

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



تجميعة تمارين وفق الهيكل الوزاري

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 08:23:59 2025-02-20

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات و تقارير | مذكرات و بنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الثاني

مراجعة أسئلة عامة وفق الهيكل الوزاري	1
مراجعة الدرس الثاني المتجهات في المستوى الإحداثي اعتماداً على الاختبارات السابقة من الوحدة الثامنة	2
مراجعة الدرس الأول مقدمة في المتجهات اعتماداً على الاختبارات السابقة من الوحدة الثامنة	3
مراجعة الدرس الثالث الدوائر اعتماداً على الاختبارات السابقة من الوحدة السابعة	4
حل مراجعة الدرس الثاني القطع المكافئ اعتماداً على الاختبارات السابقة من الوحدة السابعة	5

تمارين هيكل الرياضيات

الصف الثاني عشر العام

إعداد المعلم : أنس القاضي - رأس الخيمة

الفصل الدراسي الثاني 2024-2025

ملاحظات :

- . هذه المذكرة لا تغني عن الكتاب المدرسي .
- . لا تتردد عزيزي الطالب بالتواصل معي لأي استفسار .

لا تنسونا من صالح الدعاء

للتواصل : 0502826004

مثال 1 إيجاد حل نظام 2×2 باستخدام المصفوفة العكسية

استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات، إن أمكن.

$2x - 3y = -1$

$-3x + 5y = 3$

A

B

C

D

تمرين موجه

استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات، إن أمكن.

1A. $6x + y = -8$
 $-4x - 5y = -12$

A

B

C

D

1B. $-3x + 9y = 36$
 $7x - 8y = -19$

A

B

C

D

1. $5x - 2y = 11$
 $-4x + 7y = 2$

A

B

C

D

2. $2x + 3y = 2$
 $x - 4y = -21$

A

B

C

D

3. $-3x + 5y = 33$
 $2x - 4y = -26$

A

B

C

D

4. $-4x + y = 19$
 $3x - 2y = -18$

A

B

C

D

5. $2x + y - z = -13$
 $3x + 2y - 4z = -36$
 $x + 6y - 3z = 12$

A

B

C

D

6. $3x - 2y + 8z = 38$
 $6x + 3y - 9z = -12$
 $4x + 4y + 20z = 0$

A

B

C

D

7. $x + 2y - z = 2$
 $2x - y + 3z = 4$
 $3x + y + 2z = 6$

A

B

C

D

8. $4x + 6y + z = -1$
 $-x - y + 8z = 8$
 $6x - 4y + 11z = 21$

A

B

C

D

مثال 1 إيجاد نقطة المنتصف

جد إحداثيي النقطة M التي تمثل نقطة منتصف القطعة المستقيمة \overline{JK} . من أجل $J(-1, 2)$ و $K(6, 1)$.

- A $\left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ B $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
 C $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ D $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

جد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة ذات النقطتين الطرفيتين عند الإحداثيات المعطاة.

10. $(20, 3), (15, 5)$

- A $(17.5, 4)$ B $(-17.5, -4)$
 C $(2.5, -1)$ D $(17.5, -4)$

11. $(-27, 4), (19, -6)$

- A $(4, -1)$ B $(-4, -1)$
 C $(-4, 1)$ D $(4, 1)$

12. $(-0.4, 7), (11, -1.6)$

- A $(5.3, 2.7)$ B $(-5.3, -2.7)$
 C $(5.3, -2.7)$ D $(-5.3, 2.7)$

13. $(5.4, -8), (9.2, 10)$

- A $(-7.3, 1)$ B $(-7.3, 1)$
 C $(7.3, -1)$ D $(7.3, 1)$

14. $(-5.3, -8.6), (-18.7, 1)$

- A $(12, 3.8)$ B $(-12, -3.8)$
 C $(12, -3.8)$ D $(-12, 3.8)$

15. $(-6.4, -8.2), (-9.1, -0.8)$

- A $(-7.75, -4.5)$ B $(7.75, -4.5)$
 C $(-7.75, 4.5)$ D $(7.75, 4.5)$

جد المسافة بين كل زوج من النقاط المعطاة إحداثياتها.

16. (1, 2), (6, 3)

A

5.099

B

4.099

C

5.3

D

5.088

17. (3, -4), (0, 12)

A

13.79

B

16.076

C

16.279

D

15.085

18. (-6, -7), (11, -12)

A

13.720

B

17.020

C

17.720

D

11.720

19. (-10, 8), (-8, -8)

A

13.125

B

16.98

C

10.125

D

16.125

20. (4, 0), (5, -6)

A

6.083

B

6.73

C

6.377

D

7.083

21. (7, 9), (-2, -10)

A

21.783

B

13.024

C

21.024

D

21.001

22. (-4, -5), (15, 17)

A

45.069

B

29.039

C

23.069

D

29.069

23. (14, -20), (-18, 25)

A

55.218

B

51.218

C

55.618

D

53.218

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

$$y = 2x^2 - 24x + 40$$

1

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

$$y = 3x^2 - 6x - 4$$

2

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

$$x = y^2 - 8y - 11$$

3

2025

2024

A

B

C

D

رأس القطع المكافئ: $(-27, 4)$
محور التماثل: $y = 4$
اتجاه الفتحة: لليسار

رأس القطع المكافئ: $(4, -27)$
محور التماثل: $y = 4$
اتجاه الفتحة: لليمين

رأس القطع المكافئ: $(-27, 4)$
محور التماثل: $y = 4$
اتجاه الفتحة: لليمين

رأس القطع المكافئ: $(6, -32)$
محور التماثل: $x = 6$
اتجاه الفتحة: للأعلى

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

$$x + 3y^2 + 12y = 18$$

4

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

$$y = x^2 - 8x + 13$$

أي العبارات التالية صحيح فيما يتعلق بمعادلة القطع المكافئ

14

A

رأس القطع المكافئ: (4, -3)
محور التماثل: $y = 4$
اتجاه الفتحة: للأعلى

B

رأس القطع المكافئ: (4, -3)
محور التماثل: $x = 4$
اتجاه الفتحة: للأسفل

C

رأس القطع المكافئ: (4, -3)
محور التماثل: $x = 4$
اتجاه الفتحة: للأعلى

D

رأس القطع المكافئ: (4, -3)
محور التماثل: $x = 4$
اتجاه الفتحة: لليمين

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته

$$y = 3x^2 + 42x + 149 \quad 15$$

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

16 أي العبارات التالية صحيح فيما يتعلق بمعادلة القطع المكافئ 16. $y = -6x^2 - 36x - 8$

A

رأس القطع المكافئ:
(-3, 466)
محور التماثل:
 $x = -3$
اتجاه الفتحة: للأسفل

B

رأس القطع المكافئ: (3, 466)
محور التماثل: $x = -3$
اتجاه الفتحة: للأسفل

C

رأس القطع المكافئ: (-3, 466)
محور التماثل: $y = -3$
اتجاه الفتحة: للأسفل

D

رأس القطع المكافئ: (-3, 466)
محور التماثل: $x = -3$
اتجاه الفتحة: للأعلى

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته

$$17. y = -3x^2 - 9x - 6 \quad 17$$

اتجاه الفتحة:

محور التماثل:

رأس القطع المكافئ:

18 أي العبارات التالية صحيح فيما يتعلق بمعادلة القطع المكافئ 18. $x = \frac{1}{3}y^2 - 3y + 4$

A

رأس القطع المكافئ: (2.75, 4.5)
محور التماثل: $y = 4.5$
اتجاه الفتحة: لليمين

B

رأس القطع المكافئ: (2.75, 4.5)
محور التماثل: $y = 4.5$
اتجاه الفتحة: لليمين

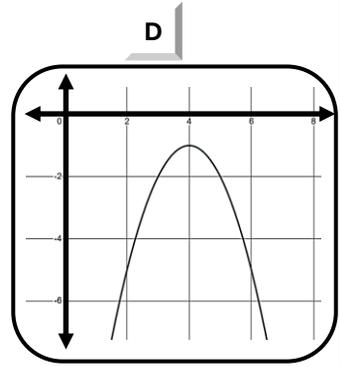
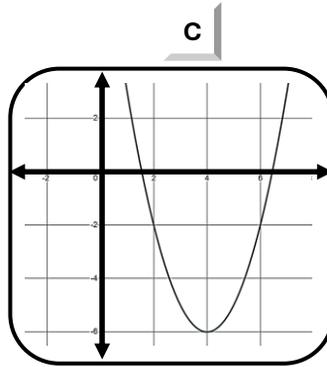
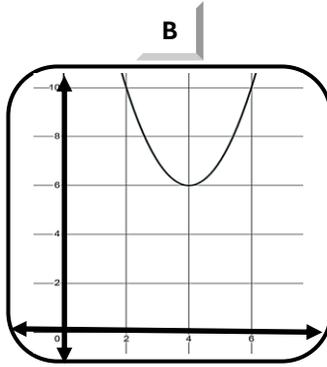
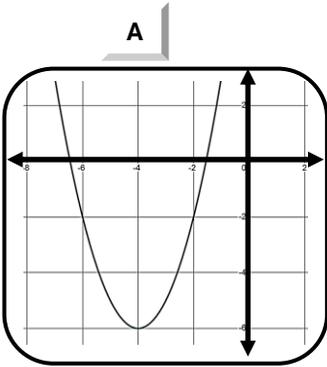
C

