تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العام في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/12math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العام اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade12

* لتحميل جميع ملفات المدرس مصطفى أسامة علام اضغط هنا

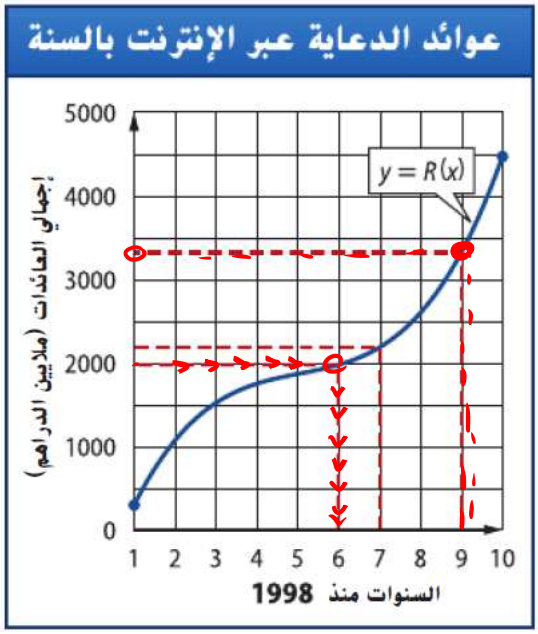
للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

ورقة عمل الثاني عشر العام | 1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات | الاسم: _____

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال وإيجاد المجال والمدى والتقاطعات مع المحور الرأسي y وأصفار الدوال.
2- استكشاف التناظر في التمثيلات البيانية وتحديد الدوال الفردية والزوجية.

تقدير قيم الدوال



استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة للإجابة عما يأتي:

$$R(t) = 17.7t^3 - 269t^2 + 1458t - 910, 1 \le t \le 10$$

a. استخدم التمثيل البياني في تقدير إجمالي عوائد الدعاية عبر الإنترنت في 2007. تأكد من التقدير جبريًا.

b. استخدم التمثيل البياني في تقدير العام الذي بلغ فيه إجمالي عوائد الإعلان عبر الإنترنت 2 مليار AED. تأكد من التقدير جبريًا.

$x = 2007 - 1998 = 9$

$y = R(9) =$ 3300 مليون د.ص

$R(9) = 17.7(9)^3 - 269(9)^2 + 1458(9) - 910 =$ 3326.3 مليون

عند $y = 2'000'000'000 =$ 2000 مليون

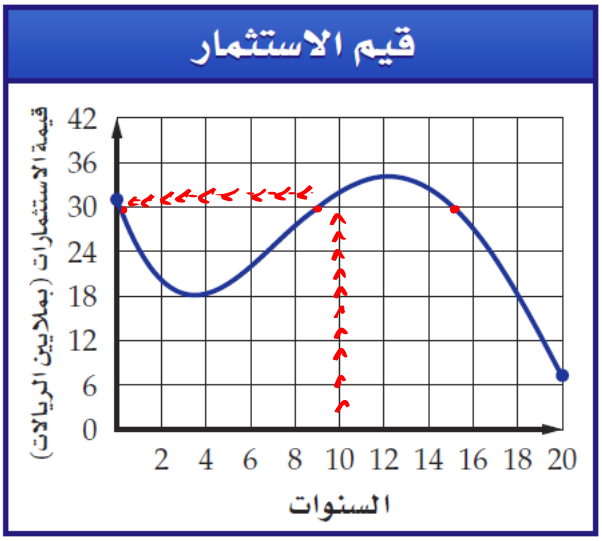
$x = 6 \Rightarrow 1998 + 6 =$ 2004

$R(6) = 17.7(6)^3 - 269(6)^2 + 1458(6) - 910 =$ 1977.2 مليون

استثمار: تمثل الدالة: $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31, 0 \le d \le 20$ تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث $v(d)$ قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة d.

1A) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

1B) استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.



(A) بيانيًا: في بداية العام وصل الاستثمار 32 مليون تقريبًا.

