تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade12

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

ورقة عمل الثاني عشر العام

7-6 تحديد أنواع القطوع المخروطية

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- كتابة معادلات القطوع المخروطية بالصيغة القياسية. 2- تحديد أنواع القطوع المخروطية من معادلاتها.

يمكن كتابة معادلة أي قطع مخروطي على **الصورة العامة** $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ، على أن لا تساوي A, B, C جميعها أصفارًا. ويمكن تحويل هذه الصورة إلى الصور القياسية باستعمال طريقة إكمال المربع إذا كانت $B = 0$.

الصيغ القياسية للقطوع المخروطية

قطع مخروطي	الصيغة القياسية للمعادلة	
دائرة	$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$	
	محور أفقي	محور رأسي
قطع مكافئ	$x=a(y-k)^2+h$	$y=a(x-h)^2+k$
قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
قطع زائد	$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$

كتابة المعادلة العامة لقطع مخروطي على الصورة القياسية

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. اذكر إن كان التمثيل البياني للمعادلة قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

$$x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$$

$x^2 - 6x + 4y^2 + 16y = 11$

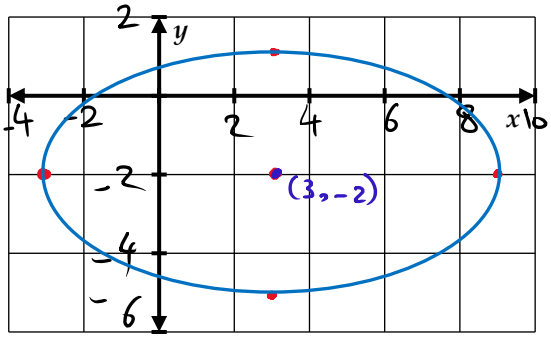
$x^2 - 6x + (\frac{6}{2})^2 + 4(y^2 + 4y + (\frac{4}{2})^2) = 11 + (\frac{6}{2})^2 + 4(\frac{4}{2})^2$

$(x^2 - 6x + 9) + 4(y^2 + 4y + 4) = 11 + 9 + 16$

$(x-3)^2 + 4(y^2+2)^2 = 36$

$\frac{(x-3)^2}{36} + \frac{(y^2+2)^2}{\frac{1}{4}(36)} = 1 \Rightarrow \frac{(x-3)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

$a = 6$, $b = 3$ / $(3, -2)$ هذه معادلة قطع ناقص مركزه



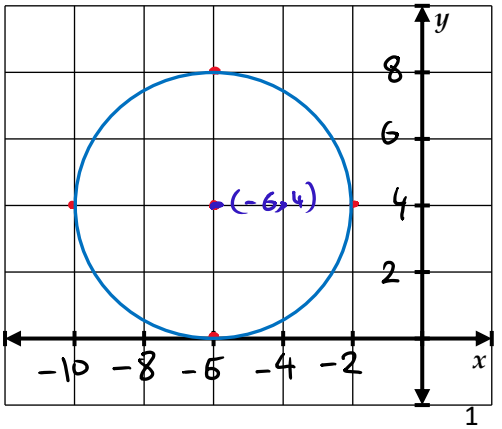
$$x^2 + y^2 + 12x - 8y + 36 = 0$$

$(\frac{12}{2})^2 = 36$, $(\frac{8}{2})^2 = 16$

$x^2 + 12 + 36 + y^2 - 8y + 16 = -36 + 36 + 16$

$(x+6)^2 + (y-4)^2 = 16 \Rightarrow$ معادلة دائرة

المركز $(-6, 4)$ ، نصف القطر $(r) = 4$



اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. اذكر إن كان التمثيل البياني للمعادلة قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

$9y^2 - 16x^2 - 18y - 64x - 199 = 0$

$(\frac{2}{2})^2 = 1$

$(\frac{4}{2})^2 = 4$

$9y^2 - 18y \quad -16x^2 - 64x \quad = 199$

$9(y^2 - 2y + 1) - 16(x^2 + 4x + 4) = 199 + 9(1) - 16(4)$

$9(y^2 - 1)^2 - 16(x + 2)^2 = 144$

$\frac{(y^2-1)^2}{\frac{1}{9}(144)} - \frac{(x+2)^2}{\frac{1}{16}(144)} = 1$

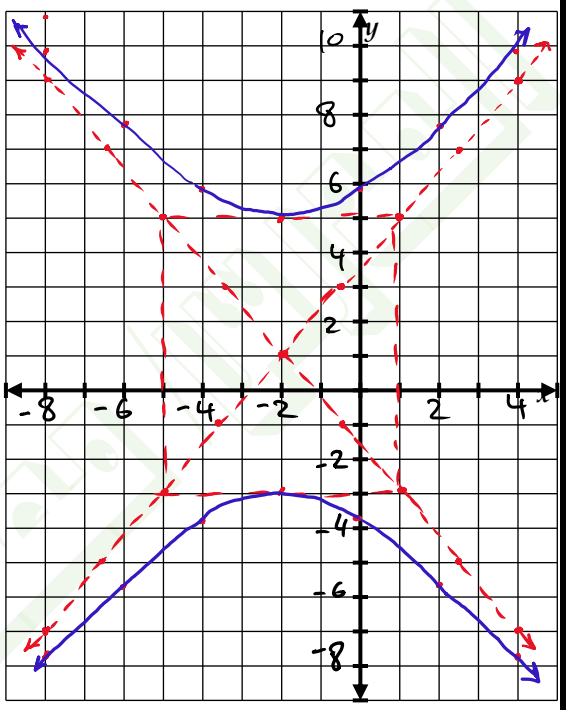
$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1 \Rightarrow$ قطع زائد رأسي