رأس القطع المكافئ: (-2.75, 4.5)
محور التماثل: $y = 4.5$
اتجاه الفتحة: لليمين

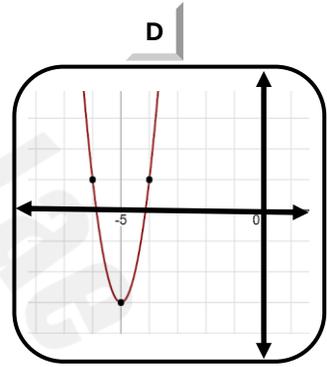
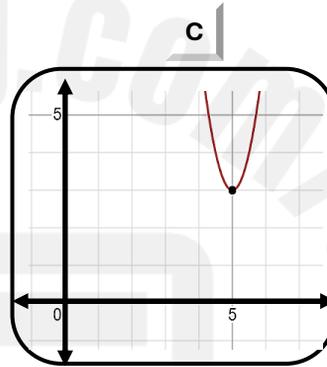
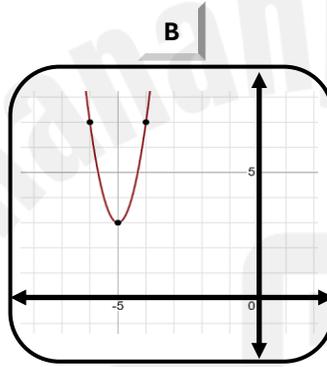
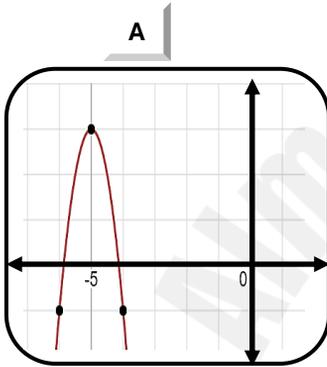
D

رأس القطع المكافئ: (-2.75, 4.5)
محور التماثل: $y = 4.5$
اتجاه الفتحة: لليساار

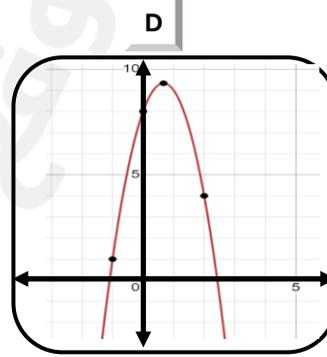
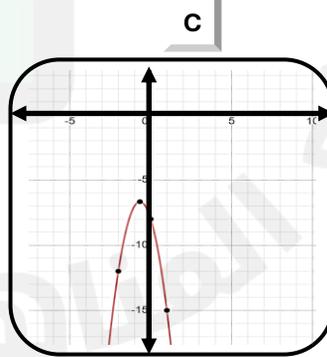
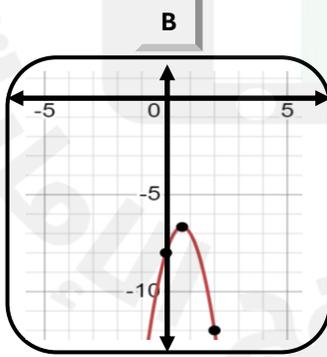
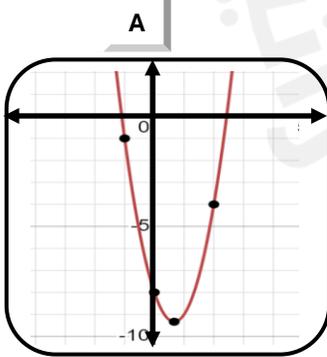
5 أي التمثيلات البيانية التالية تمثل المعادلة : $y = (x - 4)^2 - 6$



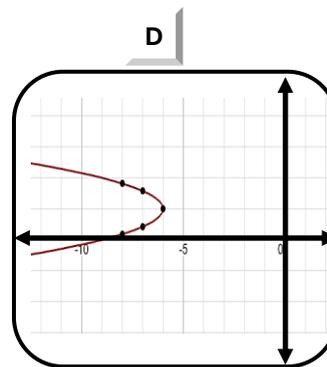
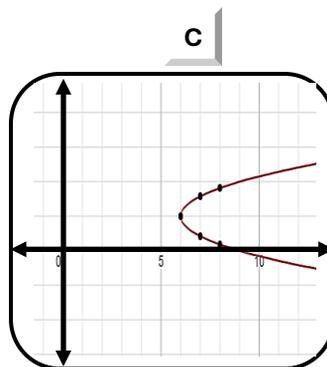
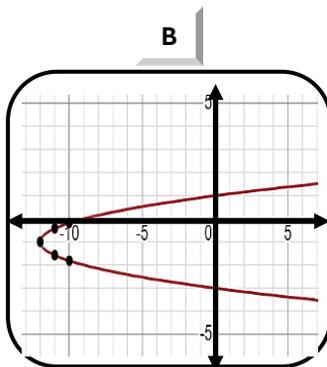
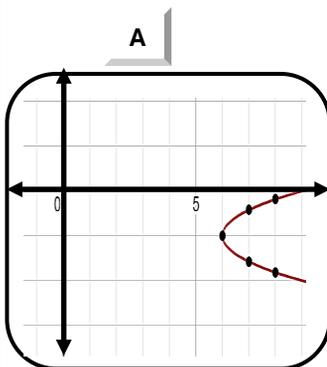
6 أي التمثيلات البيانية التالية تمثل المعادلة : $y = 4(x + 5)^2 + 3$



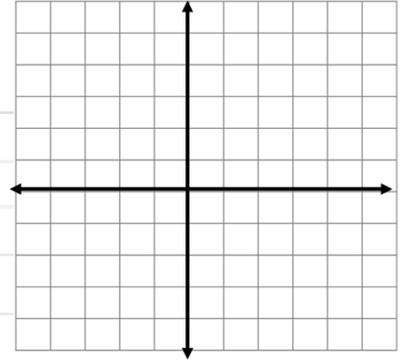
7 أي التمثيلات البيانية التالية تمثل المعادلة : $y = -3x^2 - 4x - 8$



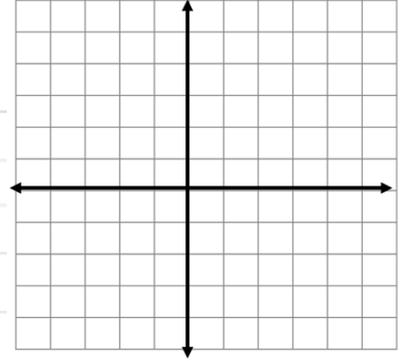
8 أي التمثيلات البيانية التالية تمثل المعادلة : $x = 3y^2 - 6y + 9$



