

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/12>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade12>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

8-1 مقدمة في المتجهات

ورقة عمل التالى عشر العام

في هذا الترس سوف نتعلم: [1- تمثيل المتجهات واستخدامها هندسيًا. 2- حل مسائل المتجهات وتحليل المتجهات إلى مركباتها المتعامدة.



تحديد الكميات المتجهة

حدد الكميات المتجهة، والكميات غير المتجهة في كل مما يأتى:

a. يسير قارب بسرعة 15 km/h .

كمية غير متجهة ؛ الكمية : 15 ، الاتجاه : غير موجود .

b. متجول يسير 25 خطوة باتجاه الغرب.

كمية متجهة ؛ الكمية : 25 ، الاتجاه : الغرب .

c. وزن شخص على ميزان حمام.

كمية متجهة ؛ الكمية : الوزن ، الاتجاه : لأسفل بفعل الجاذبية الأرضية .

d. تسير السيارة بسرعة 60 km/h بزاوية 15° في اتجاه الجنوب الشرقي.

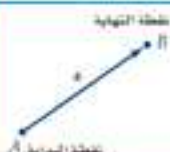
كمية متجهة ؛ الكمية : 60 ، الاتجاه : 15 اتجاه الجنوب الشرقي .

e. يهب قاذف بالمظلات لأسفل مباشرة بسرعة 20.2 km/h .

كمية متجهة ؛ الكمية : 20.2 ، الاتجاه : أسفل .

f. يسحب طفل زلاجة بقوة مقدارها 40 N .

كمية غير متجهة ؛ الكمية : 40 ، الاتجاه : لا يوجد .



يمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم يظهر كلاً من المقدار والاتجاه ويسمى هذا التمثيل متجهًا. ويمثل الشكل المجاور المتجه الذي له نقطة البداية A (الذيل)، ونقطة النهاية B (الرأس أو الطرف). ويرمز لهذا المتجه بالرمز \vec{AB} أو \vec{a} أو a .



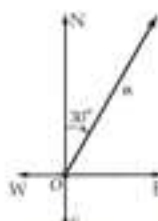
أما طول المتجه فهو مقدار المتجه ويمثله طول القطعة المستقيمة، ويتناسب مع مقدار الكمية المتجهة، ففي الشكل المجاور، إذا كان مقياس الرسم هو $1 \text{ cm} = 5 \text{ ft/s}$ ، فإن طول المتجه a ، ويرمز له بالرمز $|a|$ ، يساوي 2.6×5 أو 13 ft/s .

يكون المتجه في الوضع القياسي إذا كانت نقطة بداية المتجه هي نقطة الأصل.

طرق التعبير عن اتجاه المتجه في الوضع القياسي

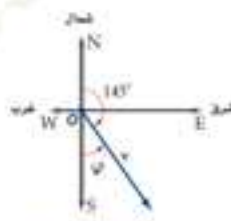
الاتجاه الحقيقي

تقاس زاوية الاتجاه الحقيقي بدءًا من الشمال فقط ومع عقارب الساعة. وتكتب الزاوية بثلاثة أرقام.



030°

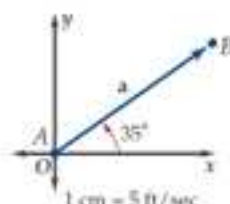
الاتجاه الزبني



S 35° E

الاتجاه الألفي

الزاوية التي يصنعها المتجه مع الجزء الموجب لمحور x عكس عقارب الساعة.



35°

استخدم مسطرة أو منقلة لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، واكتب مقياس الرسم في كل حالة:

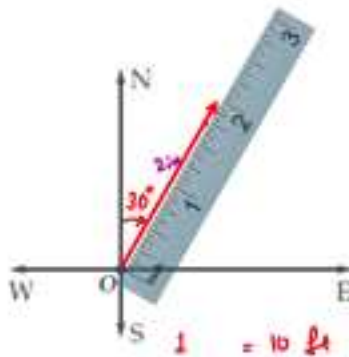
(a) $a = 20 \text{ ft/s}$ باتجاه 30° .

* مقياس الرسم / $2 \text{ in} = 20 \text{ ft}$

$1 \text{ in} = 10 \text{ ft}$

* الزاوية 30° باتجاه عقارب الساعة مع الشمال

* الطول في الرسم: 2 in



(b) $v = 75 \text{ N}$ بزاوية قياسها 140° مع الاتجاه الأفقي.

