تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade12

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

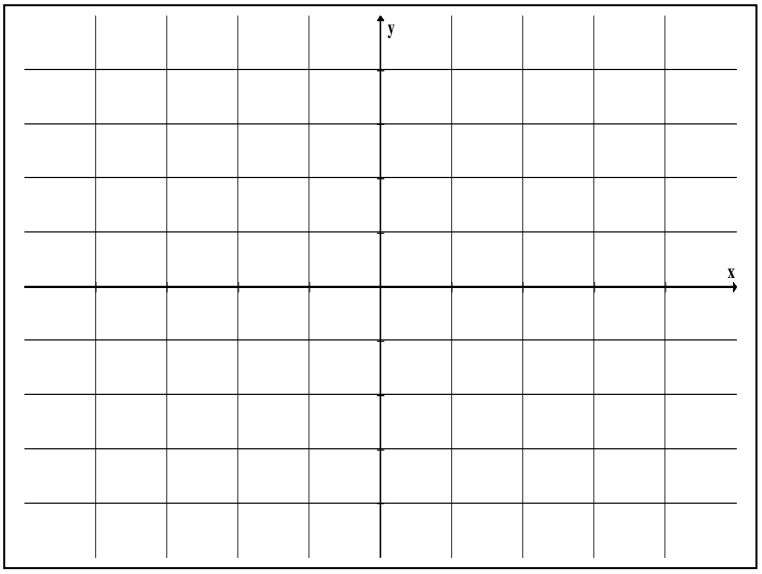
الوحدة ١١

التفاضل و التكامل

الدرس الأول : تقدير النهايات بيانياً

قدّر كل نهاية باستخدام التمثيل البياني أو المنحنى. وادعم تخمينك باستخدام جدول القيم.

$\lim_{x \to 1} (x^2 - 1)$



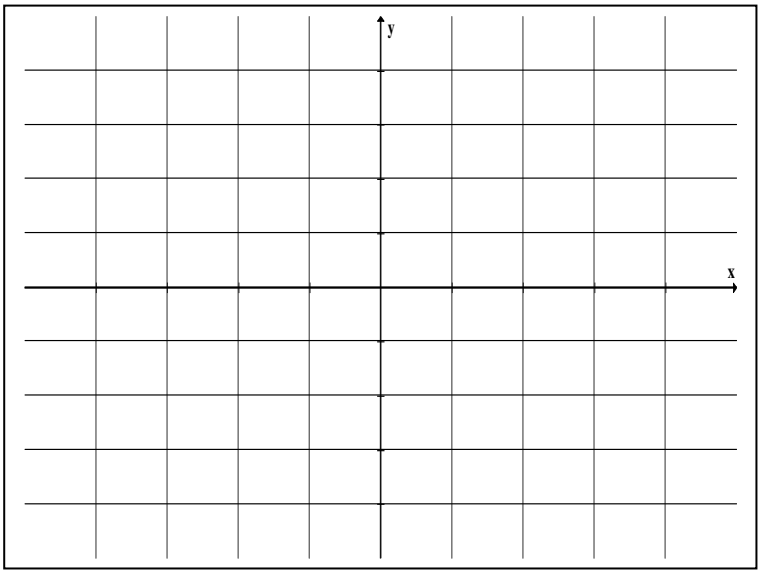
.....

.....

.....

.....

