

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



تجميع أسئلة مراجعة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الثاني عشر العام ← رياضيات ← الفصل الأول ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 17:13:09 2024-11-02

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: أنس القاضي

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول

حل أسئلة الامتحان النهائي القسم الاللكتروني

1

حل تجميع أسئلة وفق الهيكل الوزاري حسب منهج بريدج

2

أسئلة مراجعة الوحدة الأولى الدوال من منظور حساب التفاضل والتكامل وفق الهيكل الوزاري

3

أسئلة مراجعة الوحدة الخامسة المتطابقات المثلثية وفق الهيكل الوزاري

4

أسئلة مراجعة الوحدة الرابعة الدوال المثلثية وفق الهيكل الوزاري

5

هيكل الرياضيات - 12 عام

الفصل الدراسي الأول 2024-2025

إعداد المعلم : أنس القاضي - رأس الخيمة



ملاحظات :

. المذكرة لا تغني عن الكتاب المدرسي ، وهي فقط مجرد تجميع للأسئلة.

. تم تصميم الهيكل حسب الأسئلة في الهيكل ، خيارات من متعدد وكتابي .

. ارجو حل السؤال كأنه كتابي وبعد الحصول على الإجابة ابحث عن الاختيار الصحيح، لأن الهدف هو تدريبك على الحل وليس الاكتفاء بمعرفة الإجابة .



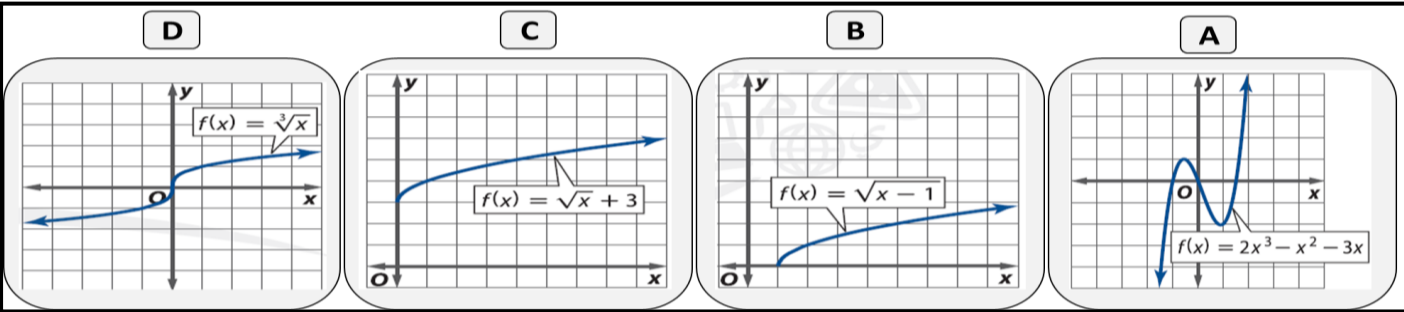
الأسئلة المطلوبة	رقم الصفحة	رقم السؤال
39-46	10	1

40	39
حدد المجال للدالة : $g(x) = \frac{x+1}{x^2-3x-40}$	حدد المجال للدالة : $f(x) = \frac{8x+12}{x^2+5x+4}$
A $(-\infty, -5) \cup (8, \infty)$	A $(-\infty, -4) \cup (-4, -1) \cup (-1, \infty)$
B $(-5, 8) \cup (8, \infty)$	B $(-4, -1) \cup (-1, \infty)$
C $(-\infty, -5) \cup (-5, 8) \cup (8, \infty)$	C $(-\infty, -4) \cup (-4, -1)$
D $(-\infty, -5) \cup (-5, 8)$	D $(-\infty, -4) \cup (-1, \infty)$
42	41
حدد المجال للدالة : $h(x) = \sqrt{6-x^2}$	حدد المجال للدالة : $g(a) = \sqrt{1+a^2}$
A $\{x/x \neq -6, x \neq 6, x \in R\}$	A $\{x/x \neq -1, x \neq 1, x \in R\}$
B $\{x/x \neq \sqrt{6}, x \in R\}$	B $\{x/x \neq 1, x \in R\}$
C $(-\sqrt{6}, \sqrt{6})$	C $(-\infty, \infty)$
D $[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$	D $(-\infty, 1)$
44	43
حدد المجال للدالة : $g(x) = \frac{3}{\sqrt{x^2-16}}$	حدد المجال للدالة : $f(a) = \frac{5a}{\sqrt{4a-1}}$
A $(-\infty, 4)$	A $(-\infty, 0.25)$
B $(-4, \infty)$	B $(0.25, \infty)$
C $(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$	C $(-\infty, \infty)$
D $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$	D $[0.25, \infty)$
46	45
حدد المجال للدالة : $g(x) = \frac{6}{x+3} + \frac{2}{x-4}$	حدد المجال للدالة : $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{4}{x+1}$
A $(-\infty, -3)$	A $(-\infty, 0)$
B $(4, \infty)$	B $(-1, \infty)$
C $(-\infty, -3) \cup (-3, 4) \cup (4, \infty)$	C $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)$
D $(-\infty, -3] \cup [-3, 4] \cup [4, \infty)$	D $(-\infty, -1] \cup [-1, 0] \cup [0, \infty)$

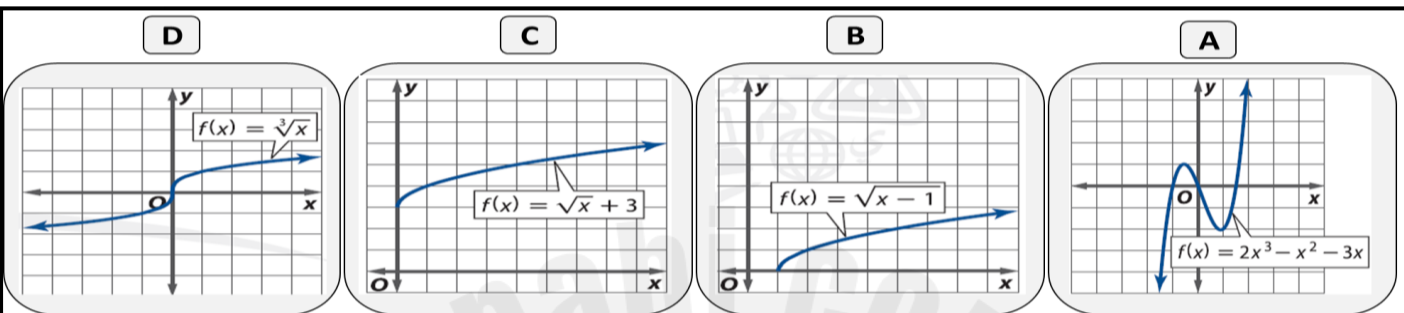


ملاحظة : أوجد المطلوب لجميع الاختيارات (التقاطع مع المحور الرأسي، الأصفار)

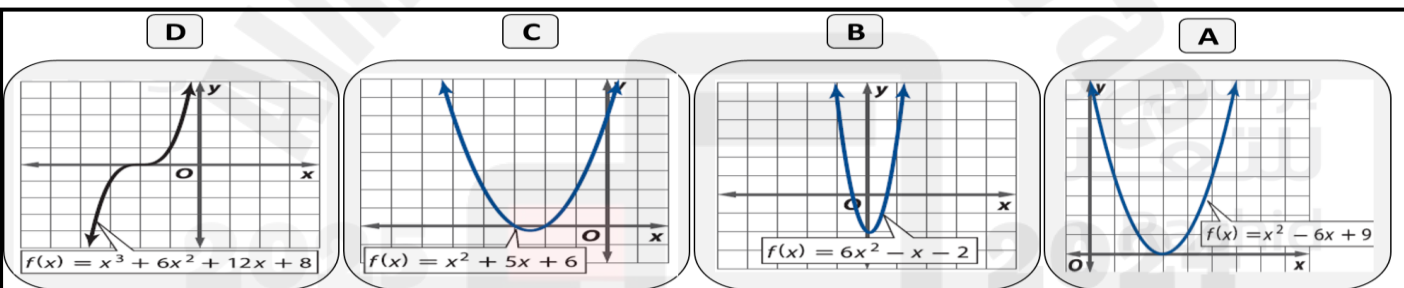
1 أي التمثيلات البيانية التالية يكون التقاطع فيها مع المحور الرأسي y هو 3



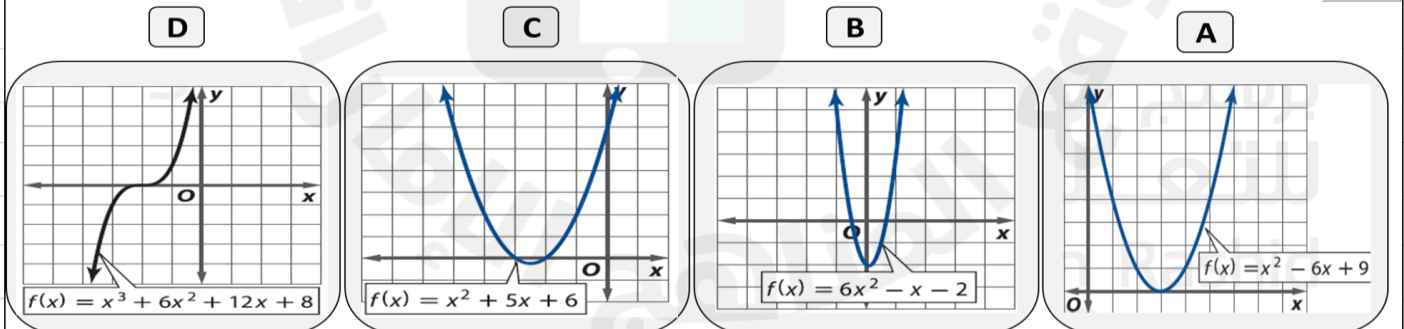
2 أي التمثيلات البيانية التالية تكون الأصفار فيه غير موجودة .



3 أي التمثيلات البيانية التالية يكون التقاطع فيها مع المحور الرأسي y هو 8



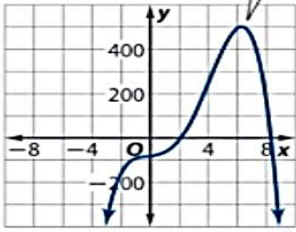
4 أي التمثيلات البيانية التالية تكون الأصفار فيه $x = -2, x = -3$



صفحة 28

مثال 4

$$f(x) = -x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 6x - 80$$



استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = -x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 6x - 80$ لوصف سلوكها الطرفي. ادمع فرضيتك بالأرقام.