* الزاوية 140° عكس عقارب الساعة من الجزء الموجب

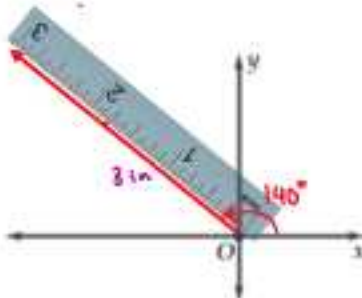
محور x

* الطول 3 in

$3 \text{ in} = 75 \text{ N}$

$1 \text{ in} = 25 \text{ N}$

* مقياس الرسم



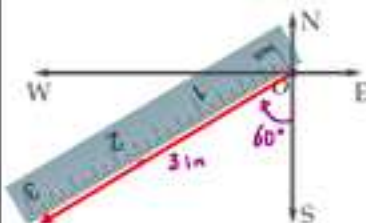
(c) $z = 30 \text{ mi/h}$ باتجاه $S 60^\circ W$.

* الزاوية 60° غرب الجنوب

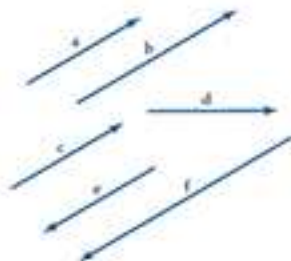
* الطول في الرسم 3 in

* مقياس الرسم $3 \text{ in} = 30 \text{ mi}$

$1 \text{ in} = 10 \text{ mi}$



تنبيه: يمكن أن يمثل طول المتجه مسافة، أو سرعة، أو قوة. وإذا مثل المتجه سرعة، فإن طوله لا يمثل المسافة المقطوعة.



عند إجراء العمليات على المتجهات، فإنك تحتاج إلى الأنواع الشائعة الآتية من المتجهات:

- **المتجهات المتوازية** لها الاتجاه نفسه، أو الاتجاه معاكس، وليس بالضرورة أن يكون لها الطول نفسه. فمثلاً في الشكل المجاور: $a \parallel b \parallel c \parallel e \parallel f$
- **المتجهات المتساوية** لها الاتجاه نفسه، والطول نفسه. ففي الشكل المجاور: a, c لهما الطول والاتجاه نفسهما لذا هما متساويان ويعبر عنه بالرموز: $a = c$. لاحظ أن $b \neq a$ لأن $b \neq a$ و $d \neq a$ لأن لهما اتجاهين مختلفين.
- **معكوس المتجه** هو متجه له طول المتجه a ، ولكنه في اتجاه معاكس له، ويكتب على الصورة $-a$ ، ففي الشكل المجاور: $e = -a$

عند جمع متجهين أو أكثر يكون الناتج متجهاً، ويسمى **المحصلة** أو **الناتج**. ويكون لمتجه المحصلة التأثير نفسه للناتج عن تأثير المتجهين الأصليين عند تطبيقهما واحداً تلو الآخر. ويمكن إيجاد المحصلة هندسياً باستعمال **قاعدة المثلث**، أو **قاعدة متوازي الأضلاع**.

إيجاد المحصلة

مشهور أساسي

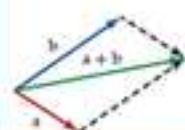
قاعدة متوازي الأضلاع (الذيل إلى الذيل)



إيجاد محصلة المتجهين a, b
البيع الخطوات الآتية:



الخطوة 1 أجر السحب للمتجه b ، بحيث تكون نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه a .



الخطوة 2 أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعا a, b .

الخطوة 3 محصلة المتجهين هي المتجه الذي يمثل قطره متوازي الأضلاع.

قاعدة المثلث (الطرف إلى الذيل)



إيجاد محصلة المتجهين a, b
البيع الخطوات الآتية:



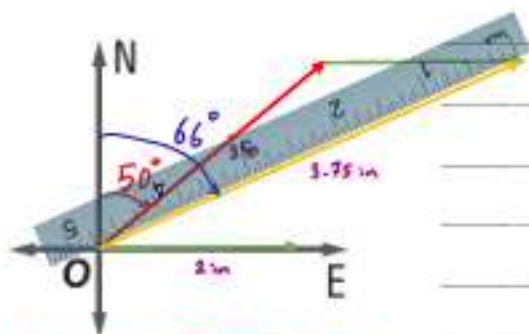
الخطوة 1 أجر السحب للمتجه b ، بحيث تكون نقطة بدايته مع نقطة نهاية المتجه a .



الخطوة 2 محصلة المتجهين a, b هي المتجه المرسوم من نقطة بداية a إلى نقطة نهاية b .

يجاد محصلة (ناتج) متجهين

رياضة المشي، قطع عبد الله في سباق للمشي، مسافة 120 m باتجاه N 50° E، ثم مسافة 80 m في اتجاه الشرق. كم يبعد عبد الله عن نقطة البداية، وما هي زاوية الاتجاه الربعي؟



المعجه الأولى :- زاوية 50° شرق الشمال .

الطول 120 m

قياس الرسم : 1 cm = 40 m

1 cm = 40 m

المعجه الثاني :- اتجاه الشرق .