$\lim_{x \to -2} \frac{x+2}{x^2-4}$



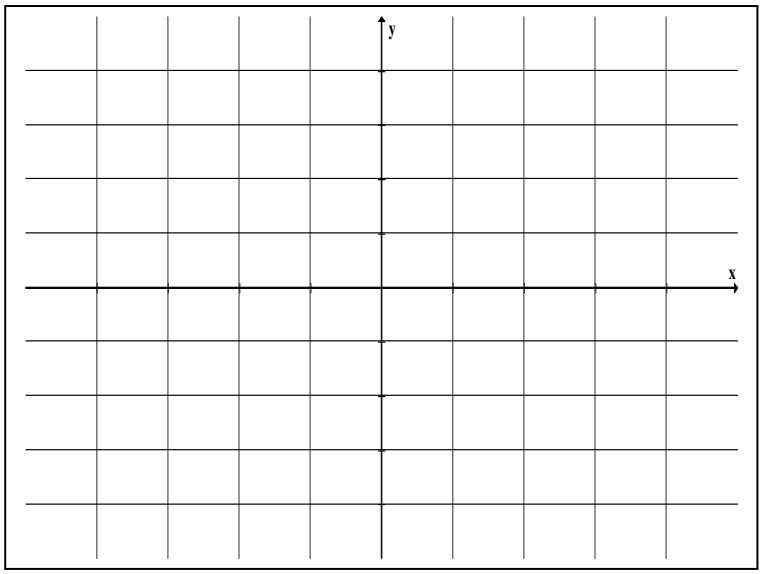
.....

.....

.....

.....

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4}{x-3}$$



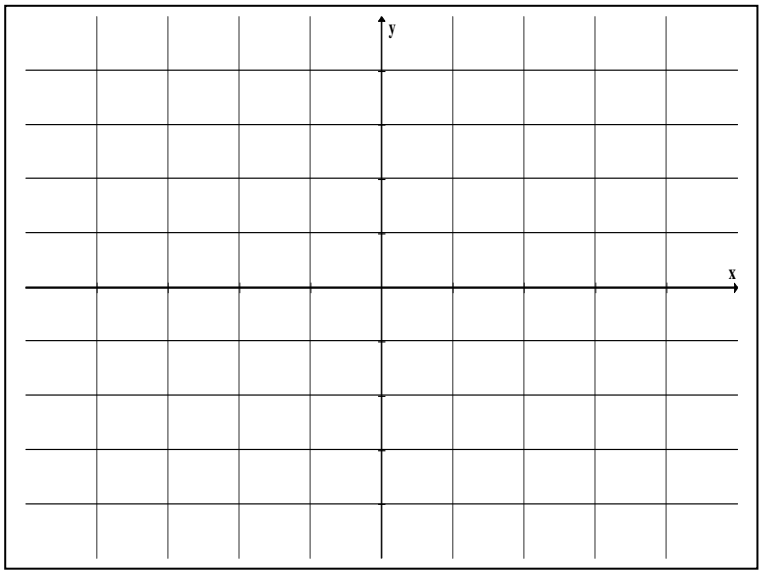
.....

.....

.....

.....

$$\lim_{x\to 0} f(x) \quad \text{حيث} \quad f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x} & \text{إذا كان } x<0\\ \sqrt{x} & \text{إذا كان } x\geq 0\end{cases}$$



.....

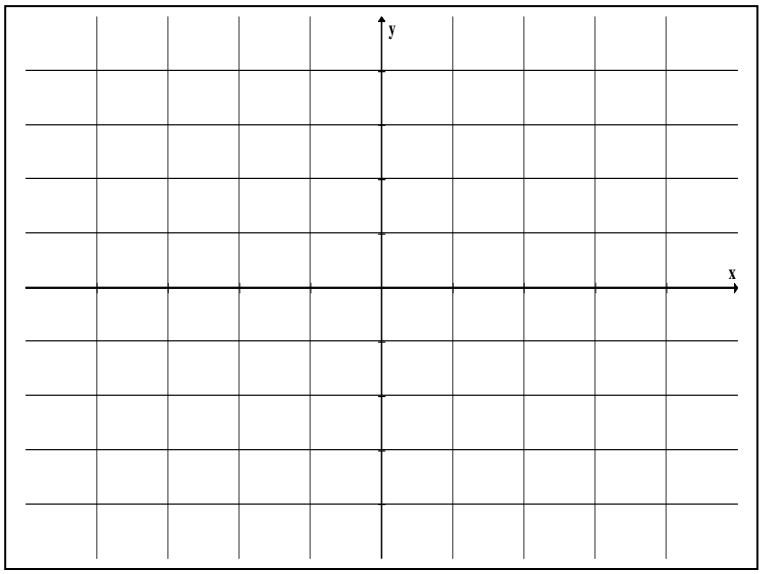
.....

