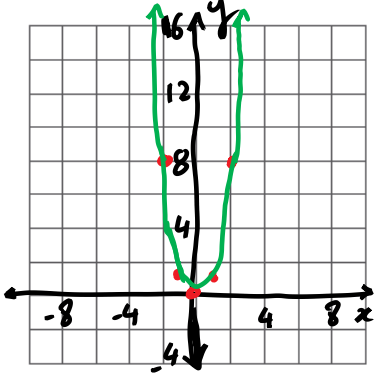
2- تمثيل الدوال الجذرية بيانياً وتحليلها وحل المعادلات الجذرية.

دالة القوة هي دالة تأخذ الصورة  $f(x) = ax^n$ ، حيث  $a$  و  $n$  عدنان حقيقيان ثابتان غير الصفر.

## تحليل الدوال أحادية الحد

مثل كل دالة بيانياً وحللها. وضح المجال والهمدي والتناظرات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

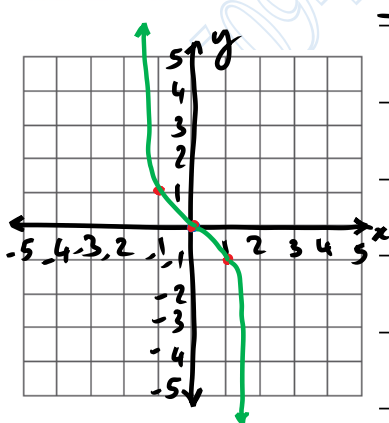
$$f(x) = \frac{1}{2}x^4$$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	40.5	8	0.5	0	0.5	8	40.5

النقطة (0,0) ←  
المجال ←  $x \in (-\infty, \infty)$  / المدى ←  $y \in [0, \infty)$   
الدالة متناظرة حول محور y ولذلك فإن الدالة زوجية.  
السلوك الطرفي:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  (  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$   
الارتقاء / متصلة على  $(-\infty, \infty)$   
متناقصة في  $(-\infty, 0)$  متزايدة في  $x \in (0, \infty)$

$$f(x) = -x^7$$

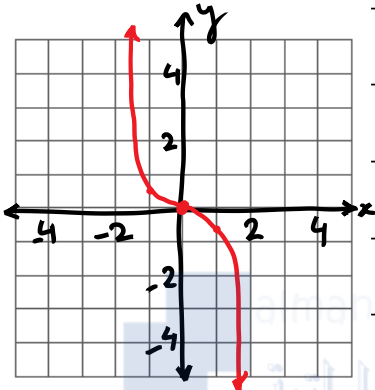


x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2187	128	1	0	-1	-128	-2187

من خلال كبريت جدول  
المجال ←  $(-\infty, \infty)$  / المدى ←  $(-\infty, \infty)$   
الدالة متناظرة في نقطة الأصل (0,0) ولذلك فهي فردية.  
السلوك الطرفي:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  (  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$   
الارتقاء / الدالة متصلة على  $(-\infty, \infty)$   
الدالة متناقصة على مجالها  $(-\infty, \infty)$

مثل كل دالة بيانيًا وحللها. وضح المجال وال المدى والتناظرات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^5$$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	162	21.3	0.6	0	-0.6	-21.3	-162

1 \* تكون جدول

2 \* المجال  $(-\infty, \infty)$  / المدى  $(-\infty, \infty)$

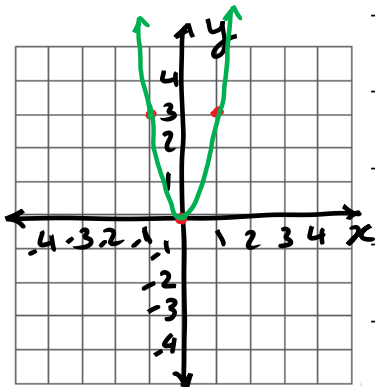
3 \* التناظر - تناظر حول نقطة الأصل  $(0, 0)$  ولذلك فالدالة فردية.