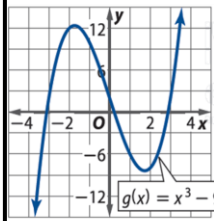
التحليل بيانياً

في التمثيل البياني لـ $f(x)$ يظهر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

صفحة 28

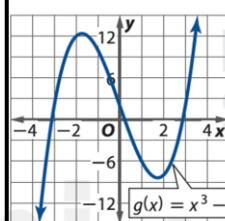
تمرين موجه 4

من التمثيل البياني المجاور، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$



- A
- B
- C
- D

من التمثيل البياني المجاور، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

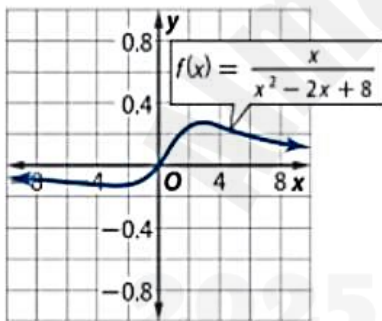


- A
- B
- C
- D

4a

صفحة 29

مثال 5



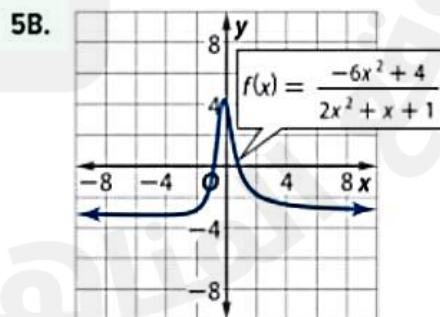
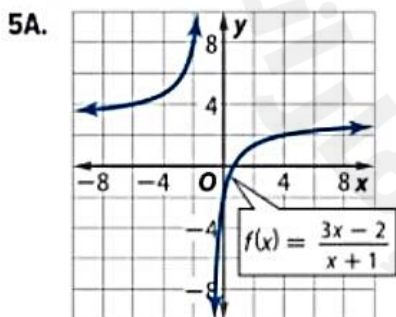
استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 8}$ لوصف سلوكها الطرفي. ادمع الفرضية بالأرقام.

التحليل بيانياً

في التمثيل البياني لـ $f(x)$ يظهر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

صفحة 29

تمرين موجه 5



يتبع...



22

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = 4x^4 - 6x^3 + 3x$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = 4x^4 - 6x^3 + 3x$

A

B

C

D

23

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = -5x^3 + 7x - 1$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = -5x^3 + 7x - 1$

A

B

C

D

24

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$

A

B

C

D

25

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{4x - 5}{6 - x}$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{4x - 5}{6 - x}$

A

B

C

D

26

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{8x^2 - 5x + 1}{16x}$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{8x^2 - 5x + 1}{16x}$

A

B

C

D

27

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{16x^2}{2x^3 + 5x + 2}$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{16x^2}{2x^3 + 5x + 2}$

A

B

C

D

28

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{5x^2 + 6}{x^2 - 1} + 2$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{5x^2 + 6}{x^2 - 1} + 2$

A

B

C

D

29

b من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$f(x) = \frac{12x^3 + 4x - 5}{4x^3 - 9}$

A

B

C

D

a من التمثيل البياني المجاور ، جد $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$f(x) = \frac{12x^3 + 4x - 5}{4x^3 - 9}$

A

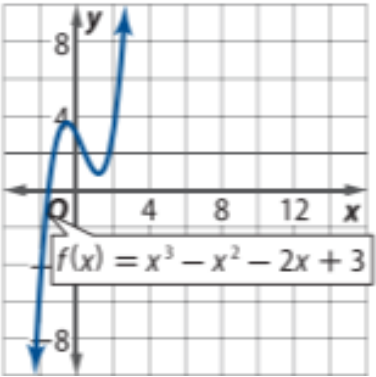
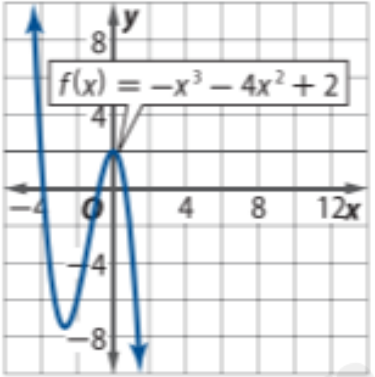
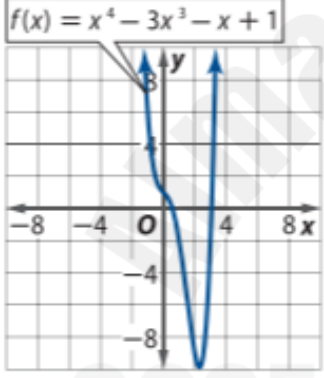
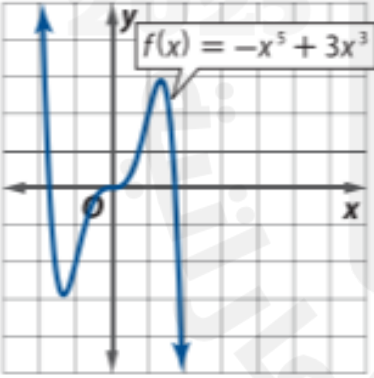
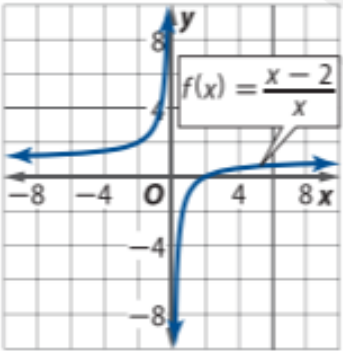
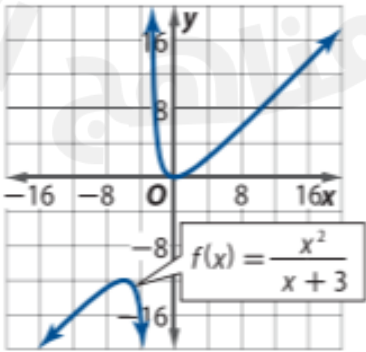
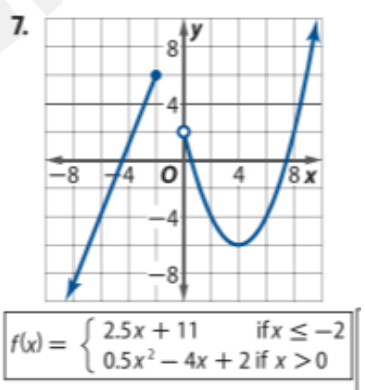
B

C

D

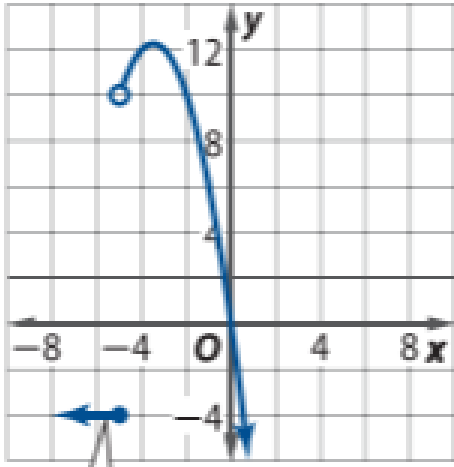


أي من الخيارات التالية يمثل تزايد أو تناقص الدالة في التمثيل البياني المعطى

1		A	متناقص في $(-0.5, 1)$ متزايد في $(-\infty, -0.5)$ و $(1, \infty)$		
		B	متناقص في $(-\infty, -2.5)$ و $(0, \infty)$ متزايد في $(-2.5, 0)$		
		C	متناقص في $(-\infty, -2.5)$ و $(0, \infty)$ متزايد في $(-2.5, 0)$		
		D	متناقص في $(-\infty, -0.5)$ و $(1, \infty)$ متزايد في $(-0.5, 1)$		
2		A	متناقص في $(-0.5, 1)$ متزايد في $(-\infty, -0.5)$ و $(1, \infty)$		
		B	متناقص في $(-\infty, -2.5)$ و $(0, \infty)$ متزايد في $(-2.5, 0)$		
		C	متناقص في $(-\infty, -2.5)$ و $(0, \infty)$ متزايد في $(-2.5, 0)$		
		D	متناقص في $(-\infty, -0.5)$ و $(1, \infty)$ متزايد في $(-0.5, 1)$		
3		A	متناقص في $(2.5, \infty)$ متزايد في $(-\infty, 2.5)$		
		B	متناقص في $(-\infty, 2.5)$ متزايد في $(2.5, \infty)$		
		C	متناقص في $(-\infty, 1.5)$ متزايد في $(1.5, \infty)$		
		D	متناقص في $(-\infty, 0.5)$ متزايد في $(0.5, \infty)$		
4		A	متناقص في $(-\infty, -3.5)$ و $(0.5, \infty)$ متزايد في $(-0.5, 1.5)$		
		B	متناقص في $(-\infty, -3.5)$ و $(1.5, \infty)$ متزايد في $(-3.5, 1.5)$		
		C	متناقص في $(-\infty, -1.5)$ و $(1.5, \infty)$ متزايد في $(-1.5, 1.5)$		
		D	متناقص في $(-\infty, -1.5)$ و $(1.5, \infty)$ متزايد في $(-1.5, 1.5)$		
5.		6.		7.	

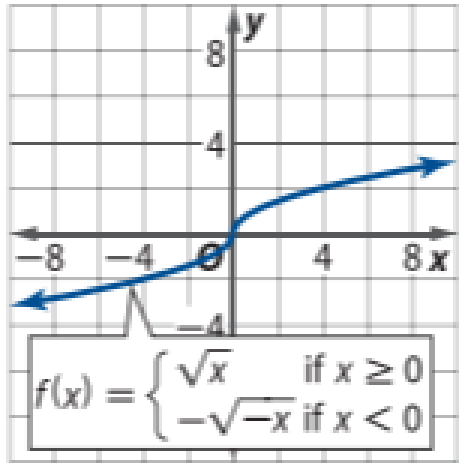


9.



$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{if } x \leq -5 \\ -x^2 - 7x & \text{if } x > -5 \end{cases}$$

10.



$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{if } x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & \text{if } x < 0 \end{cases}$$



صفحة 91

تمرين موجه

حل المعادلة : $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$

A	1	B	3	C	{3,1}	D	5
---	---	---	---	---	-------	---	---

حل المعادلة : $\sqrt{x+7} = 3 + \sqrt{2-x}$

A	4	B	-4	C	5	D	2
---	---	---	----	---	---	---	---

حل المعادلة : $\sqrt[3]{4x+8} + 3 = 7$

A	0	B	5	C	14	D	-5
---	---	---	---	---	----	---	----

44	$4 = \sqrt{-6 - 2x} + \sqrt{31 - 3x}$	A	لا يوجد حل
		B	4
		C	6
		D	8
45	$0.5x = \sqrt{4 - 3x} + 2$	A	لا يوجد حل
		B	1
		C	2
		D	3
46	$-3 = \sqrt{22 - x} - \sqrt{3x - 3}$	A	لا يوجد حل
		B	13
		C	10
		D	15
47	$\sqrt{(2x - 5)^3} - 10 = 17$	A	6
		B	7
		C	8
		D	9
48	$\sqrt[4]{(4x + 164)^3} + 36 = 100$	A	23
		B	25
		C	30
		D	لا يوجد حل
49	$x = \sqrt{2x - 4} + 2$	A	2
		B	3
		C	2,4
		D	4
50	$7 + \sqrt{(-36 - 5x)^5} = 250$	A	لا يوجد حل
		B	20
		C	-9
		D	15
51	$x = 5 + \sqrt{x+1}$	A	6
		B	7
		C	8
		D	9



مثال 2 وضع السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة كثير حدود باستخدام الحدود .

a) $f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 1$

b) $f(x) = -3x^2 - 2x^7 + 4x^4$

c) $f(x) = x^3 - 2x^2$

تمرين موجه 2

$g(x) = 4x^5 - 8x^3 + 20$

$h(x) = -2x^6 + 11x^4 + 2x^2$

حدد هل درجة n في الدالة كثيرة الحدود لكل تمثيل بياني زوجية أم فردية وهل معامل الحد الرئيس فيها a_n موجباً أم سالباً.

