تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل تمثيل دوال sine و cosine بيانياً

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العام

روابط مواد الصف الثاني عشر العام على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العام والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	مراجعة عامة قبل امتحان نهاية الفصل الأول من
2	التوزيع الزمني للفصل الاول
3	الدوال من منظور التفاضل والتكامل
4	اسئلة اختيار متعدد
5	امسات رياضيات

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook12GEN
قناة شرح فيديو رياضيات 12 عام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

ورقة عمل الثاني عشر العام | 4-4 تمثيل دوال sine و cosine بيانيا | الاسم:_____

نواتج التعلّم: 1- تمثيل التحويلات لدوال الـ sine و cosine بيانيا. 2- استخدام دوال الـ sine لحل المسائل.

خصائص دالة الـ sine و cosine

دالة الـ cosine

المدى : $[-1, 1]$ المجال : $(-\infty, \infty)$

مقطع y : 1

مقطع x : $\frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال : continuous on $(-\infty, \infty)$

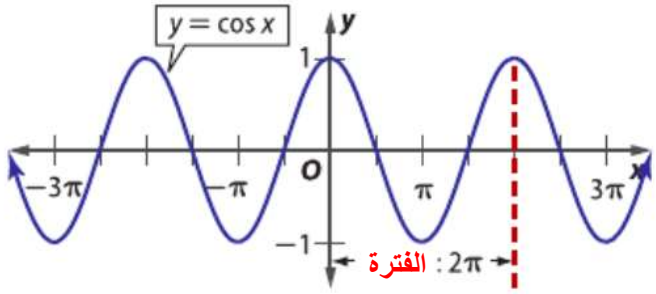
التناظر : y-axis (even function)

القيم القصوى : maximum of 1 at $x = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

minimum of -1 at $x = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي : $\lim_{x\to-\infty} \cos x$ and $\lim_{x\to\infty} \cos x$ do not exist.

التذبذب : between -1 and 1



دالة الـ sine

المدى : $[-1, 1]$ المجال : $(-\infty, \infty)$

مقطع y : 0

مقطع x : $n\pi, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال : continuous on $(-\infty, \infty)$

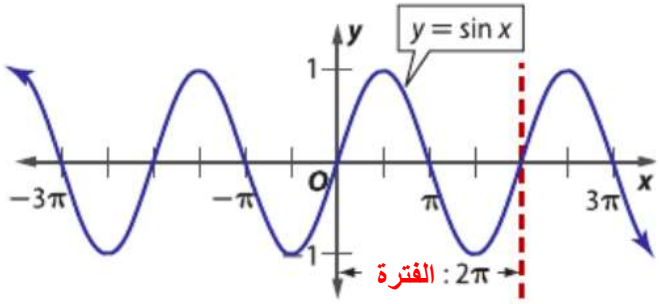
التناظر : origin (odd function)

القيم القصوى : maximum of 1 at $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

minimum of -1 at $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي : $\lim_{x\to-\infty} \sin x$ and $\lim_{x\to\infty} \sin x$ do not exist.

التذبذب : between -1 and 1



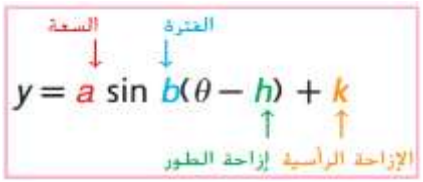
سعة منحنى دالة الجيب أو دالة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.

التمثيل البياني للدوال المثلثية في صورتها العامة : $y = a \sin b\theta$, $y = a \cos b\theta$

سعتها $|a|$، وطول دورتها (فترتها) $\frac{2\pi}{|b|}$.

يتم وصف موجات الصوت عادة باستخدام **التردد**، وهو عدد الدورات في وحدة الزمن. ولإيجاد تردد التمثيل البياني لدالة نجد مقلوب طول الدورة

$$\text{التردد} = \frac{1}{\text{طول الدورة}}$$



نقاط التقاطع مع المحور الأفقي

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right)$

تغيير الأبعاد (التمدّد) الرأسي بمقياس التمثيل البياني للدوال الجيبية (sinusoid)

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم جد سعة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على محاور الإحداثيات نفسها.