4 \* السلوك الطرفي /  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  /  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

5 \* الاتصال / متصلة على  $(-\infty, \infty)$

6 \* متناقصة على مجالها  $(-\infty, \infty)$

$$f(x) = 3x^6$$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2187	192	3	0	3	192	2187

1 \* تكون جدول

2 \* المجال  $(-\infty, \infty)$  / المدى  $(0, \infty)$

3 \* تناظر حول محور y ولذلك فالدالة زوجية

4 \* السلوك الطرفي /  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  /  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

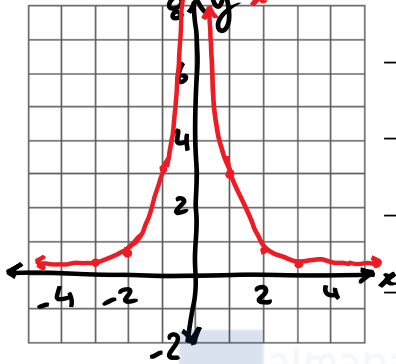
5 \* متصلة على  $(-\infty, \infty)$

6 \* متناقصة / متزايدة  $(-\infty, 0)$  /  $(0, \infty)$

الدوال ذات الأسس السالبة

مثّل كل دالة بيانيًا وحلّلها. وضح المجال والمدي والتناظرات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$f(x) = 3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$

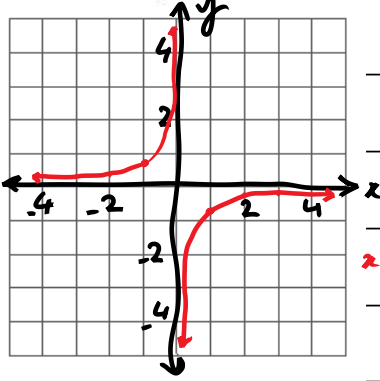


x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0.33	0.75	3	∞	3	0.75	0.33

المجال:  $\{x \cdot x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$  المدي:  $(0, \infty)$

- 1 \* تكون جدول
- 2 \* المجال  $\{x \cdot x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$
- 3 \* الدالة متناظرة في محور y ولذلك فالدالة زوجية.
- 4 \* الحدك الطرفي /  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  |  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- 5 \* انفصال لا نهائي عند  $x = 0$
- 6 \* متزايدة في  $(-\infty, 0)$  / متناقصة في  $(0, \infty)$

$f(x) = -\frac{3}{4}x^{-5} = -\frac{3}{4} \left(\frac{1}{x^5}\right)$

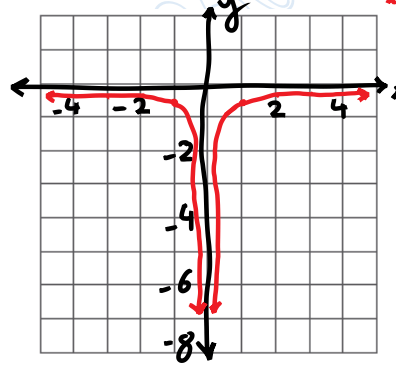


x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$3 \times 10^{-3}$	0.023	0.75	∞	-0.75	-0.023	$-3 \times 10^{-3}$

المجال = المدي =  $(-\infty, \infty) - \{0\}$

- 1 \* تكون جدول
- 2 \* المجال = المدي =  $(-\infty, \infty) - \{0\}$
- 3 \* الدالة متناظرة في نقطة الأصل (0,0) ولذلك فهي فردية.
- 4 \* الحدك الطرفي ..  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  |  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- 5 \* انفصال لا نهائي عند  $x = 0$
- 6 \* متزايدة في  $(-\infty, 0)$  / متناقصة في  $(0, \infty)$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^{-4} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^4}\right)$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-6 \times 10^{-3}$	-0.031	-0.5	∞	-0.5	-0.031	$-6 \times 10^{-3}$

