تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade12

* لتحميل جميع ملفات المدرس إبراهيم الدبور اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

Grade12files @EmSAT21 dxb

المنقذ في الرياضيات للصف الثاني عشر

أولا : الدوال كثيرة الحدود

مجالها R

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 1$$

ثانيا : الدوال النسبية

المجال $R/\{$ أصفار المقام $\}$

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 25}$$

$$R/\{5, -5\}$$

ملحوظة : عند التحليل اذا كانت الأصفار غير حقيقية فإن المجال R

ثالثا: الدوال الجذرية

- **اذا كانت رتبة الجذر فردية فإن مجال الجذر R**
- **إذا كانت رتبة الجذر زوجية فهناك حالتان**

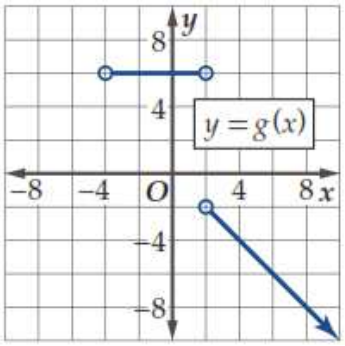
ا) اذا كان الجذر فى البسط فإن المجال يكون ≥ 0 ما بداخل الجذر

$$g(x) = \sqrt{2x + 4}$$

2) اذا كان الجذر فى المقام فإن المجال > 0 ما بداخل الجذر

$$h(x) = \frac{5x}{\sqrt{3 - x}}$$

رابعا : المجال من على الرسم من على المحور x



خامسا : المدى من على الرسم البيانى

من على المحور y كما ورد فى المثال السابق لحساب المجال بيانيا

المقاطع

ايجاد المقطع الصادى أو المقطع y جبريا

نضع $x = 0$ **فى المعادلة وتكون النقطة هى (0,f(0))**

ايجاد المقطع السينى أو المقطع x جبريا

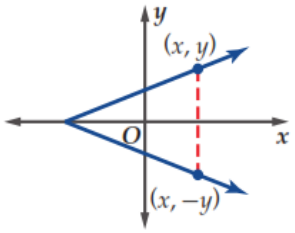
نضع $f(x) = 0$ **فى المعادلة ثم تقوم بحل المعادلة**

التماثل

حول المحور x

جبريا بالتعويض عن كل y **ب** $-y$

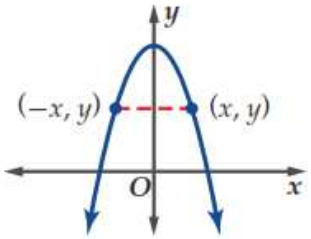
نحصل على نفس المعادلة الاصلية



حول المحور y

جبريا بالتعويض عن كل x **ب** $-x$

نحصل على نفس المعادلة الأصلية

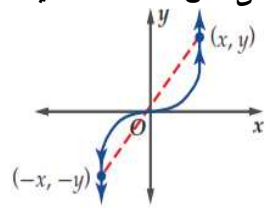


حول نقطة الأصل

جبريا بالتعويض عن كل x **ب** $-x$

و بالتعويض عن كل y **ب** $-y$

نحصل على نفس المعادلة الأصلية



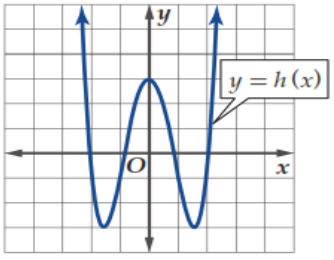
الدوال الزوجية والفردية

خطوات الاختبار

- **عوض كل** x **ب** $-x$
- **اذا كان الاس زوجى تسحب على الاشارة**
- **اذا كان الاس فردى تظل السالب وتضرب بالمعامل**
- **اذا لم تتغير اى اشارة تكون زوجية**
- **اذا تغيرت جميع الاشارات تكون فردية**