64		A	a_n : موجب n : فردي
		B	a_n : موجب n : زوجي
		C	a_n : سالب n : فردي
		D	a_n : سالب n : زوجي
65		A	a_n : موجب n : فردي
		B	a_n : موجب n : زوجي
		C	a_n : سالب n : فردي
		D	a_n : سالب n : زوجي
66		A	a_n : موجب n : فردي
		B	a_n : موجب n : زوجي
		C	a_n : سالب n : فردي
		D	a_n : سالب n : زوجي
67		A	a_n : موجب n : فردي
		B	a_n : موجب n : زوجي
		C	a_n : سالب n : فردي
		D	a_n : سالب n : زوجي



اقسم باستخدام القسمة المطولة.

9	$(5x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x + 12) \div (x - 4)$	A	$(5x^3 + 17x^2 + 74x + 295) + \frac{1192}{x-4}$
		B	$(5x^3 - 17x^2 + 74x + 295) + \frac{1192}{x-4}$
		C	$(5x^3 + 17x^2 + 74x + 295) + \frac{112}{x-4}$
		D	$(-5x^3 + 17x^2 + 74x + 295) + \frac{1192}{x-4}$
10	$(x^6 - 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24) \div (x + 2)$	A	$x^5 + 4x^4 + 9x^3 - 19x^2 + 41x - 83 + \frac{190}{x+2}$
		B	$x^5 - 4x^4 + 9x^3 + 19x^2 + 41x - 83 + \frac{190}{x+2}$
		C	$x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 19x^2 + 41x - 83 + \frac{190}{x+2}$
		D	$x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 19x^2 + 41x - 83 - \frac{190}{x+2}$
11	$(4x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 12) \div (2x + 4)$	A	$2x^3 - 8x^2 + 22x - 47 + \frac{10}{x+2}$
		B	$2x^3 - 8x^2 + 22x - 47 + \frac{100}{x+2}$
		C	$2x^3 - 8x^2 + 25x - 47 + \frac{100}{x+2}$
		D	$2x^3 + 8x^2 + 22x - 47 + \frac{100}{x+2}$
12	$(2x^4 - 7x^3 - 38x^2 + 103x + 60) \div (x - 3)$	A	$2x^3 + x^2 - 41x - 20$
		B	$2x^3 - x^2 + 41x - 20$
		C	$2x^3 - x^2 - 41x + 20$
		D	$2x^3 - x^2 - 41x - 20$

13. $(6x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 15x^3 + 2x^2 + 10x - 6) \div (2x - 1)$

14. $(108x^5 - 36x^4 + 75x^2 + 36x + 24) \div (3x + 2)$

15. $(x^4 + x^3 + 6x^2 + 18x - 216) \div (x^3 - 3x^2 + 18x - 54)$

16. $(4x^4 - 14x^3 - 14x^2 + 110x - 84) \div (2x^2 + x - 12)$

17.
$$\frac{6x^5 - 12x^4 + 10x^3 - 2x^2 - 8x + 8}{3x^3 + 2x + 3}$$

18.
$$\frac{12x^5 + 5x^4 - 15x^3 + 19x^2 - 4x - 28}{3x^3 + 2x^2 - x + 6}$$

يتبع...

اقسم باستخدام القسمة التركيبية.

19. $(x^4 - x^3 + 3x^2 - 6x - 6) \div (x - 2)$

20. $(2x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 8x - 4) \div (x + 3)$

21. $(3x^4 - 9x^3 - 24x - 48) \div (x - 4)$

22. $(x^5 - 3x^3 + 6x^2 + 9x + 6) \div (x + 2)$

23. $(12x^5 + 10x^4 - 18x^3 - 12x^2 - 8) \div (2x - 3)$

24. $(36x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 30x - 12) \div (3x + 1)$

25. $(45x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x + 12) \div (3x - 2)$

26. $(48x^5 + 28x^4 + 68x^3 + 11x + 6) \div (4x + 1)$

27. $(60x^6 + 78x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 25x - 20) \div (5x + 4)$

28. $\frac{16x^6 - 56x^5 - 24x^4 + 96x^3 - 42x^2 - 30x + 105}{2x - 7}$



مثال 4 إيجاد حل متباينة نسبية

$$\text{حل المتباينة: } \frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1} > 0$$

$$\frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1} > 0 \quad \text{متباينة أصلية}$$

$$\frac{4x + 4 + 2x - 12}{(x-6)(x+1)} > 0 \quad \text{استخدم المقام المشترك الأصغر. (6+x)(1-x). لإعادة كتابة كل كسر. ثم اجمع.}$$

$$\frac{6x-8}{(x-6)(x+1)} > 0 \quad \text{بسط.}$$

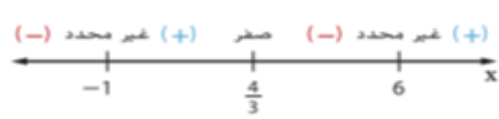
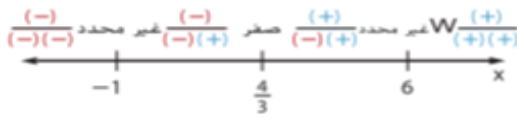
لنفترض أن $f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$ إن الأصفار والنقاط غير المحددة في المتباينة تمثل أصفار البسط. $\frac{4}{3}$ والمقام. 6 و -1 قم بإنشاء جدول إشارات

باستخدام هذه الأعداد. بعد ذلك اختر قيم المحور الأفقي x في كل فترة واختبره لتحديد هل f(x) موجبة أم سالبة.

$$f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$$

$$f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$$

اختبار x = -2 اختبار x = 0 اختبار x = x اختبار x = 7



تساوي مجموعة حل المتباينة الأصلية اتحاد تلك الفترات التي تكون لها f(x) موجبة. $(-1, \frac{4}{3}) \cup (6, \infty)$ ويدعم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1}$ في الشكل 1.6.1 هذا الاستنتاج.

حل كل من المتباينات التالية.

$$18. \frac{x-3}{x+4} > 3$$

- A) $x \in (-\infty, -\frac{15}{2}) \cup (-4, \infty)$
 B) $x \in (-4, \infty)$
 C) $x \in (-\infty, -\frac{15}{2})$
 D) $x \in (-\frac{15}{2}, -4)$

$$19. \frac{x+6}{x-5} \leq 1$$

- A) $x \in (-\infty, 5)$
 B) $x \in (-\infty, 6)$
 C) $x \in (-\infty, 5]$
 D) $x \in (-5, \infty)$

$$20. \frac{2x+1}{x-6} \geq 4$$

- A) $x \in (6, 25)$
 B) $x \in (6, \frac{25}{2}]$
 C) $x \in (6, \frac{25}{2}]$
 D) $x \in (6, \infty)$

$$21. \frac{3x-2}{x+3} < 6$$

- A) $x \in (-\infty, -\frac{20}{3}) \cup (-3, \infty)$
 B) $x \in (-\infty, -3) \cup (-20, \infty)$
 C) $x \in (-3, \infty)$
 D) $x \in (-\infty, -\frac{20}{3})$



$$22. \frac{3 - 2x}{5x + 2} < 5$$

- A) $x \in (-\frac{7}{27}, \infty)$
 B) $x \in (-\infty, -\frac{7}{27})$
 C) $x \in (-\frac{2}{5}, \infty)$
 D) $x \in (-\infty, -\frac{2}{5}) \cup (-\frac{7}{27}, \infty)$

$$23. \frac{4x + 1}{3x - 5} \geq -3$$

- A) $x \in (\frac{14}{13}, \frac{5}{3})$
 B) $x \in (-\infty, \frac{14}{13}) \cup (\frac{5}{3}, \infty)$
 C) $x \in (-\infty, \frac{5}{3}) \cup (\frac{14}{13}, \infty)$
 D) $x \in (\frac{5}{3}, \infty)$

$$24. \frac{(x + 2)(2x - 3)}{(x - 3)(x + 1)} \leq 6$$

- A) $x \in (-\infty, 3) \cup (4, \infty)$
 B) $x \in (-\infty, -1) \cup [-\frac{3}{4}, 3]$
 C) $x \in (-\infty, -1) \cup [-\frac{3}{4}, 3] \cup (4, \infty)$
 D) $x \in (3, \infty)$

$$25. \frac{(4x + 1)(x - 2)}{(x + 3)(x - 1)} \leq 4$$

- A) $x \in (-3, 1]$
 B) $x \in (-3, \frac{2}{3}] \cup (1, \infty)$
 C) $x \in (\frac{2}{3}, \infty)$
 D) $x \in (-3, \frac{2}{3}) \cup (1, \infty)$

$$26. \frac{12x + 65}{(x + 4)^2} \geq 5$$

- A) $x \in [-5, -4) \cup (-4, -\frac{3}{5}]$
 B) $x \in (-5, -4) \cup (-4, -\frac{3}{5}]$
 C) $x \in (-\frac{3}{5}, -4]$
 D) $x \in (-5, -\frac{3}{5})$

$$27. \frac{2x + 4}{(x - 3)^2} < 12$$



صفحة 176

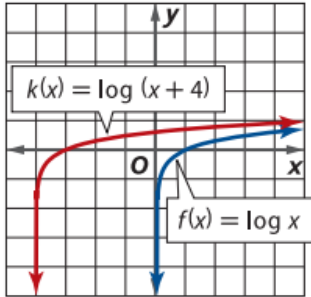
التحويلات البيانية للدوال اللوغاريتمية

مثال 6

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log x$ لوصف التحويل الذي ينتج عنه كل دالة. ثم مثل الدوال بيانياً.