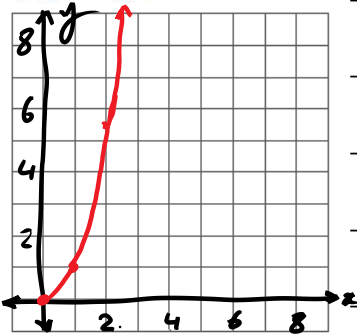
المجال  $\leftarrow (0, \infty) \cup (-\infty, 0)$  / المدي  $\leftarrow (-\infty, 0)$

- 1 \* تكون جدول
- 2 \* المجال  $\leftarrow (0, \infty) \cup (-\infty, 0)$  / المدي  $\leftarrow (-\infty, 0)$
- 3 \* متناظرة في محور y ولذلك فالدالة زوجية.
- 4 \* الحدك الطرفي ..  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  |  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- 5 \* انفصال لا نهائي عند  $x = 0$
- 6 \* متناقصة في  $(-\infty, 0)$  / متزايدة في  $(0, \infty)$

الأسس النسبية

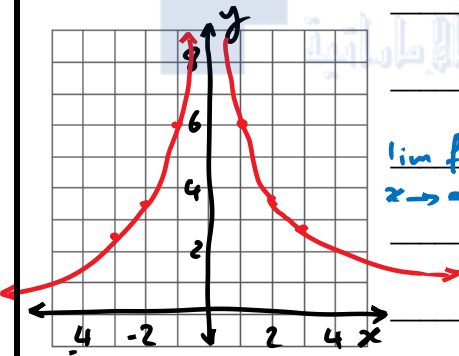
مثّل كل دالة بيانيًا وحلّلها. وضح المجال والمدى ونقاط التقاطع والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$f(x) = x^{\frac{5}{2}}$



- 1) نذكر الأسس النسبي مقامه زوجي نقتصر على القيم الغير السالبة.
  - 2) المجال:  $(0, \infty)$
  - 3) تقاطع محور  $x$  ومحور  $y$  في النقطة  $(0,0)$
  - 4) بداية المنحنى  $(0,0)$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
  - 5) متصلة على مجالها  $[0, \infty)$
  - 6) متزايدة في  $(0, \infty)$
- |     |   |   |      |       |    |      |       |
|-----|---|---|------|-------|----|------|-------|
| $x$ | 0 | 1 | 2    | 3     | 4  | 5    | 6     |
| $y$ | 0 | 1 | 5.66 | 15.59 | 32 | 55.9 | 88.18 |

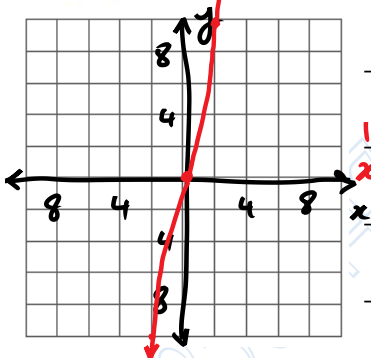
$f(x) = 6x^{-\frac{2}{3}}$



- 1) 

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	2.78	3.78	6	∞	6	3.78	2.78
- 2) المجال  $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$  ، المحور  $(0, \infty)$
- 3) لا يتقاطع أيًا من محوري  $x$  و  $y$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  /  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- 5) انفصال لا نهائي عند  $x = 0$
- 6) متزايدة في  $(-\infty, 0)$  / متناقصة في  $(0, \infty)$

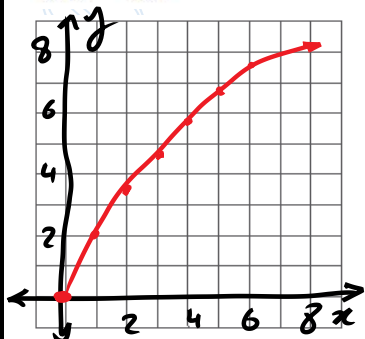
$f(x) = 10x^{\frac{5}{3}}$



- 1) تكون جدول 

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-62.4	-31.74	-10	0	10	31.74	62.4
- 2) المجال  $(-\infty, \infty)$  ، المحور  $(-\infty, \infty)$
- 3) نقطة تقاطع محوري  $x$  و  $y$  هي  $(0,0)$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  /  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
- 5) متصلة على  $(-\infty, \infty)$
- 6) متزايدة على  $(-\infty, \infty)$