.....

.....

$$g(x) = \begin{cases} -0.5x + 2 & , x < -2 \\ x^2 & , x \geq -2 \end{cases}$$

$\lim_{x \to -2} g(x)$



.....

.....

.....

.....

قدّر كل نهاية، إن وجدت.

$\lim_{x \to 0} \sin \frac{1}{x}$

$\lim_{x \to 0} (x^2 \sin x)$

.....

.....

$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x^4} - 3 \right)$

$\lim_{x \to -\infty} e^x$

.....

.....

قدّر النهاية أحادية الطرف أو ثنائية الطرف، إن وجدت.

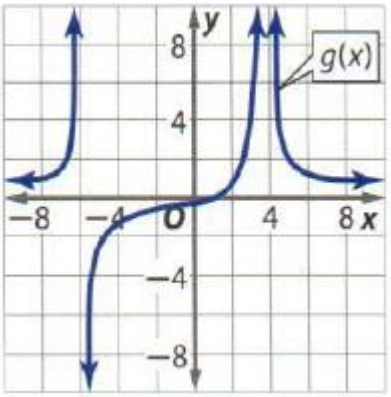
$\lim_{x \to 0} \frac{2x^2}{|x|}$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{|4x|}{x}$

.....

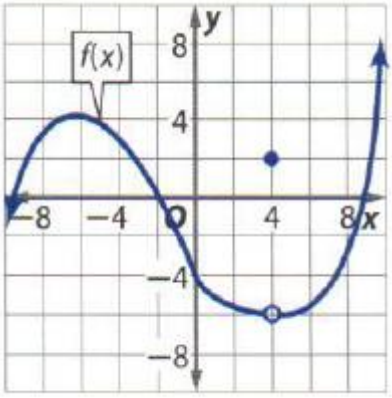
.....

في كل دالة مما يلي، قدّر النهاية إن وجدت.



$\lim_{x \to 4} g(x)$

$\lim_{x \to -6} g(x)$



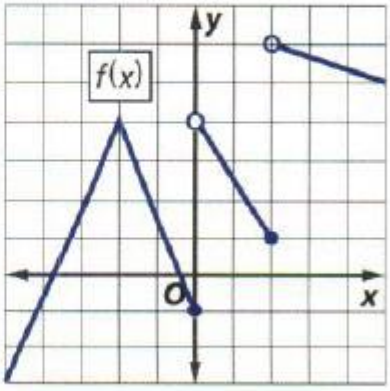
$\lim_{x \to -6} f(x)$

$\lim_{x \to 4} f(x)$

.....

.....

في الدالة التالية، قدّر كل نهاية إن وجدت.



$\lim_{x \to 0^-} f(x)$

$\lim_{x \to 0^+} f(x)$

$\lim_{x \to 0} f(x)$

$\lim_{x \to 2^-} f(x)$

$\lim_{x \to 2^+} f(x)$

$\lim_{x \to 1} f(x)$

.....

.....

الدرس الثاني : ايجاد قيمة النهاية جبرياً

أوجد قيمة كل نهاية مما يلي.

$\lim_{x\to -3}(5x-10)$

.....

.....

.....

$\lim_{x\to 4}\frac{x+4}{x-4}$

.....

.....

.....

$\lim_{x\to 4}\frac{2x^2-5x-12}{x-4}$

.....

.....

.....

.....

.....

$\lim_{x\to -3}\frac{x^2-2x-15}{x+3}$

.....

.....

.....

.....

$\lim_{x\to 12}\frac{x^2-10x}{\sqrt{x+4}}$

.....

.....

.....

$\lim_{x\to 3}\sqrt{2-x}$

.....

.....

.....

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x^2-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

$\lim_{x\to -5}\frac{4x^2+21x+5}{3x^2+17x+10}$

.....

.....

.....

.....

