تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

حل تجميعة أسئلة مراجعة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج

موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر العام ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول ⇦ حلول ⇦ الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-11-08 13:32:41

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس
	إعداد: أسامة الصرايرة

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	تجميعة أسئلة مراجعة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج
2	تجميعة أسئلة مراجعة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج
3	حل أسئلة مراجعة الوحدة الرابعة الدوال المثلثية وفق الهيكل الوزاري
4	حل تجميعة أسئلة القسم الكتابي وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج
5	تجميعة أسئلة القسم الكتابي وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج

حل هيكل نهاية الفصل الأول

2024-2025

12

ف1

مادة الرياضيات

للصف ثاني عشر عام

PART 1

الأسئلة الموضوعية (الكتروني)

روابط فيديوهات الحل:
الإلكتروني
https://youtu.be/_2DGlPu_ifo
الورقي
https://youtu.be/35Sa6bYKOGM

الأستاذ أسامة الصرايرة

الأستاذ أسامة الصرايرة 0562209340

1

الأسئلة الموضوعية

روابط فيديوهات الحل:
الإلكتروني
https://youtu.be/_2DGlPu_ifo
الورقي
https://youtu.be/35Sa6bYKOGM

2

1	Identify and evaluate functions and state their domains التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها	(39-46)	10

حدد المجال لكل دالة. (المثال 5)

39. $f(x) = \dfrac{8x + 12}{x^2 + 5x + 4}$

إيجاد اصفار المقام

$x^2 + 5x + 4 = 0$

$x = -1$ $\quad$ $x = -4$

المجال

$\{x \mid x \neq -4, -1, x \in \mathbb{R}\}$

40. $g(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x - 40}$

إيجاد اصفار المقام

$x^2 - 3x - 40 = 0$

$x = 8$ $\quad$ $x = -5$

المجال

$\{x \mid x \neq -5, 8, x \in \mathbb{R}\}$

3

1	Identify and evaluate functions and state their domains التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها	(39-46)	10

41. $g(a) = \sqrt{1 + a^2}$

$1 + a^2 \geq 0$

المجال

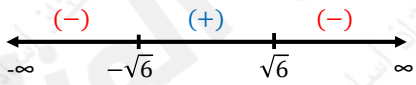
$(-\infty, \infty)$

42. $h(x) = \sqrt{6 - x^2}$

اصفار الجذر التربيعي

$6 - x^2 = 0$

$x = \pm\sqrt{6}$



المجال

$\{x \mid -\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}, x \in \mathbb{R}\}$

4

1	Identify and evaluate functions and state their domains التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها	(39-46)	10

43. $f(a) = \dfrac{5a}{\sqrt{4a-1}}$

$4a - 1 > 0$

$a > \frac{1}{4}$

المجال

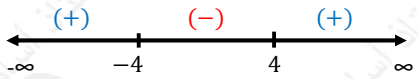
$\left\{a \mid a > \frac{1}{4}, a \in \mathbb{R}\right\}$

44. $g(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x^2-16}}$

اصفار الجذر التربيعي

$x^2 - 16 = 0$

$x = \pm 4$



المجال

$\{x \mid x < -4, x > 4, x \in \mathbb{R}\}$

5

1	Identify and evaluate functions and state their domains التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها	(39-46)	10

45. $f(x) = \dfrac{2}{x} + \dfrac{4}{x+1}$

اصفار المقام

$x = 0$ $x = -1$

المجال

$\{x \mid x \neq -1, 0, x \in \mathbb{R}\}$

46. $g(x) = \dfrac{6}{x+3} + \dfrac{2}{x-4}$

اصفار المقام

$x = -3$ $x = 4$

المجال

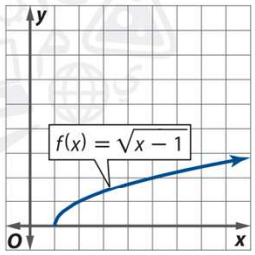
$\{x \mid x \neq -3, 4, x \in \mathbb{R}\}$

6

2	Use graphs of functions to estimate function values استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال	(16-23)	20

استخدم التمثيل البياني لكل دالة في إيجاد تقاطعها مع المحور الرأسي y وكذلك إيجاد أصفارها. ثم جد هذه القيم جبريًا. (المثالان 3 و 4)

16.



التقدير بيانياً: $x = 1$

لا يوجد y:

الحل جبرياً:

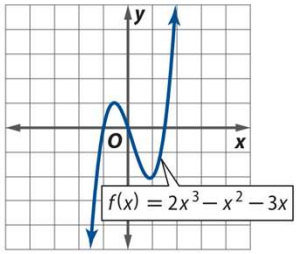
$\sqrt{x-1} = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$y = \sqrt{0-1} = \sqrt{-1}$

17.



التقدير بيانياً: $x = -1$ $x = 0$ $x = 1.5$ $y = 0$

الحل جبرياً:

$2x^3 - x^2 - 3x = 0$

$x = -1$ $x = 0$ $x = 1.5$

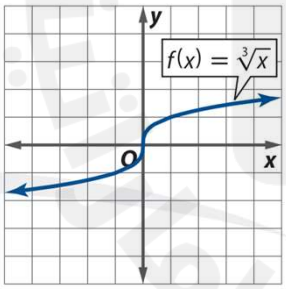
$y = 2(0)^3 - (0)^2 - 3(0) = 0$

7

2	Use graphs of functions to estimate function values استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال	(16-23)	20

استخدم التمثيل البياني لكل دالة في إيجاد تقاطعها مع المحور الرأسي y وكذلك إيجاد أصفارها. ثم جد هذه القيم جبريًا. (المثالان 3 و 4)

18.



التقدير بيانياً: $x = 0$ $y = 0$

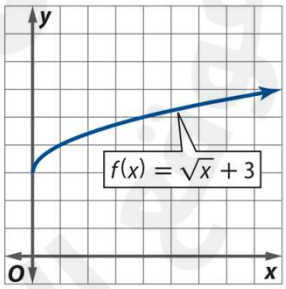
الحل جبرياً:

$\sqrt[3]{x} = 0$

$x = 0$

$\sqrt[3]{0} = 0$

19.



التقدير بيانياً: **لا يوجد** x: $y = 3$

الحل جبرياً:

$\sqrt{x} + 3 = 0$

$\sqrt{x} = -3$

لا يوجد أصفار حقيقية

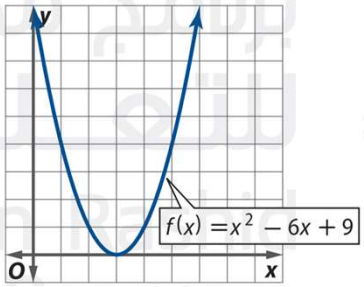
$y = \sqrt{0} + 3 = 3$

8

2	Use graphs of functions to estimate function values استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال	(16-23)	20

استخدم التمثيل البياني لكل دالة في إيجاد تقاطعها مع المحور الرأسي y وكذلك إيجاد أصفارها. ثم جـد هذه القيم جبريًا. (المثالان 3 و 4)

20.



التقدير بيانياً: $x = 3$ $y = 9$

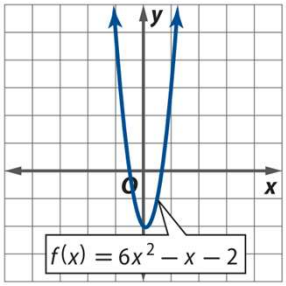
الحل جبرياً:

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$x = 3$

$y = (0)^2 - 6(0) + 9 = 9$

21.



التقدير بيانياً: $x = 0.7$ $x = -0.5$ $y = -2$

الحل جبرياً:

$6x^2 - x - 2 = 0$

$x = 0.67$ $x = -0.5$

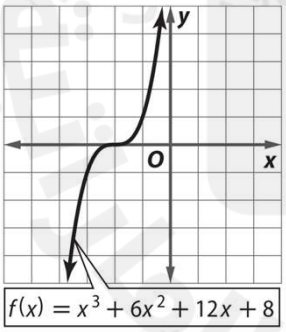
$y = 6(0)^2 - (0) - 2 = -2$

9

2	Use graphs of functions to estimate function values استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال	(16-23)	20

استخدم التمثيل البياني لكل دالة في إيجاد تقاطعها مع المحور الرأسي y وكذلك إيجاد أصفارها. ثم جـد هذه القيم جبريًا. (المثالان 3 و 4)

22.



التقدير بيانياً: $x = -2$ $y = 8$

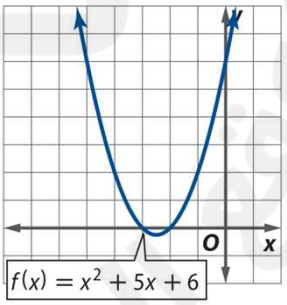
الحل جبرياً:

$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$

$x = -2$

$y = (0)^3 + 6(0)^2 + 12(0) + 8 = 8$

23.



التقدير بيانياً: $x = -2$ $x = -3$ $y = 6$

الحل جبرياً:

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$x = -2$ $x = -3$

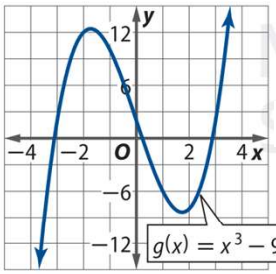
$y = (0)^2 + 5(0) + 6 = 6$

10

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام.

4A.



من الرسم البياني :

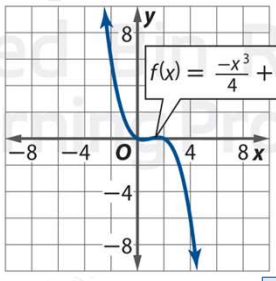
$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

الدعم بالأرقام :

x	$g(x)$
-10000	-1×10^{12}
-1000	-1×10^{9}
0	2
1000	1×10^{9}
10000	1×10^{12}

4B.



من الرسم البياني :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

الدعم بالأرقام :

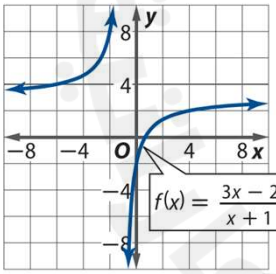
x	$f(x)$
-10000	2.5×10^{11}
-1000	2.5×10^{8}
0	0
1000	-2.5×10^{8}
10000	-2.5×10^{11}

11

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام.

5A.