$f(x) = 2x^{\frac{3}{4}}$



- 1) نذكر الأسس النسبي مقامه زوجي نقتصر على القيم الغير السالبة.
  - 2) المجال:  $(0, \infty)$
  - 3) تقاطع محور  $x$  و  $y$  هي  $(0,0)$
  - 4) بداية  $(0,0)$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
  - 5) متصلة على  $[0, \infty)$
  - 6) متزايدة  $(0, \infty)$
- |     |   |   |      |      |      |      |       |
|-----|---|---|------|------|------|------|-------|
| $x$ | 0 | 1 | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     |
| $y$ | 0 | 2 | 3.36 | 4.56 | 5.65 | 6.68 | 7.667 |

## انحدار القوة

علم الأحياء تمثل البيانات التالية معدل الأيض أثناء الراحة  $R$  بالكيلو كالوري في اليوم الواحد للكتلة  $m$  بالكيلوجرامات للعديد من الحيوانات.

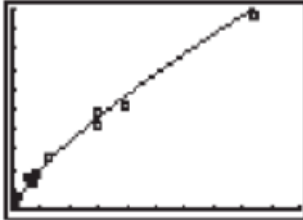
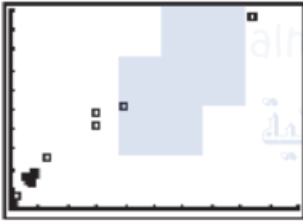
$m$	0.3	0.4	0.7	0.8	0.85	2.4	2.6	5.5	6.4	6
$R$	28	35	54	66	46	135	143	331	293	292
$m$	7	7.9	8.41	8.5	13	29.3	29.8	39.5	83.6	
$R$	265	327	346	363	520	956	839	1,036	1,948	

اضغط هنا لشرح  
هذه المسألة بالفيديو

a. صمم مخطط انتشار للبيانات.

b. اكتب دالة كثيرة الحدود لتمثيل مجموعة البيانات. قَرِّب كل معامل إلى أقرب ألف واذكر معامل الارتباط.

c. استخدم المعادلة للتنبؤ بمعدل الأيض في وقت الراحة لحيوان يبلغ وزنه 60 كيلوجرامًا.



(a) ندخل البيانات بالآلة الى سبة ثم نرسم مخطط الانتشار بالآلة.

(b) مخطط الانتشار الدالة سببه دالة الجذر بمعنى اننا دالة قوة

نستخدم انحدار القوة بالآلة الى سبة لنحصل على

$$y = 69.582(x)^{0.759} \quad (a = 69.582) \quad (b = 0.759)$$

$$y = 69.582(60)^{0.759} = \boxed{1556} \text{ كيلوجرام في الساعة}$$

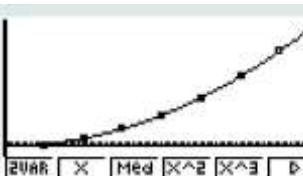
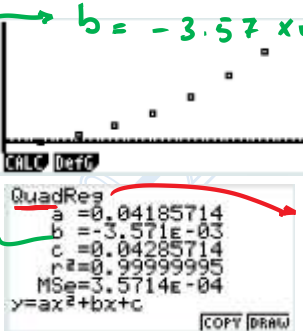
السيارات يوضح الجدول مسافة الكبح مقدرة بالأقدام. في عدة سرعات تقدر بالميل في الساعة. لسيارة محددة تسير على طريق يابس ممهد جيدًا.

