تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا 12/ae/com.almanahj//:https

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة فيزياء ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12physics

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة فيزياء الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12physics1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا grade12/ae/com.almanahj//:https

* لتحميل جميع ملفات المدرس محمد راشد الزن اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا bot_almanahj/me.t//:https

دائـــرة التـعـلـيـم والـمـعـرفـة
DEPARTMENT OF EDUCATION AND KNOWLEDGE

مدرسة الحصن للتعليم الثانوي

المـــــــادة: الرياضيات / الفصل الدراسي الأول

الوحدة الثالثـــة: الـــــدوال الأسيّة واللوغاريتـمية

الـــوحدة الـــرابعة : الدوال المثلثية

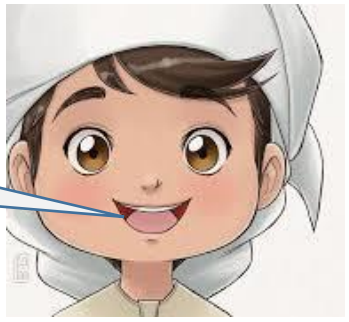
الـــوحدة الخامسة : المتطابقات و المعادلات المثلثية

الصـــــــف: الثاني عشر/ مسار عام

العام الدراسي 2019-2018

إعداد : أ. محمد راشد الزّن

لا تفوق بلا اجتهاد

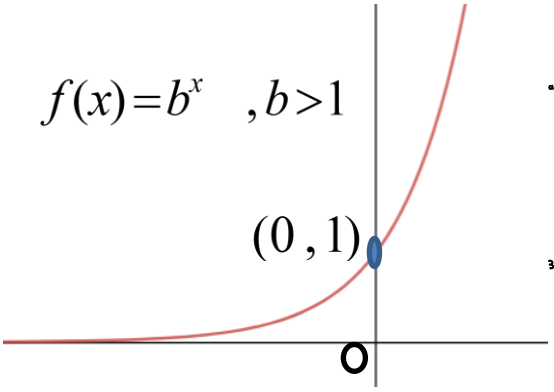


الدالة الاسيّة : هي دالة ذات اساس b ولها الصيغة $f(x)=a\,b^x$ ، حيث تمثل x أي عدد حقيقي و a و b عددان ثابتان بحيث $a\neq 0$ و b موجبة و $b\neq 1$. **وامثلة على ذلك؛** $f(x)=5^x$ او $f(x)=(\frac{1}{4})^x$ او $f(x)=2^{-x}$. **ولا يجوز اعتبار** مثل : $f(x)=4x^{-3}$ او $f(x)=1^x$ او $f(x)=5^{\pi}$ دوالا اسية .

- **خصائص الدوال الاسية** : الخصائص المشتركة في النمو او التضاؤل الاسي :

  - **المجال :** $(-\infty,\infty)$ ، * **المدى:** $(0,\infty)$ ، * **التقاطع مع المحور الراسي y :** $(0,1)$ ؛ **y=1**
  - **التقاطع مع المحور الافقي : لا يوجد** ، * **القيم الصوى : لا توجد** ، * **خط التقارب : المحور الافقي x**

اولا : النمو الاسي

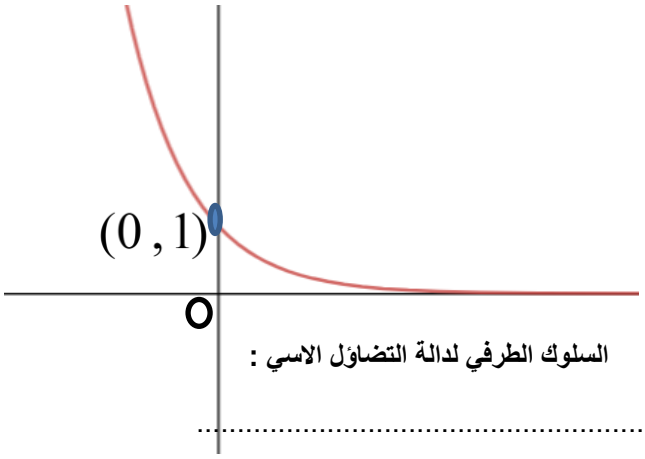


السلوك الطرفي لدالة النمو الاسي :

.....

.....

ثانيا : التضاؤل الاسي



السلوك الطرفي لدالة التضاؤل الاسي :

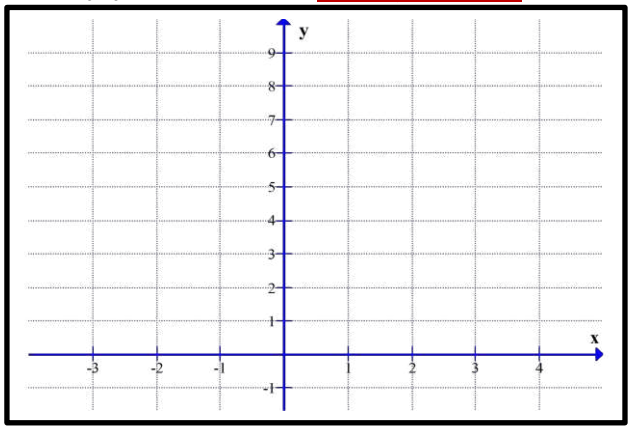
.....

.....

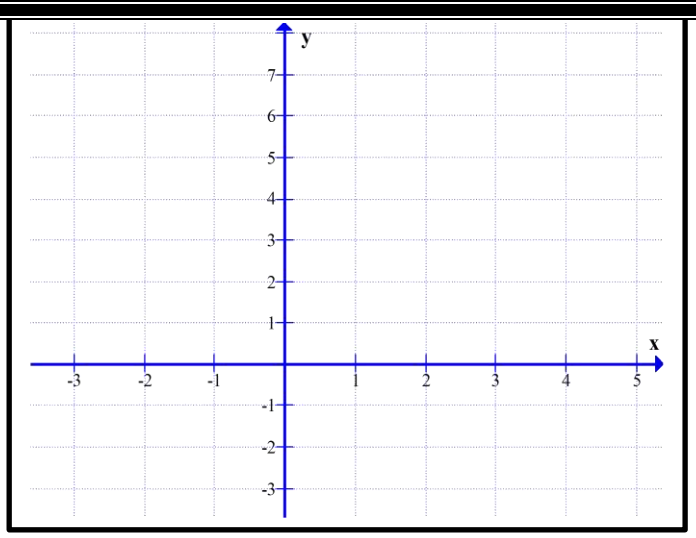
اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (1): مثل كل دالة f(x) مما يلي بيانيا ، ثم ارسم التحويل المطلوب لـ g(x) .

$a)\ f(x)=2^x \quad ,g(x)=2^x+3$

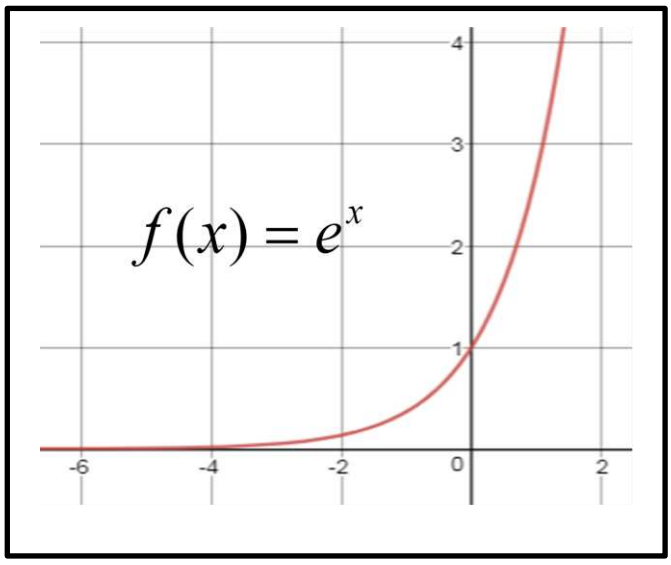


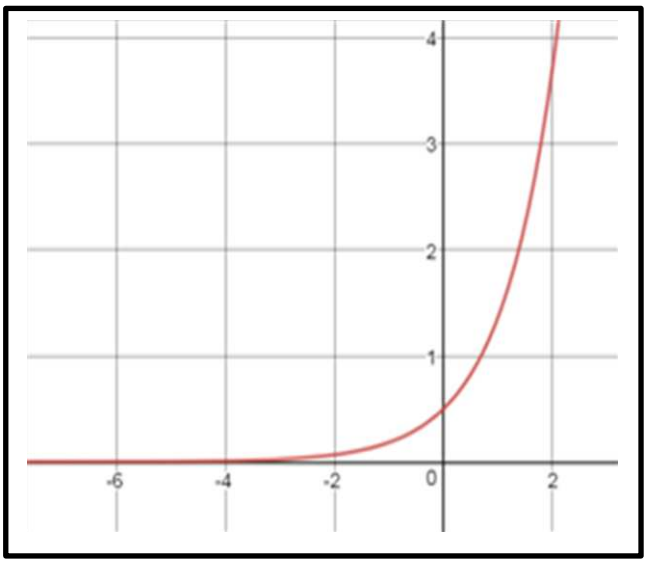
$b)\ f(x)=(\frac{1}{4})^x \quad ,g(x)=(\frac{1}{4})^x-2$

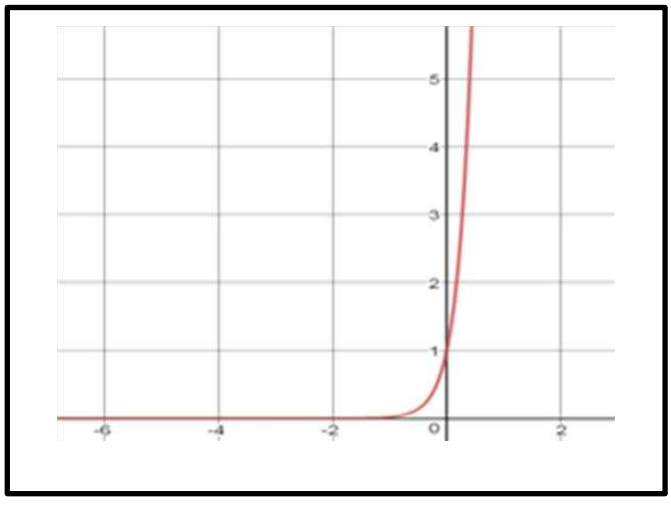


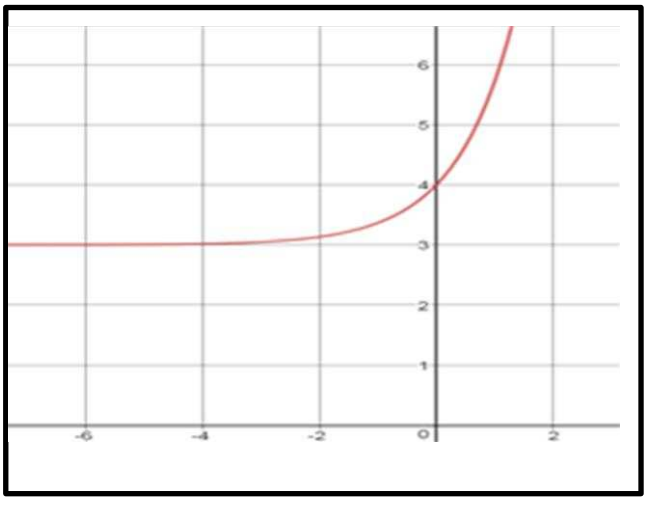
نشاط رقم (2): استخدم التنثيل البياني لـ $f(x)=e^x$ لتصف التحويل الذي ينتج في التمثيل البياني لكل دالة ، ثم وافق بين التمثيل البياني والتحويل .