من الرسم البياني :

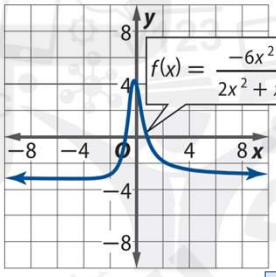
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$$

الدعم بالأرقام :

x	$f(x)$
-10000	3.0005
-1000	3.005
0	−2
1000	2.995
10000	2.9995

5B.



من الرسم البياني :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -3$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -3$$

الدعم بالأرقام :

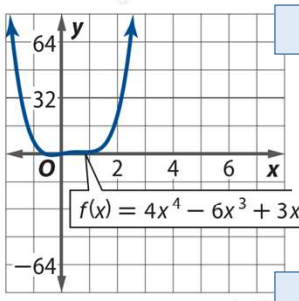
x	$f(x)$
-10000	−3.0001
-1000	−3.001
0	4
1000	−2.998
10000	−2.9998

12

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام. (المثالان 4 و 5)

22.



من الرسم البياني :

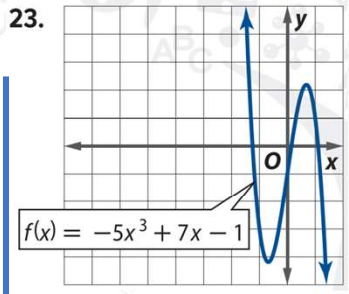
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

الدعم بالأرقام :

x	$f(x)$
-10000	4×10^{16}
-1000	4×10^{12}
0	0
1000	3.99×10^{12}
10000	3.99×10^{16}

23.



من الرسم البياني :

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

الدعم بالأرقام :

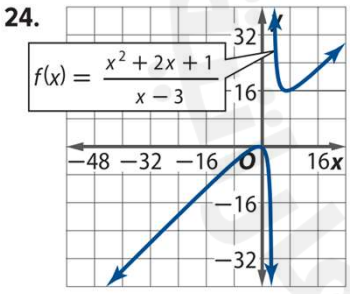
x	$f(x)$
-10000	4.99×10^{12}
-1000	4.99×10^{9}
0	-1
1000	-4.99×10^{9}
10000	-4.99×10^{12}

13

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام. (المثالان 4 و 5)

24.



من الرسم البياني :

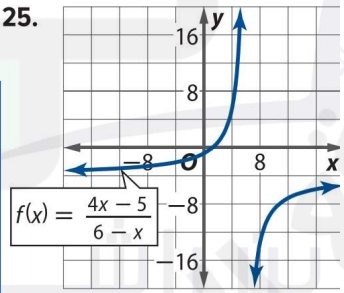
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

الدعم بالأرقام :

x	$f(x)$
-10000	-9995
-1000	-995
0	-0.33
1000	1005
10000	10005

25.



من الرسم البياني :

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -4$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -4$

الدعم بالأرقام :

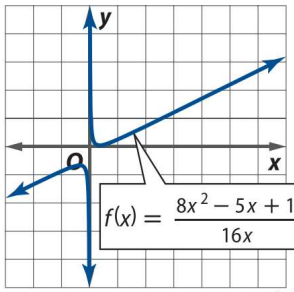
x	$f(x)$
-10000	-3.998
-1000	-3.981
0	0.83
1000	-4.019
10000	-4.001

14

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام. (المثالان 4 و 5)

26.



من الرسم البياني :

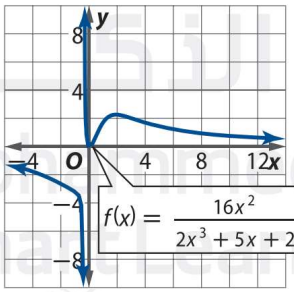
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

الدعم بالأرقام :

x	$f(x)$
-10000	-5000
-1000	-500
0	غير معرف
1000	499.688
10000	4999.688

27.



من الرسم البياني :

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

الدعم بالأرقام :

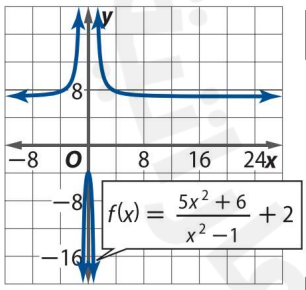
x	$f(x)$
-10000	-7.999×10^{-4}
-1000	-7.999×10^{-3}
0	0
1000	7.999×10^{-3}
10000	7.999×10^{-4}

15

3	Use limits to describe the end behavior of function استخدام النهايات لوصف السلوك الطرفي للدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) & Example-5 -مثال+(5A,5B) (22-29)	28 & 29 30

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام. (المثالان 4 و 5)

28.



من الرسم البياني :

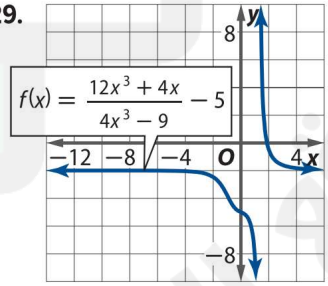
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 7$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 7$

الدعم بالأرقام :

x	$f(x)$
-10000	7.0000001
-1000	7.00001
0	-4
1000	7.00001
10000	7.0000001

29.



من الرسم البياني :

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -2$

الدعم بالأرقام :

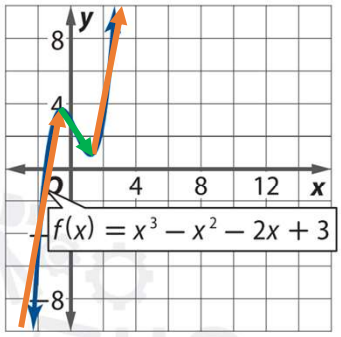
x	$f(x)$
-10000	-1.999999
-1000	-1.999999
0	-5
1000	-1.999998
10000	-1.999999

16

4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادعم إجابتك عدديًا. (مثال 1)

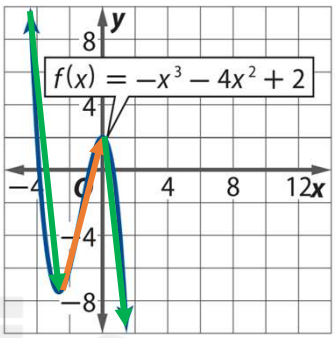
1.



التزايد: $(-\infty, -0.5) \cup (1, \infty)$

التناقص: $(-0.5, 1)$

2.



التزايد: $(-2.5, 0)$

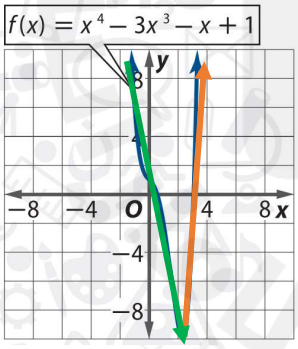
التناقص: $(-\infty, -2.5) \cup (0, \infty)$

17

4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادعم إجابتك عدديًا. (مثال 1)

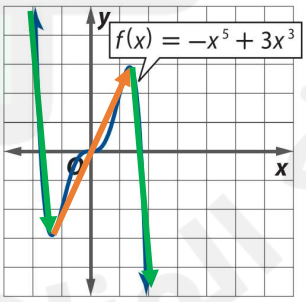
3.



التزايد: $(2.5, \infty)$

التناقص: $(-\infty, 2.5)$

4.



التزايد: $(-1.5, 1.5)$

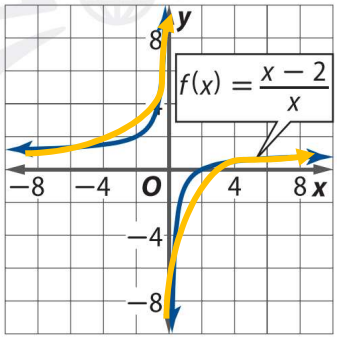
التناقص: $(-\infty, -1.5) \cup (1.5, \infty)$

18

4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادعم إجابتك عدديًا. (مثال 1)

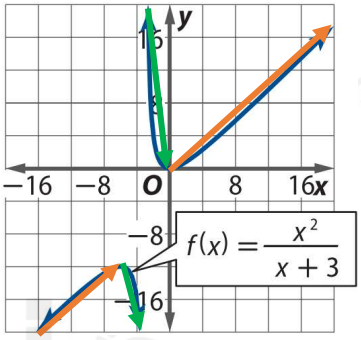
5.



التزايد: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

التناقص: لايوجد

6.



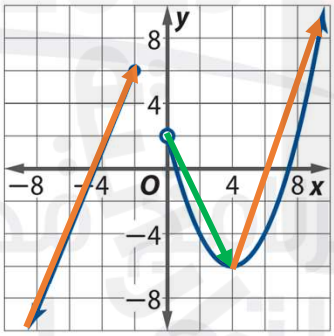
التزايد: $(-\infty, -6) \cup (0, \infty)$

التناقص: $(-6, -3) \cup (-3, 0)$

19

4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

7.

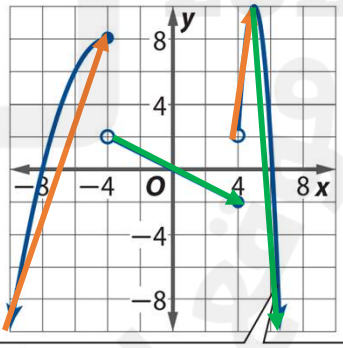


$$f(x) = \begin{cases} 2.5x + 11 & \text{if } x \le -2 \\ 0.5x^2 - 4x + 2 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

التزايد: $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$

التناقص: $(0, 4)$

8.



$$f(x) = \begin{cases} -0.5x^2 - 4x & \text{if } x \le -4 \\ -0.5x & \text{if } -4 < x \\ -8x^2 + 80x - 190 & \text{if } x > 4 \end{cases}$$

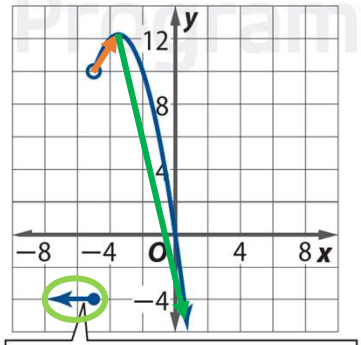
التزايد: $(-\infty, -4) \cup (4, 5)$

التناقص: $(-4, 4) \cup (5, \infty)$

20

4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

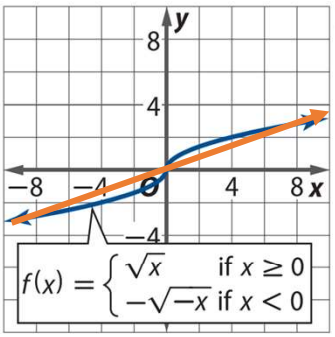
9.