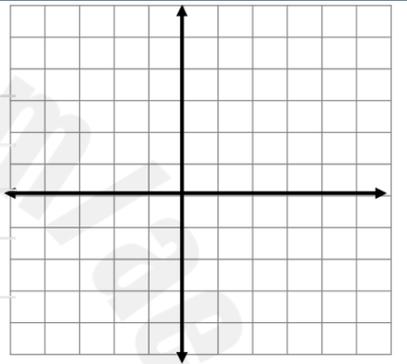
20. $y = \frac{1}{3}x^2$



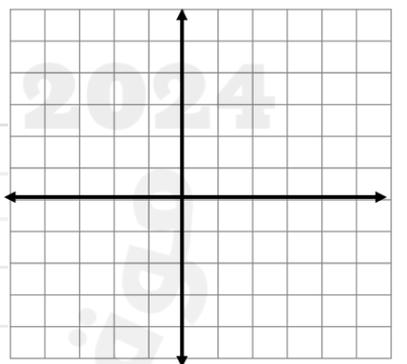
21. $y = -2x^2$



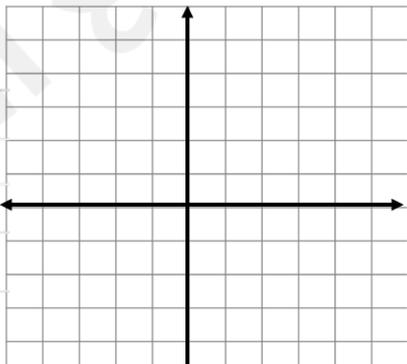
22. $y = -2(x - 2)^2 + 3$



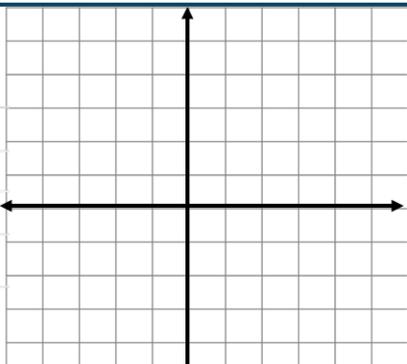
23. $y = 3(x - 3)^2 - 5$



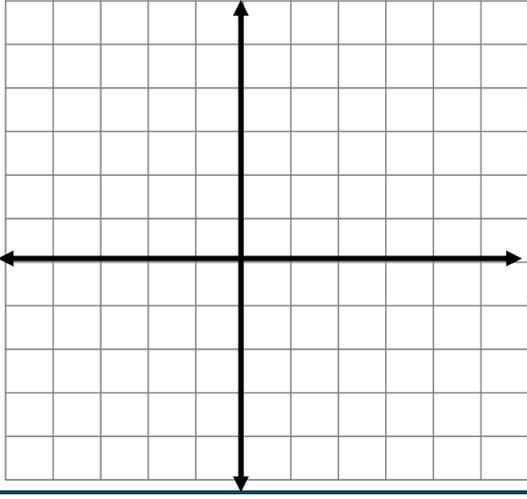
24. $x = \frac{1}{2}y^2$



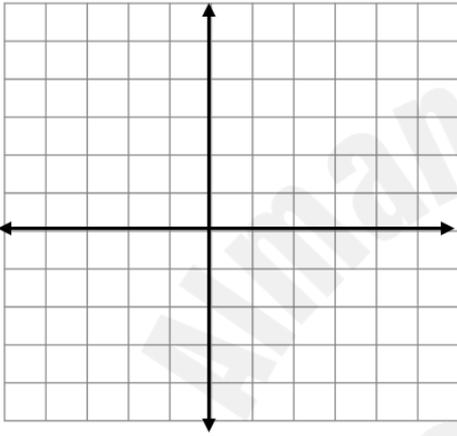
25. $4x - y^2 = 2y + 13$



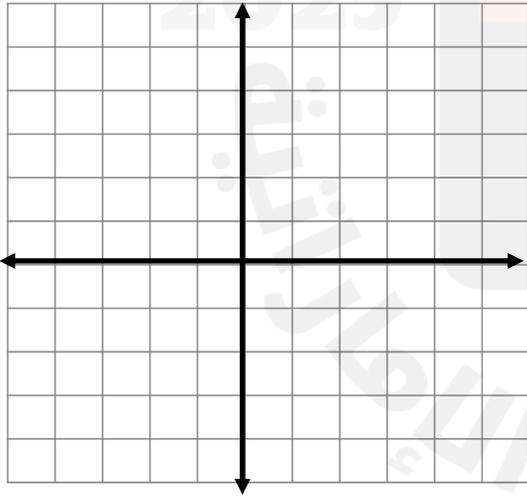
9 اكتب معادلة قطع مكافئ يقع رأسه على النقطة $(0, 2)$. البؤرة $(0, 4)$ ثم مثل المعادلة بيانيًا.



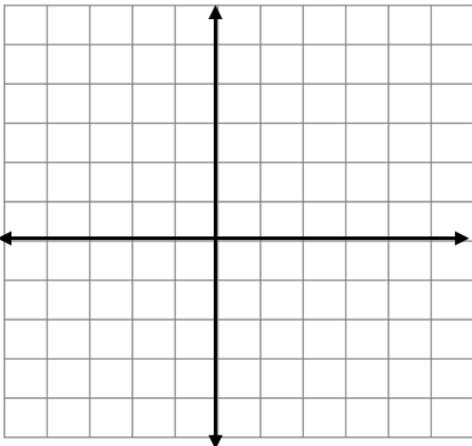
10 اكتب معادلة قطع مكافئ يقع رأسه على النقطة الرأس $(-2, 4)$. الدليل $x = -1$ ثم مثل المعادلة بيانيًا.



11 اكتب معادلة قطع مكافئ : البؤرة $(3, 2)$. الدليل $y = 8$ ثم مثل المعادلة بيانيًا.



12 اكتب معادلة قطع مكافئ يقع رأسه على النقطة $(-1, -5)$. البؤرة $(-5, -5)$ ثم مثل المعادلة بيانيًا.



26 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : الرأس (0, 1)، البؤرة (0, 4)

A

$$y = \frac{1}{12}x^2 + 1$$

B

$$y = -\frac{1}{12}x^2 + 1$$

C

$$x = \frac{1}{12}y^2 + 1$$

D

$$x = -\frac{1}{12}y^2 + 1$$

27 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : الرأس (1, 8)، الدليل $y = 3$

28 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : البؤرة (-2, -4)، الدليل $x = -6$

A

$$x = \frac{1}{8}(y + 4)^2 - 4$$

B

$$x = -\frac{1}{8}(y + 4)^2 - 4$$

C

$$y = \frac{1}{8}(x + 4)^2 - 4$$

D

$$y = -\frac{1}{8}(x + 4)^2 - 4$$

29 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : البؤرة (2, 4)، الدليل $x = 10$

30 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : الرأس (-6, 0)، الدليل $x = 2$

A

$$y = \frac{1}{32}x^2 - 6$$

B

$$y = -\frac{1}{32}x^2 - 6$$

C

$$x = \frac{1}{32}y^2 - 6$$

D

$$x = -\frac{1}{32}y^2 - 6$$

31 اكتب معادلة القطع المكافئ الذي فيه : الرأس (9, 6)، البؤرة (9, 5)

2 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(-2, -6)$. وحدات $r = 4$

A

B

C

D

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$$

$$(x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

$$(x + 2)^2 + (y + 6)^2 = 16$$

$$(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

3 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(1, -5)$. وحدات $r = 3$

12 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(4, 9)$ $r = 6$

A

B

C

D

$$(x - 4)^2 + (y - 9)^2 = 36$$

$$(x - 4)^2 + (y - 9)^2 = 6$$

$$(x + 4)^2 + (y + 9)^2 = 36$$

$$(x + 4)^2 + (y + 9)^2 = 6$$

13 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(-3, 1)$ $r = 4$

14 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(-7, -3)$ $r = 13$

A

$$(x - 7)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

B

$$(x - 7)^2 + (y - 3)^2 = 169$$

C

$$(x + 7)^2 + (y + 3)^2 = 13$$

D

$$(x + 7)^2 + (y + 3)^2 = 169$$

15 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(-2, -1)$ $r = 9$

16 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(1, 0)$ $r = \sqrt{15}$

A

$$(x - 1)^2 + y^2 = \sqrt{15}$$

B

$$(x - 1)^2 + y^2 = 15$$

C

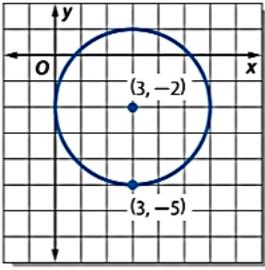
$$x^2 + (y - 1)^2 = 15$$

D

$$x^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{15}$$

17 اكتب معادلة الدائرة التي فيها : المركز: $(0, -6)$ $r = \sqrt{35}$

4 اكتب معادلة الدائرة للتمثيل البياني المجاور:



A

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$$

B

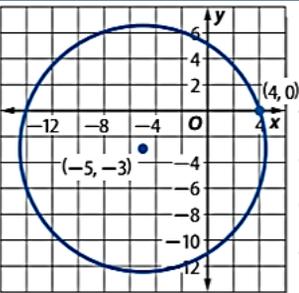
$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

C

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

D

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

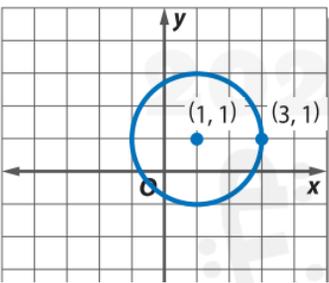


5 اكتب معادلة الدائرة للتمثيل البياني المجاور:

