الملف أوراق عمل الدرس الثالث الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات من الوحدة الأولى
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر العام ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

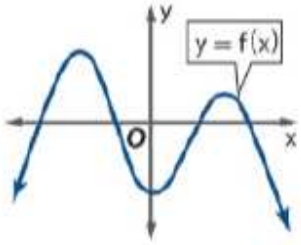
المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	أوراق عمل الدرس الثاني تحليل الرسوم البيانية للدوال والعلاقات من الوحدة الأولى
2	مراجعة عامة قبل امتحان نهاية الفصل الأول من
3	التوزيع الزمني للفصل الاول
4	الدوال من منظور التفاضل والتكامل
5	اسئلة اختيار متعدد

الدرس الثالث : الاتصال والسلوك الطرفي والنهايات

1 الاتصال

الرسم البياني **لدالة متصلة** لا يوجد به انفصالات أو فجوات أو فراغات. يمكنك تتبع الرسم البياني لدالة متصلة بدون رفع قلمك عن الرسم.

أحد شروط اتصال دالة ما $f(x)$ عند النقطة $x = c$ هو أنه يجب أن تقترب الدالة من قيمة وحيدة كلما اقتربت قيم x من القيمة c من اليسار واليمين. ويعرف الاقتراب من قيمة ما بغض النظر عن الوصول إليها فعلياً **بالنهاية**.



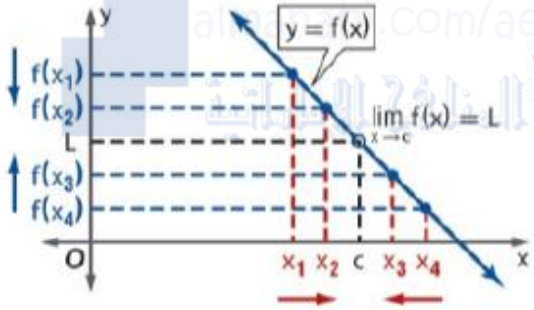
f(x) متصلة بالنسبة لجميع قيم x.

المفهوم الأساسي النهايات

الشرح إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من القيمة الوحيدة L بينما تقترب x لقيمة c من كلا الجانبين، فإن نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L.

الرموز $\lim_{x \to c} f(x) = L$ والتي تُقرأ كما يلي

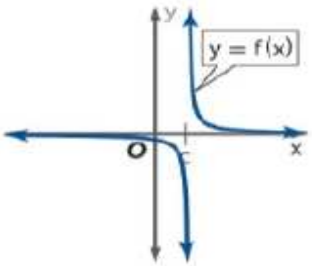
نهاية الدالة $f(x)$ كلما اقتربت x من c هي L.



المفهوم الأساسي أنواع الانفصال

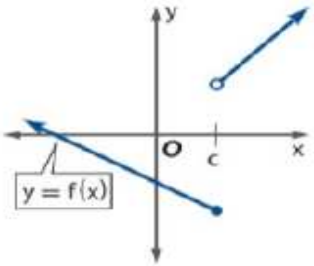
يكون للدالة **انفصال لا نهائي** عند $x = c$ إذا كانت قيمة الدالة تزداد أو تقل بشكل لا نهائي كلما اقتربت x من قيمة c من اليمين واليسار.

مثال



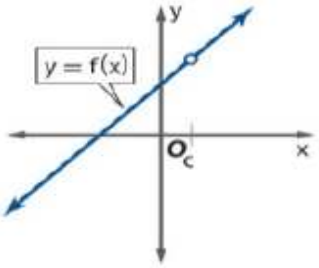
ويكون للدالة **انفصال قفزي** عند $x = c$ إذا كانت نهايات الدالة عندما تقترب x من قيمة c من اليسار واليمين ذات قيم مختلفة.

مثال

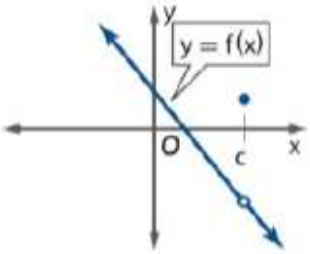


ويكون للدالة **انفصال قابل للإزالة** إذا كانت الدالة متصلة عند كل القيم، ما عدا فجوة عند $x = c$.

مثال



لاحظ أنه في الرسوم البيانية للدوال ذات الانفصال القابل للإزالة ستجد أن نهاية $f(x)$ عند النقطة c موجودة، ولكن إما قيمة الدالة عند النقطة c غير محددة أو – كما هو موضح بالرسم المجاور – قيمة الدالة $f(c)$ ليست كقيمة النهاية عند نفس النقطة c.



ويطلق على الانفصال القفزي واللا نهائي **الانفصال غير القابل للإزالة**. حيث لا يمكن إزالة الانفصال غير القابل للإزالة عن طريق إعادة تعريف الدالة عند هذه النقطة، إما لأن الدالة تصل لقيمتين مختلفتين من اليمين واليسار، أو لا تصل لقيمة محددة على الإطلاق، ولكنها تزداد أو تقل بشكل لا نهائي.