$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{if } x \le -5 \\ -x^2 - 7x & \text{if } x > -5 \end{cases}$$

التزايد:	$(-5, -3.5)$
التناقص:	$(-3.5, \infty)$
ثابتة:	$(-\infty, -5)$

10.



$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{if } x \ge 0 \\ -\sqrt{-x} & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

التزايد:	$(-\infty, \infty)$
التناقص:	لايوجد

21

5	Graph and analyze radical functions and solve radical equations تمثيل الدوال الجذرية بيانيًا وتحليلها وحل المعادلات الجذرية	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (44-55)	91 93

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

6A. $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$

$$3x - 3 = \sqrt{18x - 18}$$

$$(3x - 3)^2 = (\sqrt{18x - 18})^2$$

$$9x^2 - 18x + 9 = 18x - 18$$

$$9x^2 - 36x + 27 = 0$$

$x = 3$ $\quad$ $x = 1$

6B. $\sqrt[3]{4x + 8} + 3 = 7$

$$\sqrt[3]{4x + 8} = 4$$

$$(\sqrt[3]{4x + 8})^3 = 4^3$$

$$4x + 8 = 64$$

$$4x = 64 - 8$$

$$4x = 56$$

$x = 14$

22

5	Graph and analyze radical functions and solve radical equations تمثيل الدوال الجذرية بيانيًا وتحليلها وحل المعادلات الجذرية	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (44-55)	91 93

حُــلّ كل من المعادلات التالية.

45. $0.5x = \sqrt{4 - 3x} + 2$

$0.5x - 2 = \sqrt{4 - 3x}$

$(0.5x - 2)^2 = 4 - 3x$

$0.25x^2 - 2x + 4 = 4 - 3x$

$0.25x^2 + x = 0$

$x(0.25x + 1) = 0$

$x = 0 \quad x = -4$

47. $\sqrt{(2x - 5)^3} - 10 = 17$

$\sqrt{(2x - 5)^3} = 27$

$(2x - 5)^3 = 729$

$2x - 5 = 9$

$2x = 14$

$x = 7$

23

5	Graph and analyze radical functions and solve radical equations تمثيل الدوال الجذرية بيانيًا وتحليلها وحل المعادلات الجذرية	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (44-55)	91 93

حُــلّ كل من المعادلات التالية.

51. $x = 5 + \sqrt{x + 1}$

53. $\sqrt{4x - 40} = -20$

24

6	Graph polynomial functions تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانيًا	Example-2 -مثال+(2A,2B) (64-67)	99 105

وضّح السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة كثيرة الحدود باستخدام الحدود.
اشرح استدلالك باستخدام اختبار الحد الرئيس.

2A. $g(x) = 4x^5 - 8x^3 + 20$

n : فردي | a : موجب

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

2B. $h(x) = -2x^6 + 11x^4 + 2x^2$

n : زوجي | a : سالب

$$\lim_{x\to+\infty} h(x) = -\infty$$

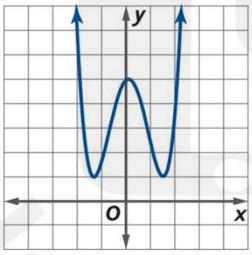
$$\lim_{x\to-\infty} h(x) = -\infty$$

25

6	Graph polynomial functions تمثيل الدوال كثيرة الحدود بيانيًا	Example-2 -مثال+(2A,2B) (64-67)	99 105

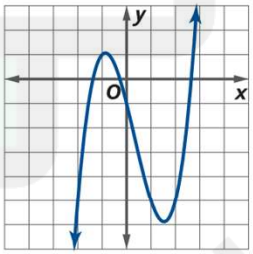
حدد هل درجة n في الدالة كثيرة الحدود لكل تمثيل بياني زوجية أم فردية وهل معامل الحد الرئيس فيها a_n موجبًا أم سالبًا.

64.



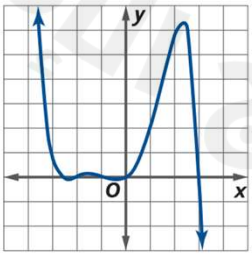
n : زوجي
a : موجب

65.



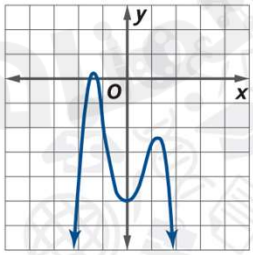
n : فردي
a : موجب

66.



n : فردي
a : سالب

67.



n : زوجي
a : سالب

26

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة المطولة.

9. $(5x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x + 12) \div (x - 4)$

$$x - 4 \;\overline{)\; 5x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x + 12}$$

$5x^3 + 17x^2 + 74x + 295$

$-5x^4 \oplus 20x^3$

$17x^3 + 6x^2 - x + 12$

$-17x^3 \oplus 68x^2$

$74x^2 - x + 12$

$-74x^2 \oplus 296x$

$295x + 12$

$-295x \oplus 1180$

1192

27

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة المطولة.

10. $(x^6 - 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24) \div (x + 2)$

$$x + 2 \;\overline{)\; x^6 - 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24}$$

$x^5 - 4x^4 + 9x^3 - 19x^2 + 39x - 79$

$-x^6 \oplus 2x^5$

$-4x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24$

$4x^5 \oplus 8x^4$

$9x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24$

$-9x^4 \oplus 18x^3$

$-19x^3 + x^2 - x + 24$

$19x^3 \oplus 38x^2$

$39x^2 - x + 24$

$-39x^2 \oplus 78x$

$-79x + 24$

$79x \oplus 158$

182

28

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة المطولة.

15. $(x^4 + x^3 + 6x^2 + 18x - 216) \div (x^3 - 3x^2 + 18x - 54)$

$$x^3 - 3x^2 + 18x + 54 \overline{)\, x^4 + x^3 + 6x^2 + 18x + 216}$$

29

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة المطولة.

18. $\dfrac{12x^5 + 5x^4 - 15x^3 + 19x^2 - 4x - 28}{3x^3 + 2x^2 - x + 6}$

$$3x^3 + 2x^2 - x + 6 \overline{)\, 12x^5 + 5x^4 - 15x^3 + 19x^2 - 4x - 28}$$

30

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة التركيبية.

19. $(x^4 - x^3 + 3x^2 - 6x - 6) \div (x - 2)$

$x - 2 = 0$
$x = 2$

1 −1 3 −6 −6

2

	2	2	10	8
1	1	5	4	2

$x^3 + x^2 + 5x + 4$

22. $(x^5 - 3x^3 + 6x^2 + 9x + 6) \div (x + 2)$

$x = -2$

1 0 −3 6 9 6

−2

	−2	4	−2	−8	−2
1	−2	1	4	1	4

$x^4 - 2x^3 + x^2 + 4x + 1$

31

7	Divide polynomials using long division and synthetic division قسمة الدوال كثيرة الحدود باستخدام القسمة المطولة والقسمة التركيبية	(9-28)	115

اقسم باستخدام القسمة التركيبية.

24. $(36x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 30x - 12) \div (3x + 1)$

$3x + 1 = 0$
$x = -\frac{1}{3}$

36 −6 12 −30 −12

$-\frac{1}{3}$

	−12	6	−6	12
36	−18	18	−36	0

$\div 3 \Rightarrow$ 12 −6 6 −12

$12x^3 - 6x^2 + 6x - 12$

28. $\dfrac{16x^6 - 56x^5 - 24x^4 + 96x^3 - 42x^2 - 30x + 105}{2x - 7}$

$2x - 7 = 0$
$x = \frac{7}{2}$

16 −56 −24 96 −42 −30 105

$\frac{7}{2}$

	56	0	−84	42	0	−105
16	0	−24	−12	0	−30	0

$\div 2 \Rightarrow$ 8 0 −12 −6 0 −15

$8x^5 - 12x^3 - 6x^2 - 15$

32

8	Solve rational inequalities حل المتباينات النسبية	Example-4 -مثال (18-27)	143 145

حُلّ كل من المتباينات التالية. (المثال 4)

18. $\frac{x-3}{x+4} > 3$

$\frac{x-3}{x+4} - 3 > 0$

$\frac{x-3-3x-12}{x+4} > 0$

$\frac{-2x-15}{x+4} > 0$

إيجاد اصفار البسط
$-2x-15=0$
$x=\frac{-15}{2}$

إيجاد اصفار المقام
$x+4=0$
$x=-4$

اختبار $x=-8$ اختبار $x=-5$ اختبار $x=0$

$\frac{(+)}{(-)}$ 0 $\frac{(-)}{(-)}$ $\frac{(-)}{(+)}$

$-\infty$ $(-)$ $\frac{-15}{2}$ $(+)$ -4 $(-)$ ∞

مجموعة الحل: $\left(\frac{-15}{2}, -4\right)$

19. $\frac{x+6}{x-5} \leq 1$

$\frac{x+6}{x-5} - 1 \leq 0$

$\frac{x+6-x+5}{x-5} \leq 0$

$\frac{11}{x-5} \leq 0$

إيجاد اصفار المقام
$x-5=0$
$x=5$

اختبار $x=0$ اختبار $x=6$

$\frac{(+)}{(-)}$ $\frac{(+)}{(+)}$

$-\infty$ $(-)$ 5 $(+)$ ∞

مجموعة الحل: $(-\infty, 5)$

33

8	Solve rational inequalities حل المتباينات النسبية	Example-4 -مثال (18-27)	143 145

حُلّ كل من المتباينات التالية. (المثال 4)

22. $\frac{3-2x}{5x+2} < 5$

$\frac{3-2x}{5x+2} - 5 < 0$

$\frac{3-2x-25x-10}{5x+2} < 0$

$\frac{-27x-7}{5x+2} < 0$

إيجاد اصفار البسط
$-27x-7=0$
$x=-\frac{7}{27}=-0.26$

إيجاد اصفار المقام
$5x+2=0$
$x=-\frac{2}{5}=-0.4$

اختبار $x=-1$ اختبار $x=-0.3$ اختبار $x=0$

$\frac{(+)}{(-)}$ $\frac{(+)}{(+)}$ 0 $\frac{(-)}{(+)}$

$-\infty$ $(-)$ $\frac{-2}{5}$ $(+)$ $\frac{-7}{27}$ $(-)$ ∞

مجموعة الحل: $\left(-\infty, \frac{-2}{5}\right) \cup \left(\frac{-7}{27}, \infty\right)$

23. $\frac{4x+1}{3x-5} \geq -3$

$\frac{4x+1}{3x-5} + 3 \geq 0$

$\frac{4x+1+9x-15}{3x-5} \geq 0$

$\frac{13x-14}{3x-5} \geq 0$

إيجاد اصفار البسط
$13x-14=0$
$x=\frac{14}{13}=1.077$

إيجاد اصفار المقام
$3x-5=0$
$x=\frac{5}{3}=1.667$

اختبار $x=0$ اختبار $x=1.5$ اختبار $x=2$

$\frac{(-)}{(-)}$ 0 $\frac{(+)}{(-)}$ $\frac{(+)}{(+)}$

$-\infty$ $(+)$ $\frac{14}{13}$ $(-)$ $\frac{5}{3}$ $(+)$ ∞

مجموعة الحل: $(-\infty, \frac{14}{13}] \cup \left(\frac{5}{3}, \infty\right)$

34

9	Graph and analyze graphs of logarithmic functions تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا وتحليلها	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (60-63)	176 179

$f(x) = a\log_b(x-h)+k$

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log x$ لتصف التحول الذي ينتج عن كل دالة.
ثم مثّل الدّوال بيانيًا.