جبريًا: $v(10) = 0.002(10)^4 - 0.11(10)^3 + 1.77(10)^2 - 8.6(10) + 31$

$= 32$ مليون

(B) بيانيًا: بلغت الاستثمارات 30 مليون عند السنوات

$\frac{1}{4}$ ، 9 ، 15

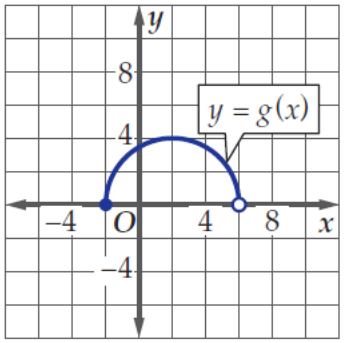
جبريًا: $v(\frac{1}{4}) \approx 28.9$

$v(9) \approx 29.9$

$v(15) = 30.25$

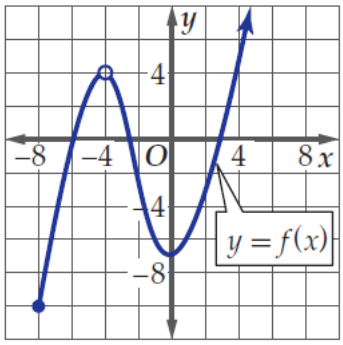
إيجاد المجال والمدى

أوجد مجال الدالة ومداها باستعمال التمثيل البياني.



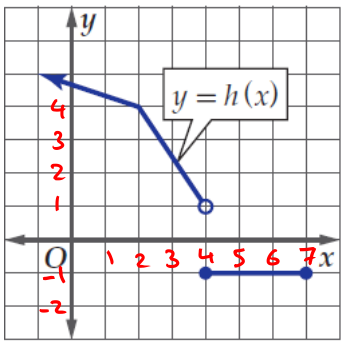
المجال = [-2, 6)

المدى = [0, 4]