السرعة	70	60	50	40	30	20	10
المسافة	204.9	150.5	104.5	66.9	37.6	16.7	4.2

A. صمم مخطط انتشار للبيانات.

B. حدد دالة أسية لتمثيل للبيانات.

C. تنبأ بمسافة الكبح لسيارة تسير بسرعة قدرها 80 كيلومترًا في الساعة.



(A) ندخل بيانات الجدول في الحاسبة ثم نرسم مخطط انتشار

(B) نلاحظ اننا المخطط يأخذ شكل معين الدالة التربيعية. عند نموذج انحدار تربيعي

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = 0.042x^2 - 0.004x + 0.043$$

$$y = 0.042(80)^2 - 0.004(80) + 0.043$$

$$= \boxed{268.523} \text{ mi}$$

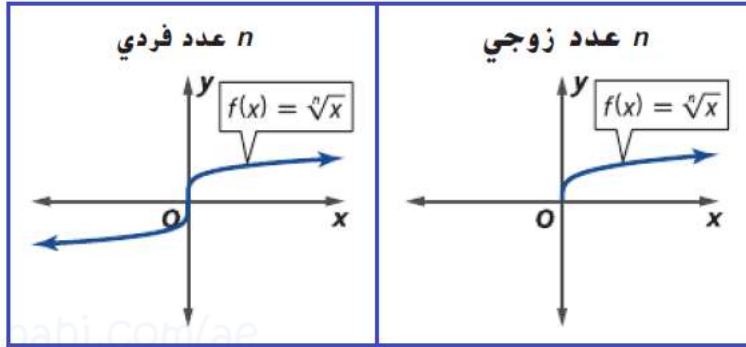


**الدوال الجذرية** هي دالة يمكن كتابتها بالصيغة  $f(x) = \sqrt[n]{x^p}$ . حيث  $n$  و  $p$  عدنان صحيحان موجبان أكبر من العدد 1 وليس لهما أي عوامل مشتركة.

$$f(x) = 3\sqrt{5x^3}$$

$$f(x) = -5\sqrt[3]{4x + 3x^2 - 1}$$

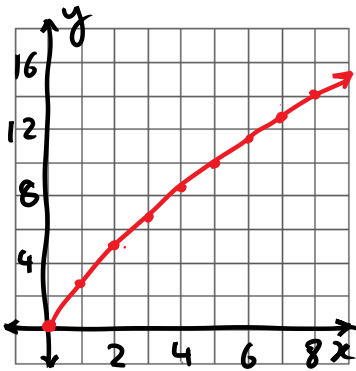
$$f(x) = \sqrt[4]{x + 12} + \frac{1}{2}x - 7$$
 أمثلة للدوال الجذرية:



### التمثيل البياني للدوال الجذرية

مثّل كل دالة بيانيًا وحلّها. وضح المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$$f(x) = 2\sqrt[4]{5x^3}$$



x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	2.9	5	6.8	8.5	10	11.4	12.9	14.2

① المجال:  $(-\infty, \infty)$  المدى:  $(-\infty, \infty)$

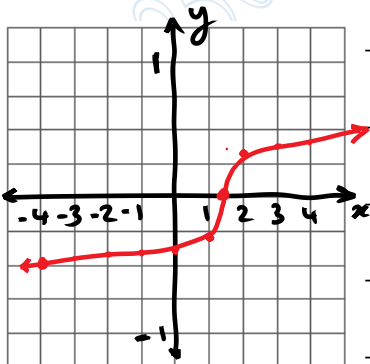
② تقاطع x صفره تقاطع y عند  $(0,0)$

③ يبدأ المحقق من  $(0,0)$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

④ متصلة على مجالها  $(-\infty, \infty)$

⑤ صرًا يزداد في  $(0, \infty)$

$$f(x) = \frac{1}{4}\sqrt[5]{6x-8}$$



x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-0.5	-0.47	-0.37	-0.3	-0.27	-0.2	0.32	0.39	0.43

① المجال:  $(-\infty, \infty)$  المدى:  $(-\infty, \infty)$

② تقاطع المفاط  $\leftarrow$  نفع  $0 = \frac{1}{4}\sqrt[5]{6x-8} \leftarrow y = 0$  نفع  $0 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1.3$