6A. $a(x) = \ln(x-6)$

$a = 1$

$h = 6$

$k = 0$

إزاحة الى اليمين بمقدار 6 وحدات

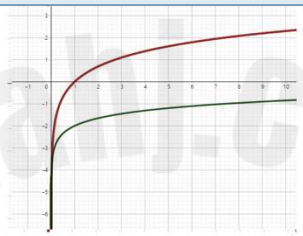
6B. $b(x) = 0.5\ln x - 2$

$a = 0.5$

$h = 0$

$k = -2$

ازاحة وحدتين الي الأسفل وانضغاط راسي بمعامل 0.5



6C. $c(x) = \ln(x+4)+3$

$a = 1$

$h = -4$

$k = 3$

ازاحة 4 وحدات الي اليسار و 3 وحدات الى الأعلى

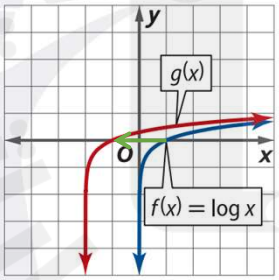
35

9	Graph and analyze graphs of logarithmic functions تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا وتحليلها	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (60-63)	176 179

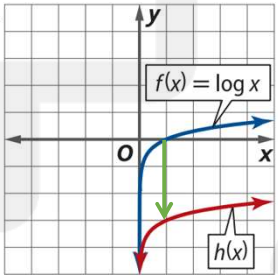
$f(x) = a\log_b(x-h)+k$

استخدم التمثيل البياني الأصلي $f(x) = \log x$ للتوصل إلى المعادلة
الخاصة بكلّ دالة.

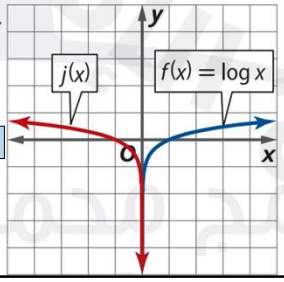
60. $g(x) = \log(x+2)$



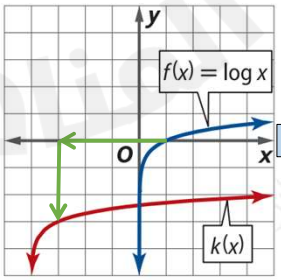
61. $h(x) = \log(x) - 3$



62. $j(x) = \log(-x)$



63. $k(x) = \log(x+4) - 3$



36

10	Apply properties of logarithms تطبيق خصائص اللوغاريتمات	Example-4 -مثال+(4A,4B) (39-48)	183 185

$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ خاصية ناتج الضرب

$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ خاصية ناتج القسمة

$\log_b x^p = p \log_b x$ خاصية الأس الثابت

قم بتبسيط كل تعبير مما يلي.

4A. $-5 \log_2 (x+1) + 3 \log_2 (6x)$

$= log_2 (x+1)^{-5} + log_2 (6x)^3$

$= log_2 (x+1)^{-5} \cdot (6x)^3$

$= log_2 \frac{(6x)^3}{(x+1)^5}$

$= log_2 \frac{216\ x^3}{(x+1)^5}$

4B. $\ln (3x+5) - 4 \ln x - \ln (x-1)$

$= ln\,(3x+5) - ln\,x^4 - ln(x-1)$

$= ln \left(\frac{3x+5}{x^4}\right) - ln(x-1)$

$= ln \left(\frac{3x+5}{x^4(x-1)}\right)$

37

10	Apply properties of logarithms تطبيق خصائص اللوغاريتمات	Example-4 -مثال+(4A,4B) (39-48)	183 185

$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ خاصية ناتج الضرب

$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ خاصية ناتج القسمة

$\log_b x^p = p \log_b x$ خاصية الأس الثابت

بسّط كل تعبير مما يلي. (مثال 4)

39. $3 \log_5 x - \frac{1}{2} \log_5 (6-x)$

$= log_5 x^3 - log_5 (6-x)^{\frac{1}{2}}$

$= log_5 \frac{x^3}{(6-x)^{\frac{1}{2}}}$

$= log_5 \frac{x^3}{\sqrt{6-x}}$

42. $4 \ln (x+3) - \frac{1}{5} \ln (4x+7)$

$= ln\,(x+3)^4 - ln\,(4x+7)^{\frac{1}{5}}$

$= ln \frac{(x+3)^4}{(4x+7)^{\frac{1}{5}}}$

$= ln \frac{(x+3)^4}{\sqrt[5]{4x+7}}$

38

10	Apply properties of logarithms تطبيق خصائص اللوغاريتمات	Example-4 -مثال+(4A,4B) (39-48)	183 185

$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ خاصية ناتج الضرب

$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ خاصية ناتج القسمة

$\log_b x^p = p \log_b x$ خاصية الأس الثابت

بسّـط كل تعبير مما يلي. (مثال 4)

45. $2\log_6(5a) + \log_6 b + 7\log_6 c$

$= log_6 (5a)^2 + log_6 b + log_6 c^7$

$= log_6 (5a)^2 (b)(c^7)$

$= log_6 25a^2bc^7$

48. $\log_3 4 - \frac{1}{2}\log_3 (6x-5)$

$= log_3 4 - log_3 (6x-5)^{\frac{1}{2}}$

$= log_3 \frac{4}{(6x-5)^{\frac{1}{2}}}$

$= log_3 \frac{4}{\sqrt{6x-5}}$

39

11	Convert degree measures of angles to radian measures and vice versa and apply to finding arc length تحويل قياسات الزوايا من الدرجات إلى الراديان والعكس بالعكس والتطبيق في إيجاد طول القوس	Example-3 -مثال+(3A,3B) (18-25)	236 240

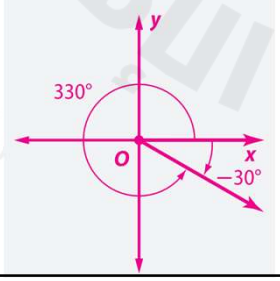
حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

3A. $-30°$

كل الزوايا ذات القياس
$-30 + 360(n)°$
مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية $-30°$

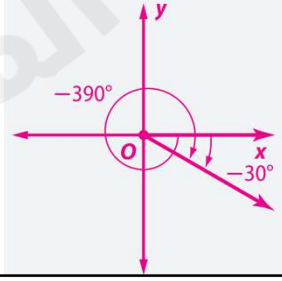
زاوية موجبة

$= -30° + 360(1)° = 330°$



زاوية سالبة

$= -30° + 360(-1)° = -390°$



40

11	Convert degree measures of angles to radian measures and vice versa and apply to finding arc length تحويل قياسات الزوايا من الدرجات إلى الراديان والعكس بالعكس والتطبيق في إيجاد طول القوس	Example-3 -مثال+(3A,3B) (18-25)	236 240

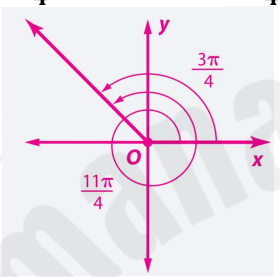
حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

3B. $\frac{3\pi}{4}$

كل الزوايا ذات القياس
$\frac{3\pi}{4} + 2\,n\,\pi$
مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية $\frac{3\pi}{4}$

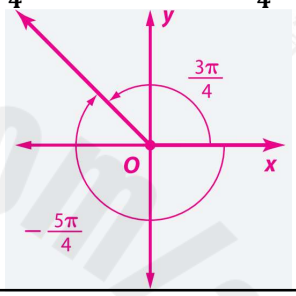
زاوية موجبة

$= \frac{3\pi}{4} + 2\,(1)\pi = \frac{11\pi}{4}$



زاوية سالبة

$= \frac{3\pi}{4} + 2\,(-1)\pi = \frac{-5\pi}{4}$



41

11	Convert degree measures of angles to radian measures and vice versa and apply to finding arc length تحويل قياسات الزوايا من الدرجات إلى الراديان والعكس بالعكس والتطبيق في إيجاد طول القوس	Example-3 -مثال+(3A,3B) (18-25)	236 240

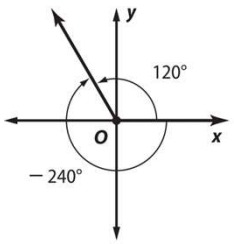
حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

18. 120°

$120 + 360(n)^\circ$

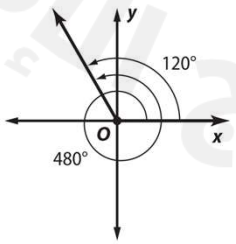
زاوية سالبة

$120^\circ + 360(-1)^\circ = -240^\circ$



زاوية موجبة

$120^\circ + 360(1)^\circ = 480^\circ$

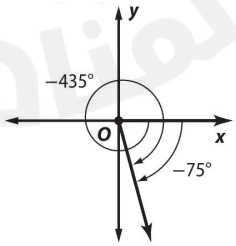


19. -75°

$-75 + 360(n)^\circ$

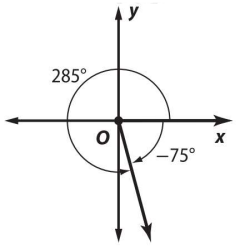
زاوية سالبة

$-75^\circ + 360(-1)^\circ = -435^\circ$



زاوية موجبة

$-75^\circ + 360(1)^\circ = 285^\circ$



42

11	Convert degree measures of angles to radian measures and vice versa and apply to finding arc length تحويل قياسات الزوايا من الدرجات إلى الراديان والعكس بالعكس والتطبيق في إيجاد طول القوس	Example-3 -مثال+(3A,3B) (18-25)	236 240