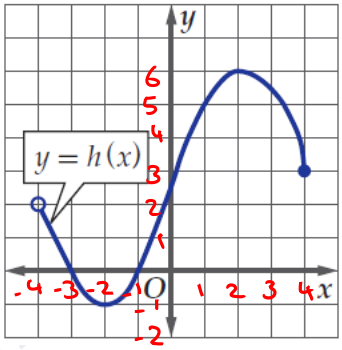
المجال = $[-8,-4)\cup(-4,\infty)$

المدى = $[-10,\infty)$



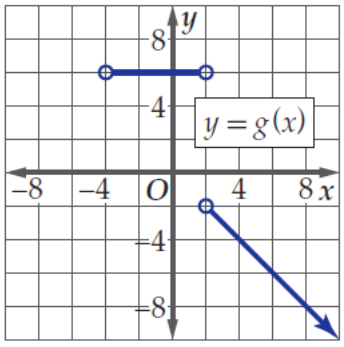
المجال = $(-\infty, 7]$

المدى = $\{-1\}\cup(1,\infty)$



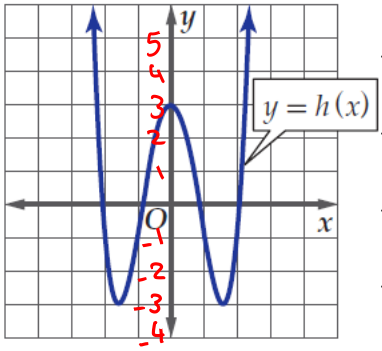
المجال = $(-4, 4]$

المدى = $[-1, 6]$



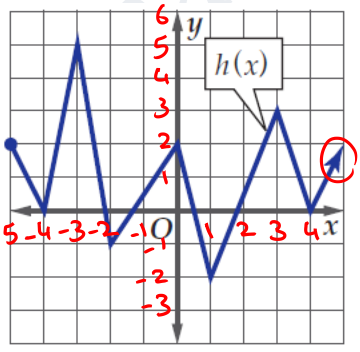
المجال = $(-4,2)\cup(2,\infty)$

المدى = $(-\infty,-2)\cup\{6\}$



المجال = $\mathbb{R}$

المدى = $[-3,\infty)$

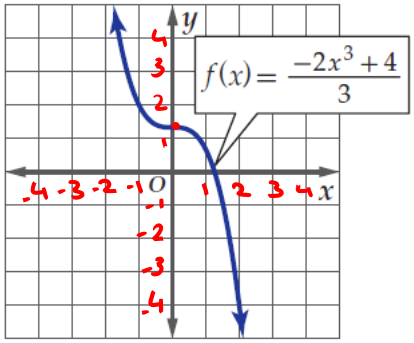


المجال = $[-5,\infty)$

المدى = $[-2,\infty)$

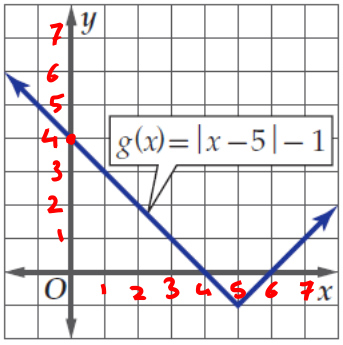
إيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه، لإيجاد قيمة تقريبية للمقطع y، ثم أوجده جبريًّا:



* من الرسم : يقطع المنحنى محور y عند 1.4 تقريباً
* الحساب الجبري لمقطع y نضع x = 0

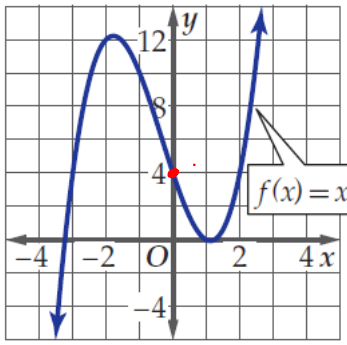
$f(0)=\frac{-2(0)^3+4}{3}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}=1.\overline{3}$



* من الرسم : يقطع المنحنى محور y عند 4
* الحساب الجبري : نضع x = 0

$g(0)=|0-5|-1$

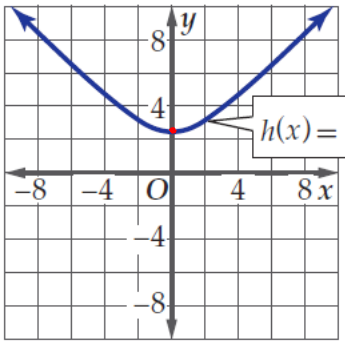
$=4$



* من الرسم : يقطع y عند 4
* الحساب الجبري :

عند x = 0 ← $y=0^3+0^2-6(0)+4$

$y=4$



* من الرسم : يقطع 2.3
* الحساب الجبري :

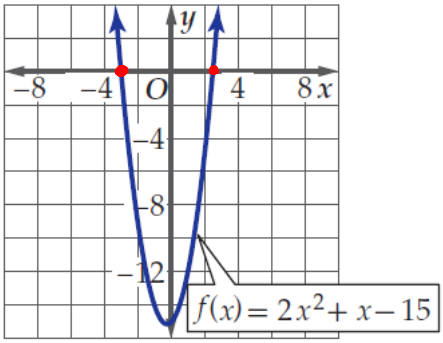
عند x = 0 ← $y=\sqrt{0^2+6}=\sqrt{6}$

≈ 2.449

إيجاد الأصفار

تُسمى المقاطع x لمنحنى الدالة **أصفار** الدالة، وتُسمى حلول المعادلة المرافقة للدالة **جذور** المعادلة. ولإيجاد أصفار دالة f، فإننا نحل المعادلة $f(x)=0$ بالنسبة للمتغير المستقل.

استعمل التمثيل البياني الذي يمثل الدالة، لإيجاد قيم تقريبيّة لأصفارها، ثم أوجد هذه الأصفار جبريًّا.