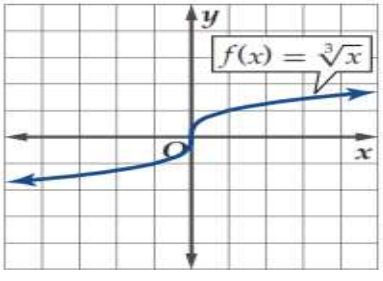
الدوال الزوجية

تكون الدالة زوجية اذا كانت متماثلة حول المحور y



الدوال الفردية

تكون الدالة زوجية اذا كانت متماثلة حول نقطة الأصل



اعداد أ. إبراهيم الدبور

النهايات

تكون النهاية موجودة اذا كان

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$$

تكون النهاية غير موجودة اذا كان

$$\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$$

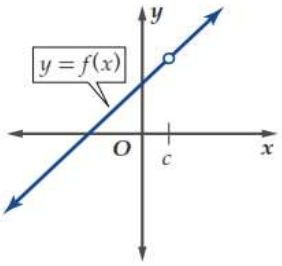
الاتصال

تكون الدالة متصلة عند a اذا كان

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$$

الانفصال (عدم الاتصال)

الفجوة : أصفار المقام المشتركة مع البسط



$$f(x) = \frac{x-5}{x^2-25} = \frac{(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

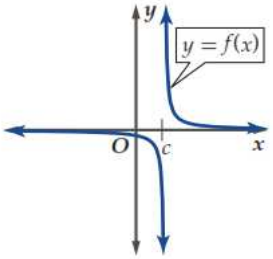
عند $x = 5$ يوجد فجوة

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) \neq f(a)$$

اعادة تعريف الدالة حتى تكون متصلة

$$f(x) = \begin{cases} \text{الدالة الاصلية} & x \neq a \\ \text{قيمة النهاية} & x = a \end{cases}$$

الانفصال اللانهائى : أصفار المقام الغير مشتركة مع البسط



$$f(x) = \frac{x-5}{x^2-25} = \frac{(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

عند $x = -5$ يوجد انصال لانهائى

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \pm\infty \ , \ \lim_{x\to a^+} f(x) = \pm\infty$$

لا يمكن اعادة تعريفها لتكون متصلة

كيفية عمل الجدول

اذا كان عند عدد موجب

1.99	1.999	2	2.001	2.01

اذا كان عند عدد سالب

	-2.001	-2	-1.999	-1.99

عند الصفر

	-0.001	0	0.001	0.01

القفزة : تظهر فى الدوال المتفرعة اذا كان

$$\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$$

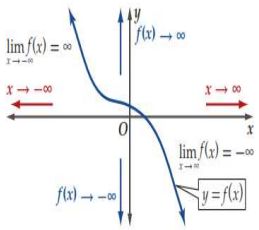
$$f(x)\begin{cases} 2x+1 & x \geq 2 \\ x^2-2 & x < 2 \end{cases}$$

- **عوض $x = 2$ فى كلا الطرفين اذا حصلت على اجابتان مختفتان يوجد قفزة واذا كانت نفس الاجابة لا يوجد قفزة.**
- **تقوم بعمل جدول مع ملاحظة التعويض بشكل صحيح فى كل طرف**

$2x+1$		x^2-2		
1.99	1.999	2	2.001	2.01

السلوك الطرفى

ما هى قيمة y عندما تذهب x الى ∞ او $-\infty$



الطرف الايمن $= \lim_{x\to\infty} f(x)$ والطرف الايسر $= \lim_{x\to-\infty} f(x)$

الجدول التالى للتحقق

-1000	-100	-10	0	10	100	1000

السلوك الطرفى للدوال النسبية

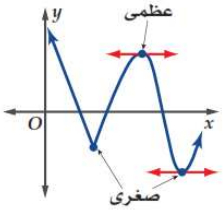
- **اذا كان درجة البسط اقل من درجة المقام يكون السلوك الطرفى للطرفين عند $y = 0$**
- **اذا كان درجة البسط تساوى درجة المقام يكون السلوك الطرفى كالتالى**

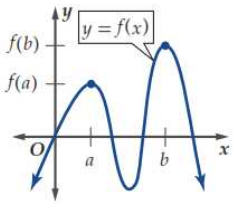
$$y = \frac{\text{معامل أكبر أس}}{\text{معامل أكبر أس}}$$