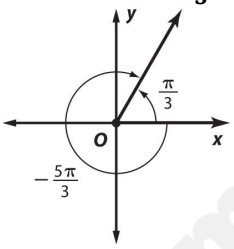
حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

22. $\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} + 2\,n\,\pi$

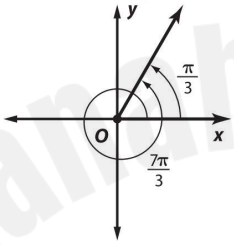
زاوية سالبة

$\frac{\pi}{3} + 2\,(-1)\pi = -\frac{5\pi}{3}$



زاوية موجبة

$\frac{\pi}{3} + 2\,(1)\pi = \frac{7\pi}{3}$

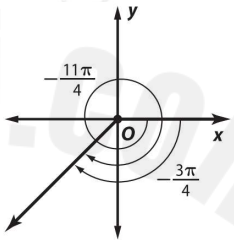


23. $-\frac{3\pi}{4}$

$-\frac{3\pi}{4} + 2\,n\,\pi$

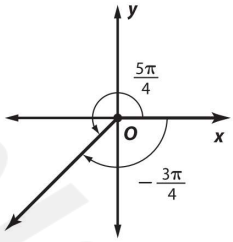
زاوية سالبة

$-\frac{3\pi}{4} + 2\,(-1)\pi = -\frac{11\pi}{4}$



زاوية موجبة

$-\frac{3\pi}{4} + 2\,(1)\pi = \frac{5\pi}{4}$



43

12	Find values of trigonometric ratios for any angle إيجاد قيم النسب المثلثية لأي زاوية	(1-32)	253

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي. جد قيم النسب المثلثية الست لـ θ. (المثال 1)

1. $(3, 4)$

$x = 3$ $y = 4$ $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{4}{5}$ $\quad \csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{5}{4}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{3}{5}$ $\quad \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{5}{3}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ $\quad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$

2. $(-6, 6)$

$x = -6$ $y = 6$ $r = \sqrt{(-6)^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad \csc\theta = \frac{r}{y} = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $\quad \sec\theta = \frac{r}{x} = -\sqrt{2}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = -1$ $\quad \cot\theta = \frac{x}{y} = -1$

44

12	Find values of trigonometric ratios for any angle إيجاد قيم النسب المثلثية لأي زاوية	(1-32)	253

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي. جد قيم النسب المثلثية الست لـ θ. (المثال 1)

7. $(-8, 15)$

$x = -8$ $\quad y = 15$ $\quad r = \sqrt{(-8)^2+15^2} = 17$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{15}{17}$ $\quad \csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{17}{15}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-8}{17}$ $\quad \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{17}{-8}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{15}{-8}$ $\quad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-8}{15}$

8. $(-1, -2)$

$x = -1$ $\quad y = -2$ $\quad r = \sqrt{(-1)^2+(-2)^2} = \sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$ $\quad \csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{5}}{-2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$ $\quad \sec\theta = \frac{r}{x} = -\sqrt{5}$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = 2$ $\quad \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

45

12	Find values of trigonometric ratios for any angle إيجاد قيم النسب المثلثية لأي زاوية	(1-32)	253

جد قيمة كل نسبة مثلثية، إذا كانت مُعرَّفة. إذا لم تكن مُعرَّفة، فاكتب غير مُعرَّفة. (المثال 2)

9. $\sin\frac{\pi}{2} = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$

10. $\tan 2\pi = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$

11. $\cot(-180^\circ) = \frac{x}{y} = \frac{-1}{0}$ = غير معرف

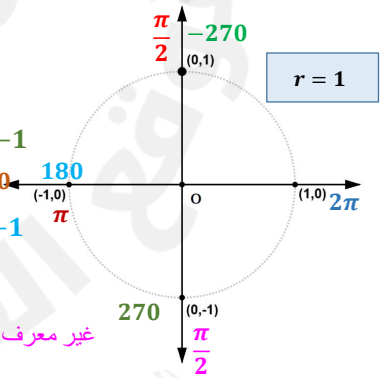
12. $\csc 270^\circ = \frac{r}{y} = \frac{1}{-1} = -1$

13. $\cos(-270^\circ) = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

14. $\sec 180^\circ = \frac{r}{x} = \frac{1}{-1} = -1$

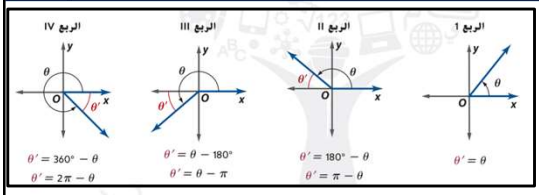
15. $\tan\pi = \frac{y}{x} = \frac{0}{-1} = 0$

16. $\sec\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{r}{x} = \frac{1}{0}$ = غير معرف



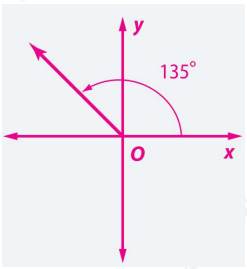
46

12	Find values of trigonometric ratios for any angle إيجاد قيم النسب المثلثية لأي زاوية	(1-32)	253



ارسم كل زاوية. ثم جد زاوية المرجع. (المثال 3)

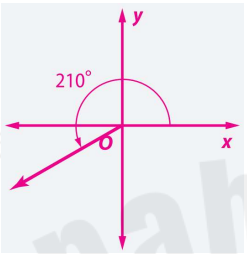
17. $135°$



زاوية المرجع

$180° - 135° = 45°$

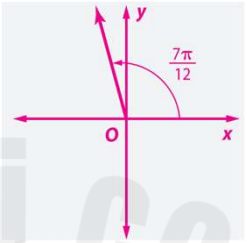
18. $210°$



زاوية المرجع

$210° - 180° = 30°$

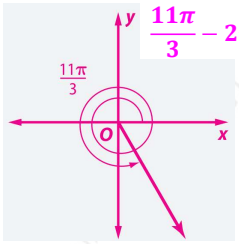
19. $\frac{7\pi}{12} = 105°$



زاوية المرجع

$\pi - \frac{7\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

20. $\frac{11\pi}{3} = 660°$



$\frac{11\pi}{3} - 2\pi = \frac{5\pi}{3}$

زاوية المرجع

$2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

47

12	Find values of trigonometric ratios for any angle إيجاد قيم النسب المثلثية لأي زاوية	(1-32)	253

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي. (المثال 4)

25. $\cos \frac{4\pi}{3}$ $-\frac{1}{2}$

26. $\tan \frac{7\pi}{6}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

27. $\sin \frac{3\pi}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

28. $\cot(-45°)$ -1

29. $\csc 390°$ 2

30. $\sec(-150°)$ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

31. $\tan \frac{11\pi}{6}$ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

32. $\sin 300°$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$
$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

باستخدام الآلة الحاسبة

48

13	Graph transformations of the sine and cosine functions تمثيل التحويلات لدوال الجيب Sine و جيب التمام Cosine بيانيًا	(31-34)	267

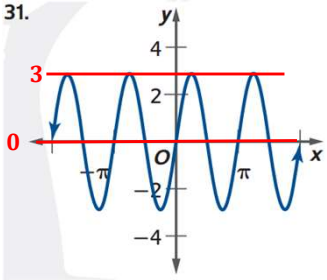
$y = a\ sin\ (bx + c) + d$
$y = a\ cos\ (bx + c) + d$

السعة: $|a|$ — الدورة: $\frac{2\pi}{|b|}$ — التكرار: $\frac{|b|}{2\pi}$ أو $\frac{1}{\text{الفترة}}$

إزاحة الطور: $-\frac{c}{|b|}$ — الإزاحة الرأسية: d — الخط المتوسط: $y = d$

اكتب معادلة تماثل كل تمثيل بياني.

31.



$y = a\ sin\ (bx + c) + d$

$|a| = 3$

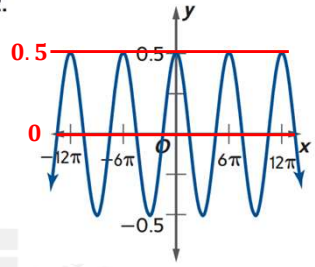
$b = \frac{2\pi}{\text{طول الفترة}} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

إزاحة الطور: لا يوجد

الخط المتوسط: 0

$y = 3\ sin\ 2x$

32.



$y = a\ cos\ (bx + c) + d$

$|a| = 0.5$

$b = \frac{2\pi}{\text{طول الفترة}} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$

إزاحة الطور: لا يوجد

الخط المتوسط: 0

$y = 0.5\ cos\frac{x}{3}$

49

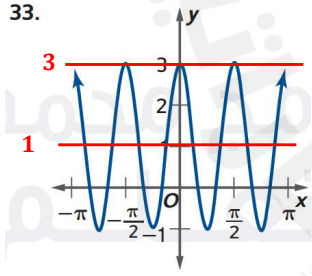
13	Graph transformations of the sine and cosine functions تمثيل التحويلات لدوال الجيب Sine و جيب التمام Cosine بيانيًا	(31-34)	267

$y = a\ sin\ (bx + c) + d$
$y = a\ cos\ (bx + c) + d$

السعة: $|a|$ — الدورة: $\frac{2\pi}{|b|}$ — التكرار: $\frac{|b|}{2\pi}$ أو $\frac{1}{\text{الفترة}}$

إزاحة الطور: $-\frac{c}{|b|}$ — الإزاحة الرأسية: d — الخط المتوسط: $y = d$

33.



$y = a\ cos\ (bx + c) + d$

$|a| = 2$

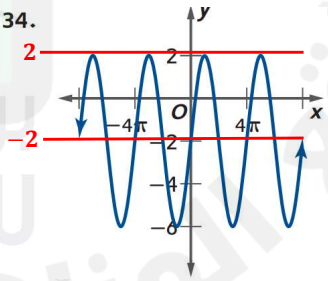
$b = \frac{2\pi}{\text{طول الفترة}} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$

إزاحة الطور: لا يوجد

الخط المتوسط: 1

$y = 2\ cos\ 4x\ + 1$

34.