Describe how the graphs of $f(x)$ and $g(x)$ are related. Then find the amplitude of $g(x)$, and sketch two periods of both functions on the same coordinate axes.

$f(x) = \sin x$

الفترة = 2π (x نقاط تقاطع ← $0, \pi, 2\pi, \ldots$

$g(x) = \frac{1}{4}\sin x$

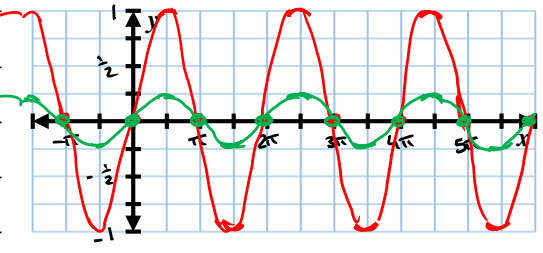
السعة = $\frac{1}{4}$

الفترة = 2π

نقاط تقاطع x = $0, \pi, 2\pi, \ldots$

$f(x)$ تحصل على منحنى $g(x)$ بـ

وذلك بعد الانكماش الرأسي بعامل $\frac{1}{4}$



$f(x) = \cos x$

$g(x) = \frac{1}{3}\cos x$

السعة = 1 (الفترة = 2π (نقاط تقاطع x ← $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$

السعة = $\frac{1}{3}$

الفترة = 2π

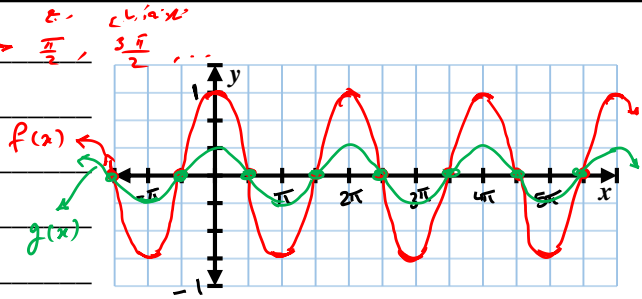
نقاط التقاطع = نقاط تقاطع $f(x)$ مع محور السينات ، منتصف المسافة بين كل نقطتين متتاليتين

$\frac{1}{4}(2\pi)$ ، $\frac{3}{4}(2\pi)$

$\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$

$f(x)$ تحصل على $g(x)$

وذلك بعد الانكماش الرأسي بعامل $\frac{1}{3}$



$f(x) = \cos x$

$g(x) = 2\cos x$

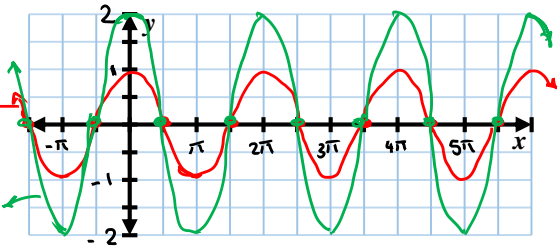
السعة = 2

الفترة = 2π

نقاط التقاطع x = $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots$

$f(x)$ تحصل على $g(x)$

وذلك بالتمدد الرأسي معامله 2



$f(x) = \sin x$

$g(x) = 5\sin x$

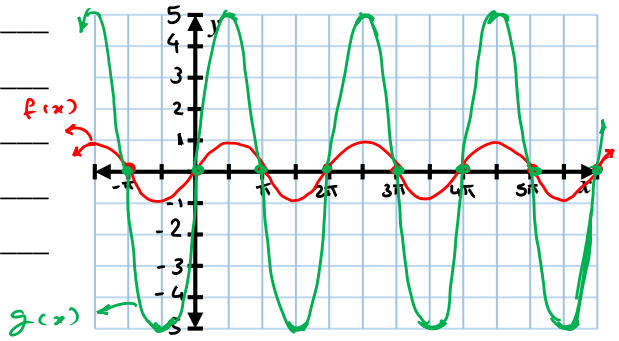
السعة = 5

الفترة = 2π

نقاط التقاطع x ← $0, \pi, 2\pi$

$f(x)$ تحصل على $g(x)$

وذلك بالتمدد الرأسي الذي معامله 5



انعكاس التمثيل البياني للدوال الجيبية (sinusoid)

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم جد سعة $g(x)$، وارسم فترتين لكلتا الدالتين على محاور الإحداثيات نفسها.