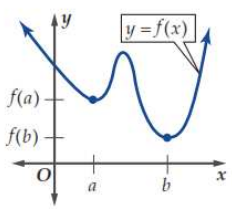
القيم القصوى

القيم العظمى (محلية ومطلقة)

القيم الصغرى (محلية ومطلقة)







اعداد أ. إبراهيم الدبور

متوسط التغير

جبريا من المعادلات

عوض x_1 و x_2 فى المعادلة لايجاد $f(x_1)$ و $f(x_2)$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

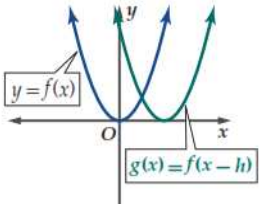
بيانيا

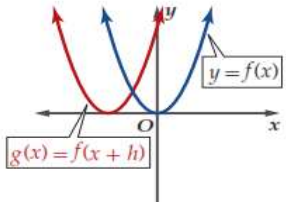
- تحدد النقاط x_1 و x_2 من على الرسم
- توجد قيمة $f(x_1)$ و $f(x_2)$
- تعوض فى القانون السابق

تحويلات الدوال (X تخالف – y توافق)

الازاحة (يمين ويسار) مرتبطة ب x

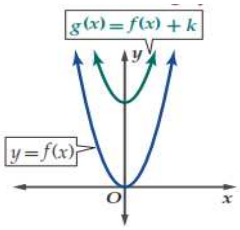
- $F(x+2)$ازاحة يسار وحدتين
- $f(x-3)$ ازاحة يمين 3 وحدات

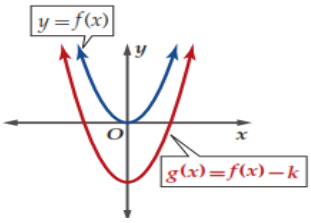




الانتقال (أعلى - أسفل) غيرمرتبطة ب x

- $F(x)+2$ازاحة أعلى وحدتين
- $f(x)-3$ ازاحة أسفل 3 وحدات





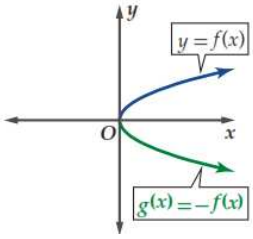
الانعكاس

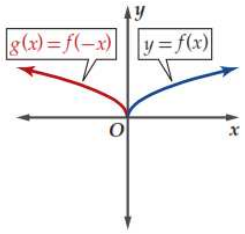
- حول المحور x اذا كان السالب بعيد عن x

$$g(x) = -f(x)$$

- حول المحور y اذا كان السالب مع x

$$g(x) = f(-x)$$





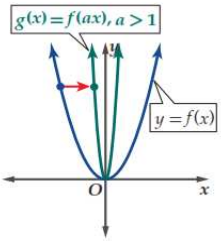
التمدد والانكماش الأفقى (مرتبط ب x)

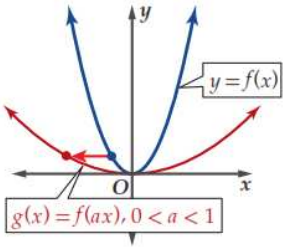
- اذا كان مطلق معامل x أكبر من 1 يحدث انكماش افقى

$$g(x) = f(2x)$$

- اذا كان مطلق معامل x اقل من 1 يحدث تمدد افقى

$$g(x) = f(\frac{1}{2}x)$$





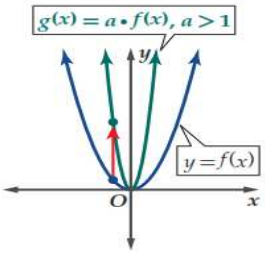
التمدد والانكماش الرأسى (مرتبط ب $f(x)$)