$y = a\ sin\ (bx + c) + d$

$|a| = 4$

$b = \frac{2\pi}{\text{طول الفترة}} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$

إزاحة الطور: لا يوجد

الخط المتوسط: -2

$y = 4\ sin\frac{x}{2}\ - 2$

50

14	Find compositions of trigonometric functions إيجاد ناتج تراكيب الدوال المثلثية	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) & Example-7 -مثال+(7A,7B) (29-40)	288 & 289 290

جد قيمة كل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

6A. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{\pi}{3}\right)$ $\frac{\pi}{3}$ **6B.** $\cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right)$ $\frac{3\pi}{4}$ **6C.** $\arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ $\frac{2\pi}{3}$

7A. $\cos^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)$ $\frac{\pi}{6}$ **7B.** $\sin\left(\arctan\frac{5}{12}\right)$ $\frac{5}{13}$

باستخدام الآلة الحاسبة

y = Arcsin x
y = Sin^{-1} x

y = Arccos x
y = Cos^{-1} x

y = Arctan x
y = Tan^{-1} x

29. $\sin\left(\sin^{-1}\frac{3}{4}\right)$ $\frac{3}{4}$ **30.** $\sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)$ $\frac{\pi}{2}$

31. $\cos\left(\cos^{-1}\frac{2}{9}\right)$ $\frac{2}{9}$ **32.** $\cos^{-1}(\cos\pi)$ π

33. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{\pi}{4}\right)$ $\frac{\pi}{4}$ **34.** $\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)$ $\frac{\pi}{3}$

35. $\cos(\tan^{-1}1)$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **36.** $\sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)$ 0

37. $\sin\left(2\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 1 **38.** $\sin(\tan^{-1}1-\sin^{-1}1)$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

39. $\cos(\tan^{-1}1-\sin^{-1}1)$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **40.** $\cos\left(\cos^{-1}0+\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$

51

15	Use basic trigonometric identities to simplify and rewrite trigonometric expressions استخدام المتطابقات المثلثية الأساسية لتبسيط التعابير المثلثية وإعادة كتابتها	Example-7 -مثال+(7A,7B) (38-47)	308 309

المفهوم الأساسي متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

المتطابقات النسبية	متطابقات المقلوب		
$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$	$\sin\theta=\frac{1}{\csc\theta}$
$\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$	$\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ $\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$ $\cot^2\theta+1=\csc^2\theta$

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسرًا.

7A. $\frac{\cos^2 x}{1-\sin x}$

$= \frac{1-sin^2x}{1-sinx}$

$= \frac{(1-sinx)(1+sinx)}{1-sinx}$

$= 1+sinx$

7B. $\frac{4}{\sec x+\tan x}$

$= \frac{4}{\frac{1}{cos\,x}+\frac{sin\,x}{cos\,x}} = \frac{4}{\frac{1+sinx}{cos\,x}}$

$= \frac{4cosx}{1+sinx} \times \frac{1-sinx}{1-sin\,x}$

$= \frac{4cosx(1+sinx)}{1-sin^2x}$

$= \frac{4cosx(1+sinx)}{cos^2x} = \frac{4(1+sinx)}{cosx}$

$= \frac{4+4sinx}{cosx} = 4secx+4tanx$

52

15	Use basic trigonometric identities to simplify and rewrite trigonometric expressions استخدام المتطابقات المثلثية الأساسية لتبسيط التعابير المثلثية وإعادة كتابتها	Example-7 -مثال+(7A,7B) (38-47)	308 309

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسرًا.

38. $\frac{\sin x}{\csc x - \cot x}$

$$= \frac{sinx}{\frac{1}{sin\,x} - \frac{cos\,x}{sin\,x}}$$

$$= \frac{sinx}{\frac{1-cosx}{sin\,x}}$$

$$= \frac{sin^2x}{1-cosx} \times \frac{1+cosx}{1+cos\,x}$$

$$= \frac{sin^2x(1+cosx)}{1-cos^2x}$$

$$= \frac{\cancel{sin^2}x(1+cosx)}{\cancel{sin^2}x}$$

$$= 1 + cosx$$

39. $\frac{\csc x}{1 - \sin x}$

$$= \frac{\frac{1}{sin\,x}}{1-sinx}$$

$$= \frac{1}{sinx(1-sinx)} \times \frac{1+sinx}{1+sin\,x}$$

$$= \frac{1+sinx}{sinx(1-sin^2x)}$$

$$= \frac{1+sinx}{sinx\,cos^2x}$$

$$= \frac{1}{sinx\,cos^2x} + \frac{\cancel{sin\,x}}{\cancel{sin\,x}\,cos^2x}$$

$$= cscx\,sec^2x + sec^2x$$

$$= sec^2x(cscx + 1)$$

43. $\frac{2 \sin x}{\cot x + \csc x}$

$$= \frac{2sinx}{\frac{cosx}{sin\,x} + \frac{1}{sin\,x}} = \frac{2sinx}{\frac{cosx+1}{sin\,x}}$$

$$= \frac{2sin^2x}{cosx+1} \times \frac{cosx-1}{cosx-1}$$

$$= \frac{2sin^2x(cosx-1)}{cos^2x-1}$$

$$= \frac{2sin^2x(cosx-1)}{-\cancel{sin^2}x}$$

$$= -2cosx + 2$$

$$= 2 - 2cosx$$

53

حل هيكل نهاية الفصل الأول

2024-2025

12 ف1

مادة الرياضيات

للصف ثاني عشر عام

الأستاذ أسامة الصرايرة

PART 2
الأسئلة المقالية (ورقي)

روابط فيديوهات الحل:
الإلكتروني
https://youtu.be/_2DGlPu_ifo
الورقي
https://youtu.be/35Sa6bYKOGM

الأستاذ أسامة الصرايرة 0562209340

54

الأسئلة المقالية

روابط فيديوهات الحل:
الإلكتروني
https://youtu.be/_2DGlPu_ifo
الورقي
https://youtu.be/35Sa6bYKOGM

55

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61

مثال 1 العمليات على الدوال

بفرض أن $f(x) = x^2 + 4x$، و $g(x) = \sqrt{x+2}$، و $h(x) = 3x - 5$، جـد كل دالة ومجالها.

a. $(f+g)(x)$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$= (x^2 + 4x) + \left(\sqrt{x+2}\right)$$
$$= x^2 + 4x + \sqrt{x+2}$$

مجال f هو $(-\infty, \infty)$، ومجال g هو $[-2, \infty)$.
إذًا، مجال $(f+g)$ هو تقاطع هذين المجالين.
أو $[-2, \infty)$.

b. $(f-h)(x)$

$$(f-h)(x) = f(x) - h(x)$$
$$= (x^2 + 4x) - (3x - 5)$$
$$= x^2 + 4x - 3x + 5$$
$$= x^2 + x + 5$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$.
إذًا مجال $(f-h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

c. $(f \cdot h)(x)$

$$(f \cdot h)(x) = f(x) \cdot h(x)$$
$$= (x^2 + 4x)(3x - 5)$$
$$= 3x^3 - 5x^2 + 12x^2 - 20x$$
$$= 3x^3 + 7x^2 - 20x$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$. إذًا مجال $(f \cdot h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

d. $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{h(x)}{f(x)} \text{ أو } \frac{3x-5}{x^2+4x}$$

مجالا h و f هما $(-\infty, \infty)$، لكن $x = 0$
أو $x = -4$ ينتج عنهما صفر في مقام $\left(\frac{h}{f}\right)$. إذًا، مجال $\left(\frac{h}{f}\right)$ هو $(-\infty, -4) \cup (-4, 0) \cup (0, \infty)$.

56

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61

جـد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f\cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. اذكر مجال كل دالة جديدة. (المثال 1)

1. $f(x) = x^2 + 4$
   $g(x) = \sqrt{x}$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
$= (x^2+4) + \sqrt{x}$
$= x^2 + 4 + \sqrt{x}$

مجال $(f+g)(x)$: $[0, +\infty)$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
$= (x^2+4) - \sqrt{x}$
$= x^2 + 4 - \sqrt{x}$

مجال $(f-g)(x)$: $[0, +\infty)$

$(f\times g)(x) = f(x) \times g(x)$
$= (x^2+4) \times \sqrt{x}$
$= x^2\sqrt{x} + 4\sqrt{x}$

مجال $(f\times g)(x)$: $[0, +\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2+4}{\sqrt{x}}$

مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$: $(0, +\infty)$

57

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61

جـد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f\cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. اذكر مجال كل دالة جديدة. (المثال 1)

2. $f(x) = 8 - x^3$
   $g(x) = x - 3$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
$= (8-x^3) + (x-3)$
$= -x^3 + x + 5$

مجال $(f+g)(x)$: $(-\infty, +\infty)$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
$= (8-x^3) - (x-3)$
$= -x^3 - x + 11$

مجال $(f-g)(x)$: $(-\infty, +\infty)$

$(f\times g)(x) = f(x) \times g(x)$
$= (8-x^3) \times (x-3)$
$= 8x - 24 - x^4 + 3x^3$

مجال $(f\times g)(x)$: $(-\infty, +\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{8-x^3}{x-3}$

مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$: $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

58

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61

جـد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f\cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. اذكر مجال كل دالة جديدة. (المثال 1)

7. $f(x)=\frac{6}{x}$
$g(x)=x^3+x$

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
$=\left(\frac{6}{x}\right)+(x^3+x)$
$=\frac{6}{x}+x^3+x$

مجال $(f+g)(x)$: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$
$=\left(\frac{6}{x}\right)-(x^3+x)$
$=\frac{6}{x}-x^3-x$

مجال $(f-g)(x)$: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$
$=\left(\frac{6}{x}\right)\times(x^3+x)$
$=\left(\frac{6}{x}\right)\times x(x^2+1)=6x^2+6$

مجال $(f\times g)(x)$: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\frac{6}{x}}{x^3+x}=\frac{6}{x(x^3+x)}$

مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$: $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

59

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61

جـد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f\cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. اذكر مجال كل دالة جديدة. (المثال 1)

12. $f(x)=\sqrt{x+6}$
$g(x)=\sqrt{x-4}$

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$
$=\sqrt{x+6}+\sqrt{x-4}$

مجال $(f+g)(x)$: $[4,+\infty)$

$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$
$=\sqrt{x+6}-\sqrt{x-4}$

مجال $(f-g)(x)$: $[4,+\infty)$

$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$
$=\sqrt{x+6}\times\sqrt{x-4}$
$=\sqrt{(x+6)(x-4)}=\sqrt{x^2+2x-24}$

مجال $(f\times g)(x)$: $[4,+\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{x-4}}=\sqrt{\frac{x+6}{x-4}}$

مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$: $(4,+\infty)$

60

16	b) Find compositions of functions إيجاد تركيب الدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) (30-39)	60 61

جـد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$، على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة $f(x) = x$.