$a)\quad f(x)=e^{4x} \qquad b)\quad f(x)=e^x+3 \qquad c)\quad f(x)=\frac{1}{2}e^x$









اعداد: أ. محمد راشد الزّن

ملاحظة: * اذا تم استثمار راس مال p بنسبة فائدة سنوية r مركبة (بصيغة عشرية) يتم اضافتها n من المرات في العام فيكون الرصيد A في الحساب بعد t من السنوات كالتالي : $A = P(1+\frac{r}{n})^{nt}$.

- اذا تم استثمار راس مال p بنسبة فائدة سنوية r مركبة (بصيغة عشرية) يتم اضافتها باستمرار فيكون الرصيد A في الحساب بعد t من السنوات كالتالي : $A = Pe^{rt}$.

نشاط رقم (3): تريد ان تستثمر مريم مبلغ 3000 درهم في حساب بنسبة مرابحة تبلغ 6% بدون اجراء اي سحوبات او ايداعات اخرى ، فكم سيكون رصيد مريم بعد 15 عام اذا كانت نسبة المرابحة مركبة :

١) تضاف كل نصف عام .

٢) تضاف ربع سنوي .

٣) تضاف شهريا :

٤) تضاف باستمرار .

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (4): اذا كان عدد سكان الامارات حاليا N_0= 7 ملايين نسمة ، اذا استمر التعداد السكاني في الامارات بنفس معدل النمو المحدد ، توقع عدد سكان الامارات بعد 20 عام اذا كانت نسبة الزيادة K=1.45%؟

$$N = N_0 e^{Kt}$$

نشاط تفكير : حدد مجال ومدى الدالة الاسيّة المعطى لها تقاطع مع محور y والسلوك الطرفي .

$a)\quad f(0) = -1 \quad , \lim_{x\to-\infty} g(x) = 0 \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

$b)\quad f(0) = 4 \quad , \lim_{x\to-\infty} g(x) = \infty \quad , \lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

نشاط رقم (1): اكمل الجدول التالي بما هو مناسب :

تعبير أسي	تعبير لوغاريتمي
$b^y = x$	
	$\log_3 81 = 4$
$2^5 = 32$	
	$\log_b (x-2) = 3$
	$\log 1000 = 3$
$y = e^x$	
	$\ln e = 1$

نشاط رقم (2): اوجد قيمة كل تعبير مما يلي :

$a)\ \log_3 27 = ...$ $b)\ \log_7 \frac{1}{49} = ...$

$c)\ \log_5 \sqrt{5} = ...$ $d)\ 12^{\log_{12} 3.2} = ...$

$e)\ \log\ 10000 = ...$ $f)\ \log 0.001 = ...$

$g)\ 10^{\log x} = ...$ $h)\ \ln 4 = ...$

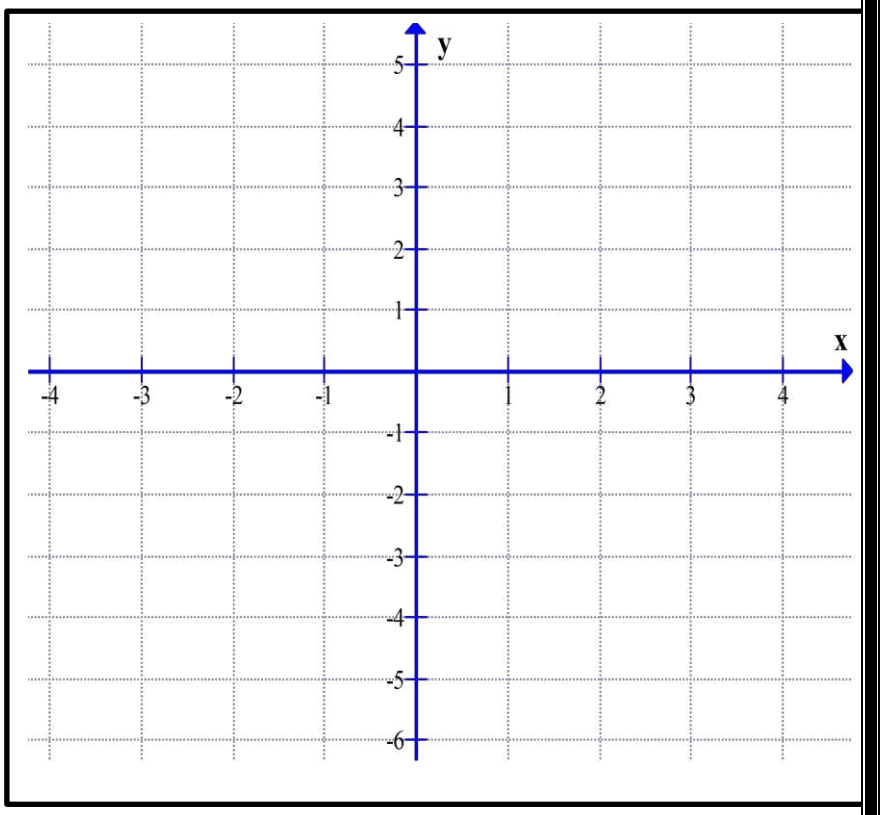
$i)\ e^{\ln 8} = ...$ $j)\ \ln(-7) = ...$

$k)\ \ln(\frac{1}{e^3}) = ...$ $l)\ \log \frac{1}{100} = ...$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (2): مثل الدالة f(x) بيانيا ، ثم ارسم التحويل المطلوب لـ g(x) .

$$f(x)=\log_3 x$$
$$g_1(x)=f^{-1}(x)$$
$$,g_2(x)=\log_3(x+1)$$
$$g_3(x)=\log_3 x-4$$



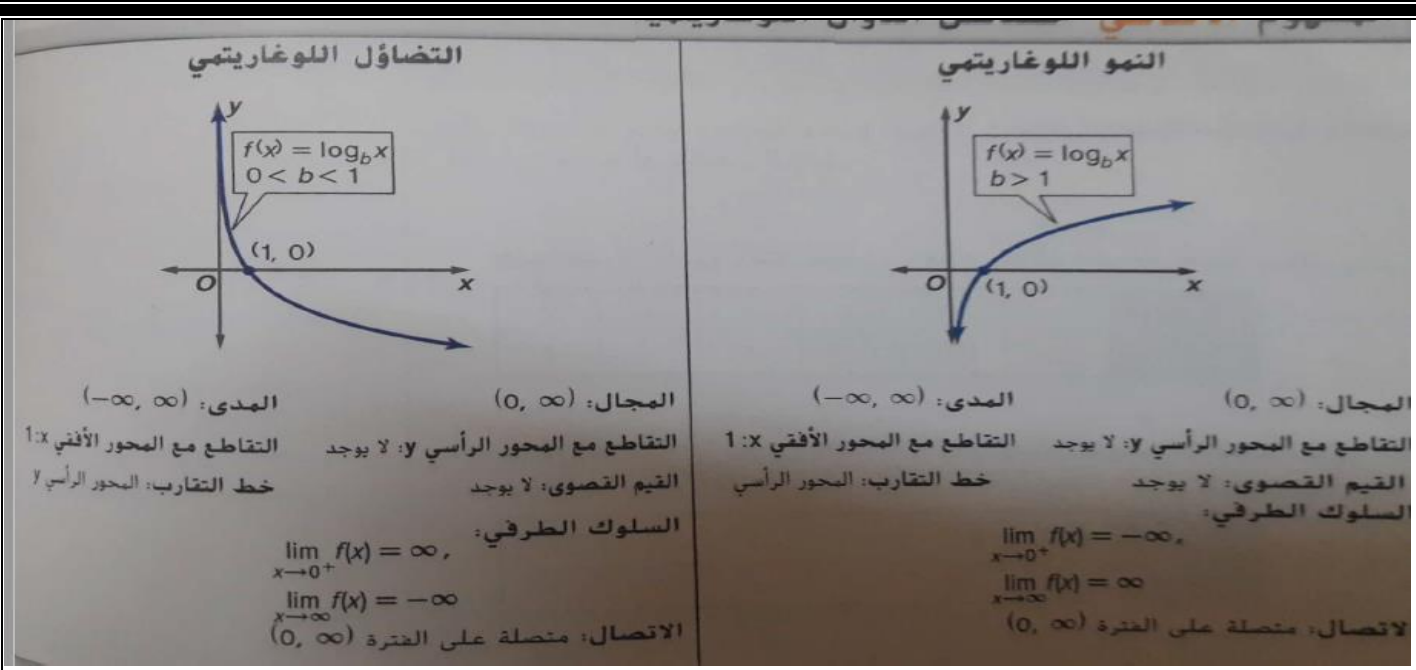
نشاط رقم (2): حدد المجال والمدى والتقاطع مع المحور الافقي x وخط التقارب الراسي لكل دالة مما يلي .

$a)\quad y=\log(x+7)$ $\qquad$ $b)\quad y)=\log x-2$

نشاط رقم (3): اوجد معكوس الدوال التالية .

$a)\quad y)=\log 2x$ $\qquad$ $b)\quad y=e^{3x}$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

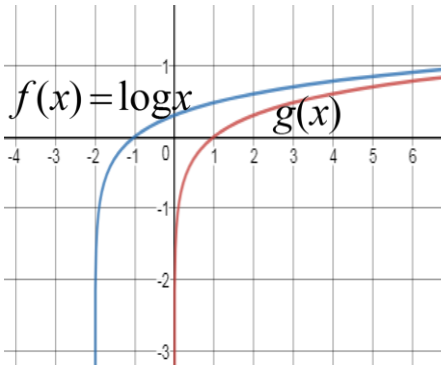


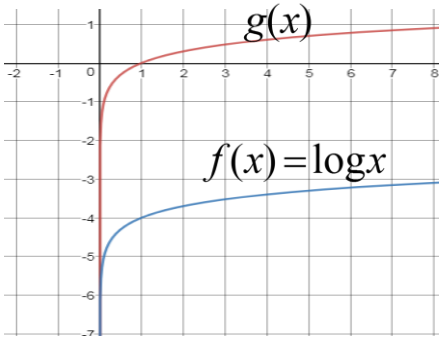
شاط رقم (4): حدد المجال والمدى والتناظر وفترات التزايد / التناقص لكل دالة بالتقاطع المذكور والسلوك الطرفي .