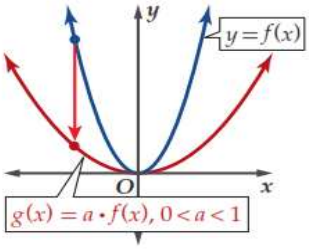
- اذا كان مطلق معامل $f(x)$ أكبر من 1 يحدث تمدد رأسى

$$g(x) = 2f(x)$$

- اذا كان مطلق معامل $f(x)$ اقل من 1 يحدث انكماش رأسى

$$g(x) = \frac{1}{2}f(x)$$

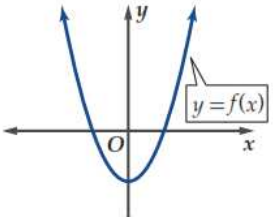


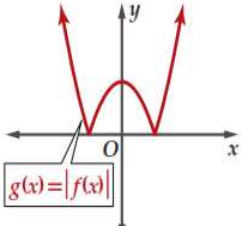


$|f(x)|$

- نقوم بعمل انعكاس لكل اجزاء الرسم

التى تقع اسفل المحور x حول المحور x



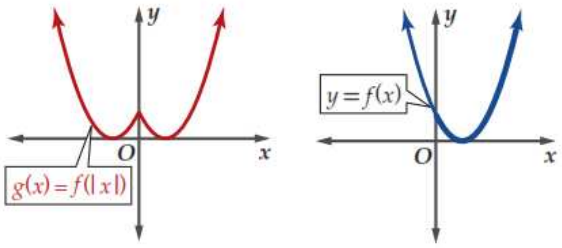


تركيب الدوال

$f(|x|)$

- نقوم بعمل انعكاس لكل اجزاء الرسم

التى تقع الى ايمين من المحور y حول المحور y



- عند تركيب الدالة $fog(x)$ نقوم بوضع الداله $g(x)$ بدلا من كل x فى الدالة $f(x)$

$$f(x)=x^2+3 \quad , \quad g(x)=3x-1$$

$$fog(x)=(3x-1)^2+3$$

وتكمل عملية التبسيط

- عند تركيب الدالة $gof(x)$ نقوم بوضع الداله $f(x)$ بدلا من كل x فى الدالة $g(x)$

$$f(x)=x^2+3 \quad , \quad g(x)=3x-1$$

$$gof(x)=3(x^2+3)-1$$

وتكمل عملية التبسيط

- عند تركيب الدالة $fog(2)$

$$f(x)=x^2+3 \quad , \quad g(x)=3x-1$$

1) نقوم بإيجاد قيمة $g(2)$

$$g(2)=3(2)-1=5$$

2) نقوم بإيجاد قيمة $f(5)$

$$f(5)=(5)^2+3=28$$

- **مجال التركيب $fog(x)$**

$$f(x)=\frac{6}{2x+1} \quad , \quad g(x)=\frac{4}{4-x}$$

1) نقوم بإيجاد موانع الدالة $f(x)$

$$x\neq\frac{-1}{2}$$

2) نقوم بوضع الموانع $=g(x)$

$$\frac{4}{4-x}=\frac{-1}{2} \quad \rightarrow \quad -4+x=8 \quad \rightarrow \quad x=12$$

3) نقوم بأيجاد موانع الدالة $g(x)$

$$x\neq 4$$

يكون مجال التركيب هو $R/\left\{\frac{-1}{2},4\right\}$

الدوال العكسية

يكون الدالتين $f(x),g(x)$ متعاكستين اذا كان

$$fog(x)=x \quad , \quad gof(x)=x$$

يكون الدالتين $f(x),g(x)$ متعاكستين اذا كان

$$fog(x)=x \quad , \quad gof(x)=x$$

معادلات الجذر التربيعى

المجال (ما تحت الجذر فقط اكبر من او يساوى الصفر)