$\lim_{x \to 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

$\lim_{x \to -2} \frac{x + 2}{\sqrt{6 + x} - 2}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{16 + x} - 4}{x}$

$\lim_{x \to 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x + 9}}$

$\lim_{x \to \infty} (5 - 2x^2 + 7x^3)$

$\lim_{x \to -\infty} (2x^5 - 4x^2 + 10x - 8)$

$\lim_{x \to \infty} (x^3 - 6x^7 + 2x^6)$

$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3 - 10x + 2}{4x^3 + 20x^2}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+7x-17}{3x^5+4x^2+2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{14x^3-12x}{4x^2+13x-8}$$

أوجد نهاية كل متتالية مما يلي، إن وجدت.

$$a_n=\frac{8n+1}{n^2-3}$$

$$a_n=\frac{n^3-2}{n^2}$$

$$a_n=\frac{5}{n^2}\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$a_n=\frac{-4n^2+6n-1}{n^2+3n}$$

الدرس الثالث : المماسات و السرعة المتجهة

المفهوم الأساسي معدل التغير اللحظي

يكون معدل التغير اللحظي للتمثيل البياني لـ $f(x)$ عند النقطة $(x, f(x))$ هو الميل m للمماس عند $(x, f(x))$ الذي يُمكن إيجاده باستخدام $m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$، بشرط وجود النهاية.

أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة لكل دالة عند النقطة المذكورة.

$y = x^2; (3, 9)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$y = x^2 + 4; (-2, 8)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$y = 6 - 3x; (-2, 12)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد معادلة لميل منحنى الدالة m لكل دالة عند أي نقطة.

$y = 4 - 2x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$y = -x^2 + 4x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي متوسط السرعة

إذا تم ذكر الوضع في صورة دالة للزمن $f(t)$، فإنه لأي نقطتين زمنيتين a و b، يتم إيجاد متوسط السرعة v عبر

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

بالون ماء يتم قذف بالون ماء لأعلى بشكل مستقيم باستخدام جهاز إطلاق. يمكن تحديد ارتفاع البالون بالأمتار t بعد إطلاقه بثوانٍ عن طريق $d(t) = 2 + 20t - 5t^2$. ماذا كان متوسط سرعة البالون بين t يساوي 1 و 2؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي السرعة اللحظية

إذا تم ذكر المسافة التي يقطعها جسم ما في صورة دالة زمنية $f(t)$، إذًا يتم إيجاد السرعة اللحظية $v(t)$ عند الوقت t باستخدام

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

بشرط وجود النهاية.

أسقط أحد عمال غسل النوافذ غداءه دون قصد من المنصة التي يعمل عليها على ارتفاع 420 قدمًا فوق سطح الأرض. يُمكن كتابة العلاقة بين موقع الغداء وسطح الأرض في صورة $d(t) = 4000 - 5t^2$، حيث تتم كتابة الزمن t بالثواني وموقع الغداء بالأمتار. أوجد السرعة اللحظية $v(t)$ للغداء عند 7 ثوان.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

يتم إيجاد المسافة بالأمتار لصاروخ مائي من الأرض بعد t ثانية من خلال $s(t) = 30t - 5t^2$. أوجد تعبير السرعة اللحظية $v(t)$ للصاروخ المائي عند أي نقطة زمنية t.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الدرس الرابع : المشتقات

أوجد مشتقة $f(x)$. ثم أوجد قيمة المشتقة عند قيم x المعطاة.

$f(x) = -5x^2 + 2x - 12; x = 1$ و 4

.....

.....

.....

.....

.....

$f(x) = 6x^2 + 7; x = 2$ و 5

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد مشتقة كل دالة مما يلي.

$g(x) = 3x^4(x + 2)$

.....

.....

.....

$f(x) = 2x^5 - x^3 - 102$

.....

.....

.....

$f(x) = -5x^3 - 9x^4 + 8x^5$

.....

.....

.....

$h(x) = \frac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{x}$

.....

.....

.....

$f(x) = 3x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}}$

.....

.....

.....

$n(t) = \frac{1}{t} + \frac{3}{t^2} + \frac{2}{t^3} + 4$

.....