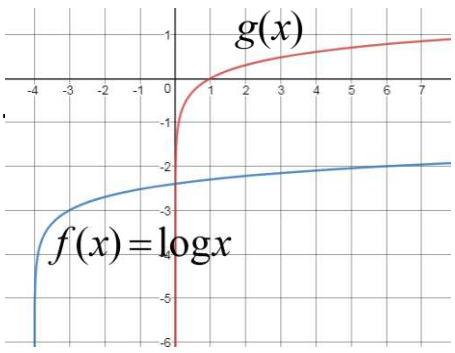
$$a) \quad f(1) = 0 \quad , \lim_{x \to 0} f(x) = -\infty \quad , \lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

$$b) \quad g(-2) = 0 \quad , \lim_{x \to -3} g(x) = -\infty \quad , \lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

نشاط رقم (5): استخدم التمثيل البياني الاصلي لـ $f(x) = \log x$ للتوصل الى المعادلة الخاصة بكل دالة .







....

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

اذا كان b و x و y اعدادا حقيقية موجبة ، و $b \neq 1$ و p رقم حقيقي ، فإن العبارات التالية حقيقية :

- $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ (خاصية ناتج الضرب)
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ (خاصية ناتج القسمة)
- $\log_b x^p = p \log_b x$ (خاصية الاس الثابت)

نشاط رقم (1): عبر عن كل لوغاريتم باستخدام $\log 5$ و $\log 3$.

$a)$ $\log 15$ $b)$ $\log 75$

نشاط رقم (2): اوجد قيمة كلا من اللوغاريتمات التالية :

$a)$ $\log_4 \sqrt[5]{64}$ $b)$ $5\ln e^2 - \ln e^3$

نشاط رقم (3): اكتب كلا من التعابير التالية على الصورة الموسعة :

$a)$ $\log_{13} 6x^2c^4$ $b)$ $\ln \frac{x^2}{\sqrt{4x+1}}$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (4): قمْ بتبسيط كلا من التعابير التالية:

$a)$ $3\log_3 x - 2\log_3 y$

$b)$ $2\ln(x+1) - \ln(x^2-1)$

$c)\quad 5\log_4 a+6\log_4 b-\frac{1}{3}\log_4 7c$

نشاط رقم (5): اذا كان $\ln 3\approx 1.10$ و $\ln 2\approx 0.69$ ، استخدم خصائص اللوغاريتمات لإيجاد ما يلي : .

$a)\quad \ln 8$ $b)\quad \log\frac{4}{9}$

- **ملاحظة : تغير صيغة الاساس :**

بالنسبة لأي اعداد حقيقية موجبة x, a , b حيث $a\neq 1$,$b\neq 1$ فإن :

$$\log_b x=\frac{\log_a x}{\log_a b}$$

نشاط رقم (6): اوجد قيم كلا من اللوغاريتمات التالية :

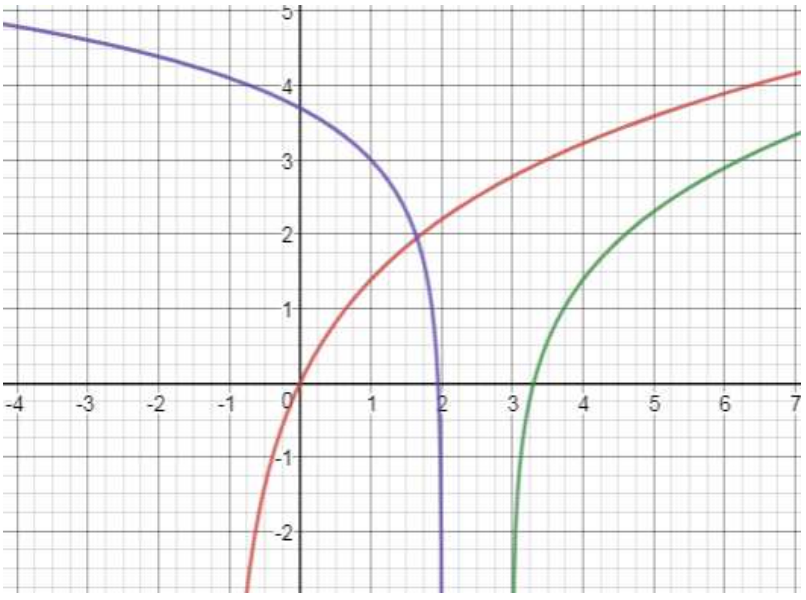
$a)\quad \log_3 5$ $b)\quad \log_{\frac{1}{2}} 6$

نشاط رقم (7): حدد التمثيل البياني المقابل لكل معادلة مما يلي :

$a)\quad f(x)=2\ln(x+1)$

$b)\quad f(x)=\ln(2-x)+6$

$c)\quad f(x)=\ln x+\ln(x+1)$



اعداد: أ. محمد راشد الزّن

خاصية واحد لواحد للدوال الاسيّة :

(تكون b >0 حيث $b^x = b^y$, $b \neq 1$, اذا وفقط اذا كانت x=y)

نشاط رقم (1): حل كلا من المعادلات الاسية التالية باستخدام خاصية واحد لواحد :

$a)\quad 3^{x+3} = 27^{x-2}$

$b)\quad 16^{x+3} = 4^{4x+7}$

نشاط رقم (2): حل كلا من المعادلات اللوغاريتمية التالية باستخدام خاصية واحد لواحد :

$a)\quad \ln x = 6$

$b)\quad 4 + \log_8 x^3 = 16$

$c)\quad \log_6 x + \log_6 (x-5) = 2$

$d)\quad 7\ln 2x = 28$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (3): حل كلا من المعادلات الاسيّة التالية :

$a)\quad 5^{x}=10$

$b)\quad 4^{3x+2}=6^{2x-1}$

$c)\quad e^{2x}+2e^{x}=8$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (4): من الحياة اليومية (نموذج النمو الاسي) :

يوضح الجدول المجاور عدد الزيارات لموقع انترنت جديد بنهاية يناير ونهاية ابريل من العام ذاته.

الاقبال على موقع الانترنت	
الشهر	عدد الزيارات
يناير	125
ابريل	2000

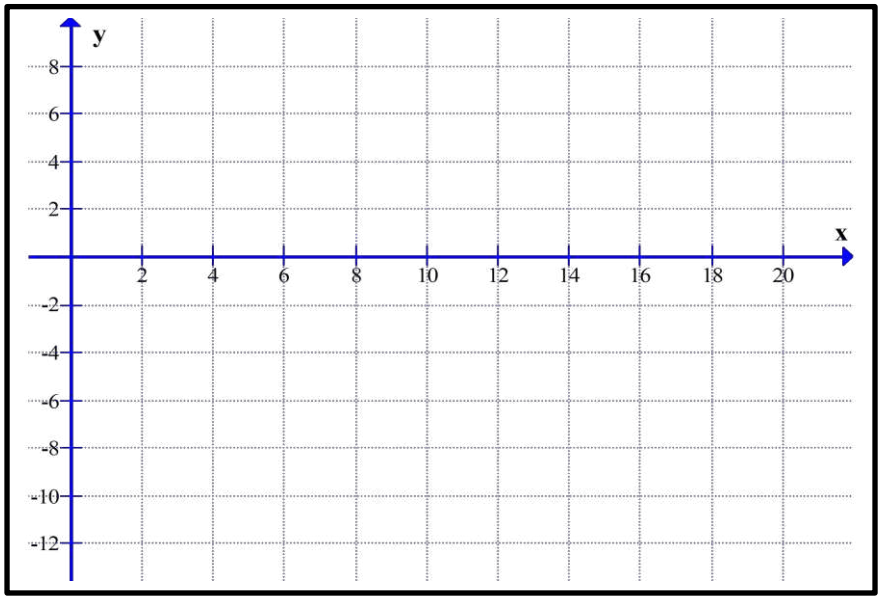
أ) اذا علمت أن عدد الزيارات يتزايد معدل اسي ، فحدد معدّل النمو المستمر ، ثم اكتب معادلة اسية لتمثيل ذلك ؟

ب) استخدم نموذجك لتوقع عدد الأشهر التي يستغرقها موقع الانترنت للوصول الى 2مليون زيارة.

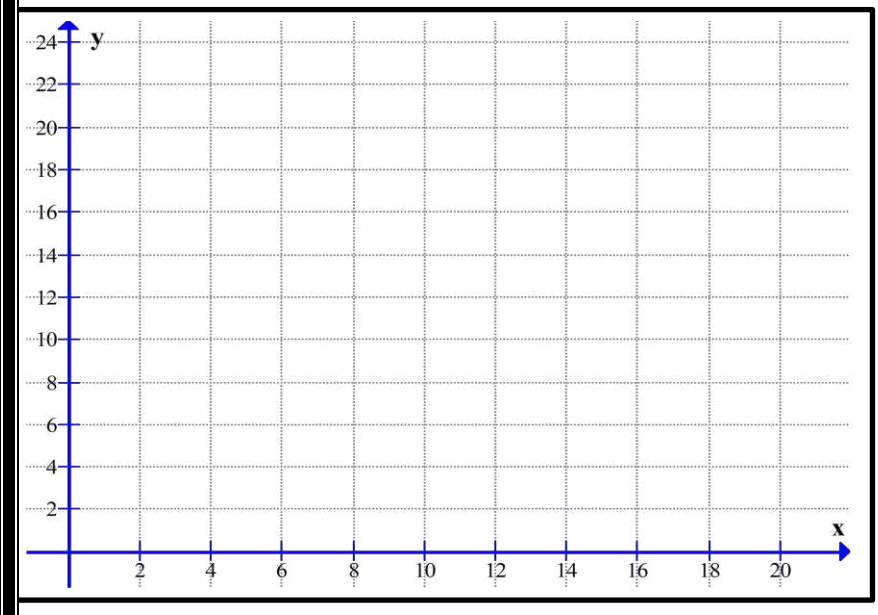
نشاط : النمذجة :

في كل من البيانات الموجودة في الجدولين التاليين ، اوجد دالة اسيّة او لوغاريتمية لتمثيل البيانات ، ثم اوجد قيمة كل نموذج عندما x=20.

x	1	3	5	7	9	11	13
y	8	3	0	-2	-3	-4	-5



x	1	3	5	7	9	11	13
y	3	4	5	6	7	9	10



اعداد: أ. محمد راشد الزّن

مدرسة الحصن للتعليم الثانوي

الوحدة الرابعة : الدوال المثلثية

الصـــــف: الثاني عشر/ المسار العـــام

إعداد : أ. محمد راشد الزّن

مفهوم أساسي — جميع الدوالّ المثلّثية في مثلّث قائم الزاوية

التعبير اللفظي: إذا كانت θ تمثّل قياس زاوية حادّة في مثلّث قائم الزاوية، فإنّ الدوالّ المثلّثية الستّ تُعرف بدلالة الوتر والضلع المقابل والضلع المجاور.