4A. $h(x) = x^2 - 2x + 1$

$h(x) = (x-1)(x-1)$

$h(x) = (x-1)^2$

$g(x) = x - 1$ $\quad$ $f(x) = x^2$

4B. $h(x) = \frac{1}{x+7}$

$g(x) = x + 7$ $\quad$ $f(x) = \frac{1}{x}$

30. $h(x) = \sqrt{4x+2} + 7$

$g(x) = 4x + 2$ $\quad$ $f(x) = \sqrt{x} + 7$

32. $h(x) = |4x + 8| - 9$

$g(x) = 4x + 8$ $\quad$ $f(x) = |x| - 9$

33. $h(x) = [\![-3(x-9)]\!]$

$g(x) = x - 9$ $\quad$ $f(x) = [\![-3x]\!]$

38. $h(x) = \frac{\sqrt{4+x}}{x-2}$

$g(x) = 4 + x$ $\quad$ $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-6}$

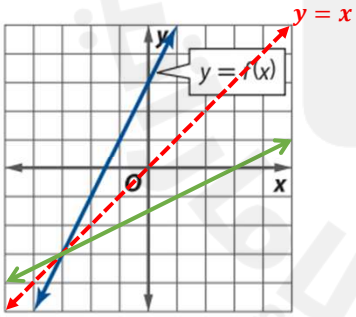
61

16	c) Find inverse functions algebraically and graphically إيجاد الدوال العكسية جبريًا وبيانيًا	Example-4 -مثال + (4A,4B) (38-43)	68 & 69 70

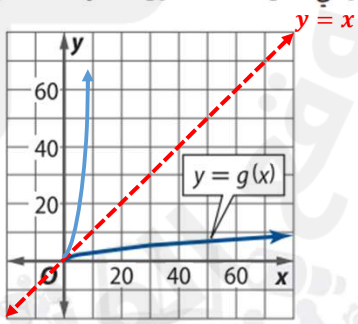
تمرين موجّه

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتمثيل دالتها العكسيّة بيانيًا.

4A.



4B.

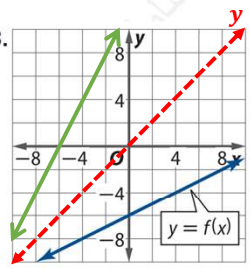


62

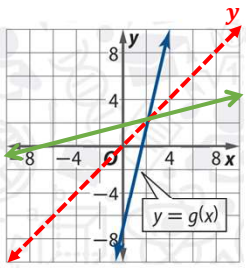
16	c] Find inverse functions algebraically and graphically إيجاد الدوال العكسية جبريًا وبيانيًا	Example-4 -مثال + (4A,4B) (38-43)	68 & 69 70

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتمثيل دالتها العكسيّة بيانيًا. (المثال 4)

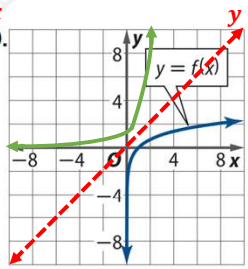
38.



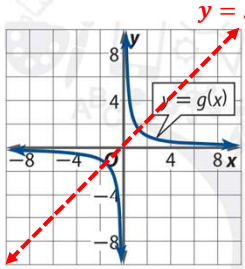
39.



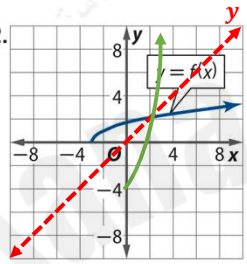
40.



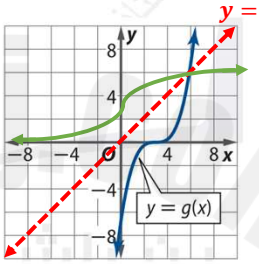
41.



42.



43.



63

17	Find complex zeros of polynomial functions إيجاد الأصفار المركبة للدوال كثيرة الحدود	Example-6 -مثال+(6A,6B) (32-41)	124 127

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصفار الموضحة.

6A. $-3, 4i,$ 1 مكرر مرتين

$x = -3 \quad x = 4i \quad x = -4i \quad x = 1 \quad x = 1$

$$f(x) = (x+3)(x-4i)(x+4i)(x-1)(x-1)$$
$$f(x) = (x+3)(x^2+4ix-4ix-16)(x-1)^2$$
$$f(x) = (x+3)(x^2-16)(x^2-2x+1)$$
$$f(x) = (x^3+3x^2-16x-48)(x^2-2x+1)$$
$$f(x) = x^5-2x^4+x^3+3x^4-6x^3+3x^2-16x^3+32x^2+16x-48x^2+96x-48$$
$$f(x) = x^5+x^4-21x^3-13x^2+102x-48$$

64

17	Find complex zeros of polynomial functions إيجاد الأصفار المركبة للدوال كثيرة الحدود	Example-6 -مثال+(6A,6B) (32-41)	124 127

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصفار الموضحة.

6B. $2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 1+i$

$x = 2\sqrt{3} \quad x = -2\sqrt{3} \quad x = 1+i \quad x = 1-i$

$$f(x) = (x-2\sqrt{3})(x+2\sqrt{3})(x-(1+i))(x-(1-i))$$

$$(x-2\sqrt{3})(x+2\sqrt{3}) = x^2 - (2\sqrt{3})^2 = x^2 - 12 \qquad (x-(1+i))(x-(1-i)) = x^2 - 2x + (1^2 + i^2) = x^2 - 2x + 2$$

$$f(x) = (x^2 - 12)(x^2 - 2x + 2)$$

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 24x - 24$$

65

17	Find complex zeros of polynomial functions إيجاد الأصفار المركبة للدوال كثيرة الحدود	Example-6 -مثال+(6A,6B) (32-41)	124 127

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تشتمل على الأصفار الموضحة. (المثال 6)

32. 3, −4, 6, −1

$$f(x) = (x-3)(x+4)(x-6)(x+1)$$

$$f(x) = (x^2 + 4x - 3x - 12)(x^2 + x - 6x - 6)$$

$$f(x) = (x^2 + x - 12)(x^2 - 5x - 6)$$

$$f(x) = x^4 - 5x^3 - 6x^2 + x^3 - 5x^2 - 6x - 12x^2 + 60x + 72$$

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 23x^2 + 54x + 72$$

33. −2, −4, −3, 5

$$f(x) = (x+2)(x+4)(x+3)(x-5)$$

$$f(x) = (x^2 + 6x + 8)(x^2 - 2x - 15)$$

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - 15x^2 + 6x^3 - 12x^2 - 90x + 8x^2 - 16x - 120$$

$$f(x) = x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 106x - 120$$

66

17	Find complex zeros of polynomial functions إيجاد الأصفار المركبة للدوال كثيرة الحدود	Example-6 -مثال+(6A,6B) (32-41)	124 127

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تشتمل على الأصفار الموضحة. (المثال 6)

40. $2+\sqrt{3}.\ 2-\sqrt{3}.\ 4+5i$

$x=2+\sqrt{3} \quad x=2-\sqrt{3} \quad x=4+5i \quad x=4-5i$

$$f(x)=(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))(x-(4+5i))(x-(4-5i))$$

$$(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))=x^2-2\cdot x\cdot 2+2^2-(\sqrt{3})^2=x^2-4x+1$$

$$(x-(4+5i))(x-(4-5i))=x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2-(5i)^2=x^2-8x+41$$

$$f(x)=(x^2-4x+1)(x^2-8x+41)$$

$$f(x)=x^4-8x^3+41x^2-4x^3+32x^2-164x+x^2-8x+41$$

$$f(x)=x^4-12x^3+74x^2-172x+41$$

67

18	Solve problems involving exponential growth and decay حل مسائل تتضمن نموًا وتضاءلًا أسيين	Example -5-مثال+(5) (21-26)(Continuously parts-أجزاء المستمرة)	163 166

$A=Pe^{rt}$

مثال 5 استخدم نسبة المرابحة المركبة المستمرة

المعرفة المالية **افترض أن حليمة وجدت حسابًا سيسمح لها باستثمار مبلغ AED 300 الخاص بها بنسبة مرابحة 6% تتم إضافتها باستمرار. وإذا لم تكن هناك إيداعات أو سحوبات أخرى، فكم سيبلغ رصيد حساب حليمة بعد 20 عامًا؟**

$p=300 \quad r=6\%=0.06 \quad t=20$

$$A=Pe^{rt}$$

$$A=300e^{0.06(20)}$$

$$A=996.04\ AED$$

68

18	Solve problems involving exponential growth and decay حل مسائل تتضمن نموًا وتضاءلًا أسيين	Example -5-مثال(5)+	163
		(21-26)(Continuously parts-أجزاء المستمرة)	166

$A = Pe^{rt}$

استخدم نسبة المرابحة المركبة المستمرة

21. $P =$ AED 500, $r = 3\%$, $t = 5$ أعوام

$A = 500e^{0.03(5)} = 580.92\ AED$

22. $P =$ AED 1000, $r = 4.5\%$, $t = 10$ أعوام

$A = 1000e^{0.045(10)} = 1568.31\ AED$

23. $P =$ AED 1000, $r = 5\%$, $t = 20$ عامًا

$A = 1000e^{0.05(20)} = 2718.28\ AED$

24. $P =$ AED 5000, $r = 6\%$, $t = 30$ عامًا

$A = 5000e^{0.06(30)} = 30248.24\ AED$

69

18	Solve problems involving exponential growth and decay حل مسائل تتضمن نموًا وتضاءلًا أسيين	Example -5-مثال(5)+	163
		(21-26)(Continuously parts-أجزاء المستمرة)	166

$A = Pe^{rt}$

25. المعرفة المالية حصل أحمد على ميراث بقيمة AED 20000 في عمر 8 أعوام، لكنه لن يتمكن من إجراء المعاملات عليه قبل أن يبلغ 18 عامًا. (المثالان 4 و5)

$p = 20000$ | $r = 4.2\% = 0.042$ | $t = 10$

b. كم ستبلغ قيمة ميراث أحمد إذا تم وضعه في حساب يحقق مرابحة مركبة بنسبة 4.2% باستمرار؟

$A = 20000e^{0.042(10)} = 30439.23\ AED$

---

26. المعرفة المالية تستثمر خولة مبلغ AED 1200 في شهادة إيداع. يوضح الجدول معدلات المرابحة التي يقدمها البنك على شهادات الإيداع لمدة 3 و5 أعوام. (المثالان 4 و5)

عروض شهادات الإيداع		
الأعوام t	3	5
المرابحة r	3.45%	4.75%
مركبة	مستمرة	شهريًا

a. كم ستبلغ قيمة استثمارها مع كل خيار؟ المستمرة

$A = 1200e^{0.0345(3)} = 1330.85\ AED$

b. كم ستبلغ قيمة استثمارها إذا تمت إضافة المرابحة المركبة باستمرار لشهادة الإيداع لمدة 5 أعوام؟

$A = 1200e^{0.0475(5)} = 1521.69\ AED$

70

18	Apply the One -to -One Property of Exponential Functions to solve equations تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات	Example-1 -مثال+(1A,1B) (1-10)	190 196

حُل كل من المعادلات التالية.