5

19 اكتب معادلة الدائرة للتمثيل البياني المجاور:

19



A

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$$

B

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

C

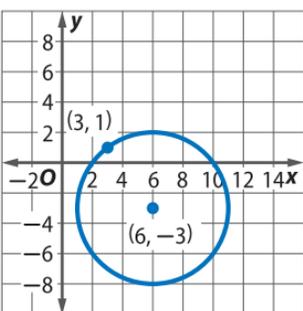
$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

D

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$$

20 اكتب معادلة الدائرة للتمثيل البياني المجاور:

20



A

$$(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

B

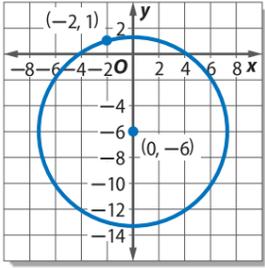
$$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

C

$$(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 5$$

D

$$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$$



A

$$(x + 6)^2 + y^2 = \sqrt{53}$$

B

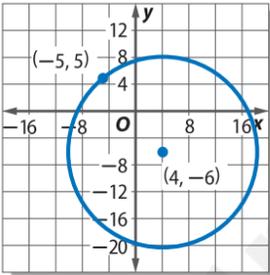
$$(x + 6)^2 + y^2 = 53$$

C

$$x^2 + (y + 6)^2 = \sqrt{53}$$

D

$$x^2 + (y + 6)^2 = 53$$



A

$$(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = \sqrt{202}$$

B

$$(x + 4)^2 + (y + 6)^2 = 202$$

C

$$(x - 4)^2 + (y + 6)^2 = 202$$

D

$$(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 202$$

مثال 1 تحديد كميات المتجهات

اذكر ما إذا كانت كل كمية موصوفة متجهة أم كمية غير متجهة.

a. يسير قارب بسرعة 15 km/h

لهذه الكمية مقدار يبلغ 15 كيلومترا في الساعة، ولكن لم يتم ذكر الاتجاه. السرعة هي كمية غير متجهة.

b. متجول يسير 25 خطوة باتجاه الغرب

لهذه الكمية مقدار يبلغ 25 خطوة واتجاه نحو الغرب. هذه المسافة الموجهة هي كمية متجهة.

c. وزن شخص على ميزان الحمام

الوزن هو كمية متجهة يتم حسابها باستخدام كتلة الشخص والسحب لأسفل بفعل الجاذبية. (يُعد التسارع بفعل الجاذبية متجهًا).

تمرين موجّه

1A. تسير السيارة بسرعة 60 km في الساعة بزاوية 15° في اتجاه الجنوب الشرقي

1B. يهب قافز بالمظلات لأسفل مباشرة بسرعة 20.2 km/h

1C. يسحب طفل زلاجة بقوة مقدارها 40 N

اذكر ما إذا كانت كل كمية موصوفة هي كمية متجهة أو كمية غير متجهة

1. صندوق يتم دفعه بقوة مقدارها 125 N

2. الرياح تهب بسرعة 20 km/h

3. غزال يركض بسرعة 15 m/s باتجاه الغرب

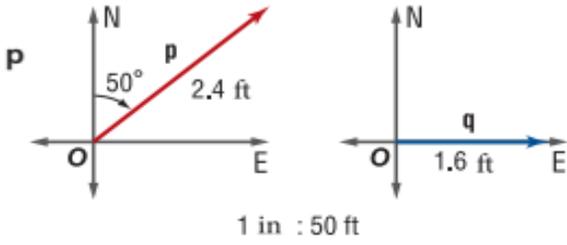
4. كرة قاعده تم قذفها بسرعة 36 km/h

5. إطار يزن 15 N يتدلى من حبل

6. حجر تم قذفه في مسار مستقيم لأعلى بسرعة 15 m/s

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد ناتج متجهين

الاسترشاد بالخرائط والبوصلة في مسابقة استرشاد بالخرائط والبوصلة، تسير نورة $N50^\circ E$ لمسافة 120 ft ثم تسير لمسافة 80 ft في اتجاه الشرق. فكم تبعد نورة وفي أي اتجاه ربعي تكون عن موضع انطلاقها؟



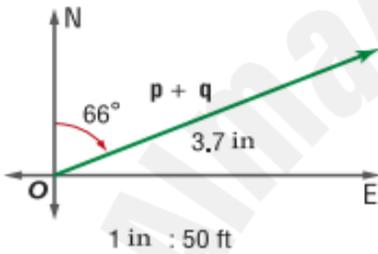
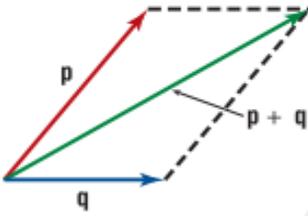
دع p = مسافة سير $N50^\circ E$ و q = مسافة سير 80 ft في اتجاه الشرق. قم بتصميم رسم تخطيطي لتمثيل q باستخدام مقياس من 1 in : 50 ft.

استخدم مسطرة لرسم سهم بطول $120 \div 50$ أو 2.4 in باتجاه 50° شمال شرق لتمثيل p وسهم بطول $80 \div 50$ أو

1.6 in باتجاه الشرق لتمثيل q .

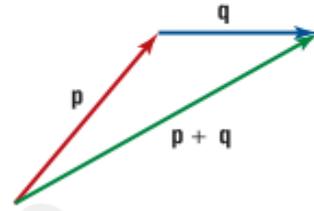
الطريقة 2 طريقة متوازي الأضلاع

قم بإزاحة q بحيث يلامس ذيلها ذيل p . ثم أكمل متوازي الأضلاع وارسم الناتج القطري $p + q$. كما هو موضح.



الطريقة 1 طريقة المثلث

قم بإزاحة q بحيث يلامس ذيلها طرف p . ثم ارسم المتجه الناتج $p + q$ كما هو موضح.



ينتج عن كلا الطريقتين نفس المتجه الناتج $p + q$. قم بقياس طول $p + q$ ثم قم بقياس الزاوية التي يشكلها المتجه مع المستقيم الشمالي الجنوبي كما هو موضح.

يمثل طول المتجه الذي يبلغ 3.7 in تقريبًا 3.7×50 أو 185 ft. لذا، تبعد نورة 185 ft تقريبًا باتجاه 66° نحو الشمال الشرقي أو $N66^\circ E$ عن موضع انطلاقها.

حدد مقدار ناتج مجموع كل متجه واتجاهه.

22. 18 N للأمام مباشرة ثم 20 N للخلف مباشرة

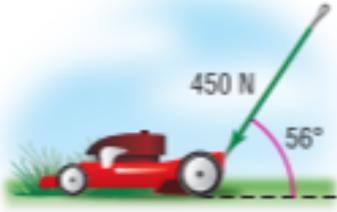
23. 100 m في اتجاه الشمال ثم 350 m في اتجاه الجنوب

24. قوة مقدارها 10 N باتجاه 025° ثم قوة مقدارها 15 N

25. 17 km شرقاً ثم 16 km جنوباً

26. 15 m/s^2 بزاوية 60° مع المركب الأفقي ثم 9.8 m/s^2 لأسفل

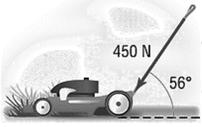
مثال 6 من الحياة اليومية تحليل قوة إلى مركبات متعامدة



العناية بالحديقة تدفع إيمان مقبض آلة جز العشب بقوة مقدارها 450 N بزاوية 56° مع الأرض.

a. صمم رسماً تخطيطياً يوضح تحليل القوة التي بذلتها إيمان إلى مركباتها المتعامدة.

تدفع إيمان مقبض آلة جز العشب بقوة مقدارها 450 N بزاوية 56° مع الأرض. جد مقدار المركبتين الأفقية والرأسية للقوة.



A

B

C

D

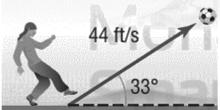
المركبة الأفقية تقريباً = 418
المركبة العمودية تقريباً = 307

المركبة الأفقية تقريباً = 307
المركبة العمودية تقريباً = 418

المركبة الأفقية تقريباً = 373
المركبة العمودية تقريباً = 252

المركبة الأفقية تقريباً = 252
المركبة العمودية تقريباً = 373

ركل لاعب الكرة بحيث انطلقت من الأرض بسرعة 44 ft/s بزاوية 33° مع الأرض. جد مقدار المركبتين الأفقية والرأسية للسرعة.