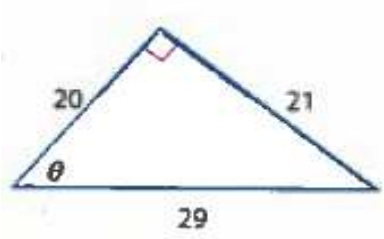
الرموز:

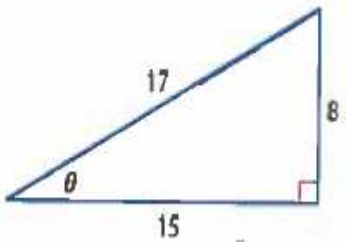
$$\sin\theta\ (\theta \text{ جيب}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta\ (\theta \text{ قاطع تمام}) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta\ (\theta \text{ جيب تمام}) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta\ (\theta \text{ قاطع}) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta\ (\theta \text{ ظل}) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta\ (\theta \text{ ظل تمام}) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

نشاط رقم (1): اوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـلزاوية θ :





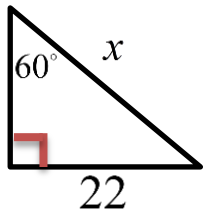
نشاط رقم (2): اذا كانت $\angle B$ ، $\angle A$ زاويا حادة في مثلث قائم الزاوية ، فإذا كان فأوجد كلا من :

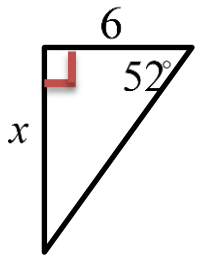
1) **اذا كان** $Sin\ B = \frac{5}{8}$ ، **فما قيمة** $\tan B$, $Cos\ B$ ؟

2) **اذا كان** $\tan A = \frac{8}{15}$ ، **فما قيمة** $\sin A$ ؟

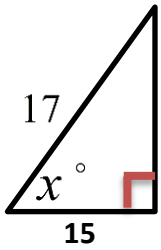
اعداد: أ. محمد راشد الزّن

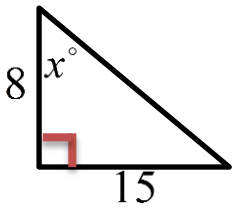
نشاط رقم (3): استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة المجهول x في كلا مما يأتي ، مقربا الى اقرب جزء من عشرة؟





اعداد: أ. محمد راشد الزّن





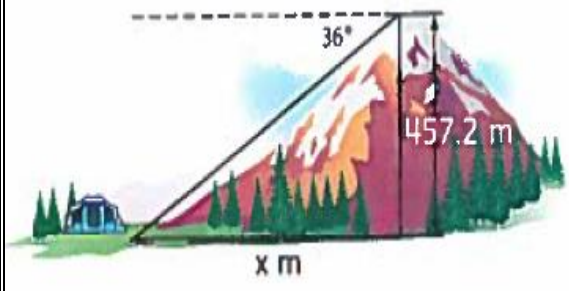
في الشكل المجاور، تُسمّى الزاويةُ المحصورة بين خطِّ نظر السابح إلى المنقذ والخطِّ الأفقي له **زاوية الارتفاع**. كما تُسمّى الزاويةُ المحصورة بين خطِّ نظر المنقذ إلى السابح والخطِّ الأفقي له **زاويةَ الانخفاضِ**.

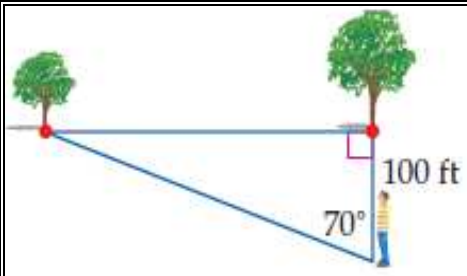
زوايا الارتفاع والانخفاض

زاويتا الارتفاع والانخفاض للحالة الواحدة متطابقتان؛ لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان لخطين متوازيين .

نشاط رقم (4) : (مسائل كلامية من واقع الحياة على الدوال المثلثية).

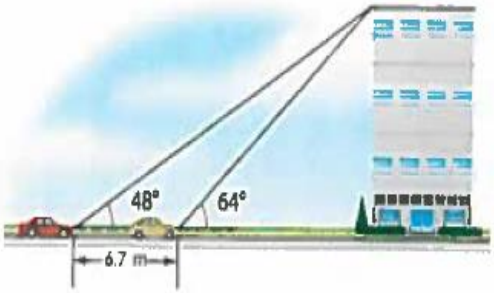
(أ): تسلق و تخييم : تسلقت مجموعة من المتسلقين قمة جبل تبلغ 457.2m خلال رحلتهم ، عندما ينظر المتسلقين للأسفل بزاوية انخفاض قدرها 36^0 يمكنهم رؤية مخيمهم عن بعد ، فما المسافة بين المخيم و المجموعة مقربا اجابتك لأقرب متر.





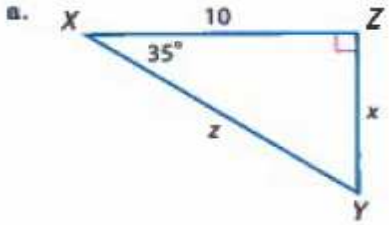
اشجار: يقف عبدالله ملاصقا لإحدى شجرتين متقابلتين في حديقة. إذا تحرَّك مبتعدًا عن مكانه مسافة 100 ft، في مسار عموديّ على الخطّ الواصل بين الشجرتين، ومشكّلًا معهما زاوية قياسها 70° ، فما البُعد بين الشجرتين؟ **مثال 4**

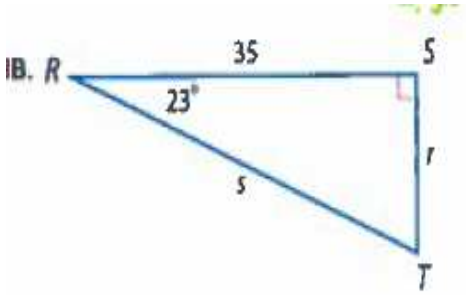
(ب): مباني : اذا كان زاوية الارتفاع من السيارة الى اعلى شقة بالمبنى 48^0 ،فإذا كانت زاوية الارتفاع من سيارة اخرى امام السيارة الاولى مسافة 6.7m هي 64^0 ، فكم يبلغ ارتفاع المبنى ؟

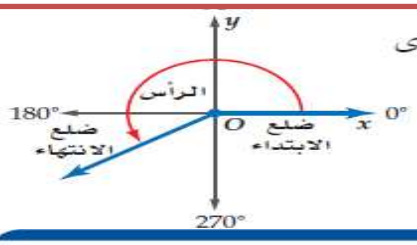


اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (5) : اوجد حل كل من المثلثات التالية مقربا طول الضلع لأقرب جزء من عشرة ، والزاوية لأقرب درجة :

a.


IB.


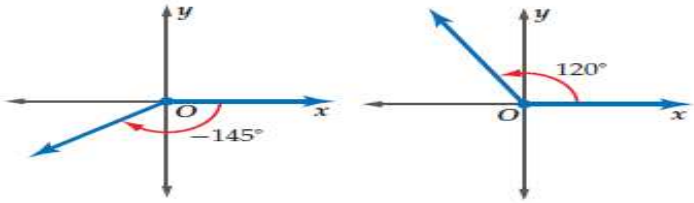


الزوايا المرسومة في الوضع القياسي: تكون الزاوية المرسومة في المستوى الإحداثي في الوضع القياسي إذا كان رأسها نقطة الأصل، وأحد ضلعيها منطبقًا على الجزء الموجب من المحور x.

- يُسمّى الضلع المنطبق على المحور x ضلع الابتداء للزاوية.
- يُسمّى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل ضلع الانتهاء.

مفهوم أساسي قياسات الزوايا

يكون قياس الزاوية موجبًا إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة، ويكون قياس الزاوية سالبًا إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.



نشاط رقم (1): اكتب كل قياس درجة عشرية في صيغة DMS (درجة ،دقيقة ، ثانية)، والعكس من قياس DMS الى صيغة درجة عشرية لأقرب جزء من مئة .

a) 56.735° b) 213.875°

c) $89^\circ\ 56'\ 7''$ d) $32^\circ\ 6'\ 27''$

مفهوم أساسي التحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان والعكس

من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان	من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات
للتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان، اضرب قياس الزاوية بالدرجات في $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$	للتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات، اضرب قياس الزاوية بالراديان في $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$

نشاط رقم (2): حول كل قياس من الدرجات الى الراديان كمضاعف لـ π وبالعكس من الراديان الى الدرجات :

a) 120° b) 225° c) -45°

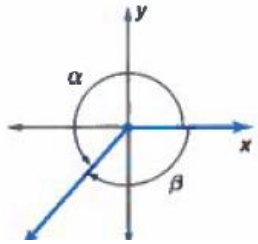
d) $\frac{4\pi}{3}$ e) $\frac{5\pi}{6}$ f) $\frac{-\pi}{3}$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

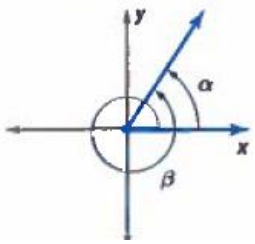
المفهوم الأساسي الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

الدرجات	الراديان
إذا كان α هو قياس الزاوية بالدرجات، فإن فكل الزوايا التي قياسها $\alpha + 360n^\circ$، حيث n هو عدد صحيح، تشترك في ضلع الانتهاء مع α.	إذا كانت α هي قياس الزاوية بالراديان، فإن فكل الزوايا التي قياسها $\alpha + 2n\pi$، حيث n هو عدد صحيح، تشترك في ضلع الانتهاء مع α.

زوايا موجبة وسالبة مشتركة في ضلع الانتهاء



زوايا موجبة مشتركة في ضلع الانتهاء



نشاط رقم (3): حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة ، ثم اوجد مع الرسم زاوية موجبة و زاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة .

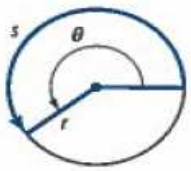
$a)\quad 45^\circ$ $\qquad$ $b)\quad -30^\circ$

$c)\quad \dfrac{3\pi}{4}$ $\qquad$ $c)\quad \dfrac{-\pi}{3}$

(تطبيقات باستخدام قياس الزاوية):

اعداد: أ. محمد راشد الزنّ

المفهوم الأساسي طول القوس



إذا كانت θ هي الزاوية المركزية في دائرة نصف قطرها r فإن فطول القوس المحصور s يمكن الحصول عليه كالآتي:

$$s = r\theta$$

حيث إن θ قياسها بالراديان.

نشاط رقم (4): اوجد **طول القوس** المحصور في كل دائرة باستخدام القياسات المعطاة لكل من الزاوية المركزية و طول نصف القطر ، قرب اجابتك لأقرب جزء من عشرة .

$a)\quad 60^\circ \quad , r = 2cm$

$b)\quad \dfrac{\pi}{4} \quad , r = 5cm$

* مفهوم اساسي (السرعة الخطية والسرعة الزاوية)

لنفترض ان جسمك تحرك بسرعة ثابتة على ممر دائري نصف قطره r ، فاذا كانت s هي طول القوس الذي يقطعه الجسم في حركته خلال الزمن t ؛ فإن سرعة **الجسم الخطية v** يتم ايجادها وفق المعادلة $v = \frac{s}{t}$. اما اذا كانت θ هي سرعة الدوران (الراديان) التي يتحرك الجسم فيها خلال الزمن t فإن : **السرعة الزاوية** w للجسم يتم ايجادها وفق المعادلة $w = \frac{\theta}{t}$.

نشاط رقم (5) : (ركوب الدراجات): يقود ساعي البريد دراجة كما هو موضح في الشكل .

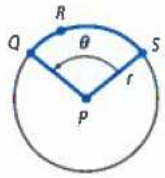
(أ): خلال عملية توصيل واحدة تدور الاطارات بمعدل 140دورة في الدقيقة ، اوجد **السرعة الزاوية** للإطارات في الدقيقة بقياس راديان .

(ب): في جزء من الطريق خلال مهمة التوصيل التالية ، يدور الاطار بمعدل ثابت بمقدار 2.5 دورة لكل ثانية ، اوجد **السرعة الخطية** للاطار بمعدل كيلومتر لكل ساعة.

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

- **مفهوم اساسي (مساحة القطاع الدائري):**

المساحة A من قطاع دائرة لها نصف القطر r و زاوية مركزية θ (الراديان) تعطى بالعلاقة : $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

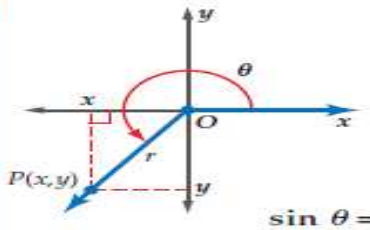


نشاط رقم (6) : اوجد **مساحة القطاع الدائري** بواسطة الزاوية المركزية المعطاة θ ونصف القطر r.

a) $\theta = \frac{3\pi}{4}$, $r = 2.5\,ft$

b) $\theta = 50^\circ$, $r = 6cm$

مفهوم أساسي — **الدوالّ المثلّثية للزوايا**



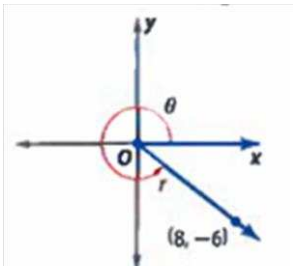
لتكن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي ولتكن النقطة $P(x, y)$ تقع على ضلع الانتهاء لها. باستعمال نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد قيمة r التي تمثّل البُعد بين نقطة الأصل والنقطة P.

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$. فتكون الدوالّ المثلّثية الستّ للزاوية θ معرّفة كما يأتي:

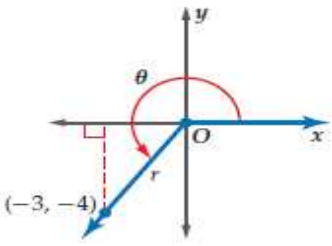
$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x},\ x \neq 0$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y},\ y \neq 0 \qquad \sec\theta = \frac{r}{x},\ x \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{x}{y},\ y \neq 0$$

نشاط رقم (1): (أ)- اذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(8, -6)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .



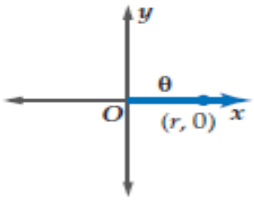
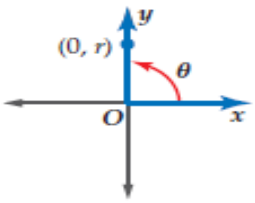
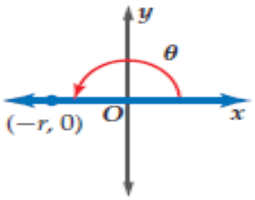
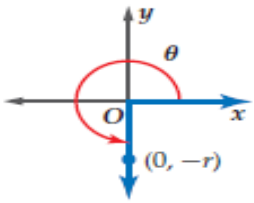
(ب)- اذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-3, -4)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .



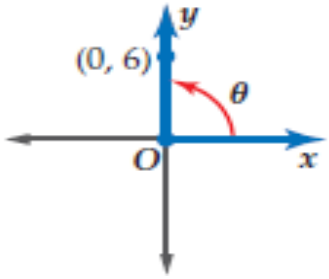
إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي على المحور x أو على المحور y، فإن الزاوية θ تُسمّى **زاوية ربعية**.

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

مفهوم أساسي — **الزوايا الربعية**

$\theta = 0°$ أو $\theta = 0\ rad$	$\theta = 90°$ أو $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad	$\theta = 180°$ أو $\theta = \pi$ rad	$\theta = 270°$ أو $\theta = \frac{3\pi}{2}$ rad
			

نشاط رقم (2): (أ)- اذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(0, 6)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .



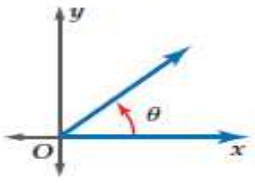
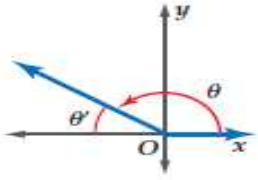
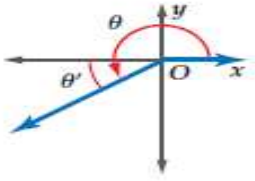
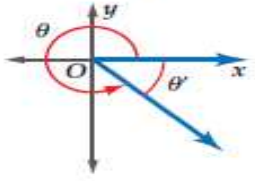
(ب)- اوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية، اذا كانت معرفة ، واذا لم تكن معرفة فاكتب غير معرفة .

$a)\quad \sin(180^\circ)$ $\qquad b)\quad \cos(-90^\circ)$

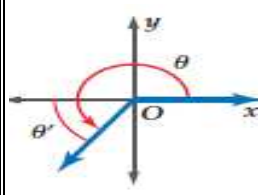
$c)\quad \csc(-\pi)$ $\qquad d)\quad \cot\frac{\pi}{2}$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

مفهوم أساسي — **الزوايا المرجعية**

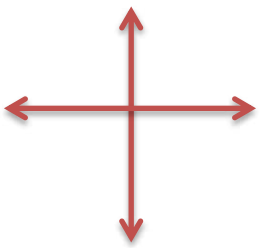
الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
			
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 360° - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$

❖ **الزاوية المرجعية:** هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ و المحور x ، $0 < \theta < 360^\circ$.

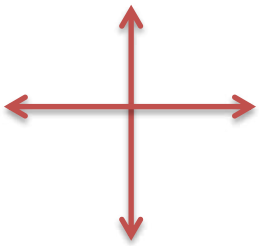


نشاط رقم (3): ارسم كلا من الزوايا الاتية في الوضع القياسي ثم اوجد الزاوية المرجعية لها ؟.

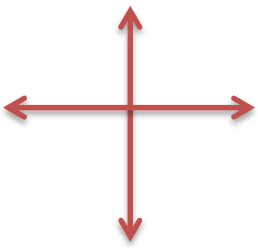
$a)\ 115^\circ$



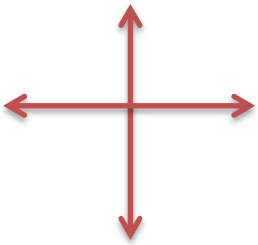
$b)\ 225^\circ$



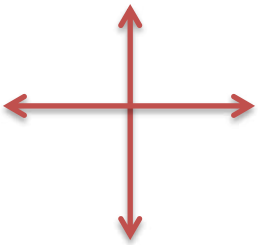
$b)\ 660^\circ$



$c)\ -120^\circ$



$d)\ \frac{5\pi}{4}$



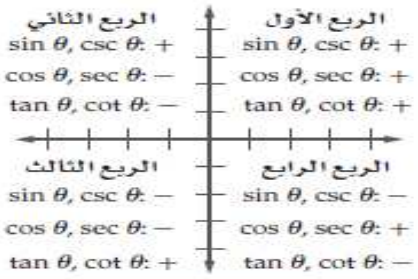
اعداد: أ. محمد راشد الزّن

مفهوم أساسي — **إيجاد قيم الدوالّ المثلّثية**

الخطوة 1: أوجد قياس الزاوية المرجعية θ'.

الخطوة 2: أوجد قيمة الدالّة المثلّثية للزاوية θ'.

الخطوة 3: حدّد إشارة قيمة الدالّة المثلّثية للزاوية θ باستعمال الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية θ.



يمكنك استعمال قيم الدوالّ المثلّثية للزوايا التي قياساتها 30°, 45°, 60° التي تعلّمتها في الدرس 1-6.