المركز $= (-2, 1)$ ، $a = 4$ ، $b = 3$

معادلة خطي التقارب $(y - 1) = \pm \frac{4}{3}(x + 2)$

$\Rightarrow y_1 = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} + 1 \Rightarrow y_1 = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$

$\Rightarrow y_2 = \frac{-4}{3}x - \frac{8}{3} + 1 \Rightarrow y_2 = \frac{-4}{3}x - \frac{5}{3}$



$6y^2 - 24y + 28 - x = 0$

$(\frac{4}{2})^2 = 4$

$x = 6y^2 - 24y + 28$

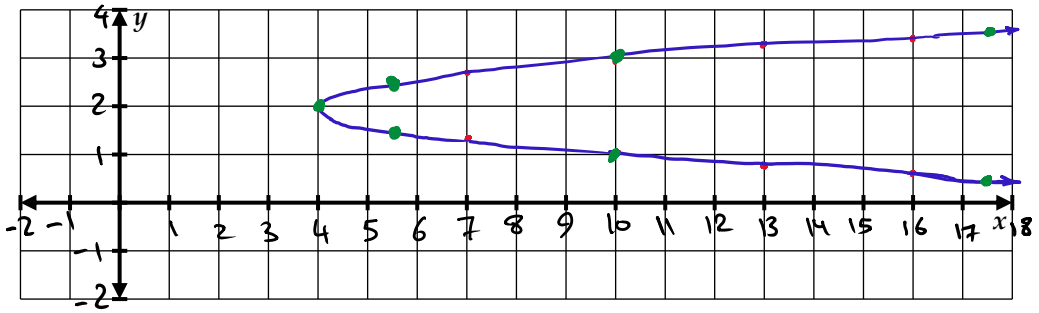
$x = 6(y^2 - 4y + 4) + 28 - 6(4)$

$x = 6(y - 2)^2 + 4 \Rightarrow$ قطع مكافئ أفقي

فتحته جهة اليمين

الرأس $= (4, 2)$

x	17.5	10	5.5	4	5.5	10	17.5
y	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5



تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز B^2-4AC.

مفهوم أساسي — **تصنيف القطوع المخروطية باستعمال المميز**

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2-4AC=0$
قطع ناقص	$B^2-4AC<0, A\neq C$ أو $B\neq 0$
دائرة	$B^2-4AC<0, B=0, A=C$
قطع زائد	$B^2-4AC>0$

تحديد نوع القطع المخروطي من معادلته

بدون كتابة كل معادلة بالصيغة القياسية، اذكر إن كان التمثيل البياني لها قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا.

$8x^2+8y^2+16x+24=0$

المميز $= B^2-4AC$

$= 0-4(8)(8)$

$=$ سالب

إما دائرة أو قطع ناقص

ولكن لأن $A=C$ ، $B=0$ فإن القطع دائرة.

$4x^2+6y^2-3x-2y=12$

المميز $= B^2-4AC$

$= 0-4(4)(6)$

$=$ سالب

إما دائرة أو قطع ناقص

ولكن لأن $A\neq C$ فإن القطع قطع ناقص.

$5xy-3x^2+6y^2+12y=18$

المميز $= B^2-4AC$

$= 5^2-4(-3)(6)$

$= 97$ موجب

قطع زائد ليس رأسي وليس أفقي لأن $B\neq 0$

$16xy+8x^2+8y^2-18x+8y=13$

المميز $= B^2-4AC$

$= 16^2-4(8)(8)$

$= 0$

قطع مكافئ ولكنه ليس رأسي وليس أفقي

لأن $B\neq 0$

استخدام النماذج تشارك مقاتلة نفاثة في عرض جوي. يمكن تمثيل مسار الطائرة خلال إحدى المناورات بقطع مخروطي معادلته $24x^2 + 1000y - 31680x - 45600 = 0$ ، حيث يتم تمثيل المسافات بالمتر.

a . حدد شكل المسار المنحني للطائرة النفاثة. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

b . إذا بدأت الطائرة النفاثة مسارها لأعلى عند $x = 0$ ، فما المسافة الأفقية التي قطعتها الطائرة من بداية التسلق لنهاية الهبوط؟

c . ما أقصى ارتفاع للطائرة؟

(a) المميز $= B^2 - 4AC$

$= 0 - 4(24)(0)$

$= 0$ $\Rightarrow$ قطع مكافئ رأسي

$1000y = -24x^2 + 31680x + 45600$ $\quad \left(\frac{1320}{2}\right)^2 =$

$1000y = -24(x^2 - 1320x + 435600) + 45600 + 24(435600)$

$\Rightarrow y = \frac{-24}{1000}(x - 660)^2 + \frac{10500000}{1000} \Rightarrow y = -0.024(x - 660)^2 + 10500$

(b) الهبوط $\Rightarrow y = 0$

$\Rightarrow -0.024(x - 660)^2 + 10500 = 0$

$\Rightarrow (x - 660)^2 = \frac{10500}{-0.024}$

$\Rightarrow (x - 660)^2 = 437500 \Rightarrow x = \mp\sqrt{437500} + 660$

$\Rightarrow x_1 = \sqrt{437500} + 660 = 1321.44$

$x_2 = \sqrt{437500} + 660 = -1.44$

بدأ من مسافة x أفقي، وانتهى عند 1321.44 أفقي

$\Leftarrow$ المسافة الأفقية من بداية التسلق إلى نهاية الهبوط $= 1321.44$ m

(c) أقصى ارتفاع عند نقطة الرأس $(660, 10500)$

$\Leftarrow$ أقصى ارتفاع 10500 m

عند مسافة أفقية 660 m