.....

.....

$f(x) = (4x + 3)(x^2 + 9)$

.....

.....

.....

$g(x) = (3x^4 + 2x)(5 - 3x)$

.....

.....

.....

$g(n) = \frac{3n + 2}{2n + 3}$

.....

.....

.....

$c(m) = \frac{m^4 + 1}{-m^3 + 2m}$

.....

.....

.....

القفز بالحبال يمكن تمثيل ارتفاع h القفّاز بالحبال بالنسبة للأرض، بالمتر، بواسطة المعادلة $h(t) = 6t^2 - 48t + 100$ على الفترة $[0, 6]$، حيث يُعطى الزمن t بالثواني. أوجد أعلى وأقل ارتفاع للقفّاز.

.....

.....

.....

.....

استخدم المشتقة لإيجاد أي نقاط حرجة للدالة. ثم أوجد النقطتين العظمى والصغرى لكل تمثيل بياني على الفترة المعلومة.

$g(m) = m^3 - 4m + 10; [-3, 3]$

.....

.....

.....

.....

$f(x) = 2x^2 + 8x; [-5, 0]$

.....

.....

.....

.....

كرة قدم رُكلت للأعلى مباشرة. ارتفاع الكرة تحدده المعادلة $h(t) = 18t - 5t^2$. حيث الزمن t يُعطى بالثواني وارتفاع الكرة يُعطى بالمتر. أوجد تعبير السرعة اللحظية $v(t)$ للكرة عند أي نقطة في الزمن.

.....

.....

.....

.....

الدرس الخامس : المساحة تحت المنحنى و التكامل

قرّب المساحة بين المنحنى $f(x) = -x^2 + 24x$ والمحور x على الفترة $[0, 24]$ باستخدام 6 مستطيلات و 8 مستطيلات و 12 مستطيلاً. استخدم نقطة النهاية اليمنى لكل مستطيل لتحديد الارتفاع.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

قرّب المساحة بين المنحنى $f(x) = \frac{12}{x}$ والمحور x على الفترة $[1, 5]$ باستخدام نقاط النهاية اليمنى أولاً ثم نقاط النهاية اليسرى. استخدم مستطيلات عرضها يساوي وحدة واحدة. ثم أوجد متوسط التقريبين.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي تكامل محدد

مساحة المنطقة تحت المنحنى لدالة هي

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x,$$

حيث a و b هما **الحد الأدنى** و**الحد الأعلى** على التوالي. $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ و $x_i = a + i\Delta x$. يُشار إلى هذه الطريقة بأنها **مجموع ريمان يميني**.

تُسمى عملية إيجاد قيمة التكامل. **التكامل**. سوف تفيد صيغ المجاميع التالية في إيجاد قيم التكاملات المحددة.

$\sum_{i=1}^{n} c = cn$, c عبارة عن ثابت

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{6n^5 + 15n^4 + 10n^3 - n}{30}$

$\sum_{i=1}^{n} i^5 = \frac{2n^6 + 6n^5 + 5n^4 - n^2}{12}$

استخدم النهايات لإيجاد المساحة بين منحنى كل دالة والمحور x المُعطاة بواسطة التكامل المحدد.

$$\int_0^3 x\,dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\int_0^1 3x^2\,dx$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

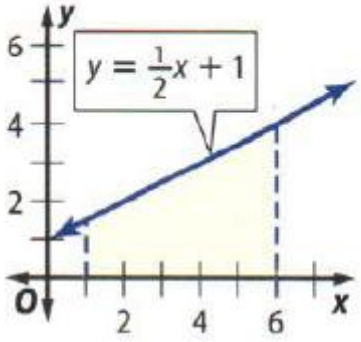
.....

قرّب مساحة المنطقة المظللة لكل دالة باستخدام عدد المستطيلات المبين. استخدم نقاط النهاية الموضحة لتحديد ارتفاعات المستطيلات.

1. 5 مستطيلات

نقاط نهاية يمنى

.....



.....

.....

.....

.....