$y = -0.37 \leftarrow x = 0$  نفع  $\leftarrow$

③  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  /  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

④ متصلة على  $(-\infty, \infty)$

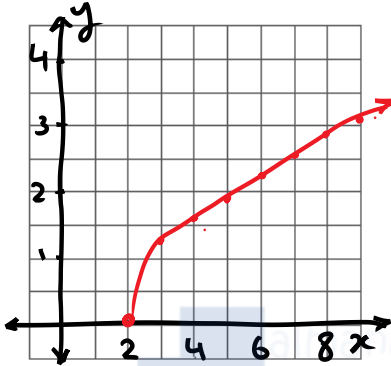
⑤ صرًا يزداد في  $(-\infty, \infty)$

مثّل كل دالة بيانيًا وحلّلها. وضح المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال، وفترات تزايد أو تناقص الدالة.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sqrt[4]{2x^3 - 16}$$

مجال  $\rightarrow x \geq 2$   $\rightarrow x^3 \geq 8 \rightarrow 2x^3 - 16 \geq 0$   $\rightarrow 2x^3 \geq 16$   $\rightarrow x^3 \geq 8$   $\rightarrow x \geq \sqrt[3]{8} \rightarrow x \geq 2$

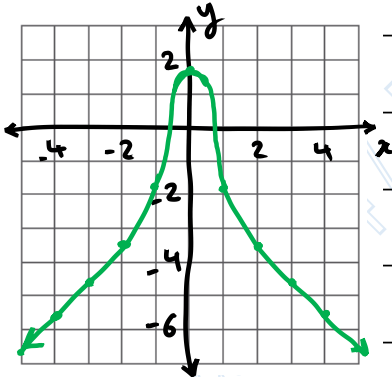
x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	1.2	1.6	1.96	2.26	2.4	2.82	3.08	3.34



- ① نكسر الحدود  $x \geq 2$
- ② المجال  $(2, \infty)$  المدى  $[0, \infty)$
- ③ يتقاطع محور  $x$  عند  $2$  ولا يتقاطع محور  $y$
- ④ يبدأ من  $(2, 0)$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$
- ⑤ متصلة على الفترة  $[2, \infty)$
- ⑥ متزايدة في الفترة  $(2, \infty)$

$$f(x) = -\sqrt[3]{12x^2 - 5}$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-5.7	-4.7	-3.5	-1.9	1.7	-1.9	-3.5	-4.7	-5.7	-6.6



- ② المجال  $(-\infty, \infty)$  المدى  $(-\infty, \sqrt[3]{5}]$
- ③ يتقاطع  $x$  - قطع  $y = 0 \rightarrow 0 = -\sqrt[3]{12x^2 - 5} \rightarrow 12x^2 - 5 = 0$   
 $\Rightarrow x^2 = \frac{5}{12} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{12}}$
- قطع  $y$  - قطع  $x = 0 \rightarrow y = -\sqrt[3]{12(0)^2 - 5} = \sqrt[3]{5} \approx 1.7$
- ④  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  ( $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ )
- ⑤ متصلة على  $(-\infty, \infty)$
- ⑥ متزايدة في الفترة  $(-\infty, 0)$
- متناقص في الفترة  $(0, \infty)$



## حل المعادلات الجذرية

ينتج أحياناً عن رفع كل طرف من طرفي المعادلة إلى أس **حلولاً دخيلة**، أو حلولاً لا تحقق المعادلة الأصلية. من المهم التحقق من أن الحلول ليست دخيلة.