* من الرسم: لمنحنى صفران عند $x=-3$ و $x=2.5$

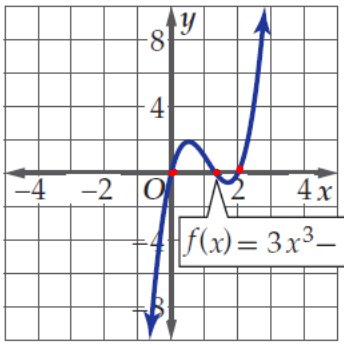
* الحل الجبري:

$2x^2+x-15=0$

$(2x-5)(x+3)=0$

إما $(2x-5)=0 \rightarrow x=\frac{5}{2}=2.5$

أو $(x+3)=0 \rightarrow x=-3$



من الرسم: لمنحنى 3 أصفار $x=0$ ، $x=1.4$ ، $x=2$

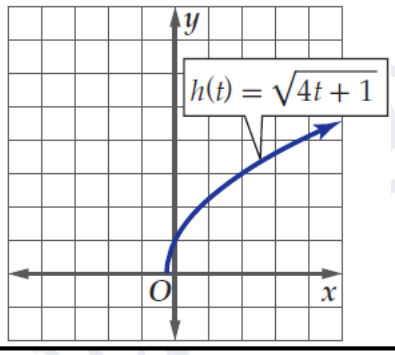
الحل الجبري:

$3x^3-10x^2+8x=0$

$x(3x^2-10x+8)=0$

$x(3x-4)(x-2)=0$

$x=0$ / $3x-4=0 \rightarrow x=\frac{4}{3}$ / $x-2=0 \rightarrow x=2$



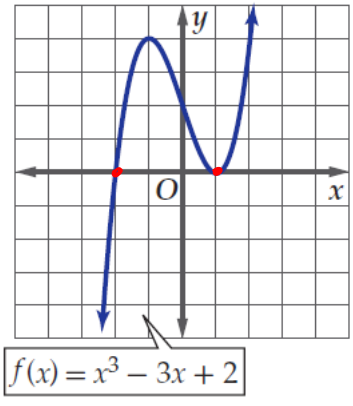
من الرسم: لمنحنى صفر واحد عند $t\approx -0.2$ تقريبًا

الحل الجبري:

$\sqrt{4t+1}=0$

$4t+1=0$

$t=\frac{-1}{4}$



* من الرسم: لمنحنى صفران، $x=-2$ / $x=1$

* الحل الجبري:

$x^3-3x+2=0$

بما أن $x=1$ صفر للدالة $\Rightarrow (x-1)$ عامل من عواملها

نستخدم القسمة التركيبية

	1	0	−3	2
1		1	1	−2
	1	1	−2	0

$x^3-3x+2=0$

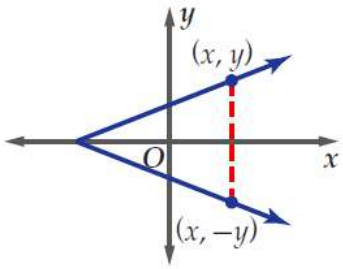
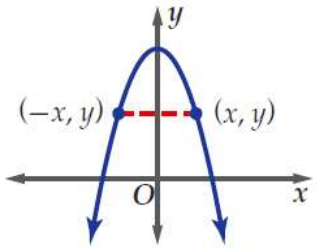
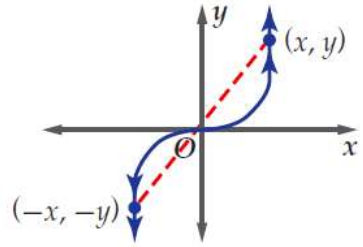
$(x-1)(x+2)(x-1)=0$