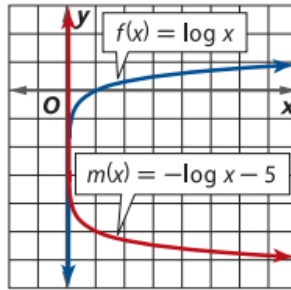
a. $k(x) = \log(x + 4)$

إزاحة بمقدار 4 وحدات إلى اليسار



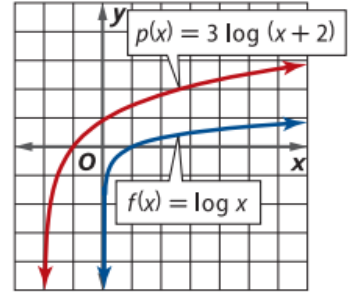
b. $m(x) = -\log x - 5$

معكوساً في المحور الأفقي x ومزاحاً بعد ذلك بمقدار 5 وحدات نحو الأسفل



c. $p(x) = 3 \log(x + 2)$

متمدداً رأسياً بمعامل قدره 3 ومزاحاً بعد ذلك بمقدار وحدتين إلى اليسار.



صفحة 176

تمرين موجه 5

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log x$ لوصف التحويل الذي ينتج عن كل دالة. ثم مثل الدوال بيانياً.

6A. $a(x) = \ln(x - 6)$

- (A) إزاحة إلى اليسار بمقدار 6 وحدات
- (B) إزاحة إلى الأعلى بمقدار 6 وحدات
- (C) إزاحة إلى اليمين بمقدار 6 وحدات
- (D) إزاحة إلى الأسفل بمقدار 6 وحدات

6B. $b(x) = 0.5 \ln x - 2$

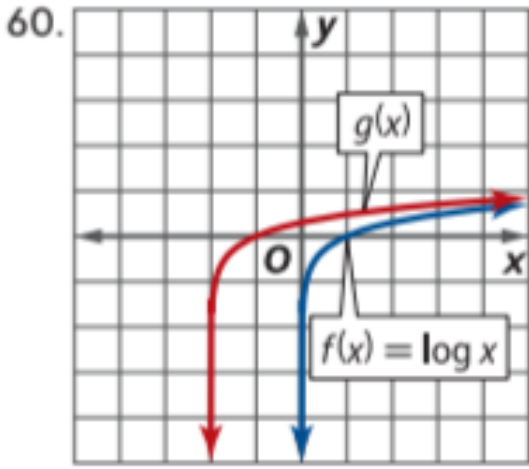
- (A) ضغط رأسي بمعامل 0.5 وإزاحة إلى الأسفل بمقدار 2 وحدة
- (B) تمدد رأسي بمعامل 0.5 وإزاحة إلى الأعلى بمقدار 2 وحدة
- (C) إزاحة إلى اليمين بمقدار 2 وحدة وتمدد رأسي بمعامل 0.5
- (D) ضغط رأسي بمعامل 2 وإزاحة إلى الأعلى بمقدار 0.5 وحدة

6C. $c(x) = \ln(x + 4) + 3$

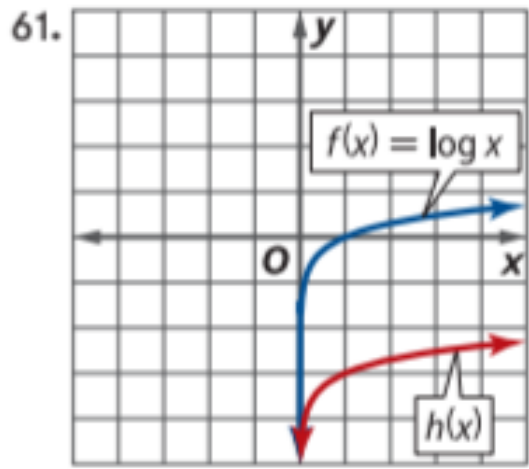
- (A) إزاحة إلى اليمين بمقدار 4 وحدات وإلى الأعلى بمقدار 3 وحدات
- (B) إزاحة إلى اليسار بمقدار 4 وحدات وإلى الأعلى بمقدار 3 وحدات
- (C) إزاحة إلى الأعلى بمقدار 4 وحدات وإلى اليسار بمقدار 3 وحدات
- (D) إزاحة إلى اليمين بمقدار 4 وحدات وإلى الأسفل بمقدار 3 وحدات

يتبع...

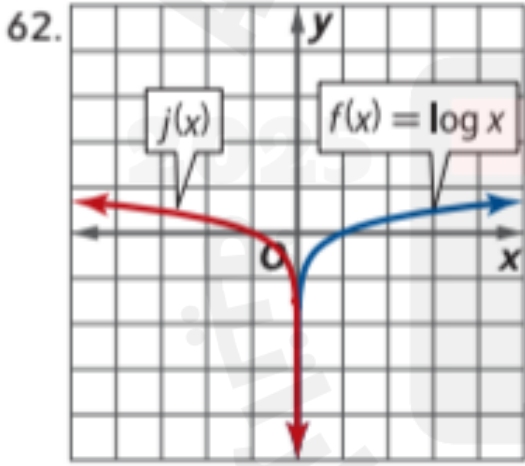




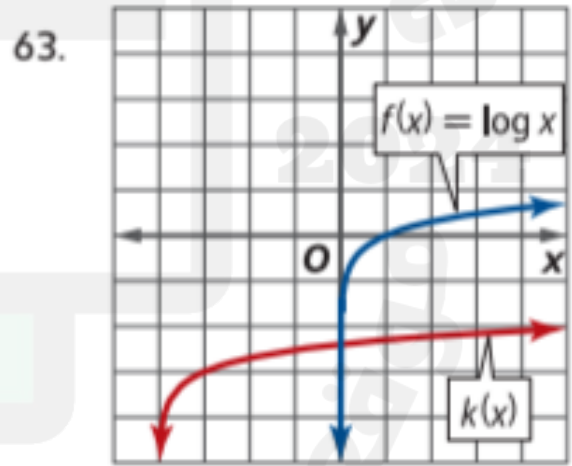
- A) $g(x) = \log(x + 3)$
 B) $g(x) = \log x + 3$
 C) $g(x) = \log(x - 3)$
 D) $g(x) = -\log x$



- A) $h(x) = \log(x + 3)$
 B) $h(x) = \log x - 3$
 C) $h(x) = \log(x - 3)$
 D) $h(x) = \log(-x)$



- A) $j(x) = \log(x - 3)$
 B) $j(x) = \log x + 3$
 C) $j(x) = -\log x$
 D) $j(x) = \log(-x)$



- A) $k(x) = \log(x + 4) - 3$
 B) $k(x) = \log(x - 4) - 3$
 C) $k(x) = \log(x + 4) + 3$
 D) $k(x) = \log(x - 4) + 3$



صفحة 183

تبسيط التعابير اللوغاريتمية .

مثال 4

قم بتبسيط كل تعبير مما يلي.

a. $4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3 (x + 6)$

$$4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3 (x + 6) = \log_3 x^4 - \log_3 (x + 6)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \log_3 x^4 - \log_3 \sqrt[3]{x + 6}$$

$$= \log_3 \frac{x^4}{\sqrt[3]{x + 6}}$$

$$= \log_3 \frac{x^4 \sqrt[3]{(x + 6)^2}}{x + 6}$$

b. $6 \ln (x - 4) + 3 \ln x$

$$6 \ln (x - 4) + 3 \ln x = \ln (x - 4)^6 + \ln x^3$$

$$= \ln x^3 (x - 4)^6$$

صفحة 183

تمرين موجه 4

4A. $-5 \log_2 (x + 1) + 3 \log_2 (6x)$

4B. $\ln (3x + 5) - 4 \ln x - \ln (x - 1)$

بسط كل تعبير مما يلي.

39. $3 \log_5 x - \frac{1}{2} \log_5 (6 - x)$

40. $5 \log_7 (2x) - \frac{1}{3} \log_7 (5x + 1)$

41. $7 \log_3 a + \log_3 b - 2 \log_3 (8c)$

A) $\log_5 \frac{x^3}{\sqrt{6-x}}$

B) $\log_5 \frac{\sqrt{x^3}}{6-x}$

C) $\log_5 \frac{x^3}{6-x}$

D) $\log_5 \frac{x}{\sqrt{6-x}}$

A) $\log_7 \frac{32x^5}{\sqrt[3]{5x+1}}$

B) $\log_7 \frac{32x}{\sqrt[3]{5x+1}}$

C) $\log_7 \frac{x^5}{\sqrt[3]{5x+1}}$

D) $\log_7 \frac{2x^5}{\sqrt[3]{5x+1}}$

A) $\log_3 \frac{a^7 b}{8c^2}$

B) $\log_3 \frac{a^7 b}{64c^2}$

C) $\log_3 \frac{ab^7}{64c^2}$

D) $\log_3 \frac{ab}{64c^7}$

42. $4 \ln (x + 3) - \frac{1}{5} \ln (4x + 7)$

43. $2 \log_8 (9x) - \log_8 (2x - 5)$

44. $\ln 13 + 7 \ln a - 11 \ln b + \ln c$

A) $\ln \frac{(x+3)^4}{\sqrt[5]{4x+7}}$

B) $\ln \frac{(x+3)}{\sqrt[5]{4x+7^4}}$

C) $\ln \frac{(x+3)^5}{\sqrt[4]{4x+7}}$

D) $\ln \frac{4(x+3)}{(4x+7)^5}$

A) $\log_8 \frac{(9x)^2}{2x-5}$

B) $\log_8 \frac{18x}{2x-5}$

C) $\log_8 \frac{81x^2}{2x-5}$

D) $\log_8 \frac{9x}{2x-5}$

A) $\ln \frac{13a^7 b^{11}}{c}$

B) $\ln \frac{a^7 c}{13b^{11}}$

C) $\ln \frac{13a^7}{b^{11}c}$

D) $\ln \frac{a^{13}}{7b^{11}c}$



45. $2 \log_6 (5a) + \log_6 b + 7 \log_6 c$

A) $\log_6 25a^2bc^7$

B) $\log_6 25a^2b^7c$

C) $\log_6 25abc^7$

D) $\log_6 \frac{25a^2b}{c^7}$

46. $\log_2 x - \log_2 y - 3 \log_2 z$

A) $\log_2 \frac{xz}{y^3}$

B) $\log_2 \frac{x}{yz^3}$

C) $\log_2 \frac{x}{y^3z}$

D) $\log_2 \frac{x}{yz^3}$

47. $\frac{1}{4} \ln (2a - b) - \frac{1}{5} \ln (3b + c)$

A) $\ln \frac{\sqrt[4]{2a-b}}{\sqrt[5]{3b+c}}$

B) $\ln \frac{\sqrt[5]{2a-b}}{\sqrt[4]{3b+c}}$

C) $\ln \frac{\sqrt[3]{2a-b}}{\sqrt[3]{3b+c}}$

D) $\ln \frac{\sqrt[5]{2a+b}}{\sqrt[4]{3b+c}}$

48. $\log_3 4 - \frac{1}{2} \log_3 (6x - 5)$

A) $\log_3 \frac{4x}{6-5x}$

B) $\log_3 \frac{4}{\sqrt{6x-5}}$

C) $\log_3 \frac{2}{\sqrt{6x-5}}$

D) $\log_3 \frac{4}{6x-5}$



صفحة 236

إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء ورسمها

مثال 3

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة.

a. 45°

b. $-\frac{\pi}{3}$

صفحة 236

تمرين موجه

3A. -30°

3B. $\frac{3\pi}{4}$

جد زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة.