الطول 80 m

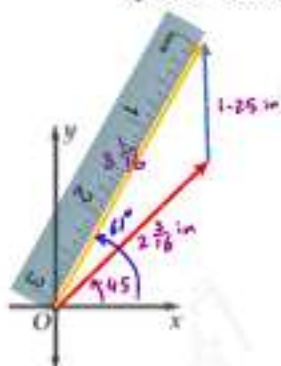
z = 80 m

z = 80 m = 2 cm

المعجه باسكنم قاعدة المثلث 4.75 x 40 = 190 m في اتجاه N 66° E

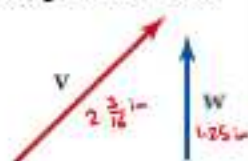
ملاحظة :- الرسم بالمسطرة والمثلث .

أوجد محصلة كل زوج من المتجهات الآتية مستعملًا قاعدة المثلث، أو متوازي الأضلاع ثم حدد اتجاهها بالنسبة للأفق.



المعجه : 3 1/16 in

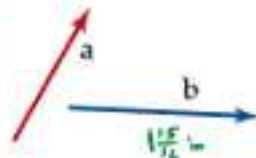
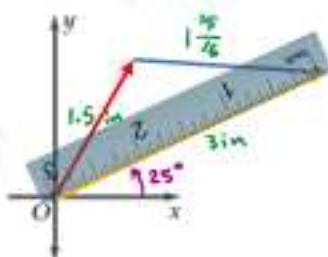
الزاوية : 61°



ملاحظة :- الرسم بالمسطرة والمثلث .

المعجه : 3 in

الزاوية : 25°



ملاحظة :- الرسم بالمسطرة والمثلث .

مفهوم أساسي

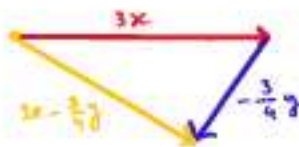
ضرب المتجه في عدد حقيقي

إذا ضرب المتجه \mathbf{v} في عدد حقيقي k ينتج المتجه $k\mathbf{v}$ الذي يوازي المتجه \mathbf{v} ، ويكون طول المتجه $k\mathbf{v}$ هو $|k| |\mathbf{v}|$ ، ويتحدد اتجاهه بإشارة k .

- إذا كانت $k > 0$ ، فإن اتجاه $k\mathbf{v}$ هو اتجاه \mathbf{v} نفسه.
- إذا كانت $k < 0$ ، فإن اتجاه $k\mathbf{v}$ هو عكس اتجاه \mathbf{v} .

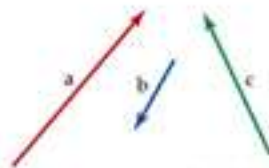
المعاملات على المتجهات

$$3x - \frac{3}{4}y$$



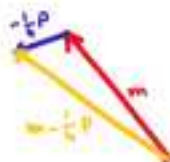
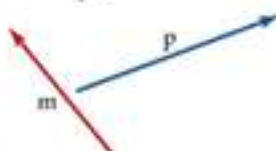
- ارسم المتجه الذي يُمثل كلاً مما يأتي:
- $3x$ رسم متجه يوازي x وطوله 3 أضعاف $|x|$
- $-\frac{3}{4}y$ رسم متجه عكس اتجاه y وطوله $\frac{3}{4}$ من $|y|$
- نضع ذيل المتجهين عند رأس المتجه الآخر
- ثم نرسم متجه المحصلة بقاعدة الثلاث.

$$a - c + 2b$$



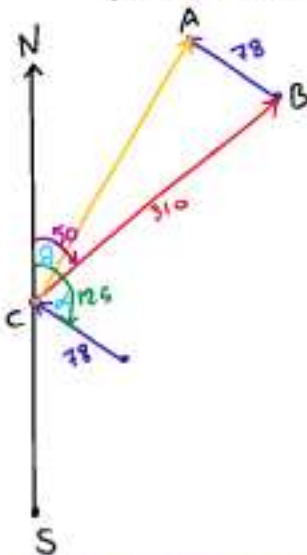
- نرسم متجه a
- نرسم متجه $-c$
- نرسم متجه $2b$ يوازي b وطوله نفس b مرتين.
- ثم نضع ذيل المتجه على رأس الآخر
- ثم نرسم المحصلة.

$$m - \frac{1}{4}p$$



- نرسم متجه m
- نرسم متجه $-\frac{1}{4}p$ يوازي p وطوله $\frac{1}{4}$ من $|p|$
- نضع ذيل المتجهين ذيل على رأس الآخر
- ثم نرسم المحصلة.