Describe how the graphs of $f(x)$ and $g(x)$ are related. Then find the amplitude of $g(x)$, and sketch two periods of both functions on the same coordinate axes.

$f(x) = \cos x$

$g(x) = -3\cos x$ ←

السعة $= |-3| = 3$

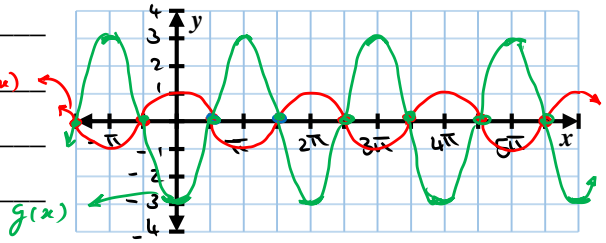
الفترة $= 2\pi$

نقاط التقاطع مع x ← $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$ ....

$f(x)$ تحصل على $g(x)$ بـ

وذلك بعد المدد الرأسي الذي معامله 3

ثم الانعكاس في محور x



$f(x) = \cos x$

$g(x) = -\frac{1}{5}\cos x$

السعة $= \left|-\frac{1}{5}\right| = \frac{1}{5}$

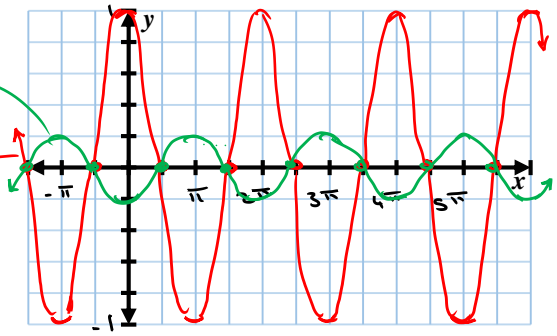
الفترة $= 2\pi$

نقاط تقاطع x ← $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$

$f(x)$ تحصل على $g(x)$ بـ

وذلك بالانكماش الرأسي الذي معامله $\frac{1}{5}$

ثم الانعكاس في محور x



$f(x) = \sin x$

$g(x) = -4\sin x$

السعة $= |-4| = 4$

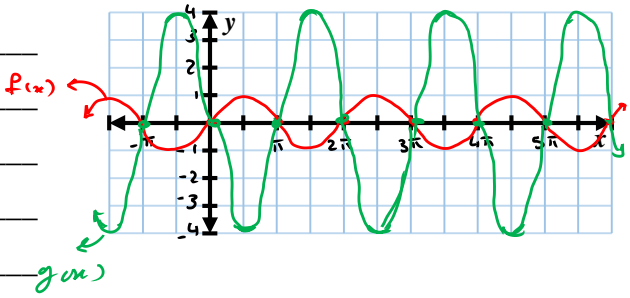
الفترة $= 2\pi$

نقاط تقاطع x ← $0, \pi, 2\pi$

$f(x)$ تحصل على $g(x)$ بـ

وذلك بمدد المدد الرأسي الذي معامله 4

ثم انعكاس في محور x



تمثيل التوسع الأفقي للدوال الجيبية (sinusoid) بيانيًا

صف كيف أن التمثيلات البيانية الخاصة بـ $f(x)$ و $g(x)$ مترابطة. ثم جد دورة $g(x)$، وارسم على الأقل دورة واحدة لكل دالة على المحاور الإحداثية نفسها.

Describe how the graphs of $f(x)$ and $g(x)$ are related. Then find the period of $g(x)$, and sketch at least one period of each function on the same coordinate axes.