قيم الدوالّ المثلّثية للزوايا الخاصّة

الجيب	جيب التمام	الظلّ	قاطع التمام	القاطع	ظلّ التمام
$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\csc 30^\circ = 2$	$\sec 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\cot 30^\circ = \sqrt{3}$
$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45^\circ = 1$	$\csc 45^\circ = \sqrt{2}$	$\sec 45^\circ = \sqrt{2}$	$\cot 45^\circ = 1$
$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$	$\csc 60^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sec 60^\circ = 2$	$\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

نشاط رقم (4): اوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يلي :

$a)\quad Sin\,(135^\circ)$ $\qquad$ $b)\quad Cos\,(-210^\circ)$

$c)\quad \tan(\frac{-2\pi}{3})$ $\qquad$ $d)\quad \csc\frac{11\pi}{4}$

نشاط رقم (5): اوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية المطلوبة للزاوية θ في كل مما يلي :

$a)\quad \cos\theta \quad ,\sin\theta=\frac{5}{7} \quad ,\cot\theta>0$

$b)\quad \sec\theta \quad ,\tan\theta=\frac{5}{12} \quad ,\sin\theta<0$

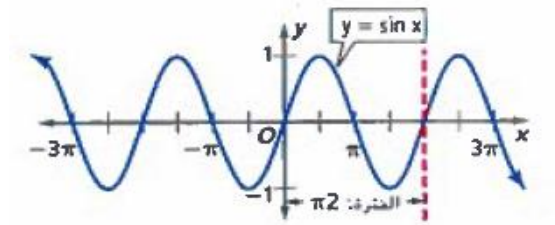
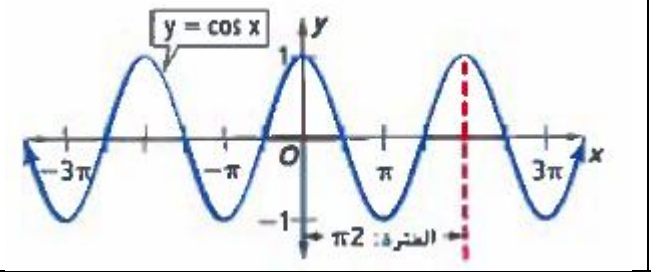
اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (6): (أ): اذا كانت النقطة $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ تقع على دائرة الوحدة ، فأوجد كلا مما يلي :

$a)\quad \cos\theta=$ $\qquad$ $b)\quad \sin\theta=$

$c)\quad \tan\theta=$ $\qquad$ $d)\quad \csc\theta=$

(ب): اذا كانت النقطة $(0,-1)$ تقع على دائرة الوحدة ، فأوجد $\csc\theta$ ؟

خواص دالة الـ sine	خواص دالة الـ cosine
المجال $(-\infty,\infty)$ ، المدى $[-1,1]$	المجال $(-\infty,\infty)$ ، المدى $[-1,1]$
التقاطع مع المحور الراسي y : $(0,0)$ او y=0	التقاطع مع المحور الراسي y : $(0,1)$ او y=1
التقاطع مع المحور الافقي x : $n\pi, n\in Z$	التقاطع مع المحور الافقي x : $\frac{\pi}{2}+n\pi, n\in Z$
الاتصال : متصلة على كل الفترة $(-\infty,\infty)$	الاتصال : متصلة على كل الفترة $(-\infty,\infty)$
متناظرة حول نقطة الاصل (دالة فردية)	متناظرة حول محور y (دالة زوجية)
لها قيمة عظمى =1 ، $x=\frac{\pi}{2}+2n\pi, n\in Z$ صغرى =-1 ، $x=\frac{3\pi}{2}+2n\pi, n\in Z$	لها قيمة عظمى =1 ، $x=2n\pi, n\in Z$ صغرى =-1 ، $x=\pi+2n\pi, n\in Z$
السلوك الطرفي لها غير موجود .	السلوك الطرفي لها غير موجود .
التذبذب : بين 1 و -1	التذبذب : بين 1 و -1
الدورة : 2π	الدورة : 2π
	

اعداد: أ. محمد راشد الزين

التحويلات الهندسية لدالتي sine والـ cosine عندما :

$y = a\sin(bx+c)+d$ $\quad$ $y = a\cos(bx+c)+d$

السعة	$\lvert a\rvert$	التوسع الافقي	$b<1$
التوسع الراسي	$\lvert a\rvert>1$	الانكماش الافقي	$b>1$
الانكماش الراسي	$\lvert a\rvert<1$	ازاحة الطور	$\frac{-c}{\lvert b\rvert}$
الدورة	$\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}$	التحول الراسي (الازاحة الراسية) =d	
التكرار	$\frac{\lvert b\rvert}{2\pi}$ او (1 /الدورة)	الخط المتوسط	$y=d$

نشاط رقم (1): في كلٍ من الدوال المثلثية التالية اوجد ؛ (السعة ، التمدد او الانكماش الراسي ، الدورة ، التكرار، ازاحة الطور ، التحول الراسي ، الخط المتوسط ، القيمة العظمى و الصغرى).

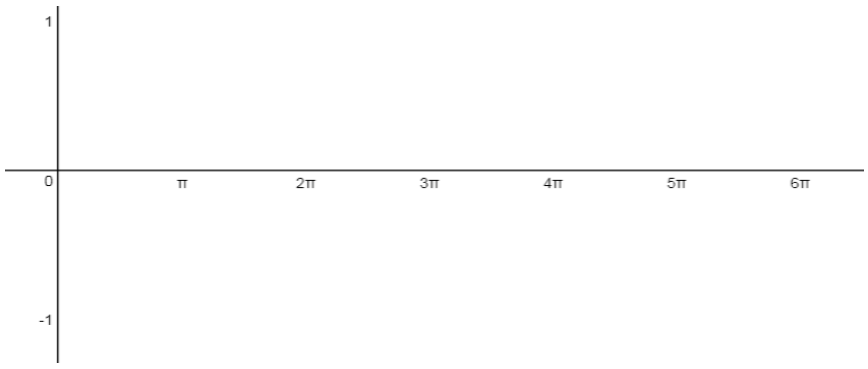
$a)\ y=-2\cos(4x+2\pi)+1$ $b)\ y=3\sin(x-\frac{\pi}{3})$

$c)\ y=\frac{1}{3}\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})-5$

نشاط رقم (2): صف كيف ان التمثيلات البيانية لـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة وارسم دوره واحدة لكل دالة في نفس محور الاحداثيات .

$a)\ f(x)=\cos x$, $g(x)=\cos\frac{x}{3}$

الدالة	القيمة العظمى	التقاطع مع محور x	القيمة صغرى	التقاطع مع محور x	القيمة العظمى
$f(x)=\cos x$					
$g(x)=\cos\frac{x}{3}$					



اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$$b)\ y=\sin(3x-\frac{\pi}{2})$$

الدالة	التقاطع مع محور x	القيمة العظمى	التقاطع مع محور x	القيمة الصغرى	التقاطع مع محور x

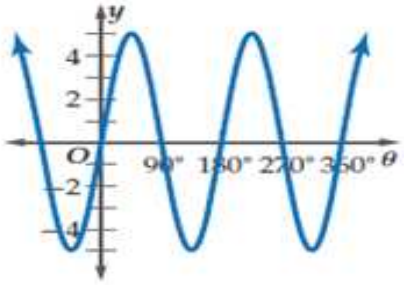
نشاط رقم (3): اكتب دالة جيبية باستخدام الفترة المعطاة و السعة التي تمر خلالها النقطة المعطاة .

(أ):الدورة π ، السعة =2 ، النقطة : $(\pi,2)$.

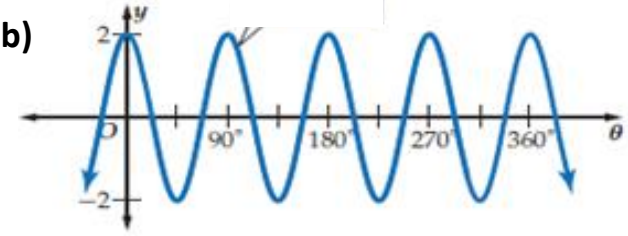
(ب):الدورة 3π ، السعة =0.5 ، النقطة : $\left(\pi,\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

نشاط رقم (4): اكتب معادلة تماثل كل تمثيل بياني :

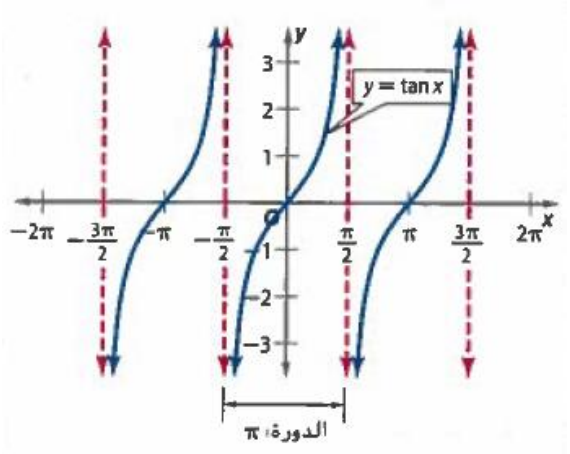
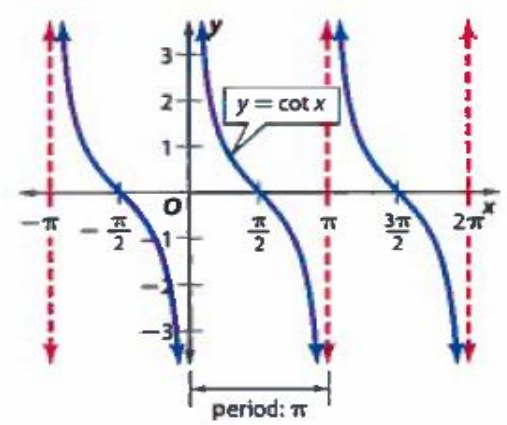
a)



b)



اعداد: أ. محمد راشد الزّن

خواص دالة الـ tan	خواص دالة الـ cot
المجال : $x \in \Re \ , x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$ المدى : $(-\infty, \infty)$	المجال : $x \in \Re \ , x \neq n\pi, n \in Z$ المدى : $(-\infty, \infty)$
التقاطع مع المحور الراسي y : $(0,0)$ او y=0	التقاطع مع المحور الراسي y : لا يوجد
التقاطع مع المحور الافقيx : $n\pi, n \in Z$	التقاطع مع المحور الافقيx : $\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$
الاتصال : انفصال لانهائي: $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$	الاتصال : انفصال لانهائي: $x = n\pi, n \in Z$
خطوط التقارب : $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$	خطوط التقارب : $x = n\pi, n \in Z$
متناظرة حول نقطة الاصل (دالة فردية) *في الاصل*	متناظرة حول نقطة الاصل (دالة فردية)
لا يوجد قيم قصوى عظمى او صغرى	لا يوجد قيم قصوى عظمى او صغرى
السلوك الطرفي لها غير موجود .	السلوك الطرفي لها غير موجود .
التذبذب : بين $-\infty, \infty$	التذبذب : بين $-\infty, \infty$
الدورة : π	الدورة : π
	

