تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade12

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

الدرس : 7 - 9 .

الأحد : 2021-3-14

نظرية ذات الحدين

نواتج التعلم :

- معرفة مثلث باسكال أو منشور ذات الحدين $(a+b)^n$
- معرفة ايجاد مفكوك
- معرفة ايجاد حد وحيد من حدود المفكوك ذات الحدين .

تغذية راجعة :

العاملي ! $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots \times 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5(5-1)(5-2)(5-3)(5-4)$

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$7! = 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

التوفيقات : ${}_nC_r$:

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} $$

$${}_5C_3 = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times (2!)} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$${}_7C_2 = \frac{7!}{2!\,(7-2)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1\,(5!)}$$

$$= \frac{7 \times 6^{3} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 21$$

.2.

مثلث باسكال :

وجدنا سابقاً أن :

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = 1a+1b$$
$$(a+b)^2 = 1a^2+2ab+1b^2$$
$$(a+b)^3 = 1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3$$
$$\vdots$$

ملاحظة :
أي عدد غير الصفر
أسه صفر يساوي 1 .

الجدول التالي هو معاملات حدود مفكوك $(a+b)^n$

	$(a+b)^n$						
$n=0$	$(a+b)^0$	1					
$n=1$	$(a+b)^1$	1	1				
$n=2$	$(a+b)^2$	1	2	1			
$n=3$	$(a+b)^3$	1	3	3	1		
$n=4$	$(a+b)^4$	1	4	6	4	1	
$n=5$	$(a+b)^5$	1	5	10	10	5	1
		1	6	15	20	15	6	1

أول حد معامله 1
آخر حد معامله 1

نسمي الجدول السابق مثلث باسكال .

تمرين : فكك $(a+b)^6$:

الحل :

$$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$$

نظرية ذات الحدين : اذا كان n عدداً طبيعياً فإن :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} \cdot b^k$$

(المعاملات)

„3“ $(a+b)^7$ تمرين: جد مفكوك

الحل: معاملات 7 .

1 , 7 , 21 , 35 , 35 , 21 , 7 , 1

$$(a+b)^7 = 1\cdot a^7 + 7a^6b^1 + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + 1b^7$$

طريقة (2):

$$(a+b)^7 = \sum_{k=0}^{7} \frac{7!}{k!(7-k)!}\cdot a^{7-k}\cdot b^k$$

$$= \frac{7!}{0!(7-0)!}a^{7-0}\cdot b^0 + \frac{7!}{1!(7-1)!}\cdot a^{7-1}\cdot b^1 + \frac{7!}{2!(7-2)!}\cdot a^{7-2}\cdot b^2$$

$$+ \frac{7!}{3!(7-3)!}a^{7-3}\cdot b^3 + \frac{7!}{4!(7-4)!}\cdot a^{7-4}\cdot b^4$$

$$+ \frac{7!}{5!(7-5)!}\cdot a^{7-5}\cdot b^5 + \frac{7!}{6!(7-6)!}\cdot a^{7-6}\cdot b^6 +$$

$$\frac{7!}{7!(7-7)!}\cdot a^{7-7}\cdot b^7$$

$$= a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

نتيجة :

في مفكوك $(a+b)^n$:

1. يوجد في المفكوك $n+1$ حد .
2. n هو أس a في الحد الأول و أس b في الحد الأخير
3. في الحدود المتتالية ينقص أس a ويزداد أس b (واحد)
4. مجموع الأسس في كل حد يساوي n .
5. المعاملات العددية متماثلة لكل حدين :

معامل الأول = معامل الأخير .

معامل الثاني = معامل ماقبل الأخير .

معامل الثالث = معامل ماقبل قبل الأخير . . . .

3 . فك $(3x+2y)^5$.

592

الحل:

$n=5$, $a=3x$, $b=2y$

$$(3x+2y)^5 = \sum_{K=0}^{5} \frac{5!}{K!(5-K)!} \cdot (3x)^{5-K}(2y)^K$$

$$= \frac{5!}{0!(5-0)!}(3x)^{5-0}(2y)^0 + \frac{5!}{1!(5-1)!}(3x)^{5-1}(2y)^1 +$$

$$\frac{5!}{2!(5-2)!}(3x)^{5-2}(2y)^2 + \frac{5!}{3!(5-3)!}(3x)^{5-3}(2y)^3 +$$

$$+ \frac{5!}{4!(5-4)!}(3x)^{5-4}(2y)^4 + \frac{5!}{5!(5-5)!}(3x)^{5-5}(2y)^5$$

$$= 1 \times (3x)^5 + 5(3x)^4(2y) + 10(3x)^3(2y)^2 +$$

$$10(3x)^2(2y)^3 + 5(3x)(2y)^4 + (2y)^5$$

$$= 243x^5 + 810yx^4 + 1080y^2x^3 + 720y^3x^2 +$$

$$240y^4x + 32y^5$$

ايجاد حد واحد في مفكوك ذات الحدين :

الحد الذي ترتيبه $K+1$ يعطى بالعلاقة

$$T_{K+1} = \frac{n!}{K!\,(n-K)!}\, a^{n-K} \cdot b^{K}$$

4 / 593 . جد الحد السادس في مفكوك $(c+d)^{10}$.

الحل: المطلوب T_6 .

لدينا $K+1 = 6$

$K = 6-1 \Rightarrow K=5$

نعوض في القانون :

$$T_6 = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} \cdot c^{10-5} \cdot b^{5}$$

$$= 252\, c^5 b^5$$

تمرين: جد الحد الرابع في مفكوك $(x+3)^8$.

الحل: المطلوب T_4

$K+1 = 4 \Rightarrow K = 4-1 = 3$

$a = x \;,\; b = 3 \;,\; n = 8$

نعوض :

$$T_4 = \frac{8!}{3!\,(8-3)!} \cdot x^{8-3} \cdot 3^{3}$$

$$= 56\, x^5 \times 27$$

$$= 1512\, x^5$$