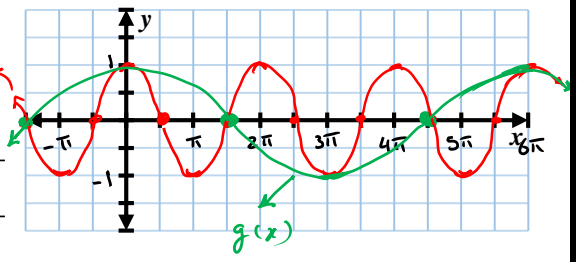
$f(x) = \cos x$

$g(x) = \cos \frac{x}{3}$ ←

السعة = 1

الفترة = $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$

نقاط التقاطع ← بداية الدورة ، $\frac{1}{4}(6\pi)$ ، $\frac{3}{4}(6\pi)$ ، $\frac{3\pi}{2}$ ، $\frac{9\pi}{2}$



$f(x)$ تصل على $g(x)$ وتدل على التمدد الأفقي الذي معامله (3)

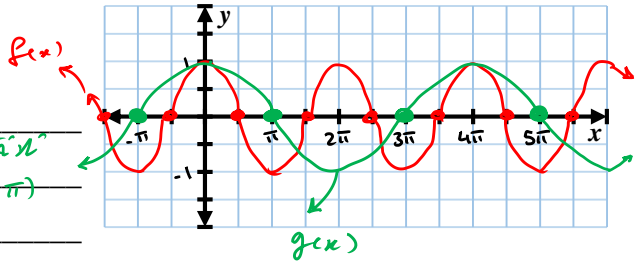
$f(x) = \cos x$

$g(x) = \cos \frac{x}{2}$ ←

السعة = 1

الفترة = $\frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$

نقاط تقاطع x ← بداية الدورة ، $\frac{1}{4}(4\pi)$ ، $\frac{3}{4}(4\pi)$ ، π ، 3π



$f(x)$ تصل على $g(x)$ وتدل على التمدد الأفقي الذي معامله (4)

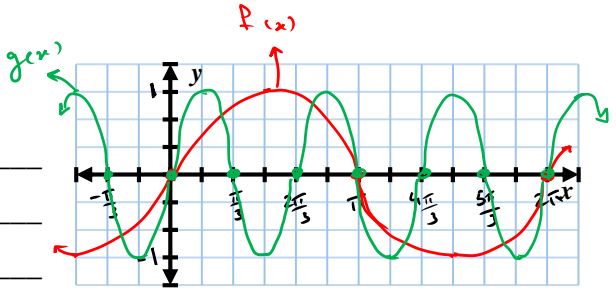
$f(x) = \sin x$

$g(x) = \sin 3x$ ←

السعة = 1

الفترة = $\frac{2\pi}{3}$

نقاط تقاطع x ← 0 ، $\frac{1}{2}(\frac{2\pi}{3})$ ، $\frac{2\pi}{3}$ ، 0 ، $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{2\pi}{3}$



$f(x)$ تصل على $g(x)$ وتدل على التكمش الأفقي الذي معامله $(\frac{1}{3})$

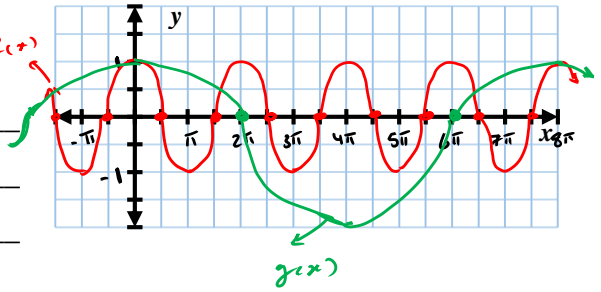
$f(x) = \cos x$

$g(x) = \cos \frac{1}{4}x$ ←

السعة = 1

الفترة = $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$

نقاط التقاطع x ← $\frac{1}{4}(8\pi)$ ، $\frac{3}{4}(8\pi)$ ، 2π ، 6π



$f(x)$ تصل على $g(x)$ وتدل على التمدد الأفقي الذي معامله (4)

استخدام التردد لكتابة الدالة الجيبية

الموسيقى تصنف النوتات الموسيقية وفقا للتردد. وضمن المقياس المخفف ذاته، يمثل الوسط C التردد 262 هيرتز. استخدم هذه المعلومات والمعلومات التي باليسار لكتابة معادلة دالة الـ sine التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بالوسط C وذات سعة 0.2 .