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

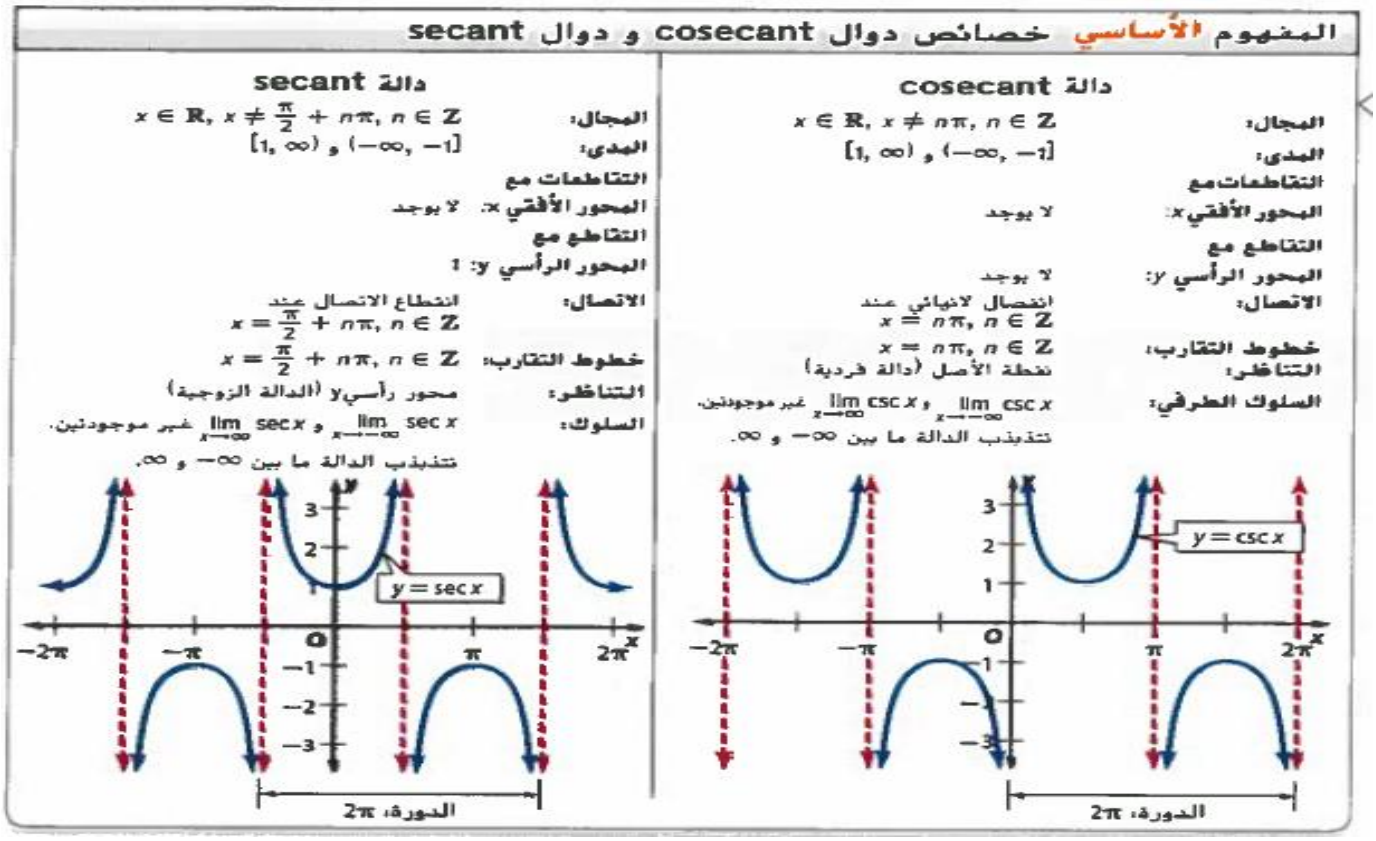
نشاط رقم (1): حدد خطوط التقارب الراسية :

$a)\ y=-\tan 2x$

الدالة	خط تقارب راسي	النقطة المتوسطة	تقاطع محور x	النقطة المتوسطة	خط تقارب راسي		
$y=\tan x$							
$y=\tan 2x$							
$y=-\tan 2x$							

$b)\ y=\tan(x-\frac{3\pi}{2})$

الدالة	خط تقارب راسي	النقطة المتوسطة	تقاطع محور x	النقطة المتوسطة	خط تقارب راسي
$y=\tan x$					
$y=\tan(x-\frac{3\pi}{2})$					



اعداد: أ. محمد راشد الزن

نشاط رقم (2): حدد خطوط التقارب الراسية :

$a)\ y=\sec\frac{x}{4}$

الدالة	خط تقارب راسي	قيمة نسبية عظمى	خط تقارب راسي	قيمة نسبية صغرى	خط تقارب راسي
$y=\sec x$					
$y=\sec\frac{x}{4}$					

$b)\ y=\csc(x+\frac{\pi}{2})$

الدالة	خط تقارب راسي	قيمة نسبية عظمى	خط تقارب راسي	قيمة نسبية صغرى	خط تقارب راسي
$y=\csc x$					
$y=\csc(x+\frac{\pi}{2})$					

***مفهوم الدوال المثلثية المتضائلة** : تكون عندما تكون دالة sin او cosine مضروبة بدالة اخرى f(x). فيحدث ترددا عندما يقلل الناتج من سعة الموجة ، ويعتبر f(x) هو عامل التضاؤل .

نشاط رقم (3): حدد عامل التضاؤل في كل من الدوال المثلثية التالية ثم صف السلوك الطرفي ، ومتى تتضاءل الدالة ؟.

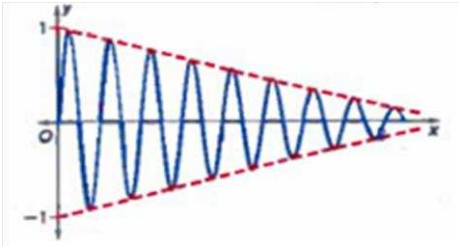
$a)\ y=-3x\cos x$

$b)\ y=x^2\cos x$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$c)\ y = 2^x \cos 3x$

*** مفهوم الحركة التوافقية التضاؤلية** : يكون الجسم في حركة توافقية تضاؤليه عندما تحدد سعته



بالدالة $a(t) = k\, e^{-ct} \cos wt$

حيث : (k تمثل الازاحة ، وc تمثل ثابت التضاؤل C>0

T هو الزمن ، و W هي الفترة) .

(ملاحظةارشادية): الفترة = 2π × عدد الدورات في الثانية.

نشاط رقم (4): من واقع الحياة .

الموسيقى : ادى سحب وتر جيتار مسافة 0.8 سنتيمتر اعلى موضع سكونه ، ثم اطلاقه الى حدود اهتزاز ، وكان ثابت تضاؤل الوتر 2.1 ، وتردد الملاحظة الناتجة 175 دورة في الثانية .

(أ): اكتب دالة مثلثية تمثل حركة الوتر .

(ب): حدد الزمن t الذي يستغرقه الوتر ليتضاءل الى $-0.28 \le y \le 0.28$.

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

الوحدة الرابعة : (الدوال المثلثية) | الدرس (4-6) : الدوال المثلثية العكسية

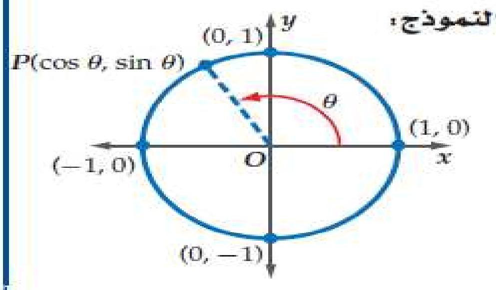
مفهوم أساسي　العلاقة العكسية

التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن: $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$

الرموز: $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

مثال: إذا كانت: $\theta = 120°$ فإن: $P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$

النموذج:



كلٌّ من $y = \sin\theta$, $x = \cos\theta$ دالّة بالنسبة إلى θ. وتُسمّى كلٌّ منهما دالّة دائرية ؛ لأن تعريف كلٍّ منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

(ملاحظة): تسمى $\arcsin\theta$ دالة قوس الجيب ، و تسمى $\arccos\theta$ دالة قوس جيب التمام ، و $\arctan\theta$ دالة قوس الظل .

<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<>>><<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

نشاط رقم (1): اوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يأتي بالدرجات و بالراديان :

$a)\ \cos^{-1}(-1) =$　　　$b)\ \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

$c)\ \tan^{-1}(-\sqrt{3}) =$　　　$d)\ \arctan(0) =$

$e)\ \arcsin(-1) =$　　　$f)\ \arccos(-2) =$

نشاط رقم (2): اوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يأتي، ان وجدت :

$a)\ \cos\left[\ \sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\ \right] =$　　　$b)\ \sin\left[\ \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\ \right] =$

$c)\ \arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right) =$　　　$d)\ \sin\left(\arctan\frac{5}{12}\right) =$

إعداد: أ. محمد راشد الزَّن

***(ملاحظة):** $\sin(\arcsin a)=a$ و $\arccos(\cos b)=b$ و $\tan^{-1}(\tan c)=c$

نشاط رقم (3): مثل بيانيا كلا مما يلي :

$a)\quad y=\arcsin 2x$

$b)\quad y=\sin^{-1}3x$

نشاط رقم (4): اكتب التعبير $\tan(\arcsin a)$ في صورة تعبير جبري لـ a لا يحتوي على دوال مثلثية .