A

B

C

D

المركبة الأفقية تقريباً = 36.9
المركبة العمودية تقريباً = 24.0

المركبة الأفقية تقريباً = 24.0
المركبة العمودية تقريباً = 36.9

المركبة الأفقية تقريباً = 45.7
المركبة العمودية تقريباً = 58.7

المركبة الأفقية تقريباً = 58.7
المركبة العمودية تقريباً = 45.7

قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل كل متجه إلى مركباته المتعامدة.
ثم جد مقدار المركبتين الأفقية والرأسية للمتجه. (مثال 6)

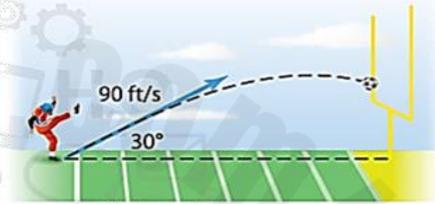
38. $2\frac{1}{8}$ cm بزاوية 310° مع المركب الأفقي

39. 1.5 cm باتجاه N49°E

40. 3.2 cm/h باتجاه S78°W

41. $\frac{3}{4}$ cm/min باتجاه 255°

42. كرة القدم في محاولة لإحراز هدف، تم ركل كرة بالسرعة الموضحة بالرسم التخطيطي أدناه.



- a. قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة.
b. جد مقادير المركبات الأفقية والرأسية. (مثال 6)

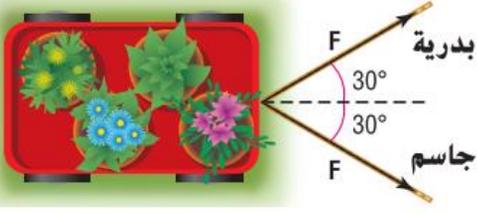
43. التنظيف تدفع بثينة مقبض مكنسة دفع بقوة مقدارها 190 N بزاوية 33° مع الأرض. (مثال 6)



- a. قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة.
b. جد مقادير المركبات الأفقية والرأسية. (مثال 6)

44. **تنسيق الحدائق** يسحب جاسم وأخته بدرية عربة مليئة بالنباتات. يسحب كل شخص العربة بقوة متساوية بزاوية 30° مع محور العربة. وتبلغ القوة الناتجة 120 N .

B



- ما مقدار القوة التي يبذلها كل منهما؟
- إذا بذل كل منهما قوة مقدارها 75 N ، فما مقدار القوة الناتجة؟
- كيف ستتأثر القوة الناتجة إذا اقترب جاسم وبدرية من بعضهما البعض؟

Almanahj.com

49. **التزلج** يسحب بلال أخته على زلاجة. يبلغ اتجاهه قوتي الناتجة 15.5 km/h حوالي 31° .

وتبلغ المركب الأفقي للقوة 86 N .

- ما المركب الرأسى للقوة؟
- ما مقدار القوة الناتجة؟

مثال 1 التعبير عن متجه في الصورة المُركَّبة

جد الصورة المُركَّبة لـ \overrightarrow{AB} بحيث تكون نقطة بدايته $A(-4, 2)$ ونقطة نهايته $B(3, -5)$.

تمرين موجّه

جد الصورة المُركَّبة لـ \overrightarrow{AB} بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين.

1A. $A(-2, -7), B(6, 1)$

1B. $A(0, 8), B(-9, -3)$

1 جد الصورة المُركَّبة ومقدار المتجه \overrightarrow{AB} بنقطتي البداية والنهاية $A(-3, 1), B(4, 5)$

A

$\langle 1, 4 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 8.6$

B

$\langle 7, 6 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 8.3$

C

$\langle -7, 4 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 8.8$

D

$\langle 7, 4 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 8.1$

2 جد الصورة المركبة للمتجه \overrightarrow{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(2, -7), B(-6, 9)$

A

$\langle 4, 16 \rangle$

B

$\langle -8, 16 \rangle$

C

$\langle -8, -16 \rangle$

D

$\langle -8, 2 \rangle$

3 جد الصورة المُركَّبة ومقدار المتجه \overrightarrow{AB} بنقطتي البداية والنهاية $A(10, -2), B(3, -5)$

A

$\langle -7, -3 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 7.6$

B

$\langle 7, -3 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 7.1$

C

$\langle -7, 3 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 8.6$

D

$\langle 7, 3 \rangle, |\overrightarrow{AB}| \approx 2.6$

4 جد مقدار المتجه \overrightarrow{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(-2, 7), B(-9, -1)$

A

$\sqrt{111} \approx 10.5$

B

$\sqrt{113} \approx 10.6$

C

$\sqrt{122} \approx 11.0$

D

$\sqrt{115} \approx 10.7$

5 جد الصورة المركبة للمتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(-5, -4), B(8, -2)$

A

$\langle 13, 2 \rangle$

B

$\langle -13, 2 \rangle$

C

$\langle 13, -2 \rangle$

D

$\langle -13, -2 \rangle$

6 جد مقدار المتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(-2, 6), B(1, 10)$

A

$\sqrt{101} \approx 10$

B

4

C

$\sqrt{122} \approx 11.0$

D

5

7 جد الصورة المركبة للمتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(2.5, -3), B(-4, 1.5)$

A

$\langle 1, 3 \rangle$

B

$\langle -6.5, -4.5 \rangle$

C

$\langle -6, 4.5 \rangle$

D

$\langle -6.5, 4.5 \rangle$

8 جد مقدار المتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(-4.3, 1.8), B(9.4, -6.2)$

A

≈ 14.9

B

≈ 15.2

C

≈ 15.9

D

≈ 16.9

9 جد الصورة المركبة للمتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(\frac{1}{2}, -9), B(6, \frac{5}{2})$

A

$\langle -\frac{11}{2}, -\frac{23}{2} \rangle$

B

$\langle \frac{11}{2}, \frac{25}{2} \rangle$

C

$\langle \frac{14}{2}, \frac{23}{2} \rangle$

D

$\langle \frac{11}{2}, \frac{23}{2} \rangle$

10 جد مقدار المتجه \overline{AB} بنقطتي البداية والنهاية: $A(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}), B(-1, 7)$

A

≈ 12.9

B

≈ 7.6

C

≈ 7.9

D

≈ 7.1

مثال 5 كتابة متجه كتوفيق خطي لمتجهات الوحدة

افتراض أن \overrightarrow{DE} متجه نقطة بدايته $D(-2, 3)$ ونقطة نهايته $E(4, 5)$. اكتب المتجه \overrightarrow{DE} على هيئة متجه توفيق خطي للمتجهين i و j .

أولاً، جد الصورة المركبة للمتجه \overrightarrow{DE} .

$$\overrightarrow{DE} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

$$= \langle 4 - (-2), 5 - 3 \rangle$$

$$= \langle 6, 2 \rangle$$

الصورة المركبة

$$(x_2, y_2) = (4, 5) \text{ و } (x_1, y_1) = (-2, 3)$$

بسط.

ثم أعد كتابة المتجه في صورة توفيق خطي لمتجهات وحدة قياسية.

$$\overrightarrow{DE} = \langle 6, 2 \rangle$$

$$= 6i + 2j$$

الصورة المركبة

$$\langle a, b \rangle = ai + bj$$

تمرين موجّه

افتراض أن \overrightarrow{DE} متجه له نقاط البداية والنهاية المعطاة. اكتب \overrightarrow{DE} على شكل توفيق خطي للمتجهين i و j .

5A. $D(-6, 0), E(2, 5)$

5B. $D(-3, -8), E(-7, 1)$

افتراض أن \overrightarrow{DE} هو المتجه بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين. اكتب المتجه \overrightarrow{DE} على هيئة متجه توفيق خطي للمتجهين i و j .

28. $D(4, -1), E(5, -7)$

29. $D(9, -6), E(-7, 2)$

30. $D(3, 11), E(-2, -8)$

31. $D(9.5, 1), E(0, -7.3)$

32. $D(-3, -5.7), E(6, -8.1)$

33. $D(-4, -6), E(9, 5)$

34. $D\left(\frac{1}{8}, 3\right), E\left(-4, \frac{2}{7}\right)$

35. $D(-3, 1.5), E(-3, 1.5)$

مثال 2 استخدام الضرب النقطي لإيجاد المقدار

استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار $a = \langle -5, 12 \rangle$.

$$\begin{aligned} |a| &= \sqrt{a \cdot a} \text{ إذ } |a|^2 = a \cdot a \text{ بما أن} \\ |\langle -5, 12 \rangle| &= \sqrt{\langle -5, 12 \rangle \cdot \langle -5, 12 \rangle} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + 12^2} \text{ أو } 13 \end{aligned}$$

$$a = \langle -5, 12 \rangle$$

بسط.