18. 120°

19. -75°

20. 225°

A) $480^\circ, -240^\circ$

A) $285^\circ, 645^\circ$

A) $585^\circ, -135^\circ$

B) $240^\circ, -120^\circ$

B) $-435^\circ, 285^\circ$

B) $315^\circ, -135^\circ$

C) $-120^\circ, 240^\circ$

C) $360^\circ, -435^\circ$

C) $585^\circ, -585^\circ$

D) $360^\circ, -360^\circ$

D) $-150^\circ, 300^\circ$

D) $135^\circ, -225^\circ$

21. -150°

22. $\frac{\pi}{3}$

23. $-\frac{3\pi}{4}$

A) $330^\circ, 570^\circ$

A) $\frac{3\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$

A) $\frac{13\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4}$

B) $210^\circ, -510^\circ$

B) $\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$

B) $\frac{7\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}$

C) $-360^\circ, 510^\circ$

C) $\frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$

C) $\frac{5\pi}{4}, -\frac{11\pi}{4}$

D) $120^\circ, -270^\circ$

D) $\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$

D) $\frac{9\pi}{4}, -\frac{13\pi}{4}$

24. $-\frac{\pi}{12}$

25. $\frac{3\pi}{2}$

A) $\frac{5\pi}{12}, -\frac{19\pi}{12}$

A) $\frac{5\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$

B) $\frac{13\pi}{12}, -\frac{11\pi}{12}$

B) $\frac{7\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$

C) $\frac{23\pi}{12}, -\frac{25\pi}{12}$

C) $\frac{\pi}{2}, -\frac{7\pi}{2}$

D) $\frac{7\pi}{12}, -\frac{17\pi}{12}$

D) $\frac{11\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}$

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنهاء للزاوية θ في الوضع القياسي. جد قيم النسب المثلثية الست لـ θ .

1. (3, 4)

- A) $\sin \theta = \frac{5}{4}, \cos \theta = \frac{3}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}, \csc \theta = \frac{4}{5}, \sec \theta = \frac{5}{3}, \cot \theta = \frac{4}{3}$
 B) $\sin \theta = \frac{3}{4}, \cos \theta = \frac{5}{3}, \tan \theta = \frac{3}{5}, \csc \theta = \frac{4}{3}, \sec \theta = \frac{3}{5}, \cot \theta = \frac{5}{4}$
 C) $\sin \theta = \frac{4}{5}, \cos \theta = \frac{3}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}, \csc \theta = \frac{5}{4}, \sec \theta = \frac{3}{5}, \cot \theta = \frac{4}{3}$
 D) $\sin \theta = \frac{4}{5}, \cos \theta = \frac{3}{5}, \tan \theta = \frac{4}{3}, \csc \theta = \frac{5}{4}, \sec \theta = \frac{5}{3}, \cot \theta = \frac{3}{4}$

2. (-6, 6)

- A) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = 1, \csc \theta = -\sqrt{2}, \sec \theta = -\sqrt{2}, \cot \theta = 1$
 B) $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = -1, \csc \theta = \sqrt{2}, \sec \theta = \sqrt{2}, \cot \theta = -1$
 C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = 1, \csc \theta = \sqrt{2}, \sec \theta = -\sqrt{2}, \cot \theta = 1$
 D) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan \theta = -1, \csc \theta = -\sqrt{2}, \sec \theta = \sqrt{2}, \cot \theta = -1$

3. (-4, -3)

- A) $\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = -\frac{4}{5}, \tan \theta = -\frac{3}{4}, \csc \theta = \frac{5}{3}, \sec \theta = -\frac{5}{4}, \cot \theta = -\frac{4}{3}$
 B) $\sin \theta = -\frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}, \tan \theta = -\frac{3}{4}, \csc \theta = -\frac{5}{3}, \sec \theta = \frac{5}{4}, \cot \theta = -\frac{4}{3}$
 C) $\sin \theta = -\frac{3}{5}, \cos \theta = -\frac{4}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}, \csc \theta = -\frac{5}{3}, \sec \theta = -\frac{5}{4}, \cot \theta = \frac{4}{3}$
 D) $\sin \theta = -\frac{3}{4}, \cos \theta = \frac{4}{5}, \tan \theta = \frac{3}{5}, \csc \theta = -\frac{4}{3}, \sec \theta = \frac{5}{4}, \cot \theta = \frac{5}{3}$

4. (2, 0)

- A) $\sin \theta = 0, \cos \theta = -1, \tan \theta = \text{undefined}, \csc \theta = \text{undefined}, \sec \theta = -1, \cot \theta = 0$
 B) $\sin \theta = 1, \cos \theta = 0, \tan \theta = \text{undefined}, \csc \theta = 1, \sec \theta = \text{undefined}, \cot \theta = 0$
 C) $\sin \theta = 0, \cos \theta = 1, \tan \theta = 0, \csc \theta = \text{undefined}, \sec \theta = 1, \cot \theta = \text{undefined}$
 D) $\sin \theta = \text{undefined}, \cos \theta = 0, \tan \theta = 1, \csc \theta = 1, \sec \theta = \text{undefined}, \cot \theta = \text{undefined}$

5. (1, -8)

- A) $\sin \theta = -\frac{8}{65}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{65}}, \tan \theta = -8, \csc \theta = -\frac{\sqrt{65}}{8}, \sec \theta = \sqrt{65}, \cot \theta = -\frac{1}{8}$
 B) $\sin \theta = -\frac{8}{65}, \cos \theta = \frac{\sqrt{65}}{65}, \tan \theta = -8, \csc \theta = -\frac{\sqrt{65}}{8}, \sec \theta = \frac{\sqrt{65}}{65}, \cot \theta = -\frac{1}{8}$
 C) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65}, \cos \theta = \frac{8}{65}, \tan \theta = -\frac{1}{8}, \csc \theta = -\frac{65}{\sqrt{65}}, \sec \theta = \frac{65}{8}, \cot \theta = -8$
 D) $\sin \theta = \frac{8}{65}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65}, \tan \theta = 8, \csc \theta = \frac{\sqrt{65}}{8}, \sec \theta = -\frac{\sqrt{65}}{65}, \cot \theta = \frac{1}{8}$

6. (5, -3)

- A) $\sin \theta = -\frac{5}{\sqrt{34}}, \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{34}}, \tan \theta = -\frac{5}{3}, \csc \theta = -\frac{\sqrt{34}}{5}, \sec \theta = \frac{\sqrt{34}}{3}, \cot \theta = -\frac{3}{5}$
 B) $\sin \theta = \frac{3\sqrt{34}}{34}, \cos \theta = -\frac{5\sqrt{34}}{34}, \tan \theta = \frac{3}{5}, \csc \theta = \frac{\sqrt{34}}{3}, \sec \theta = -\frac{\sqrt{34}}{5}, \cot \theta = \frac{5}{3}$
 C) $\sin \theta = -\frac{3\sqrt{34}}{5}, \cos \theta = \frac{5\sqrt{34}}{3}, \tan \theta = -\frac{5}{3}, \csc \theta = -\frac{5}{\sqrt{34}}, \sec \theta = \frac{3}{\sqrt{34}}, \cot \theta = -\frac{3}{5}$
 D) $\sin \theta = -\frac{3\sqrt{34}}{34}, \cos \theta = \frac{5\sqrt{34}}{34}, \tan \theta = -\frac{3}{5}, \csc \theta = -\frac{\sqrt{34}}{3}, \sec \theta = \frac{\sqrt{34}}{5}, \cot \theta = -\frac{5}{3}$

7. (-8, 15)

- A) $\sin \theta = -\frac{15}{17}, \cos \theta = \frac{8}{17}, \tan \theta = -\frac{15}{8}, \csc \theta = -\frac{17}{15}, \sec \theta = \frac{17}{8}, \cot \theta = -\frac{8}{15}$
 B) $\sin \theta = \frac{15}{17}, \cos \theta = -\frac{8}{17}, \tan \theta = -\frac{15}{8}, \csc \theta = \frac{17}{15}, \sec \theta = -\frac{17}{8}, \cot \theta = -\frac{8}{15}$
 C) $\sin \theta = \frac{15}{8}, \cos \theta = -\frac{17}{8}, \tan \theta = -\frac{17}{15}, \csc \theta = \frac{8}{15}, \sec \theta = -\frac{8}{17}, \cot \theta = -\frac{15}{17}$
 D) $\sin \theta = -\frac{15}{8}, \cos \theta = \frac{17}{8}, \tan \theta = -\frac{8}{15}, \csc \theta = -\frac{8}{15}, \sec \theta = \frac{17}{15}, \cot \theta = -\frac{15}{17}$

8. (-1, -2)

- A) $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \tan \theta = 2, \csc \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}, \sec \theta = \sqrt{5}, \cot \theta = \frac{1}{2}$
 B) $\sin \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \tan \theta = 2, \csc \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \sec \theta = -\sqrt{5}, \cot \theta = \frac{1}{2}$
 C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \tan \theta = -2, \csc \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \sec \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cot \theta = -\frac{1}{2}$
 D) $\sin \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \tan \theta = 2, \csc \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \sec \theta = -\sqrt{5}, \cot \theta = \frac{1}{2}$



جد قيمة كل نسبة مثلثية، إذا كانت مُعرَّفة. إذا لم تكن مُعرَّفة، فاكتب غير مُعرَّفة.

<p>9. $\sin \frac{\pi}{2}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • A) 1 • B) 0 • C) -1 • D) Undefined 	<p>10. $\tan 2\pi$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined 	<p>11. $\cot (-180^\circ)$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined
<p>12. $\csc 270^\circ$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined 	<p>13. $\cos (-270^\circ)$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined 	<p>14. $\sec 180^\circ$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined
<p>15. $\tan \pi$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined 	<p>16. $\sec \left(-\frac{\pi}{2}\right)$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 1 B) 0 C) -1 D) Undefined 	

جد زاوية المرجع.