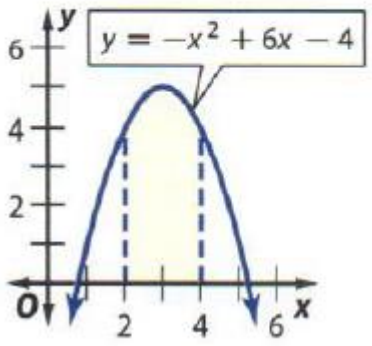
.....

.....

.....

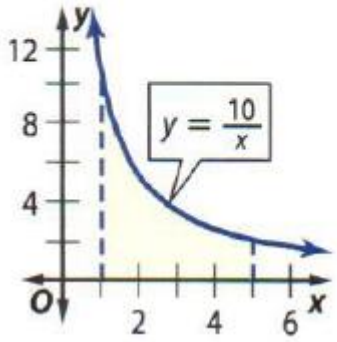
2. 4 مستطيلات

نقاط نهاية يسرى



3. 8 مستطيلات

نقاط نهاية يمنى



الدرس السادس: النظرية الاساسية في التفاضل و التكامل

أوجد مشتقتين عكسيتين مختلفتين لكل دالة.

$2x$

.....

.....

.....

$w(u) = \frac{2}{3}u^5 + \frac{1}{6}u^3 - \frac{2}{5}u$

.....

.....

.....

$m(t) = 16t^3 - 12t^2 + 20t - 11$

.....

.....

.....

$h(b) = -5b - 3$

.....

.....

.....

$u(d) = \frac{12}{d^5} + \frac{5}{d^3} - 6d^2 + 3.5$

.....

.....

.....

$p(h) = 72h^8 + 24h^5 - 12h^2 + 14$

.....

.....

.....

أوجد قيمة كل تكامل.

$\int (6m + 12m^3)\, dm$

.....

.....

$\int (6x^2 + 8x - 3)\, dx$

.....

.....

$\int (20n^3 - 9n^2 - 18n + 4)\, dn$

.....

.....

$\int_1^4 2x^3\, dx$

.....

.....

$\int_2^5 (a^2 - a + 6)\, da$

$\int_1^2 (4g + 6g^2)\, dg$

$\int_0^2 (-v^4 + 2v^3 + 2v^2 + 6)\, dv$

$\int_{-1}^2 (-x^2 + 10)\, dx$

$\int_{-3}^1 3\, dx$

$\int_{-3}^{-1} (x^3 + 8x^2 + 21x + 20)\, dx$

$\int_{-1}^1 (x^4 - 2x^3 - 4x + 8)\, dx$

$\int_{-2}^{-1} \left(\frac{x^5}{2} + \frac{5x^4}{4}\right) dx$

الهاتف المحمول ارجع إلى بداية الدرس. افترض أن هاتفًا استغرق ثانيتين بالضبط في السقوط من المنطاد إلى الأرض. (المثال 3)

a. أوجد قيمة $s(t) = \int -32t\,dt$.

b. أوجد قيمة C في دالة الموقع $s(t)$ بالتعويض عن t بثانيتين وعن $s(t)$ بصفر.

c. كم يبعد الهاتف عن الأرض بعد 1.5 ثانية من سقوطه؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

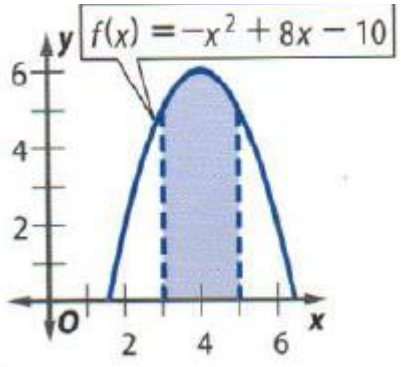
استخدم النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى كل دالة والمحور x في الفترة المعطاة.

.....

.....

.....

.....



.....

المساحة احسب المساحة المحصورة بالدالة $f(x)$ و $g(x)$ في الفترة $2 \le x \le 4$.

.....

.....

.....

.....

.....