تمرين موجّه استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور.

2A. $b = \langle 12, 16 \rangle$

2B. $c = \langle -1, -7 \rangle$

10 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور. $m = \langle -3, 11 \rangle$

A

$\sqrt{133} \approx 11.5$

B

$\sqrt{114} \approx 10.7$

C

$\sqrt{103} \approx 10.1$

D

$\sqrt{130} \approx 1.4$

11 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور. $r = \langle -9, -4 \rangle$

A

$\sqrt{97} \approx 9.8$

B

$\sqrt{83} \approx 9.1$

C

$\sqrt{79} \approx 8.9$

D

$\sqrt{103} \approx 10.1$

12 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور. $n = \langle 6, 12 \rangle$

A

≈ 12.5

B

≈ 13.4

C

≈ 13.1

D

≈ 12.4

13 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور. $v = \langle 1, -18 \rangle$

A

≈ 18.8

B

≈ 17.1

C

≈ 18.0

D

≈ 17.1

14 استخدم الضرب النقطي لإيجاد مقدار المتجه المذكور. $p = \langle -7, -2 \rangle$

A

≈ 7.0

B

≈ 8.3

C

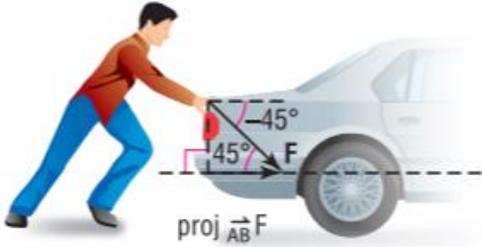
≈ 6.3

D

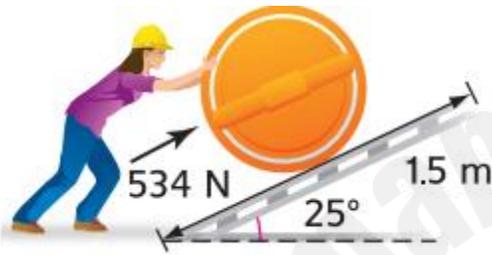
≈ 7.3

مثال 7 من الحياة اليومية حساب الشغل

المساعدة على جانب الطريق يدفع شخص ما سيارة بقوة ثابتة مقدارها 120 N بزاوية ثابتة قياسها 45° كما هو موضح. جد مقدار الشغل المبذول بالجول لتحريك السيارة مسافة 10 m.



35. **الفيزياء** تدفع رانيا برميل إنشآت لأعلى منحدر طوله 1.5 m لإدخاله في صندوق شاحنة. يستخدم قوة 534 N وزاوية المنحدر 25° مع المركبة الأفقية. ما مقدار الشغل بالجول الذي تبذله رانيا؟ (المثال 7)



36. **التسوق** تدفع ريهام عربة تسوق بقوة 125 N وزاوية انخفاض 52° . ما مقدار الشغل بالجول الذي ستبذله ريهام لو دفعت عربة التسوق لمسافة 200 m؟ (المثال 7)

26. **العربة** يستخدم سلطان عربة لحمل الصحف لتوزيعها. ويسحب العربة بقوة تبلغ 25 N بزاوية 30° مع المركب الأفقي. (الدرس 3-8)

a. ما مقدار الشغل الذي يبذله سلطان عند سحب العربة لمسافة 150 m؟



b. إذا كان مقبض العربة يميل بزاوية 40° مع الأرض ويسحب سلطان العربة لنفس المسافة وبنفس القوة، فهل يبذل شغلاً أكثر أم أقل؟ اشرح

إعداد المعلم : أنس القاضي

الأسئلة الكتابية

مثال 4 استخدام قاعدة كرامر لحل نظام 3×3

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

$$-x - 2y = -4z + 12$$

$$3x - 6y + z = 15$$

$$2x + 5y + 1 = 0$$

مصنوفة المعاملات هي $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$. احسب محدد A .

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} -6 & 1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

الصيغة الخاصة بمحدد
مصنوفة 3×3

$$= -1[-6(0) - 5(1)] - (-2)[3(0) - 1(2)] + 4[3(5) - 2(-6)]$$

بسط

$$= -1(-5) + 2(-2) + 4(27) = 109$$

بسط

نظرًا لأن محدد A لا يساوي صفرًا، فيمكنك استخدام قاعدة كرامر.

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -2 & 4 \\ 15 & -6 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix}}{109} = \frac{12[(-6)(0) - 5(1)] - (-2)[15(0) - (-1)(1)] + 4[15(5) - (-1)(-6)]}{109} = \frac{218}{109} = 2$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 12 & 4 \\ 3 & 15 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{109} = \frac{(-1)[15(0) - 1(-1)] - 12[3(0) - 2(1)] + 4[3(-1) - 2(15)]}{109} = \frac{-109}{109} = -1$$

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -2 & 12 \\ 3 & -6 & 15 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}}{109} = \frac{(-1)[(-6)(-1) - 5(15)] - (-2)[3(-1) - 2(15)] + 12[3(5) - 2(-6)]}{109} = \frac{327}{109} = 3$$

إذًا، الحل هو $(x = 2, y = -1, z = 3)$.