تمرين موجّه

1A. $16^{x+3} = 4^{4x+7}$

$(4^2)^{x+3} = 4^{4x+7}$

$4^{2x+6} = 4^{4x+7}$

$2x + 6 = 4x + 7$

$-1 = 2x$

$x = \frac{-1}{2}$

1B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3x}{4}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\right]^{\frac{3x}{4}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{6x}{4}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3x}{2}}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{-3x}{2}}$

$x - 5 = \frac{-3x}{2}$ $\quad x = 2$

71

18	Apply the One -to -One Property of Exponential Functions to solve equations تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات	Example-1 -مثال+(1A,1B) (1-10)	190 196

حُل كل من المعادلات التالية.

1. $4^{x+7} = 8^{x+3}$

$(2^2)^{x+7} = (2^3)^{x+3}$

$2^{2(x+7)} = 2^{3(x+3)}$

$2(x + 7) = 3(x + 3)$

$2x + 14 = 3x + 9$

$14 - 9 = 3x - 2x$

$x = 5$

4. $32^{x-1} = 4^{x+5}$

$(2^5)^{x-1} = (2^2)^{x+5}$

$2^{5(x-1)} = 2^{2(x+5)}$

$5x - 5 = 2x + 10$

$5x - 2x = 10 + 5$

$3x = 15$

$x = 5$

7. $25^{\frac{x}{3}} = 5^{x-4}$

$(5^2)^{\frac{x}{3}} = 5^{x-4}$

$5^{\frac{2x}{3}} = 5^{x-4}$

$\frac{2x}{3} = x - 4$

$2x = 3(x - 4)$

$2x = 3x - 12$

$-x = -12$

$x = 12$

72

18	Apply the One -to -One Property of Exponential Functions to solve equations تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات	Example-1 -مثال+(1A,1B) (1-10)	190 196

9. **الإنترنت** يمكن تمثيل عدد الأشخاص P بالمليون والذين يستخدمون محركين للبحث في الإنترنت بعد t من الأسابيع على إنشاء محرك البحث بواسطة المعادلتين $P_1(t) = 1.5^{t+4}$ و $P_2(t) = 2.25^{t-3.5}$ على التوالي. خلال أي أسبوع تم استخدام كل محرك بواسطة نفس العدد من الأشخاص؟ (مثال 1)

$2.25 = 1.5^2$

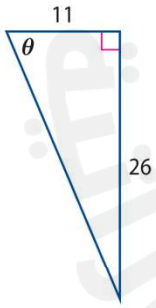
$$1.5^{t+4} = 2.25^{t-3.5}$$
$$1.5^{t+4} = 1.5^{2(t-3.5)}$$
$$t + 4 = 2(t - 3.5)$$
$$t + 4 = 2t - 7$$
$$4 + 7 = 2t - t$$
$$t = 11$$

73

19	Solve right triangles حل المثلثات القائمة الزاوية	Example -4-مثال+(4) (27-30)	225 229

المثال 5 إيجاد قياس الزاوية المجهولة

استخدم النسب المثلثية لإيجاد قياس θ. قرّب إلى أقرب درجة إن تطلب الأمر.



بما أن قياسات الأضلاع المقابلة والمجاورة لـ θ معطاة، استخدم نسبة tan.

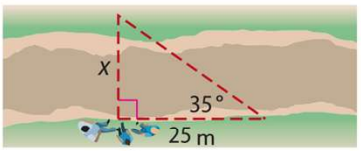
$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$
$$\tan \theta = \frac{26}{11}$$
$$\theta = \tan^{-1} \frac{26}{11}$$

حوالي $67°$

74

19	Solve right triangles حل المثلثات القائمة الزاوية	Example -4-مثال+(4) (27-30)	225 229

27 تسلق الجبال يجب أن يحدد فريق من المتسلقين عرض الوادي لتجهيز الأدوات اللازمة لعبوره. إذا سار المتسلقون 25 m خلال الوادي من نقطة عبورهم، ونظروا إلى نقطة العبور من الجهة البعيدة للوادي بزاوية قدرها 35°. فكم يكون عرض الوادي؟ (المثال 4)



$$tan35 = \frac{x}{25}$$

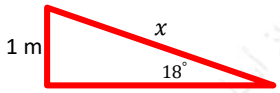
$$x = 25\ tan35$$

$$x = 17.5\ m$$

28. التزلج بنى أحمد منحدرًا للتزلج بارتفاع 1 m ومنحدرًا بزاوية 18°. (المثال 4)

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. حدد طول المنحدر.



طول المنحدر x

$$sin\ 18^\circ = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1}{sin\ 18^\circ}$$

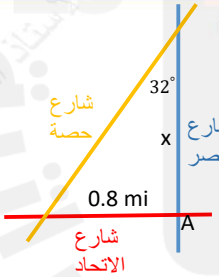
$$x = 3.2\ m$$

19	Solve right triangles حل المثلثات القائمة الزاوية	Example -4-مثال+(4) (27-30)	225 229

29. المنعطف يتحول المرور من نقطة A على شارع النصر يسارًا 0.8 mi على شارع الاتحاد، ثم يمينًا على شارع حصة، الذي يتقاطع مع شارع النصر بزاوية 32°. (المثال 4)

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. حدد المسافة التقريبية من النقطة **A** الى نقطة الإلتقاء .



$$tan\ 32^\circ = \frac{0.8}{x}$$

$$x = \frac{0.8}{tan\ 32^\circ}$$

$$x = 1.28\ mi$$

30. الإستاط يواجه مِظلي ريحًا أقوى من المتوقع في أثناء سقوطه من ارتفاع 411.5 متراً، مما يتسبب في انحرافه بزاوية قدرها 8°. كم يبعد المِظلي عن منطقة الإنزال عند هبوطه؟ (المثال 4)

$$tan\ 8^\circ = \frac{x}{411.5}$$

$$x = 411.5\ tan\ 8^\circ$$

$$x = 57.8\ m$$

20	Verify trigonometric identities التحقق من صحة المتطابقات المثلثية	(1-18)	316

المفهوم الأساسي متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

المتطابقات النسبية		متطابقات المقلوب	
$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$		$\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$	$\sin\theta=\frac{1}{\csc\theta}$
$\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$		$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$	$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ $\quad \tan^2\theta+1=\sec^2\theta$ $\quad \cot^2\theta+1=\csc^2\theta$

أثبت صحة كل متطابقة.

1. $(\sec^2\theta-1)\cos^2\theta=\sin^2\theta$

$(sec^2\theta-1)\,cos^2\theta = tan^2\theta\,cos^2\theta$

$= \frac{sin^2\theta}{cos^2\theta} \times cos^2\theta$

$= sin^2\theta$

2. $\sec^2\theta(1-\cos^2\theta)=\tan^2\theta$

$sec^2\theta\,(1-cos^2\theta) = sec^2\,\theta\,sin^2\theta$

$= \frac{1}{cos^2\theta} \times sin^2\theta = \frac{sin^2\theta}{cos^2\theta}$

$= tan^2\theta$

77

20	Verify trigonometric identities التحقق من صحة المتطابقات المثلثية	(1-18)	316

أثبت صحة كل متطابقة.

5. $\cot^2\theta\csc^2\theta-\cot^2\theta=\cot^4\theta$

$cot^2\theta\,csc^2\theta - cot^2\theta = cot^2\,\theta(csc^2\theta-1)$

$= cot^2\,\theta\,(cot^2\theta)$

$= cot^4\,\theta$

7. $\frac{\sec\theta}{\sin\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\cot\theta$

$\frac{sec\,\theta}{sin\,\theta}-\frac{sin\,\theta}{cos\,\theta} = \frac{1}{cos\,\theta\,sin\,\theta}-\frac{sin\,\theta}{cos\,\theta}$

$= \frac{cos\,\theta - sin^2\theta cos\,\theta}{cos^2\theta\,sin\,\theta}$

$= \frac{cos\,\theta(1-sin^2\theta)}{cos^2\theta\,sin\,\theta}$

$= \frac{cos\,\theta\,(cos^2\theta)}{cos^2\theta\,sin\,\theta} = \frac{cos\,\theta}{sin\,\theta} = cot\,\theta$

78

20	Verify trigonometric identities التحقق من صحة المتطابقات المثلثية	(1-18)	316

أثبت صحة كل متطابقة.

8. $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}=2\csc\theta$

$$\frac{sin\theta}{1-cos\theta}+\frac{1-cos\theta}{sin\theta}=\frac{sin^2\theta+(1-cos\,\theta)^2}{sin\theta(1-cos\theta)}$$

$$=\frac{sin^2\theta+1-2cos\theta+cos^2\theta}{sin\theta(1-cos\theta)}=\frac{1+1-2cos\theta}{sin\theta(1-cos\theta)}$$

$$=\frac{2+2cos\theta}{sin\theta(1-cos\theta)}=\frac{2(1-cos\theta)}{sin\theta(1-cos\theta)}$$

$$=\frac{2}{sin\theta}=2csc\theta$$

79

20	Verify trigonometric identities التحقق من صحة المتطابقات المثلثية	(1-18)	316

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ $\quad\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$ $\quad\cot^2\theta+1=\csc^2\theta$

أثبت صحة كل متطابقة.

13. $(\csc\theta-\cot\theta)(\csc\theta+\cot\theta)=1$

$$(csc\,\theta-cot\theta)\,(csc\,\theta+cot\theta)$$
$$=csc^2\theta-cot^2\theta$$
$$=cot^2\theta+1-cot^2\theta=1$$

14. $\cos^4\theta-\sin^4\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$$cos^4\theta-sin^4\theta$$
$$=(cos^2\theta+sin^2\theta)(cos^2\theta-sin^2\theta)$$
$$=(1)(cos^2\theta-sin^2\theta)$$
$$=cos^2\theta-sin^2\theta$$

80