MUSIC Musical notes are classified by frequency. In the equal tempered scale, middle C has a frequency of 262 hertz. Use this information and the information at the left to write an equation for a sine function that can be used to model the initial behavior of the sound wave associated with middle C having an amplitude of 0.2.

$|a| = 0.2 \Rightarrow a = \mp 0.2$

الفترة = المدى $= \frac{1}{\text{التردد}} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{\text{التردد}} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{262} \Rightarrow |b| = 524\pi \Rightarrow b = \mp 524\pi$

$\Rightarrow y = a \sin bt$

$y = 0.2 \sin (524\pi) t$

هذه أحد الدوال

almanahj.com
المناهج الإماراتية

الموسيقى في نفس المقياس. مفتاح C الذي فوق مفتاح الوسط C له تردد تكراري 524 هيرتز. اكتب معادلة لدالة الـ sine التي يمكن استخدامها لتمثيل السلوك الأولي من الموجة الصوتية المرتبطة بمفتاح C هذا الذي له سعة 0.1 .

MUSIC In the same scale, the C above middle C has a frequency of 524 hertz. Write an equation for a sine function that can be used to model the initial behavior of the sound wave associated with this C having an amplitude of 0.1.

$|a| = 0.1 \Rightarrow a = \mp 0.1$

الفترة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{\text{التردد}} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{524} \Rightarrow |b| = 1048\pi \Rightarrow b = \mp 1048\pi$

$\Rightarrow y = a \sin bt$

$\Rightarrow y = 0.1 \sin 1048\pi t$

هذه أحد الدوال

تمثيل الإزاحة الأفقية للدوال الجيبية (sinusoid) بيانيا

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل بيانيًا دورتين للدالة.

State the amplitude, period, frequency, and phase shift of each function. Then graph two periods of the function.

$$y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

السعة = 1

الدورة = $\frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{6}$

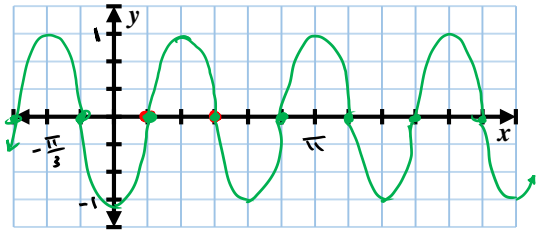
التكرار = $\frac{3}{2\pi}$

إزاحة الطور $\Rightarrow 3x - \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2(3)} = \frac{\pi}{6}$

نقاط تقاطع x $\Rightarrow$ 0 ، $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{2\pi}{3}$

$0 + \frac{\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ ، $\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{3\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$



$$y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

السعة = 1

الفترة = $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \Rightarrow$ التكرار = $\frac{1}{4\pi}$

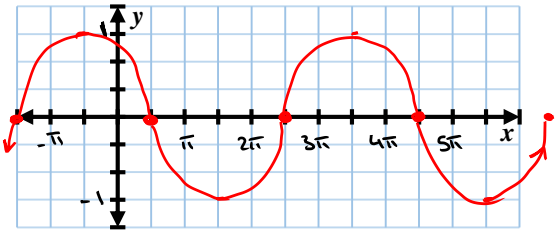
إزاحة الطور $\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}(2) = -\frac{\pi}{2}$

نقاط تقاطع x $\Rightarrow$ $\frac{1}{4}(4\pi)$ ، $\frac{3}{4}(4\pi)$

π ، 3π

تقاطع x $\Rightarrow$ $\pi - \frac{\pi}{2}$ ، $3\pi - \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{5\pi}{2}$



$$y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$$

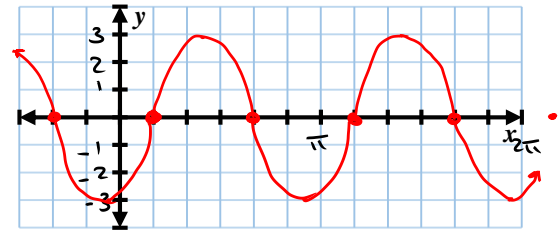
السعة = 3

الفترة = $\frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow$ التكرار = $\frac{1}{\pi}$