المدى : يفضل من على الرسم

طريقة رسم المعادلات

1) Mode 7
2) نكتب المعادلة ثم =
3) Start من المجال
4) End رقم اخر ضمن المجال
5) Step دائما 1
6) انسخ الجدول ثم مثل الرسم

$$f(x)=-3\sqrt{x-1}+2$$

$$x-1\geq 0 \quad \rightarrow x\geq 1$$

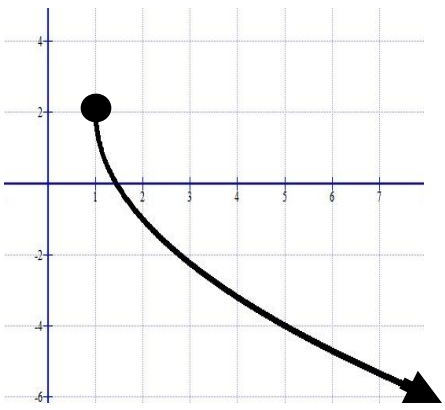
المجال $[1,\infty)$

ثم تكمل الجدول بالحاسبة

وتمثل الجدول بيانيا

ثم توجد المدى من على الرسم

المدى $(-\infty,2]$



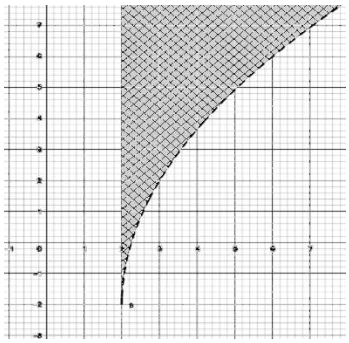
متباينات الجذر التربيعى

المجال (ما تحت الجذر فقط اكبر من او يساوى الصفر)

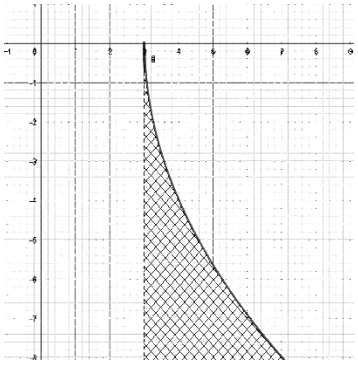
طريقة رسم المتباينات

- نفس طريقة رسم المعادلات مع ملاحظة التالى
1) اذا كانت $f(x) \leq$ او $f(x) \geq$ تكون البداية ● ويكون الخط متصل
2) اذا كانت $f(x) <$ او $f(x) >$ تكون البداية ○ ويكون الخط متقطع
3) نقوم بتظليل الجزء الاعلى من الرسم اذا كانت $f(x) \geq$ والجزء الادنى من الرسم اذا كانت $f(x) \leq$

$y > 4\sqrt{x-2} - 2$



$y \leq -4\sqrt{x+3}$



الجذور النونية: اذا كانت رتبة الجذر زوجية والناتج ذو أس فردى يجب وضع مطلق فى الأجابة $\sqrt[4]{16x^8y^{20}} = 2x^2|y^5|$

مرافق الجذر: اذا كان الجذر فى المقام نقوم بالضرب فى مرافق الجذر للتخلص منه

$$\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \rightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \times \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{3\sqrt{x}-3-x+\sqrt{x}}{x-1} = \frac{4\sqrt{x}-x-3}{x-1}$$

حل معادلات الجذر التربيعى

اوجد حل كل مما يلى $\sqrt{x+16} = 2 + \sqrt{x}$

- عند حل معادلات الجذر التربيعى نقوم بتربيع كلا الطرفين

$$(\sqrt{x+16})^2 = (5+\sqrt{x})^2$$
$$x + 16 = 4 + 4\sqrt{x} + x$$

- اذا ظهر جذر جديد بعد التربيع نجعلة فى طرف وباقى المسألة فى الطرف الأخر ثم نقوم بالتربيع مرة أخرى

$$x - x + 16 - 4 = 4\sqrt{x}$$
$$12 = 4\sqrt{x}$$
$$\sqrt{x} = 3$$
$$x = 9$$

يجب التحقق من الحل وذلك بالتعويض فى المعادلة الأصلية .