هذه الملاحظات تؤدي إلى اختبار الاتصال التالي لدالة ما.

ملخص المفهوم اختبار الاتصال

تعتبر الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا كانت تحقق الشروط التالية.

- الدالة $f(x)$ معرفة عند النقطة c، أي أن $f(c)$ ذات قيمة محددة.
- تصل $f(x)$ لنفس القيمة من كلا جانبي c، أي أن $\lim_{x\to c} f(x)$ لها قيمة محددة.
- القيمة التي تصل إليها $f(x)$ من كل جانب بالنسبة إلى c هي $f(c)$، أي أن $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.

تمرين : حدد سلوك الدالة $g(x) = \begin{cases} 3x & , x < -1 \\ x^2 - 2 & , x \geq -1 \end{cases}$ عند $x = -1$

a) متصلة
b) انفصال قفزي
c) انفصال لا نهائي
d) انفصال قابل للإزالة

تمرين :حدد الدالة التي لها انفصال قابل للإزالة

a) $f(x) = x^2 - 4$

b) $f(x) = \frac{1}{x-4}$

c) $f(x) = \frac{x^2-25}{x-5}$

d) $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$

تمرين :حدد الدالة التي لها انفصال قابل للإزالة

a) $f(x) = \frac{x}{x-3}$

b) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$

c) $f(x) = x^3 + 2$

d) $f(x) = \frac{1}{x+3}$

حدد ما إذا كانت الدالة $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ متصلة عند النقطة $x = 2$ وضّح ذلك مستخدما اختبار الاتصال.

حدد ما إذا كانت الدالة متصلة عند النقطة $x = 0$ أم لا . وضّح ذلك مستخدما اختبار الاتصال.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$$

حدد ما إذا كانت كل دالة متصلة عند قيم x المحددة . وإذا كانت الدالة منفصلة ، حدد نوع الانفصال (لانهائي-قفزي-قابل للإزالة)

1) $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x < -3 \\ 2 - x & , x \geq -3 \end{cases}$ عند $x = 3$ ،

2) $f(x) = \begin{cases} 5x + 4 & , x < 2 \\ 2 - x & , x \geq 2 \end{cases}$ عند $x = 2$ ،

3) $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x > 2 \\ x^2 + 1 & , x \leq 2 \end{cases}$ ، عند $x = 2$

4) $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x > 1 \\ x^2 + 1 & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \end{cases}$ ، عند $x = 1$

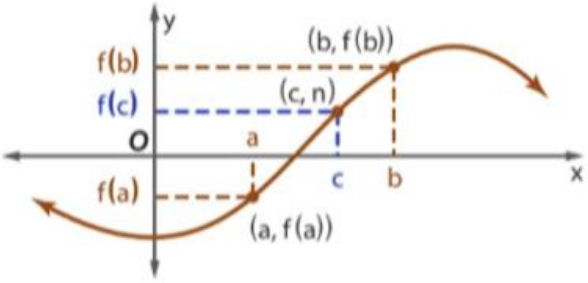
5) $f(x) = \frac{x^2-25}{x-5}$ ، $x = 5$ عند

6) $f(x) = \frac{x^2-25}{x-5}$ ، $x = -5$ عند

7) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، $x = 1$ عند

المفهوم الأساسي نظرية القيمة الوسيطية

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكانت $a < b$ وهناك قيمة n حيث تقع n بين $f(a)$ و $f(b)$. فإن هناك عدد مثل c حيث $a < c < b$، و $f(c) = n$.



النتيجة: مبدأ تحديد الموقع إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة، وكانت إشارتا قيم كلاً من $f(a)$ و $f(b)$ متضادة، فإن هناك على الأقل قيمة واحدة لـ c، حيث إن $a < c < b$ و $f(c) = 0$. أي أن صفر الدالة يقع بين a و b.

تمرين : حدد بين أية أرقام متتابعة صحيحة تقع الأصفار الحقيقية لكل دالة في الفترة المحددة .

1) $f(x) = \frac{x^2-6}{x+4}$; $[-3, 4]$

2) $f(x) = 8x^3 - 2x^2 - 5x - 1$; $[-5, 0]$

3) $f(x) = \sqrt{x^3 + 1} - 5$; $[0, 5]$

2 السلوك الطرفي

يصف **السلوك الطرفي** سلوك الدالة عند أياً من طرفي الرسم البياني لها. أي أن السلوك الطرفي هو ما يحدث لقيمة الدالة $f(x)$ كلما ازدادت قيمة x أو نقصت بدون أي حدود – أي ازدادت للغاية أو نقصت حتى أصبحت سالبة أكثر وأكثر. ولوصف السلوك الطرفي لرسم بياني ما، يمكنك استخدام مبدأ النهاية.