إزاحة الطور $\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3(2)} = \frac{\pi}{6}$

نقاط تقاطع محور x $\Rightarrow$ $0 + \frac{\pi}{6}$ ، $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{6} + \pi$

$\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{4\pi}{6}$ ، $\frac{7\pi}{6}$



تمثيل الإزاحة الرأسية للدوال الجيبية (sinusoid) بيانيا

حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل بيانيًا دورتين للدالة.

State the amplitude, period, frequency, phase shift, and vertical shift of each function. Then graph two periods of the function.

$$y = \sin(x + 2\pi) - 1$$

السعة = 1

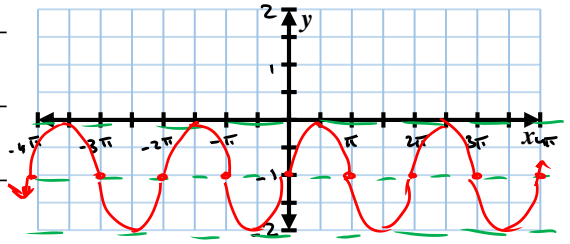
الدورة = $\frac{2\pi}{1} = 2\pi$ ⇒ التكرار = $\frac{1}{2\pi}$

إزاحة الطور ⇒ $x + 2\pi = 0 \Rightarrow x = -2\pi$

الإزاحة الرأسية ⇒ -1 ⇒ خط المتوسط ⇒ $y = -1$

نقاط التقاطع مع خط المتوسط ⇒ $0 - 2\pi$, $\pi - 2\pi$, $2\pi - 2\pi$

-2π , $-\pi$, 0



$$y = 2\cos x + 1$$

السعة = 2

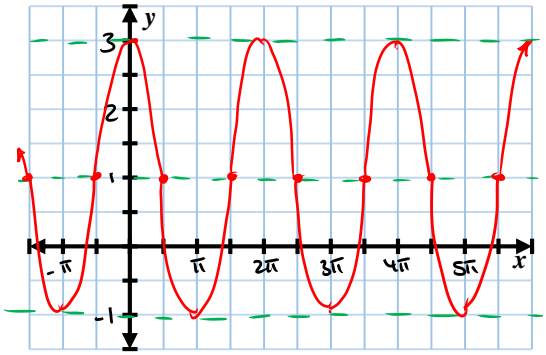
الدورة = 2π التكرار = $\frac{1}{2\pi}$

إزاحة الطور = 0

الإزاحة الرأسية = 1 ⇒ خط المتوسط ⇒ $y = 1$

نقاط تقاطع خط المتوسط ⇒ $\frac{1}{4}(2\pi)$, $\frac{3}{4}(2\pi)$

$\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$



$$y = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{2}\right) - 3$$

السعة = $\frac{1}{2}$

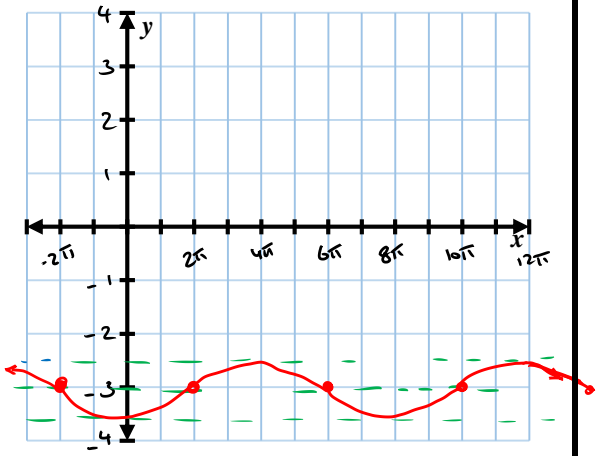
الدورة = $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ ⇒ التكرار = $\frac{1}{8\pi}$