حل كل من المعادلات التالية.

$$2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$$

$$2x + 2 = \sqrt{100 - 12x} \quad \text{نرفع الطرفين}$$

$$(2x + 2)^2 = 100 - 12x \quad \text{نعوض في المعادلة}$$

$$4x^2 + 8x + 4 = 100 - 12x \quad \text{الأصلية على}$$

$$4x^2 + 20x - 96 = 0 \quad (\div 4) \quad x = 3, x = -8$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$(x - 3)(x + 8) = 0 \quad \therefore \text{ح.م} = \{3\}$$

$$x = 3, x = -8$$

حل دخيل

$$(\sqrt{x-2})^2 = (5 - \sqrt{15-x})^2 \quad \text{نرفع الطرفين}$$

$$x - 2 = 5^2 - 10\sqrt{15-x} + 15 - x$$

$$x - 2 - 5^2 - 15 + x = -10\sqrt{15-x}$$

$$(2x - 42)^2 = (-10\sqrt{15-x})^2 \quad \text{نرفع}$$

$$4x^2 - 168x + 1764 = 100(15 - x)$$

$$4x^2 - 168x + 1764 = 1500 - 100x$$

$$4x^2 - 168x + 100x + 1764 - 1500 = 0$$

$$4x^2 - 68x + 264 = 0 \quad (\div 4)$$

$$x^2 - 17x + 66 = 0$$

$$(x - 11)(x - 6) = 0$$

$$x = 11, x = 6$$

التعويض في المعادلة الأصلية نجد أنه الحلين يحققان المعادلة الأصلية.

$$\Rightarrow \text{ح.م} = \{6, 11\}$$

$$\sqrt[3]{(x-5)^2} + 14 = 50$$

$$(x-5)^2 = (50-14)^3 \quad \text{نعوض في المعادلة الأصلية}$$

$$(x-5)^2 = 46656 \quad \text{من } x = -211, x = 221$$

$$x-5 = \pm \sqrt{46656} \quad \text{كلها}$$

$$x-5 = \pm 216 \quad \text{تحققان المعادلة}$$

$$x_1 = -216 + 5 = -211 \quad \text{الأصلية}$$

$$x_2 = 216 + 5 = 221 \quad \text{ح.م} = \{-211, 221\}$$

$$(\sqrt{x+7})^2 = (3 + \sqrt{2-x})^2 \quad \text{نرفع الطرفين}$$

$$x + 7 = 9 + 6\sqrt{2-x} + 2 - x$$

$$x + 7 - 9 - 2 + x = 6\sqrt{2-x}$$

$$(2x - 4)^2 = (6\sqrt{2-x})^2 \quad \text{نرفع}$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 36(2-x)$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 72 - 36x$$

$$4x^2 - 16x + 36x + 16 - 72 = 0$$

$$4x^2 + 20x - 56 = 0 \quad (\div 4)$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x - 2)(x + 7) = 0$$

$$x = 2, x = -7 \quad \text{حل دخيل}$$

التعويض بالمعادلة الأصلية نجد أنه  $x = -7$  لا يحقق المعادلة الأصلية يعني أنه حل دخيل

$$\Rightarrow \text{ح.م} = \{2\}$$

حل كل من المعادلات التالية.

$$\sqrt[3]{4x+8} + 3 = 7$$

$$\sqrt[3]{4x+8} = 7-3$$

$$\left(\sqrt[3]{4x+8}\right)^3 = (4)^3 \quad \text{نكعب الطرفين}$$

$$4x+8 = 64$$

$$x = \frac{64-8}{4} = \boxed{14}$$

بالتعويض في المعادلة الأصلية نجد أن 14

تحقق المعادلة الأصلية.

$$\Rightarrow \text{ج.م} = \{14\}$$

$$3x = 3 + \sqrt{18x-18}$$

$$(3x-3)^2 = (\sqrt{18x-18})^2 \quad \text{نربع$$

$$9x^2 - 18x + 9 = 18x - 18$$

$$9x^2 - 18x - 18x + 9 + 18 = 0$$

$$9x^2 - 36x + 27 = 0 \quad (\div 9)$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = 1$$

بالتعويض في المعادلة الأصلية نجد  
أن كلا الحلين يحققان المعادلة الأصلية

$$\Rightarrow \text{ج.م} = \{1, 3\}$$