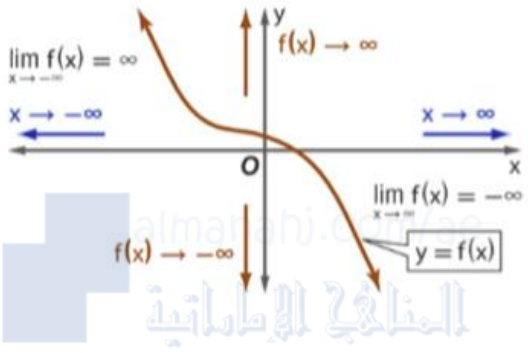
سلوك الطرف الأيمن

$$\lim_{x\to\infty} f(x)$$

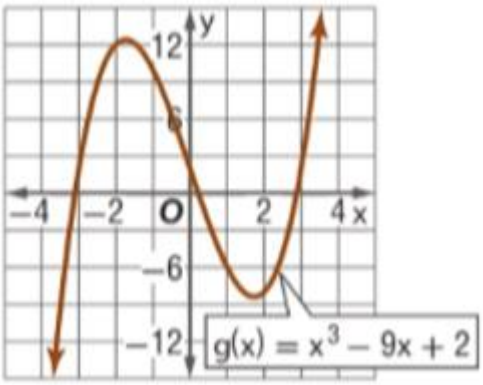
أحد احتمالات السلوك الطرفي للرسم البياني لدالة ما لقيمة $f(x)$ هي أن تزداد أو تنقص بدون أي حد أو قيد. ويوصف هذا السلوك الطرفي بأن $f(x)$ تصل إلى اللانهاية الموجبة أو السالبة.

سلوك الطرف الأيسر

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)$$



تمرين : استخدم الرسم البياني لكل دالة لوصف السلوك الطرفي الخاص بها .أثبت فرضيتك بالأرقام .



التحليل البياني :

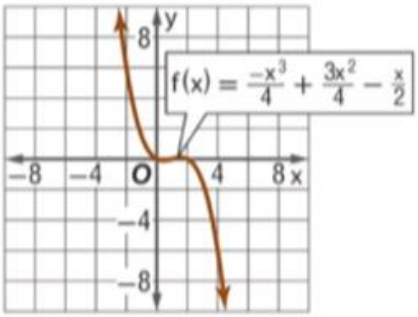
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) =$$

الإثبات الرقمي:

x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$							

التحليل البياني :



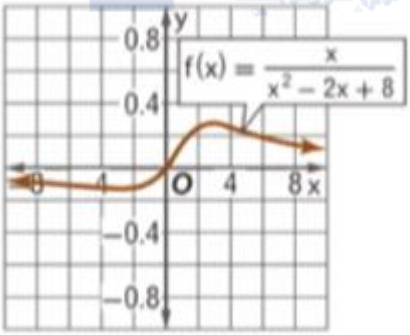
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) =$$

الإثبات الرقمي:

x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$							

التحليل البياني :

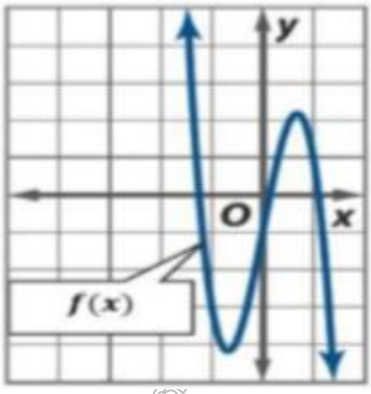


$$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) =$$

الإثبات الرقمي:

x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$							



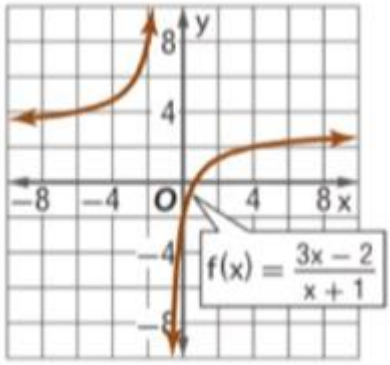
أي العبارات التالية يمكن استخدامها لوصف سلوك الدالة $f(x)$

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

c) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

d) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



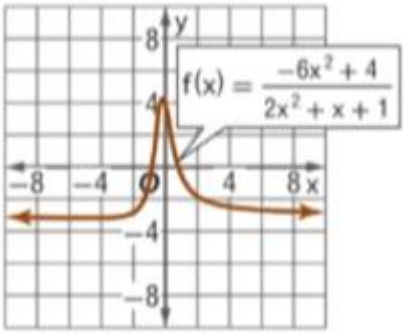
التحليل البياني :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) =$$

الإثبات الرقمي:

x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$							



التحليل البياني :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) =$$

الإثبات الرقمي:

x	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
$f(x)$							