استخدم قاعدة كرامر لحل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

4A. $8x + 12y - 24z = -40$

$$3x - 8y + 12z = 23$$

$$2x + 3y - 6z = -10$$

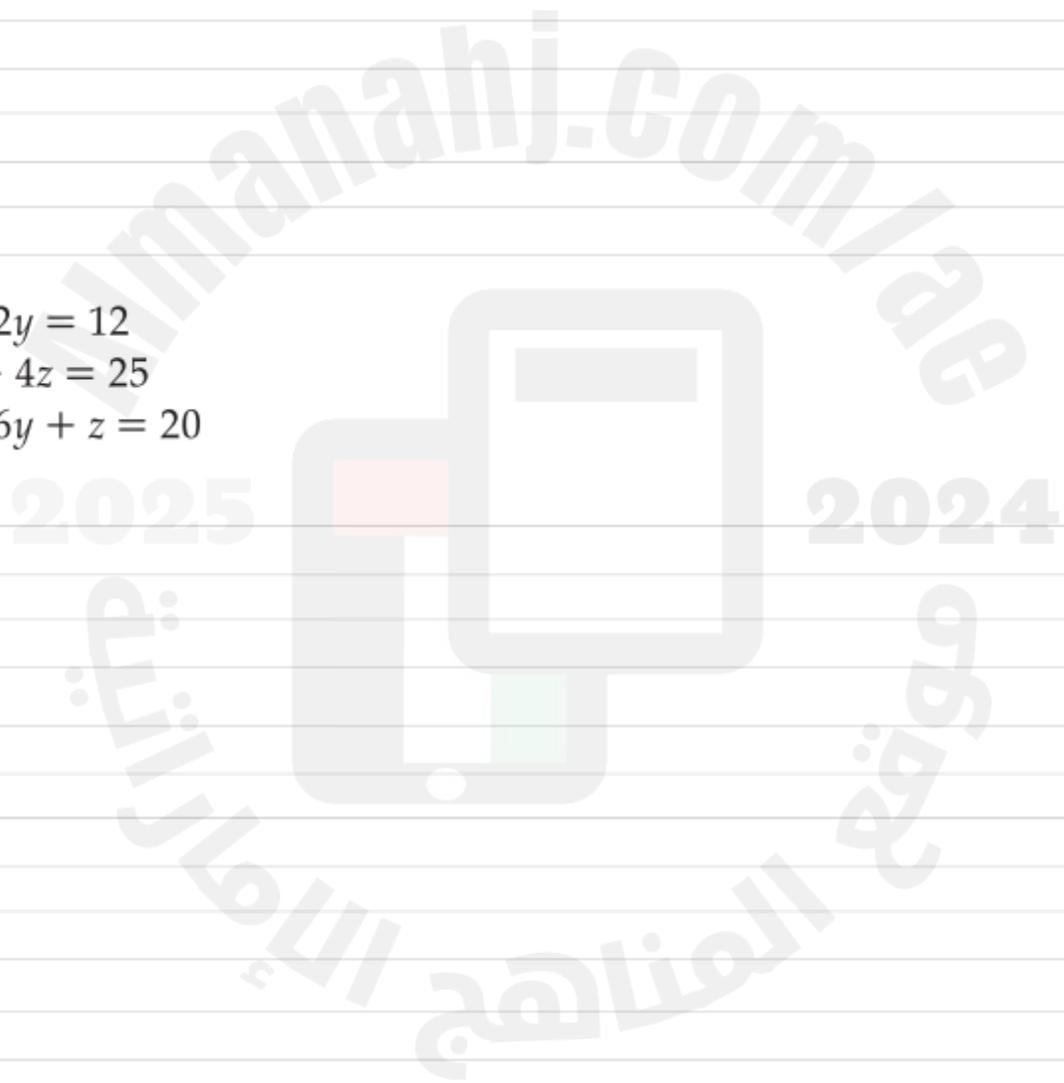
2024

4B. $-2x + 4y - z = -3$
 $3x + y + 2z = 6$
 $x - 3y = 1$

15. $2x - y + z = 1$
 $x + 2y - 4z = 3$
 $4x + 3y - 7z = -8$

16. $x + y + z = 12$
 $6x - 2y - z = 16$
 $3x + 4y + 2z = 28$

17. $x + 2y = 12$
 $3y - 4z = 25$
 $x + 6y + z = 20$



18. $9x + 7y = -30$
 $8y + 5z = 11$
 $-3x + 10z = 73$

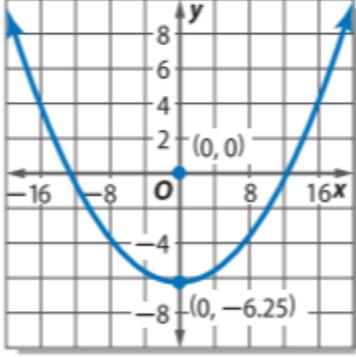


مثال 5 من الحياة اليومية كتابة معادلة القطع المكافئ

البيئة يمكن تسخير الطاقة الشمسية باستخدام مرايا لها شكل القطع المكافئ. وتعكس المرايا أشعة الشمس إلى بؤرة القطع المكافئ. محور كل مرآة لها شكل القطع المكافئ في المنشأة الموصوفة إلى اليسار يقع على ارتفاع 6.25 ft فوق الرأس. طول الوتر البؤري العمودي 25 ft.

a. افترض بأن البؤرة تقع عند نقطة الأصل. اكتب معادلة القطع المكافئ الذي تشكل كل مرآة.

حتى يتسنى للمرايا تجميع طاقة الشمس، يجب أن تكون فتحة القطع المكافئ للأعلى. لذلك يجب أن يكون الرأس تحت البؤرة.



البؤرة: (0, 0) الرأس: (0, -6.25)

قياس الوتر البؤري العمودي 25. لذلك $25 = \left| \frac{1}{a} \right|$ و $a = 1/25$.

باستخدام الصيغة $y = a(x - h)^2 + k$ ، فإن معادلة

القطع المكافئ الذي تشكل كل مرآة هي $y = \frac{1}{25}x^2 - 6.25$.

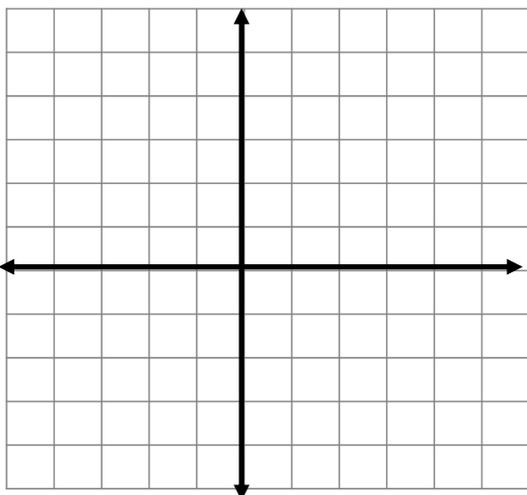
b. مثل المعادلة بيانياً.

استخدم الآن هذه المعلومات لرسم تمثيل بياني.

13. علم الفلك خذ بعين الاعتبار المرآة الزئبقية التي لها شكل قطع مكافئ مثل تلك المذكورة في بداية الدرس. البؤرة ترتفع 6 ft فوق الرأس والوتر البؤري العمودي بطول 24 ft.

a. افترض بأن البؤرة تقع عند نقطة الأصل. اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يشكله الميكروفون ذو شكل القطع المكافئ.

b. مثل المعادلة بيانياً.



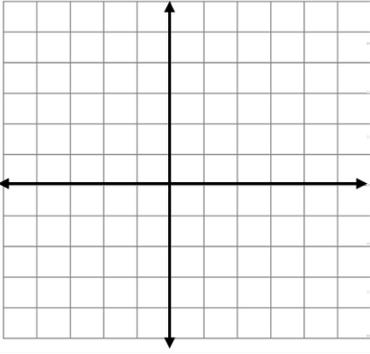
32. **علم الفلك** عندما تُرمى كرة البيسبول، فإنها تتحرك في مسار له شكل قطع مكافئ. لنفترض أنه يتم رمي كرة بيسبول من مستوى سطح الأرض، وتصل لأقصى ارتفاع يبلغ 50 ft، ثم تسقط على الأرض على بعد 200 ft من حيث تم رميها. على افتراض أنه يمكن تمثيل هذه الحالة على المستوى الإحداثي بحيث تكون بؤرة القطع المكافئ عند نقطة الأصل، جـد معادلة مسار الكرة ذي شكل القطع المكافئ. افترض بأن البؤرة عند مستوى سطح الأرض.

33. **المثابرة** تستخدم الهوائيات الأرضية والأقمار الصناعية لنقل الإشارات بين مركز عمليات بعثة ناسا والمركبات الفضائية التي يتحكم بها. يبلغ قطر أحد تلك الأطباق التي لها شكل القطع المكافئ 146 ft. وتقع بؤرته على ارتفاع 48 ft فوق الرأس.

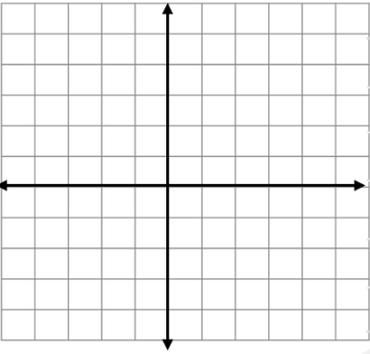
a. ارسم خيارين للطبق، أحدهما فتحته للأعلى والآخر فتحته لليسر.

b. اكتب معادلتين تمثلان الرسمين في الجزء a.

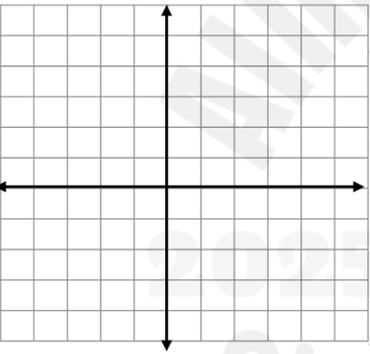
31 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + y^2 = 75$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



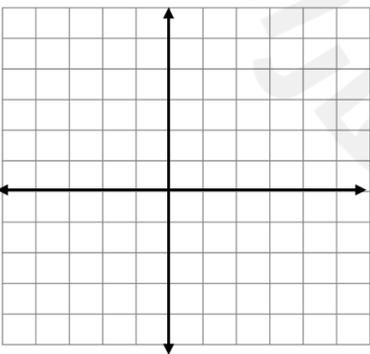
32 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $(x - 3)^2 + y^2 = 4$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



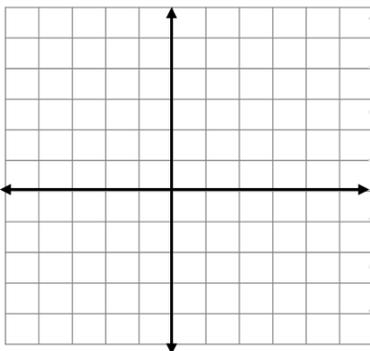
33 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 34$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



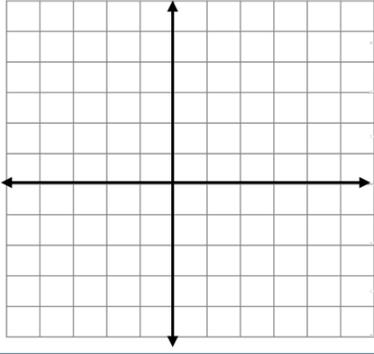
34 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + (y - 14)^2 = 144$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