الطيران تطير طائرة بسرعة جوية 310 km/h باتجاه 050° . إذا كانت الرياح تهب بسرعة 78 km/h من اتجاه حقيقي 125° ، فحدد سرعة الطائرة واتجاهها بالنسبة إلى الأرض.



$$m \angle B = m \angle A = 125 - 50 = 75^\circ$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2(ac)\cos B} = \sqrt{310^2 + 78^2 - 2(310)(78)\cos 75^\circ} = 299.45$$

$$\frac{\sin C}{78} = \frac{\sin 75}{299.45}$$

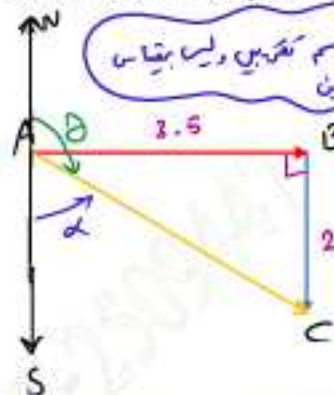
$$C = \sin^{-1} \frac{78 \sin 75}{299.45} = 14.57^\circ$$

$$\theta = 50 - 14.57 = 35.43^\circ$$

سرعة الطائرة إلى الأرض هي 299.45 km/h
في اتجاه 35° تقريباً.

ملاحظة: الرسم تقريبي وليس بقياس معين

المساحة يسبح إبراهيم في اتجاه الشرق بسرعة 3.5 ft/s عبر نهر متجهها مباشرة نحو الضفة المقابلة. وفي الوقت ذاته، يحمل نهر التهر باتجاه الجنوب بمعدل 2 ft/s. جد سرعة إبراهيم واتجاهه بالنسبة للشاطئ.



ملاحظة: الرسم تقريبي وليس بقياس معين

باستخدام فيثاغورس

$$b = \sqrt{3.5^2 + 2^2} = 4.03$$

$$\tan A = \frac{\text{مقابل}}{\text{جوار}}$$

$$\tan A = \frac{2}{3.5}$$

$$A = \tan^{-1} \frac{2}{3.5} = 29.74^\circ$$

$$\theta = 90 + 29.74 = 119.74^\circ$$

$$\alpha = 90 - 29.74 = 60.26^\circ$$

السرعة 4.03 ft/s

الاتجاه 60.26° E

السرعة 4.03 ft/s والاتجاه الحقيقي 120° تقريباً



تطبيقات المتجهات: يسمى المتجهان اللذان ناتج جمعهما المتجه v ، مركبتي v ، ومع أن مركبتى المتجه يمكن أن تكونا في أي اتجاه، إلا أنه من المفيد غالبًا تحليل المتجه إلى مركبتين متعامدتين، واحدة أفقية، والأخرى رأسية. ففي الشكل المجاور، يمكن اعتبار القوة F المبذولة لسحب العربة بفسلتها مجموع مركبتين هما أفقية x تحرك العربة إلى الأمام، ورأسية y تسحب العربة إلى أعلى.

تحليل القوة إلى مركبتين متعامدتين

قص العشب، يدفع علي عربة قش العشب بقوة مقدارها 450 N ، وبزاوية قياسها 56° مع الأفقي (سطح الأرض).

(a) ارسم شكلًا يوضح تحليل القوة التي يبذلها علي إلى مركبتين متعامدتين.

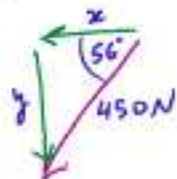
(b) أوجد مقدار كلٍّ من المركبتين: الأفقية والرأسية للقوة.



$$|x| = 450 \cos 56 = 251.64 \text{ N}$$

$$|y| = 450 \sin 56 = 373.07 \text{ N}$$

a



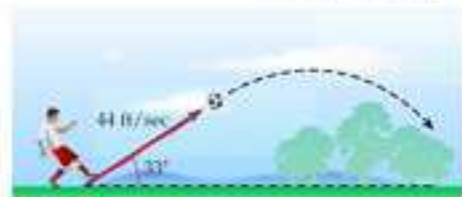
مقدار المركبة الأفقية 252 N تقريبًا.

مقدار المركبة الرأسية 373 N تقريبًا.

كرة قدم، يرسل لاعب كرة قدم من سطح الأرض بسرعة مقدارها 44 ft/sec ، وبزاوية قياسها 33° مع سطح الأرض كشافي الشكل أدناه.

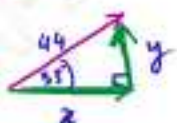
(A) ارسم شكلًا يوضح تحليل هذه السرعة إلى مركبتين متعامدتين.

(B) أوجد مقدار كلٍّ من المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة.



B

A



$$|x| = 44 \cos 33 = 36.9 \text{ ft/sec}$$

$$|y| = 44 \sin 33 = 23.96 \text{ ft/sec}$$

مقدار المركبة الأفقية 36.9 ft/sec تقريبًا.

مقدار المركبة الرأسية 23.96 ft/sec تقريبًا.