إزاحة الطور ⇒ $\frac{x}{4} - \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}(4) = 2\pi$

الإزاحة الرأسية = -3 ⇒ خط المتوسط ⇒ $y = -3$

نقاط تقاطع خط المتوسط ⇒ $0 + 2\pi$, $4\pi + 2\pi$, $8\pi + 2\pi$

2π , 6π , 10π



تمثيل البيانات باستخدام الدوال الجيبية (sinusoid)

الأرصاد الجوية استخدم المعلومات الموجودة على اليسار لكتابة دالة جيبية تمثل عدد ساعات النهار في مدينة نيويورك كدالة زمن x بحيث $x = 1$ تمثل 15 يناير و $x = 2$ تمثل 15 فبراير وهكذا. ثم استخدم تمثيلك لتقدير عدد ساعات النهار في 30 سبتمبر في نيويورك.

عدد ساعات النهار في الخامس عشر من كل شهر في مدينة نيويورك.

Month	Hours of Daylight
January	9.58
February	10.67
March	11.9
April	13.3
May	14.43
June	15.07
July	14.8
August	13.8
September	12.48
October	11.15
November	9.9
December	9.27

Source: U.S. Naval Observatory

METEOROLOGY Use the information at the left to write a sinusoidal function that models the number of hours of daylight for New York City as a function of time x, where $x = 1$ represents January 15, $x = 2$ represents February 15, and so on. Then use your model to estimate the number of hours of daylight on September 30 in New York City.

سوف نستخدم صيغة الدالة $y = a\cos(bx+c)+d$

السعة $= \frac{1}{2}(\text{عظمى} - \text{صغرى}) = \frac{1}{2}(15.07 - 9.27) = 2.9 \Rightarrow a = 2.9$

الإزاحة الرأسية $= \frac{1}{2}(15.07 + 9.27) = 12.17 \Rightarrow d = 12.17$

طول القوس $= 2|\text{عظمى}_x - \text{صغرى}_x| = 2|6 - 12| = 12$

القوس $= \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 12 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{12} \Rightarrow b = \pm\frac{\pi}{6}$

الإزاحة الأفقية $\rightarrow 6 \rightarrow$ العظمى في المسألة الأولى عند $x = 6$

$bx + c = 0$

$x = \frac{-c}{b} = 6 \Rightarrow c = -6b = -6\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\pi$

$\Rightarrow y = 2.9\cos\left(\frac{\pi}{6}x - \pi\right) + 12.17$

سبتمبر $= 9$
أكتوبر $= 10$
سبتمبر $30 = 9.5$

$\Rightarrow y = 2.9\cos\left(\frac{\pi}{6}(9.5) - \pi\right) + 12.17 = 11.42$ درجة

الأرصاد الجوية متوسط درجات الحرارة الشهرية في سياتل، واشنطن، موضحة أدناه.

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
درجة الحرارة (°)	41	44	47	50	56	61	65	66	61	54	46	42

اكتب دالة تمثل درجات الحرارة الشهرية، باستخدام $x = 1$ لتمثل شهر يناير.

وفقًا لنموذجك، ما متوسط درجة الحرارة الشهرية في سياتل في شهر فبراير؟

السعة $= \frac{1}{2}(66 - 41) = 12.5 \Rightarrow a = 12.5$

الإزاحة الرأسية $d \rightarrow \frac{1}{2}(66 + 41) = 53.5 \Rightarrow d = 53.5$

الدورة $= 2(8 - 1) = 14 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 14 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7}$

الإزاحة الأفقية $= 8 \Rightarrow bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-c}{b} \Rightarrow \frac{-c}{b} = 8 \Rightarrow c = -8b = -8\left(\frac{\pi}{7}\right) = \frac{-8\pi}{7}$

$\Rightarrow y = 12.5\cos\left(\frac{\pi}{7}x - \frac{8\pi}{7}\right) + 53.5$

شهر فبراير $\Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 12.5\cos\left(\frac{\pi}{7}(2) - \frac{8\pi}{7}\right) + 53.5 = 42.237$ درجة