- اذا كان كلا الطرفين متساويين يكون الحل حقيقى
- اذا كان كلا الطرفين غير متساويين يكون الحل دخيل

فى المثال السابق

$$\sqrt{9+16} \stackrel{?}{=} 2 + \sqrt{9}$$
$$5 = 5$$

الحل حقيقى

حل متباينات الجذر التربيعى

اوجد حل كل متباينة $\sqrt{3x+6} + 2 \leq 5$

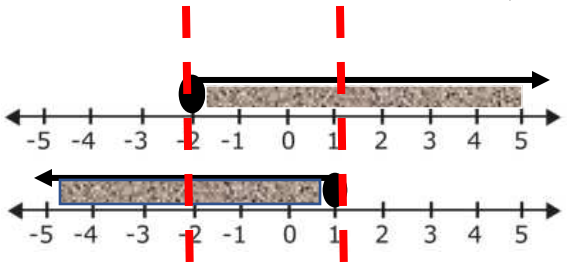
1. عند حل المتباينة نقوم بايجاد مجال الجذر التربيعى

$$3x + 6 \geq 0 \rightarrow 3x \geq -6 \rightarrow x \geq -2$$

2. نقوم بحل المتباينة بجعل الجذر التربيعى فى طرف لحالة . ثم تربيع الطرفين

$$\sqrt{3x+6} \leq 3$$
$$3x + 6 \leq 9$$
$$3x \leq 3$$
$$x \leq 1$$

يجب ايجاد تقاطع الحل مع المجال لمعرفة مجموعة حل المتباينة



ويكون حل المتباينة هو

$$-2 \leq x \leq 1$$

المتطابقات والدوال المثلثية

مقلوب الدوال

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

متطابقات فيثاغورث

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

متطابقات الزاويتين المتتامتين

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

متطابقات الزاويتين المتكاملتين

$$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$$

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$$

$$\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$$

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = \tan\theta$$

متطابقات الزاويتين المتكاملتين

$$\sin(\pm B) = \sin A\cos B \pm \sin B\cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$$

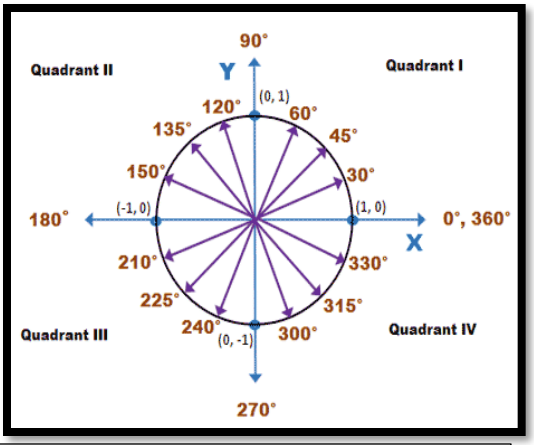
$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$$

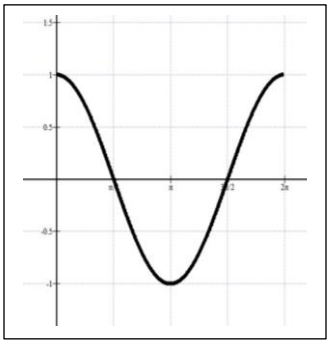
عند الحل يجب التأكد من الربع الذى تقع فيه الزاوية (θ)



متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \quad , \quad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \quad , \quad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

عند الحل يجب التأكد من الربع الذى تقع فيه نصف الزاوية $\left(\frac{\theta}{2}\right)$



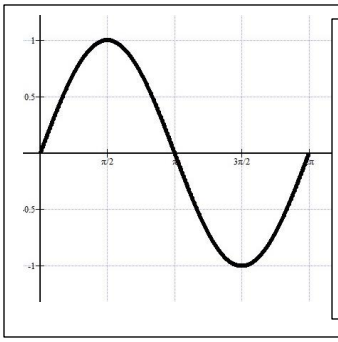
1) $\cos\theta = 0$ at

$\theta = 90 , \theta = 270$

2) $\cos\theta = 1$ at

$\theta = 0 , \theta = 360$

3) $\sin\theta = -1$ at $\theta = 180$



1) $\sin\theta = 0$ at

$\theta = 0 , \theta = 180 , \theta = 360$

2) $\sin\theta = 1$ at $\theta = 90$

3) $\sin\theta = -1$ at $\theta = 270$

اعداد أ. إبراهيم الدبور