$\Rightarrow x^3-3x+2=(x-1)(x^2+x-2)=(x-1)(x+2)(x-1)$

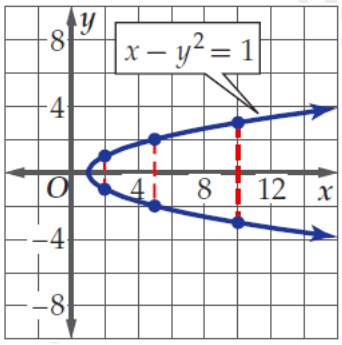
$\Rightarrow x=1$ ، $x=-2$ ، $x=1$

اختبار التناظر

مفهوم أساسي — اختبارات التماثل

اختبار التمثيل البياني	النموذج	الاختبار الجبري
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول المحور x، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(x, -y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة.
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول المحور y، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-x$ مكان x يعطي معادلة مكافئة.
يكون تمثيل العلاقة البياني متماثلًا حول نقطة الأصل، إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كانت النقطة (x, y) واقعة على التمثيل البياني، فإن النقطة $(-x, -y)$ تقع عليه أيضًا.		إذا كان تعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y يعطي معادلة مكافئة.

استعمل التمثيل البياني لاختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل. عزِّز إجابتك عدديًّا، ثم تحقّق منها جبريًّا.



* من الرسم نرى أنه الشكل متماثل حول محور x حيث أنه لكل (x,y) تقع على المنحنى يوجد (x,-y) تقع على المنحنى أيضاً

أمثلة عددية

x	1	1	5/2	5/2	10/3	10/3
y	1	-1	2	-2	3	-3

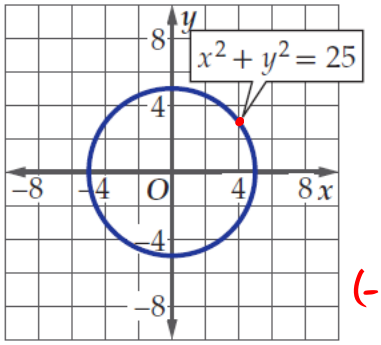
* جبرياً:

نرى أنه $x-(-y)^2=1$ من نفس المعادلة $x-y^2=1$

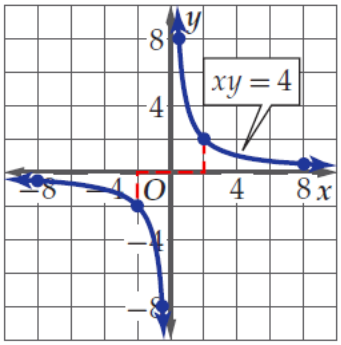
وبذلك يكون التمثيل البياني متماثل حول محور x

اختبار التناظر

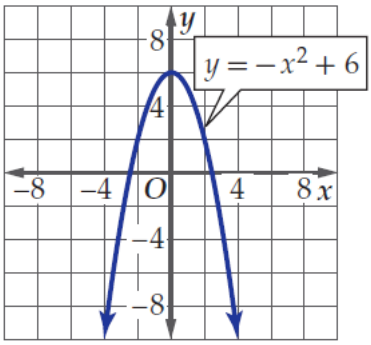
استعمل التمثيل البياني لاختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل.
عزِّز إجابتك عدديًّا، ثم تحقَّق منها جبريًّا.



* يتضح من الرسم أنه متماثل حول محور x لأن كل نقطة (x,y) تقع على المنحنى فإن النقطة $(x,-y)$ تقع أيضاً على المنحنى
وكذلك متماثل حول محور y لأن كل نقطة (x,y) تقع على المنحنى فإن النقطة $(-x,y)$ تقع أيضاً على المنحنى / أمثلة عددية $(4,3)$ $(4,-3)$ $(-4,3)$
* جبرياً $x^2+(-y)^2=0$ هي نفسها $x^2+y^2=0$ ← متماثل حول محور x
$(-x)^2+y^2=0$ هي نفسها $x^2+y^2=0$ ← متماثل حول محور y