<p>17. 135°</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 45° B) 135° C) 90° D) 30° 	<p>18. 210°</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 60° B) 30° C) 90° D) 45° 	<p>19. $\frac{7\pi}{12}$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{5\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{3}$
<p>20. $\frac{11\pi}{3}$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ 	<p>21. -405°</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 45° B) 15° C) 60° D) 30° 	<p>22. -75°</p> <ul style="list-style-type: none"> A) 15° B) 75° C) 45° D) 30°
<p>23. $\frac{5\pi}{6}$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ 	<p>24. $\frac{13\pi}{6}$</p> <ul style="list-style-type: none"> A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ 	

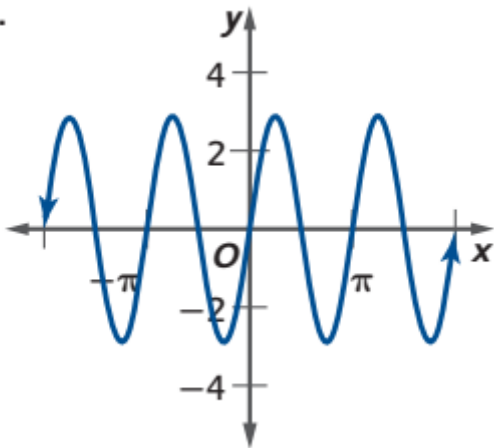


<p>25. $\cos \frac{4\pi}{3}$</p> <p>A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$</p>	<p>26. $\tan \frac{7\pi}{6}$</p> <p>A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$</p>	<p>27. $\sin \frac{3\pi}{4}$</p> <p>A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$</p>
<p>28. $\cot (-45^\circ)$</p> <p>A) 1 B) -1 C) 0 D) Undefined</p>	<p>29. $\csc 390^\circ$</p> <p>A) 2 B) -2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$</p>	<p>30. $\sec (-150^\circ)$</p> <p>A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$</p>
<p>31. $\tan \frac{11\pi}{6}$</p> <p>A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$</p>	<p>32. $\sin 300^\circ$</p> <p>A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$</p>	



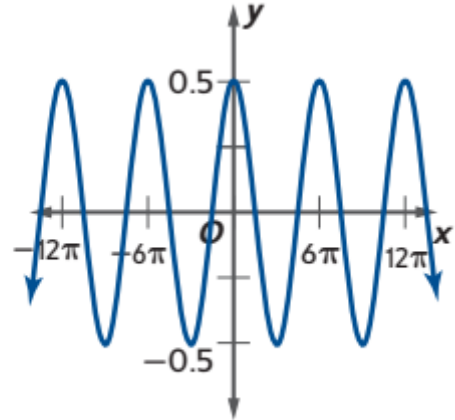
اكتب معادلة تماثل كل تمثيل بياني.

31.



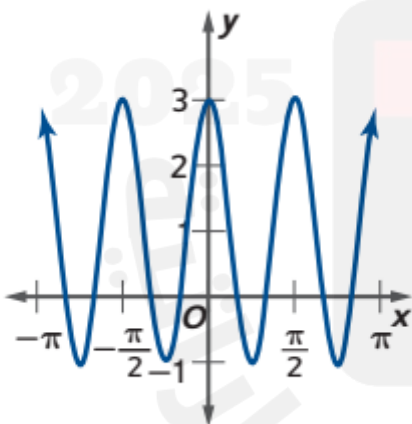
- A) $y = 3 \sin(2x)$
- B) $y = 4 \sin(2x)$
- C) $y = 2 \cos(2x)$
- D) $y = 3 \cos(2x)$

32.



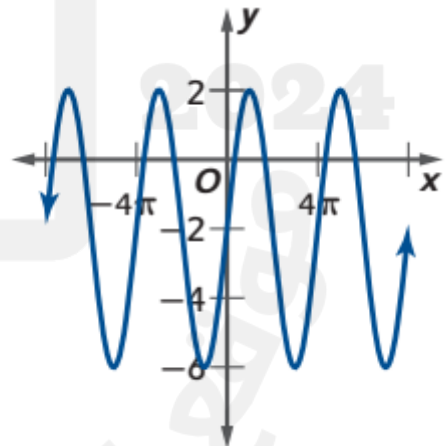
- A) $y = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- B) $y = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{3}\right)$
- C) $y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
- D) $y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

33.



- A) $y = 2 \sin(4x)$
- B) $y = 2 \cos(4x) + 1$
- C) $y = 3 \cos(4x)$
- D) $y = 3 \sin(4x) - 1$

34.



- A) $y = 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$
- B) $y = 4 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 2$
- C) $y = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$
- D) $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$



صفحة 288

استخدام خصائص الدوال المثلثية العكسية

مثال 6

جد قيمة كل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

a. $\sin \left[\sin^{-1} \left(-\frac{1}{4} \right) \right]$

b. $\arctan \left(\tan \frac{\pi}{2} \right)$

c. $\arcsin \left(\sin \frac{7\pi}{4} \right)$

صفحة 288

تمرين موجه

6A. $\tan \left(\tan^{-1} \frac{\pi}{3} \right)$

6B. $\cos^{-1} \left(\cos \frac{3\pi}{4} \right)$

6C. $\arcsin \left(\sin \frac{2\pi}{3} \right)$

صفحة 289

إيجاد قيمة تركيب الدالة المثلثية

مثال 7

جد قيمة $\cos \left[\tan^{-1} \left(-\frac{3}{4} \right) \right]$

صفحة 288

تمرين موجه

7A. $\cos^{-1} \left(\sin \frac{\pi}{3} \right) \frac{\pi}{6}$

7B. $\sin \left(\arctan \frac{5}{12} \right) \frac{5}{13}$

29. $\sin \left(\sin^{-1} \frac{3}{4} \right) \frac{3}{4}$

30. $\sin^{-1} \left(\sin \frac{\pi}{2} \right) \frac{\pi}{2}$

31. $\cos \left(\cos^{-1} \frac{2}{9} \right) \frac{2}{9}$

32. $\cos^{-1} (\cos \pi) \pi$

33. $\tan \left(\tan^{-1} \frac{\pi}{4} \right) \frac{\pi}{4}$

34. $\tan^{-1} \left(\tan \frac{\pi}{3} \right) \frac{\pi}{3}$

35. $\cos (\tan^{-1} 1) \frac{\sqrt{2}}{2}$

36. $\sin^{-1} \left(\cos \frac{\pi}{2} \right) 0$

37. $\sin \left(2 \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) 1$

38. $\sin (\tan^{-1} 1 - \sin^{-1} 1) \frac{\sqrt{2}}{2}$

39. $\cos (\tan^{-1} 1 - \sin^{-1} 1) \frac{\sqrt{2}}{2}$

40. $\cos \left(\cos^{-1} 0 + \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2}$



مثال 7 إعادة الكتابة لحذف الكسور

أعد كتابة $\frac{1}{1 + \cos x}$ في صورة تعبير لا يضم كسراً.

$$\frac{1}{1 + \cos x} = \frac{1}{1 + \cos x} \cdot \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x}$$

$$= \frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$= \csc^2 x - \cot x \csc x$$

اضرب البسط والمقام في مُرافق $1 + \cos x$ وهو $1 - \cos x$.

جد حاصل الضرب.

متطابقة فيثاغورس

اكتب بصيغة توضح الفارق بين كسرين.

حلل.

متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

تمرين موجه

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسراً.

7A. $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} \quad 1 + \sin x$

7B. $\frac{4}{\sec x + \tan x} \quad 4 \sec x - 4 \tan x$

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسراً.

38. $\frac{\sin x}{\csc x - \cot x}$

A) $1 + \cos x$

B) $1 - \cos x$

C) $\sin x + \cos x$

D) $\sec x + \csc x$

39. $\frac{\csc x}{1 - \sin x}$

A) $\sec x(\csc x + 1)$

B) $\sec^2 x(\csc x + 1)$

C) $\sec x(\csc x - 1)$

D) $\csc^2 x(\csc x + 1)$

40. $\frac{\cot x}{\sec x - \tan x}$

A) $\csc x - 1$

B) $\csc x + 1$

C) $\sec x + 1$

D) $\sec x - 1$

41. $\frac{\cot x}{1 + \sin x}$

A) $\sec x(\csc x - 1)$

B) $\csc x(\sec x - 1)$

C) $\sec x(\csc x + 1)$

D) $\csc x(\csc x - 1)$



42. $\frac{3 \tan x}{1 - \cos x}$

- A) $3 \sec x(\csc x + 1)$
B) $3 \sec x(\sec x + 1)$
C) $3 \csc x(\sec x + 1)$
D) $3 \csc x(\csc x + 1)$

43. $\frac{2 \sin x}{\cot x + \csc x}$

- A) $2 + 2 \cos x$
B) $1 + \cos x$
C) $2 - 2 \cos x$
D) $1 - \cos x$

44. $\frac{\sin x}{1 - \sec x}$

- A) $-\cot x(\sec x + 1)$
B) $-\cot x(\cos x + 1)$
C) $\cot x(\sec x - 1)$
D) $\cot x(\cos x - 1)$

45. $\frac{\cot^2 x \cos x}{\csc x - 1}$

- A) $\cos x(\csc x + 1)$
B) $\cos x(\sec x + 1)$
C) $\cot x(\csc x + 1)$
D) $\sec x(\csc x - 1)$

46. $\frac{5}{\sec x + 1}$

- A) $5 \cot x(\csc x - 1)$
B) $5 \sec x(\sec x - 1)$
C) $5 \cot^2 x(\csc x + 1)$
D) $5 \cot^2 x(\sec x - 1)$

47. $\frac{\sin x \tan x}{\cos x + 1}$

- A) $\sec x - 1$
B) $\csc x - 1$
C) $\csc x + 1$
D) $\sec x + 1$



الجزء

الكتابي



الأسئلة المطلوبة	رقم الصفحة	رقم السؤال
Ex 1 , 1-12 , ex 4 a,b, 30-39, ex4,a,b, 38-43	(57), (61), (60), (61), (68,69), (70)	16

صفحة 57

مثال 1

يفرض أن $f(x) = x^2 + 4x$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ و $h(x) = 3x - 5$. جسد كل دالة ومجالها.

a. $(f + g)(x)$

$$\begin{aligned} (f + g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= (x^2 + 4x) + (\sqrt{x+2}) \\ &= x^2 + 4x + \sqrt{x+2} \end{aligned}$$

مجال f هو $(-\infty, \infty)$. ومجال g هو $[-2, \infty)$.
إذًا، مجال $(f + g)$ هو تقاطع هذين المجالين.
أو $[-2, \infty)$.

b. $(f - h)(x)$

$$\begin{aligned} (f - h)(x) &= f(x) - h(x) \\ &= (x^2 + 4x) - (3x - 5) \\ &= x^2 + 4x - 3x + 5 \\ &= x^2 + x + 5 \end{aligned}$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$.
إذًا مجال $(f - h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

c. $(f \cdot h)(x)$

$$\begin{aligned} (f \cdot h)(x) &= f(x) \cdot h(x) \\ &= (x^2 + 4x)(3x - 5) \\ &= 3x^3 - 5x^2 + 12x^2 - 20x \\ &= 3x^3 + 7x^2 - 20x \end{aligned}$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$.
إذًا مجال $(f \cdot h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

d. $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{3x-5}{x^2+4x}$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$. لكن $x = 0$
أو $x = -4$ ينتج عنهما صفر في مقام $\left(\frac{h}{f}\right)$. إذًا، مجال
 $\left(\frac{h}{f}\right)$ هو $(-\infty, -4) \cup (-4, 0) \cup (0, \infty)$.