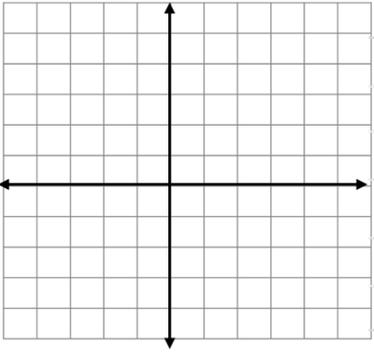
35 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + (y - 14)^2 = 144$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



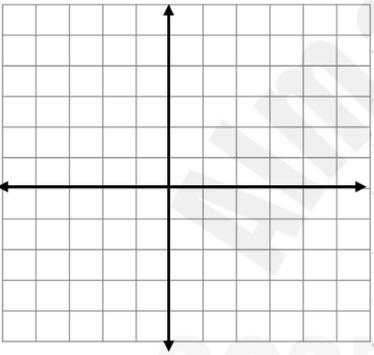
36 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها $x^2 + (y - 14)^2 = 144$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



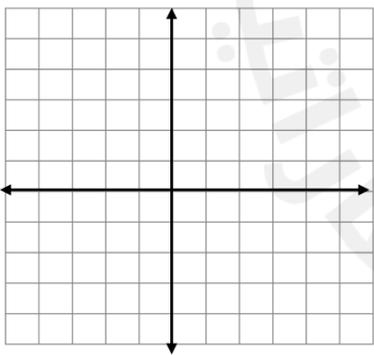
37 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها $x^2 + (y - 14)^2 = 144$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



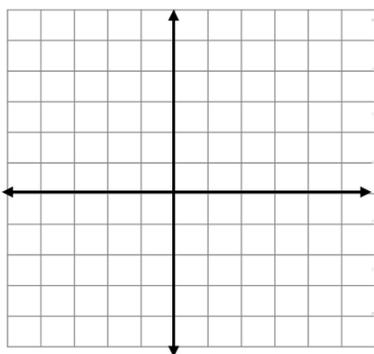
39 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + y^2 + 4x = 9$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



40 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + y^2 - 6y + 8x = 0$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



41 جد المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها : $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 9$ ثم مثل الدائرة بيانياً.



مثال 3 العمليات على المتجهات

جد كلاً مما يلي لـ $z = \langle -3, 0 \rangle$ و $w = \langle -4, 1 \rangle$, $y = \langle 2, 5 \rangle$ a. $w + y$

$$\begin{aligned} w + y &= \langle -4, 1 \rangle + \langle 2, 5 \rangle \\ &= \langle -4 + 2, 1 + 5 \rangle \text{ or } \langle -2, 6 \rangle \end{aligned}$$

عوض.

جمع المتجهات

b. $z - 2y$

$$\begin{aligned} z - 2y &= z + (-2)y \\ &= \langle -3, 0 \rangle + (-2)\langle 2, 5 \rangle \\ &= \langle -3, 0 \rangle + \langle -4, -10 \rangle \text{ أو } \langle -7, -10 \rangle \end{aligned}$$

أعد كتابة الطرح في صورة جمع.

عوض.

الضرب في كمية عددية أو جمع المتجهات

تمرين موجّه

3A. $4w + z$ 3B. $-3w$ 3C. $2w + 4y - z$ جد كلاً مما يلي حيث $h = \langle -6, 2 \rangle$ و $f = \langle 8, 0 \rangle$, $g = \langle -3, -5 \rangle$

11. $4h - g$

12. $f + 2h$

13. $3g - 5f + h$

14. $2f + g - 3h$

15. $f - 2g - 2h$

16. $h - 4f + 5g$

17. $4g - 3f + h$

18. $6h + 5f - 10g$

جد الصورة المركبة لمتجه v مقداره 10 وزاوية اتجاهه 120° .

$$v = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

$$= \langle 10 \cos 120^\circ, 10 \sin 120^\circ \rangle$$

$$= \left\langle 10 \left(-\frac{1}{2}\right), 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\rangle$$

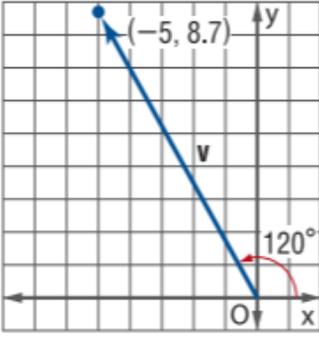
$$= \langle -5, 5\sqrt{3} \rangle$$

الصورة المركبة للمتجه v بدلالة $|v|$ و θ

$$\theta = 120^\circ \text{ و } |v| = 10$$

$$\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و } \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

بسط.



التحقق التمثيل البياني $v = \langle -5, 5\sqrt{3} \rangle \approx \langle -5, 8.7 \rangle$ يكون قياس

الزاوية v المصنوعة مع المحور x تبلغ تقريباً 120° كما هو مبين. و

$$|v| = \sqrt{(-5)^2 + (5\sqrt{3})^2} \text{ أو } 10. \checkmark$$

تمرين موجّه

جد الصورة المركبة لـ v بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين.

6A. $|v| = 8, \theta = 45^\circ$

6B. $|v| = 24, \theta = 210^\circ$

جد الصورة المركبة للمتجه v بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين.

38. $|v| = 12, \theta = 60^\circ$

39. $|v| = 4, \theta = 135^\circ$

40. $|v| = 6, \theta = 240^\circ$

41. $|v| = 16, \theta = 330^\circ$

42. $|v| = 28, \theta = 273^\circ$

43. $|v| = 15, \theta = 125^\circ$

مثال 3 إيجاد الزاوية بين متجهين

جد الزاوية θ بين المتجهين u و v مع التقريب لأقرب جزء من عشرة من الدرجة.

a. $u = \langle 6, 2 \rangle$ و $v = \langle -4, 3 \rangle$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

الزاوية بين المتجهين

$$\cos \theta = \frac{\langle 6, 2 \rangle \cdot \langle -4, 3 \rangle}{|\langle 6, 2 \rangle| |\langle -4, 3 \rangle|}$$

 $v = \langle -4, 3 \rangle$ و $u = \langle 6, 2 \rangle$

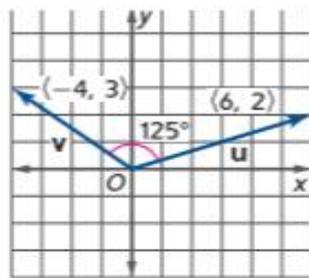
$$\cos \theta = \frac{-24 + 6}{\sqrt{40} \sqrt{25}}$$

جد القيمة.

$$\cos \theta = \frac{-9}{5\sqrt{10}}$$

بسط.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-9}{5\sqrt{10}} \text{ أو حوالي } 124.7^\circ$$



الشكل 8.3.3

قياس الزاوية بين u و v يساوي حوالي 124.7° .

b. $u = \langle 3, 1 \rangle$ و $v = \langle 3, -3 \rangle$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

الزاوية بين المتجهين

$$\cos \theta = \frac{\langle 3, 1 \rangle \cdot \langle 3, -3 \rangle}{|\langle 3, 1 \rangle| |\langle 3, -3 \rangle|}$$

 $v = \langle 3, -3 \rangle$ و $u = \langle 3, 1 \rangle$

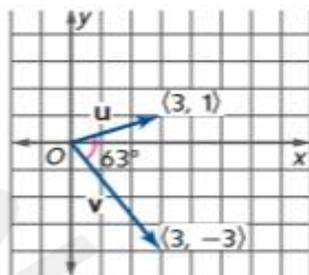
$$\cos \theta = \frac{9 + (-3)}{\sqrt{10} \sqrt{18}}$$

جد القيمة.

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

بسط.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ أو حوالي } 63.4^\circ$$



الشكل 8.3.4

قياس الزاوية بين u و v يساوي حوالي 63.4° .

تمرين موجّه

3A. $u = \langle -5, -2 \rangle$ و $v = \langle 4, 4 \rangle$

3B. $u = \langle 9, 5 \rangle$ و $v = \langle -6, 7 \rangle$

جد الزاوية θ بين u و v لأقرب جزء من عشرة من الدرجة.

16. $u = \langle 0, -5 \rangle$, $v = \langle 1, -4 \rangle$

17. $u = \langle 7, 10 \rangle$, $v = \langle 4, -4 \rangle$

18. $\mathbf{u} = \langle -2, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, -10 \rangle$

19. $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$

21. $\mathbf{u} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -7\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

23. $\mathbf{u} = -10\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{v} = 10\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$