* يتضح من الرسم أنه متناظر حول نقطة الأصل
حيث أنه لكل نقطة (x,y) تقع على المنحنى فإن $(-x,-y)$ تقع أيضاً على المنحنى
* أمثلة عددية $(1,1)$ ، $(4,1)$ / $(-1,-1)$ $(-4,-1)$
* جبرياً التعبير $xy=4$ صورته $(-x)(-y)=4$
بالتالي المنحنى متماثل حول نقطة الأصل



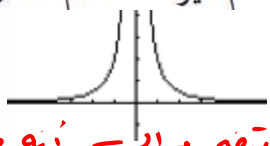
* يتضح من الرسم أنه متماثل حول محور y حيث أنه لكل نقطة (x,y) تقع على المنحنى فإن $(-x,y)$ تقع أيضاً على المنحنى
* أمثلة عددية ← $(2,4)$ ، $(1,5)$ / $(-2,4)$ ، $(-1,5)$
* جبرياً : التعبير $y=-x^2+6$ صورته $y=-(-x)^2+6$
وبالتالي فإن المنحنى متناظر حول محور y

مفهوم أساسي — الدوال الزوجية والدوال الفردية

نوع الدالة	الاختبار الجبري
تُسمى الدوال المتماثلة حول المحور y الدوال الزوجية.	لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = f(x)$.
تُسمى الدوال المتماثلة حول نقطة الأصل الدوال الفردية.	لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = -f(x)$.

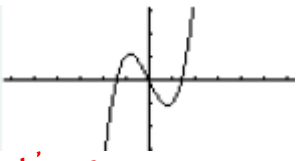
استعمل الحاسبة البيانية لتمثل كل دالة مما يأتي بيانيًّا. ثمَّ حلّل منحناها لتحدّد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

$f(x) = \frac{2}{x^2}$



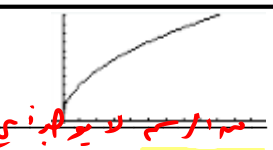
* من الرسم يتضح أنه متماثل حول محور y يعني الدالة زوجية
* جبرياً /
$f(-x) = \frac{2}{(-x)^2}$
$= \frac{2}{x^2} = f(x)$
زوجية

$f(x) = x^3 - 2x$



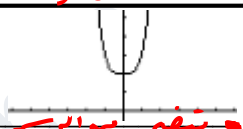
* من الرسم يتضح أنه متماثل حول نقطة الأصل يعني الدالة فردية
* جبرياً:
$f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)$
$= -x^3 + 2x$
$= -[x^3 - 2x] = -f(x)$
فردية

$g(x) = 4\sqrt{x}$



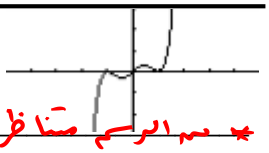
من الرسم لا يوجد تماثل يعني الدالة ليست زوجية وليست فردية
جبرياً /
$f(-x) = 4\sqrt{-x}$
$\neq f(x) \neq -f(x)$
ليست زوجية وليست فردية

$f(x) = x^4 + 2$



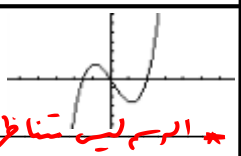
* يتضح من الرسم أنه متماثل حول محور y يعني الدالة زوجية
* جبرياً /
$f(-x) = (-x)^4 + 2$
$= x^4 + 2 = f(x)$
زوجية

$h(x) = x^5 - 2x^3 + x$



* من الرسم متماثل حول نقطة الأصل يعني الدالة فردية
* جبرياً /
$f(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + (-x)$
$= -x^5 + 2x^3 - x$
$= -[x^5 - 2x^3 + x] = -f(x)$
فردية

$f(x) = x^3 - 0.5x^2 - 3x$



* الرسم ليس متماثل يعني الدالة ليست زوجية وليست فردية
* جبرياً /
$f(-x) = (-x)^3 - 0.5(-x)^2 - 3(-x)$
$= -x^3 - 0.5x^2 + 3x \neq f(x) \neq -f(x)$
ليست زوجية وليست فردية