12-1 صفحة 61

السؤال	$(f + g)(x)$	$(f - g)(x)$	$(f \cdot g)(x)$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
1. $f(x) = x^2 + 4$ $g(x) = \sqrt{x}$				
2. $f(x) = 8 - x^3$ $g(x) = x - 3$				
3. $f(x) = x^2 + 5x + 6$ $g(x) = x + 2$				
4. $f(x) = x - 9$ $g(x) = x + 5$				



5. $f(x) = x^2 + x$ $g(x) = 9x$				
6. $f(x) = x - 7$ $g(x) = x + 7$				
7. $f(x) = \frac{6}{x}$ $g(x) = x^3 + x$				
8. $f(x) = \frac{x}{4}$ $g(x) = \frac{3}{x}$				
9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $g(x) = 4\sqrt{x}$				
10. $f(x) = \frac{3}{x}$ $g(x) = x^4$				
11. $f(x) = \sqrt{x+8}$ $g(x) = \sqrt{x+5} - 3$				

صفحة 60

مثال 4

جد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$. على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة $f(x) = x$.

a. $h(x) = \sqrt{x^3 - 4}$

لاحظ أن h تعرّف باستخدام الجذر التربيعي لـ $x^3 - 4$. إذا، الطريقة الأولى لكتابة h على أنها دالة مركبة من دالتين تكون بفرض أن $g(x) = x^3 - 4$ و $f(x) = \sqrt{x}$. ثم

$$h(x) = \sqrt{x^3 - 4} = \sqrt{g(x)} = f[g(x)] \text{ أو } [f \circ g](x).$$

b. $h(x) = 2x^2 + 20x + 50$

$$h(x) = 2x^2 + 20x + 50$$

لاحظ أن $h(x)$ قابلة للتحليل.

$$= 2(x^2 + 10x + 25) = 2(x + 5)^2 \quad \text{عامل.}$$

الطريقة الأولى لكتابة $h(x)$ على أنها دالة مركبة تكون بفرض أن $f(x) = 2x^2$ و $g(x) = x + 5$.

$$h(x) = 2(x + 5)^2 = 2[g(x)]^2 = f[g(x)] \text{ أو } [f \circ g](x).$$

صفحة 60

تمرين موجه 4

4A. $h(x) = x^2 - 2x + 1$

$$g(x) = x - 1, f(x) = x^2$$

4B. $h(x) = \frac{1}{x+7}$ $g(x) = x + 7, f(x) = \frac{1}{x}$

جد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة $f(x) = x$.

$$30. h(x) = \sqrt{4x+2} + 7$$

$$31. h(x) = \frac{6}{x+5} - 8$$

$$32. h(x) = |4x + 8| - 9$$

$$33. h(x) = [-3(x - 9)]$$

$$34. h(x) = \sqrt{\frac{5-x}{x+2}}$$

$$35. h(x) = (\sqrt{x} + 4)^3$$

$$36. h(x) = \frac{6}{(x+2)^2}$$

$$37. h(x) = \frac{8}{(x-5)^2}$$

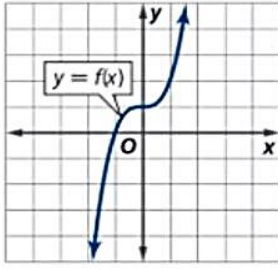
$$38. h(x) = \frac{\sqrt{4+x}}{x-2}$$

$$39. h(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x-1}}$$

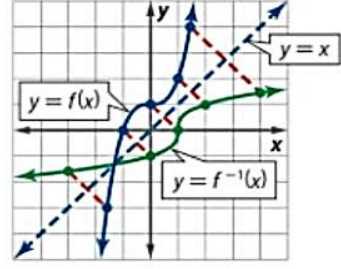


استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ في الشكل 1.7.3 لتمثيل $f^{-1}(x)$ بيانياً.

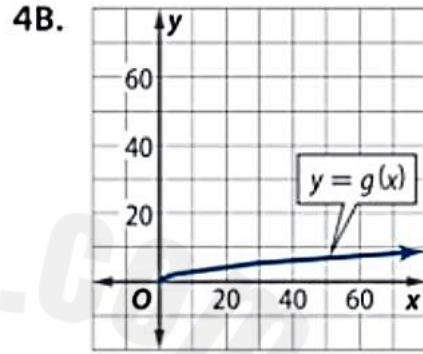
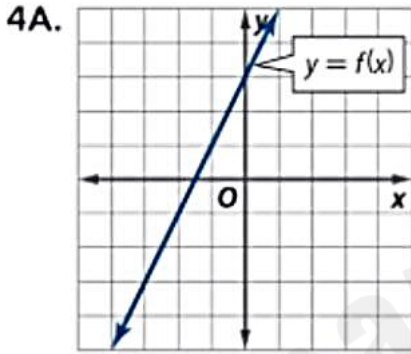
مثل المستقيم $y = x$ بيانياً. حدّد مواقع بضع نقاط على التمثيل البياني للدالة $f(x)$. واعكس هذه النقاط في المستقيم $y = x$. ثم صل بينها بمنحنى يعكس انحناء الدالة $f(x)$ في المستقيم $y = x$ (الشكل 1.7.4).



الشكل 1.7.3



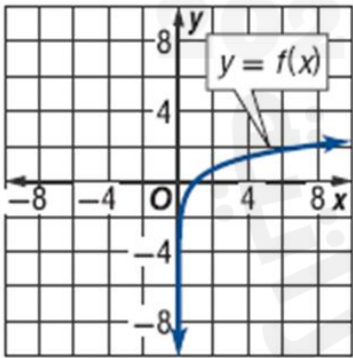
الشكل 1.7.4



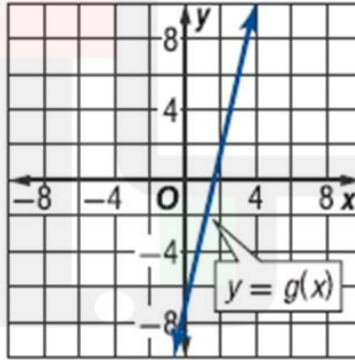
38-43 صفحة 70

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ في الشكل لتمثيل $f^{-1}(x)$ بيانياً.

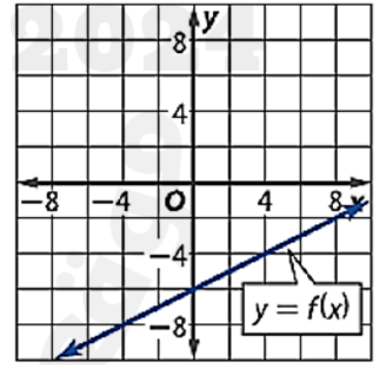
40



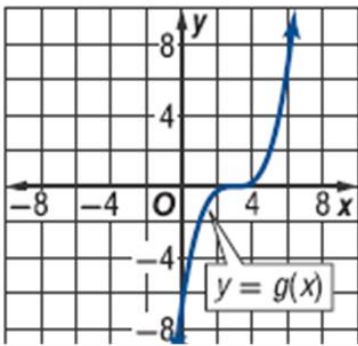
39



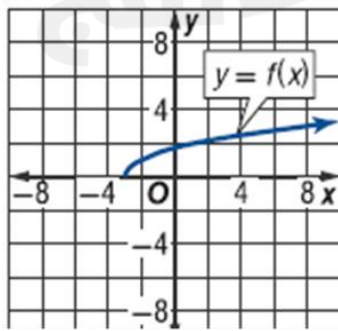
38



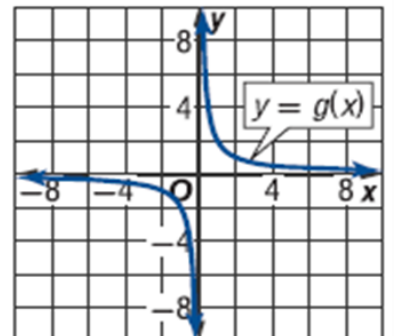
43



42



41



مثال 6 إيجاد دالة كثيرة الحدود أصغارها معلومة

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تتضمن -2 و 4 و $3 - i$ كأصغار. بما أن $3 - i$ هو صغرا للدالة ويجب أن تحتوي الدالة كثيرة الحدود على معاملات حقيقية. إذا تعرف أن $3 + i$ يجب أن تكون صغرا أيضًا. باستخدام نظرية التحليل إلى العوامل الخطية والأصغار -2 و 4 و $3 - i$ و $3 + i$. يمكنك كتابة $f(x)$ كما يلي.

$$f(x) = a[x - (-2)](x - 4)[x - (3 - i)][x - (3 + i)]$$

في حين أن a يمكن أن يكون عددًا حقيقيًا غير الصفر. من الأسهل أن نغرض أن $a = 1$ ثم يتسطر الدالة.

$$f(x) = (1)(x + 2)(x - 4)[x - (3 - i)][x - (3 + i)] \quad \text{لنغرض أن } a = 1$$

$$= (x^2 - 2x - 8)(x^2 - 6x + 10) \quad \text{اضرب}$$

$$= x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 28x - 80 \quad \text{اضرب}$$

وبالتالي، تصبح الدالة ذات أقل درجة التي تحتوي على -2 و 4 و $3 - i$ و $3 + i$ كأصغار هي $f(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 28x - 80$ أو أي مضاعف غير صفري للدالة $f(x)$.

تمرين موجّه

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصغار الموضحة. تم تقديم نماذج للإجابات.

6A. $-3, 4i, 1$ مكرر مرتين

6B. $2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 1 + i$

6A. $f(x) = x^5 + x^4 + 11x^3 + 19x^2 - 80x + 48$ 6B. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 24x - 24$

32-41 صفحة 127

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تشتمل على الأصغار الموضحة.

32. $3, -4, 6, -1$

33. $-2, -4, -3, 5$

34. $-5, 3, 4 + i$

35. $-1, 8, 6 - i$



$$36. 2\sqrt{5} \cdot -2\sqrt{5} \cdot -3 \cdot 7$$

$$37. -5 \cdot 2 \cdot 4 - \sqrt{3} \cdot 4 + \sqrt{3}$$

$$38. \sqrt{7} \cdot -\sqrt{7} \cdot 4i$$

$$39. \sqrt{6} \cdot -\sqrt{6} \cdot 3 - 4i$$

$$40. 2 + \sqrt{3} \cdot 2 - \sqrt{3} \cdot 4 + 5i$$

$$41. 6 - \sqrt{5} \cdot 6 + \sqrt{5} \cdot 8 - 3i$$



صفحة 163

قاعدة نسبة المربحة المركبة المستمرة.