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

مدرسة الحصن للتعليم الثانوي

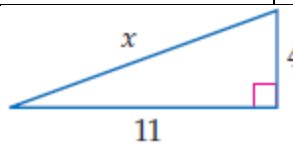
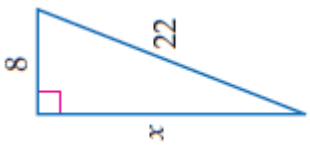
الوحدة الخامسة : المتطابقات و المعادلات المثلثية

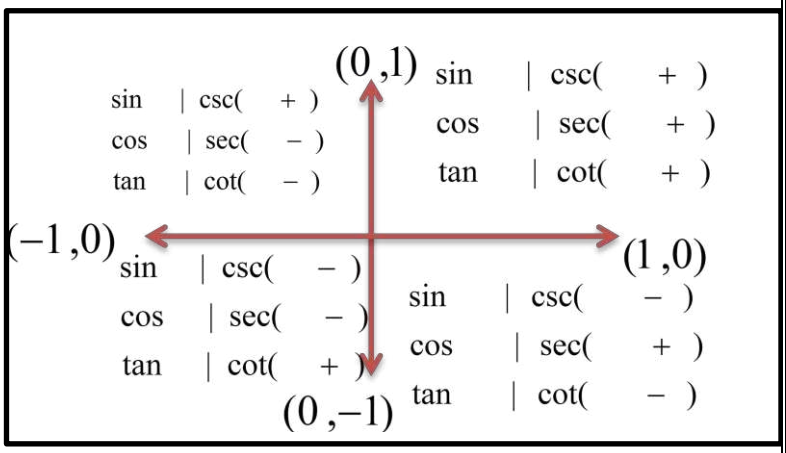
الصـــــف: الثاني عشر/ مسار عام

العام الدراسي 2019-2018

إعداد : أ. محمد راشد الزّن

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$ $\tan^2\theta=\sec^2\theta-1$ $\tan^2\theta-\sec^2\theta=-1$	$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$ $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$	$\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\quad,\sin\theta\neq 0$	$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\quad,\cos\theta\neq 0$
$\cot^2\theta+1=\csc^2\theta$ $\cot^2\theta=\csc^2\theta-1$ $\cot^2\theta-\csc^2\theta=-1$	$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cos\theta$ $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin\theta$ $\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cot\theta$ $\sec(\frac{\pi}{2}-\theta)=\csc\theta$ $\cot(\frac{\pi}{2}-\theta)=\tan\theta$	$\sin(-\theta)=-\sin\theta$ $\cos(-\theta)=\cos\theta$ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$ $\csc(-\theta)=-\csc\theta$ $\sec(-\theta)=\sec\theta$ $\cot(-\theta)=-\cot\theta$	$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}>>>\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta}$ $\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}>>>\sin\theta=\frac{1}{\csc\theta}$ $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}>>>\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta}$ $\tan\theta\times\cot\theta=1$ $\sin\theta\times\csc\theta=1$ $\cos\theta\times\sec\theta=1$
 $x=\sqrt{11^2+4^2}$	 $x=\sqrt{22^2-8^2}$		$x=\sqrt{22^2-8^2}$



اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (1): اوجد القيمة الدقيقة لـكل من النسب المثلثية الاتية :

$a)\quad \sin\theta \quad,\csc\theta=\frac{7}{4}\quad .$

$b)\quad \cot\theta \quad ,\sin\theta=-\frac{4}{5} \quad ,\cos\theta=-\frac{3}{5} \quad .$

$c)\quad \tan\theta \quad ,\sec\theta=4 \quad ,\sin\theta>0 \quad .$

$d)\quad \sin\theta \quad ,\tan\theta=-8 \quad ,\sin\theta>0.$

نشاط رقم (2): اوجد القيمة الدقيقة لـكل مما يلي :

أ) اذا كان $\tan\theta=1.28$ ، فأوجد $\cot(\theta-\frac{\pi}{2})$ ؟

ب) اذا كان $\sin x=-0.37$ ، فأوجد $\cos(x-\frac{\pi}{2})$ ؟

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (3): حول كلا مما يلي الى ابسط صورة :

$a)\quad \csc\theta\sec\theta-\cot\theta$

$b)\quad \sin^2 x\cos x-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

نشاط رقم (4): اعد كتابة في صورة تعبير لا يضم كسرا :

$a)\quad \frac{1}{1+\cos x}$

$b)\quad \frac{1-\sin^2 x}{1-\cos^2 x}\bullet\tan x$

نشاط رقم (5): اعد كتابة كل تعبير بدلالة دالة مثلثية منفردة :

$a)\quad \tan x\ -\csc x\sec x$

$b)\quad \csc x\sec x-\cos x\csc x$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (6): اعد كتابة كل تعبير في صورة لوغاريتم منفرد وحول الاجابة لأبسط صورة :

$a)\quad \ln|\sin x|-\ln|\cos x|$

$b)\quad \ln|\sec x|-\ln|\cos x|$

نشاط: تحقق من صحة المتطابقات المثلثية الآتية :

$a)\quad \dfrac{\csc^2 x - 1}{\csc^2 x} = \cos^2 x$

$b)\quad \dfrac{\sin^2 \theta}{1-\cos\theta} = 1+\cos\theta$

$c)\quad \cot\theta \sec\theta \csc^2\theta - \cot^3 \sec\theta = \csc\theta$

$d)\quad \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$e)\quad \sin\theta + \cot\theta\cos\theta = \csc\theta$

$f)\quad (\csc\theta + \cot\theta)(1-\cos\theta) = \sin\theta$

$g)\quad \sin^2\theta\tan^2\theta = \tan^2\theta - \sin^2\theta$

$h)\quad \dfrac{1+\csc\theta}{\sec\theta} = \cos\theta + \cot\theta$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (1): حُل كل معادلة مما يلي لجميع قيم x : (الحل بعزل التعابير المثلثية).

أ) $2\tan x-\sqrt{3}=\tan x$

ب) $4\sin x=2\sin x+\sqrt{2}$

ت) $2-10\sec x=4-9\sec x$

ث) $4\sin^2 x+1=4$

نشاط رقم (2): اوجد جميع حلول كل معادلة في الفترة $[0\ ,2\pi]$:(الحل باستخدام التحليل الى العوامل).

أ) $\cos x\sin x=3\cos x$

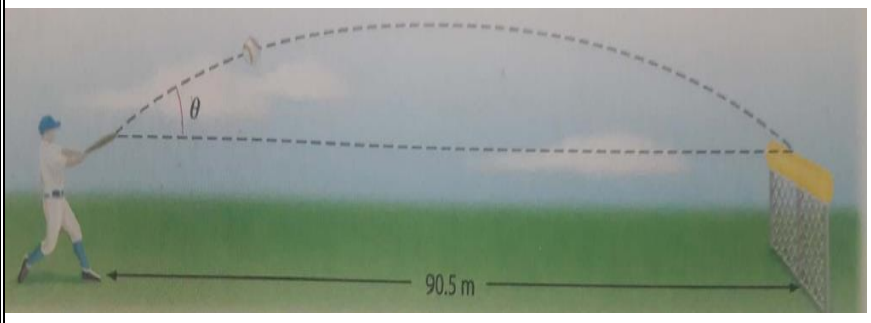
ب) $2\sin^2 x = \sin x + 1$

ت) $4\cot x = \cot x \sin^2 x$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (3): **(من الحياة اليومية : الدوال المثلثية لاضعاف الزوايا).**

(البيسبول) : كرة بيسبول تنطلق من سطح المضرب بسرعة ابتدائية تبلغ 30 مترا بالثانية ، و تتجاوز سورا على بُعد 90.5 متراً ، و ارتفاع السور هو نفس ارتفاع الابتدائي للكرة المضروبة . فإذا كانت المسافة التي قطعتها الكرة متمثلة في $d = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{9.8}$ ، حيث وحدة 9.8 = مترا لكل ثانية مربعة ، فأوجد فترة لزوايا الاطلاق المحتملة للكرة .



مفهوم أساسي — متطابقات المجموع والفرق

متطابقات المجموع

- $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

متطابقات الفرق

- $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

الدالة	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 180^\circ$	$\theta = 270^\circ$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرّف	0	غير معرّف

نشاط رقم (1): دون استعمال الالة الحاسبة ، اوجد القيمة الدقيقة لكل من التعابير المثلثية التالية :

$a)\quad \cos 75^0 =$	$b)\quad \sin 15^0 =$
$c)\quad \tan\dfrac{7\pi}{12} =$	$d)\quad \sin -210^0 =$
$e)\quad \cos\dfrac{\pi}{12} =$	

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (2): اثبت صحة المتطابقات الآتية :

$b)\quad \cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin x$

$b)\quad \tan(\pi+x)+\tan(\pi+x)=2$

$c)\quad \sin(\theta+\frac{3\pi}{2})=-\cos\theta$

نشاط رقم (3): اوجد القيمة الدقيقة للعبارات التالية :

$a)\quad \frac{\tan 32^\circ+\tan 13^\circ}{1-\tan 32^\circ\ \tan 13^\circ}$

$b)\quad \cos\frac{7\pi}{8}\cos\frac{5\pi}{24}+\sin\frac{7\pi}{8}\sin\frac{5\pi}{24}$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

نشاط رقم (4): من الحياة اليومية :

الكهرباء : يمكن ايجاد تذبذب التيار i بوحدات الامبير في دائرة بعينها بعد t ثانية باستخدام الصيغة:

$i=3(\sin 165)t$ ، حيث 165 هي قياس الدرجة .

أ) اعد كتابة القاعدة بدلالة مجموع قياس زاويتين .

ب) استخدم متطابقة المجموع لـ sin لإيجاد التيار الدقيق بعد ثانية واحدة.

مفهوم أساسي — المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

نشاط رقم (1) :(أ): اذا كان $\sin\theta = -\frac{7}{25}$ في الفترة $\left(\pi \ , \frac{3\pi}{2}\right)$ ، اوجد كلا من ؛

$\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$.

(أ): اذا كان $\cos\theta = \frac{3}{5}$ في الفترة $\left(0 \ , \frac{\pi}{2}\right)$ ، اوجد كلا من ؛ $\tan 2\theta$.

مفهوم أساسي — المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}, \ \cos\theta \neq -1$$

نشاط رقم (2): اوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي :

$a)$ $\sin 22.5^\circ =$

$b)\quad \tan\dfrac{7\pi}{12} =$

نشاط رقم (3): حُل كلا من المعادلات التالية في الفترة $[0\,,\,2\pi]$:

$a)\quad \sin 2\theta - \sin\theta = 0$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$b)\quad \tan 2\beta = 2\tan\beta$

$a)\quad \sin^2 x = 2\cos^2\dfrac{x}{2}$

متطابقات اختصار الأس

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2} \quad , \quad \cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2} \quad , \quad \tan^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta}$$

نشاط رقم (3): أعد كتابة كل تعبير مما يلي في حدود بها أُسْ لا يكون اكبر من 1.

$a)\quad \sin^4 x$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$b)\quad \cos^3 x$

$c)\quad \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)] \quad , \quad \sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)] \quad , \quad \cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

نشاط رقم (4): أعد كتابة كل تعبير مما يلي في صيغة مجموع او فرق .

$a)$ $\cos 5x \sin 3x$

$b)$ $\sin 3x \cos 2x$

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

$c)$ $\cos(a+b)\cos(a-b)$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right),\quad \cos\alpha+\cos\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right),\quad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

نشاط رقم (5): اوجد القيمة الدقيقة (باستخدام متطابقة تحويل ناتج المجموع الى ناتج الضرب) .

$a)\quad \cos 75^\circ+\cos 195^0$

$b)\quad \sin\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}$

نشاط رقم (6): حُل المعادلة جبريا $\cos 4x+\cos 2x=0$
(باستخدام متطابقة تحويل ناتج المجموع الى ناتج الضرب) .

اعداد: أ. محمد راشد الزّن

انتهت مادة الفصل الدراسي الاول

وفقكم الله جميعا