مثال 5

المعرفة المالية افترض أن حليمة وجدت حساباً سيسمح لها باستثمار مبلغ 300 AED الخاص بها بنسبة مرابحة 6% قتم إضافتها باستمرار. وإذا لم تكن هناك إيداعات أو سحبوات أخرى، فكم سيبلغ رصيد حساب حليمة بعد 20 عامًا؟

$$A = Pe^{rt} \quad \text{قاعدة نسبة المربحة المركبة المستمرة}$$

$$= 300e^{(0.06)(20)} \quad P = 300 = r = 0.06, t = 20$$

$$\approx 996.04 \quad \text{بسط.}$$

عند إضافة نسبة المربحة المركبة باستمرار، سيبلغ رصيد حساب مريم بعد 20 عامًا 996.04 AED.

26-21 صفحة 166

المعرفة المالية انسخ الجدول أدناه وأكمه لإيجاد قيمة الاستثمار A لرأس المال P والمعدل r والزمن t إذا تمت إضافة المربحة المركبة n مرات سنويًا. (المثالان 4 و5)

n	1	4	12	365	مستمرة
A					

21. $P = \text{AED } 500, r = 3\%, t = 5$ أعوام

22. $P = \text{AED } 1000, r = 4.5\%, t = 10$ أعوام

23. $P = \text{AED } 1000, r = 5\%, t = 20$ عامًا

24. $P = \text{AED } 5000, r = 6\%, t = 30$ عامًا



25. **المعرفة المالية** حصل أحمد على ميراث بقيمة AED 20000 في عمر 8 أعوام، لكنه لن يتمكن من إجراء المعاملات عليه قبل أن يبلغ 18 عامًا. (المثالان 4 و5)

a. إذا تم وضع ميراثه في حساب ادخاري يحقق 4.6% كمرابحة مركبة شهريًا، فكم ستبلغ قيمة ميراث أحمد في يوم عيد ميلاده الثامن عشر؟

b. كم ستبلغ قيمة ميراث أحمد إذا تم وضعه في حساب يحقق مرابحة مركبة بنسبة 4.2% باستمرار؟

26. **المعرفة المالية** تستثمر خولة مبلغ AED 1200 في شهادة إيداع. يوضح الجدول معدلات المرابحة التي يقدمها البنك على شهادات الإيداع لمدة 3 و5 أعوام. (المثالان 4 و5)

عروض شهادات الإيداع		
5	3	الأعوام
4.75%	3.45%	المرابحة
شهريًا	مستمرة	مركبة

a. كم ستبلغ قيمة استثمارها مع كل خيار؟

b. كم ستبلغ قيمة استثمارها إذا تمت إضافة المرابحة المركبة باستمرار لشهادة الإيداع لمدة 5 أعوام؟



مثال 1 حل المعادلات الأسية باستخدام خاصية واحد لواحد

حل كل من المعادلات التالية.

a. $36^{x+1} = 6^{x+6}$

المعادلة الأصلية

$$36^{x+1} = 6^{x+6}$$

$$6^2 = 36$$

$$(6^2)^{x+1} = 6^{x+6}$$

قوة أسية

$$6^{2x+2} = 6^{x+6}$$

خاصية واحد لواحد

$$2x + 2 = x + 6$$

اطرح x من كل طرف.

$$x + 2 = 6$$

اطرح 2 من كل طرف. تحقق من هذا الحل في المعادلة الأصلية.

$$x = 4$$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^c = 64^{\frac{1}{2}}$

المعادلة الأصلية

$$\left(\frac{1}{2}\right)^c = 64^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}, 2^6 = 64$$

$$2^{-c} = (2^6)^{\frac{1}{2}}$$

قوة أسية

$$2^{-c} = 2^3$$

خاصية واحد لواحد

$$-c = 3$$

جد قيمة c . تحقق من هذا الحل في المعادلة الأصلية.

$$c = -3$$

تمرين موجه

1A. $16^{x+3} = 4^{4x+7} - \frac{1}{2}$

1B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3x}{4}} 2$

10-1 صفحة 196

حل كل من المعادلات التالية.

1. $4^{x+7} = 8^{x+3}$

2. $8^{x+4} = 32^{3x}$

3. $49^{x+4} = 7^{18-x}$

4. $32^{x-1} = 4^{x+5}$



$$5. \left(\frac{9}{16}\right)^{3x-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5x+4}$$

$$6. 12^{3x+11} = 144^{2x+7}$$

$$7. 25^{\frac{x}{3}} = 5^{x-4}$$

$$8. \left(\frac{5}{6}\right)^{4x} = \left(\frac{36}{25}\right)^{9-x}$$

9. **الإنترنت** يمكن تمثيل عدد الأشخاص P بالمليون والذين يستخدمون محركين للبحث في الإنترنت بعد t من الأسابيع على إنشاء محرك البحث بواسطة المعادلتين $P_1(t) = 1.5^t + 4$ و $P_2(t) = 2.25^t - 3.5$ على التوالي. خلال أي أسبوع تم استخدام كل محرك بواسطة نفس العدد من الأشخاص؟ (مثال 1) **11**

10. **المعرفة المالية** يخطط خلف لاستثمار 5000 AED وتدرس فتح حسابين للاستثمار. الحساب الأول مركب بشكل مستمر ويقدم معدل مرابحة 3%. والحساب الثاني مركب سنويًا ويقدم كذلك معدل مرابحة 3%. لكن المصرف سوف يكافئ 4% من الاستثمار الأولي. (مثال 1)

انظر الحاشية.

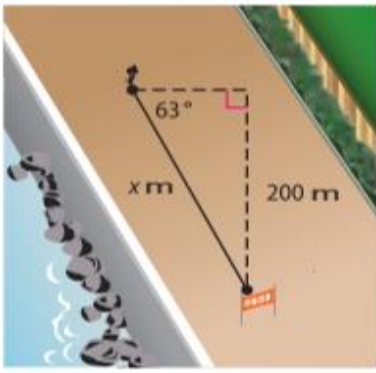
a. اكتب معادلة لرصيد كل حساب مدخرات بعد t من الأعوام.

b. كم عدد الأعوام التي يستغرقها الحساب المركب بشكل مستمر للحاق بحساب الاستثمار المركب سنويًا؟ **89 عامًا تقريبًا**

c. إذا خطط خلف لإيداع المال في الحساب لمدة 30 عامًا، فما الحساب الذي ينبغي عليه اختياره؟ **انظر الحاشية.**



مثال 4 من الحياة اليومية إيجاد طول الضلع المجهول



الألعاب الرياضية الثلاثية يعدو متسابق في الألعاب الثلاثية ضمن المسار المبين. حدد المسافة التي يجب أن يقطعها العداء ليصل إلى خط النهاية بالأقدام.

لديك قياس زاوية حادة وطول الضلع المقابل. يمكنك إذا استخدام نسبة sine لإيجاد الوتر.

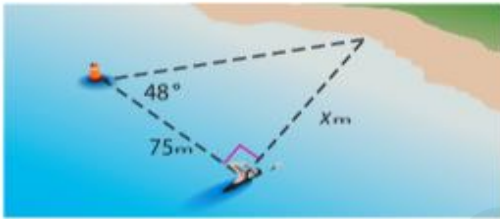
$$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} \quad \text{نسبة sine}$$

$$\sin 63^\circ = \frac{200}{x} \quad \theta = 63^\circ, \text{ opp} = 200, \text{ hyp} = x$$

$$x \sin 63^\circ = 200 \quad \text{بضرب كل طرف في } x$$

$$224.47 \text{ أو حوالي } x = \frac{200}{\sin 63^\circ} \quad \text{بتقسمة كل طرف على } \sin 63^\circ$$

إذا، يجب أن يعدو المتسابق حوالي 224.5 m لينهي الثلاثي.



تمرين موجه

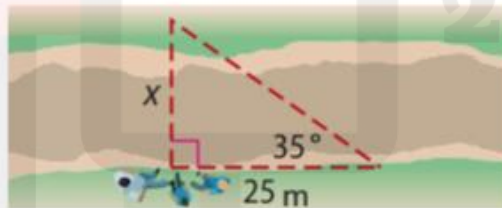
4. الألعاب الرياضية الثلاثية افترض أن متسابقًا في الجزء الخاص بالسباحة من السباق عليه أن يسبح خلال المسار المبين. جد المسافة التي يجب أن يسبحها المتسابق ليصل إلى الشاطئ.

83.3 m

27-30 صفحة 299

27 تسلق الجبال يجب أن يحدد فريق من المتسلقين عرض الوادي لتجهيز الأدوات اللازمة لعبوره. إذا سار المتسلقون 25 m خلال الوادي من نقطة عبورهم، ونظروا إلى نقطة العبور من الجهة البعيدة للوادي بزاوية قدرها 35° . فكم يكون عرض الوادي؟ (المثال 4)

17.5 m



28. التزلج بنى أحمد منحدرًا للتزلج بارتفاع 1 m ومنحدرًا بزاوية 18° . (المثال 4) انظ الماش.

b. حدد طول المنحدر. 11.3 m

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.



29. **المنعطف** يتحول المرور من نقطة A على شارع النصر يسارًا 0.8 mi على شارع الاتحاد، ثم يمينًا على شارع حصة، الذي يتقاطع مع شارع النصر بزاوية 32° . (المثال 4)

b. حدد المسافة التقريبية من النقطة A إلى نقطة الالتقاء

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.



30. **الإسقاط** يواجه مظلي ربحًا أقوى من المتوقع في أثناء سقوطه من ارتفاع 411.5 مترًا، مما يتسبب في انحرافه بزاوية قدرها 8° . كم يبعد المظلي عن منطقة الإنزال عند هبوطه؟ (المثال 4) 58 m



أثبت صحة كل متطابقة.

1. $(\sec^2 \theta - 1) \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$	2. $\sec^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) = \tan^2 \theta$	3. $\sin \theta - \sin \theta \cos^2 \theta = \sin^3 \theta$
4. $\csc \theta - \cos \theta \cot \theta = \sin \theta$	5. $\cot^2 \theta \csc^2 \theta - \cot^2 \theta = \cot^4 \theta$	6. $\tan \theta \csc^2 \theta - \tan \theta = \cot \theta$
7. $\frac{\sec \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cot \theta$	8. $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$	9. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \tan \theta = \sec \theta$



$$10. \frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta} = \sin \theta + \cos \theta$$

$$11. \frac{1}{1 - \tan^2 \theta} + \frac{1}{1 - \cot^2 \theta} = 1$$

$$12. \frac{1}{\csc \theta + 1} + \frac{1}{\csc \theta - 1} = 2 \sec^2 \theta \sin \theta$$

$$13. (\csc \theta - \cot \theta)(\csc \theta + \cot \theta) = 1$$

$$14. \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$15. \frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} = 2 \sec^2 \theta$$

$$16. \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = 2 \sec \theta$$

$$17. \csc^4 \theta - \cot^4 \theta = 2 \cot^2 \theta + 1$$

$$18. \frac{\csc^2 \theta + 2 \csc \theta - 3}{\csc^2 \theta - 1} = \frac{\csc \theta + 3}{\csc \theta + 1}$$

