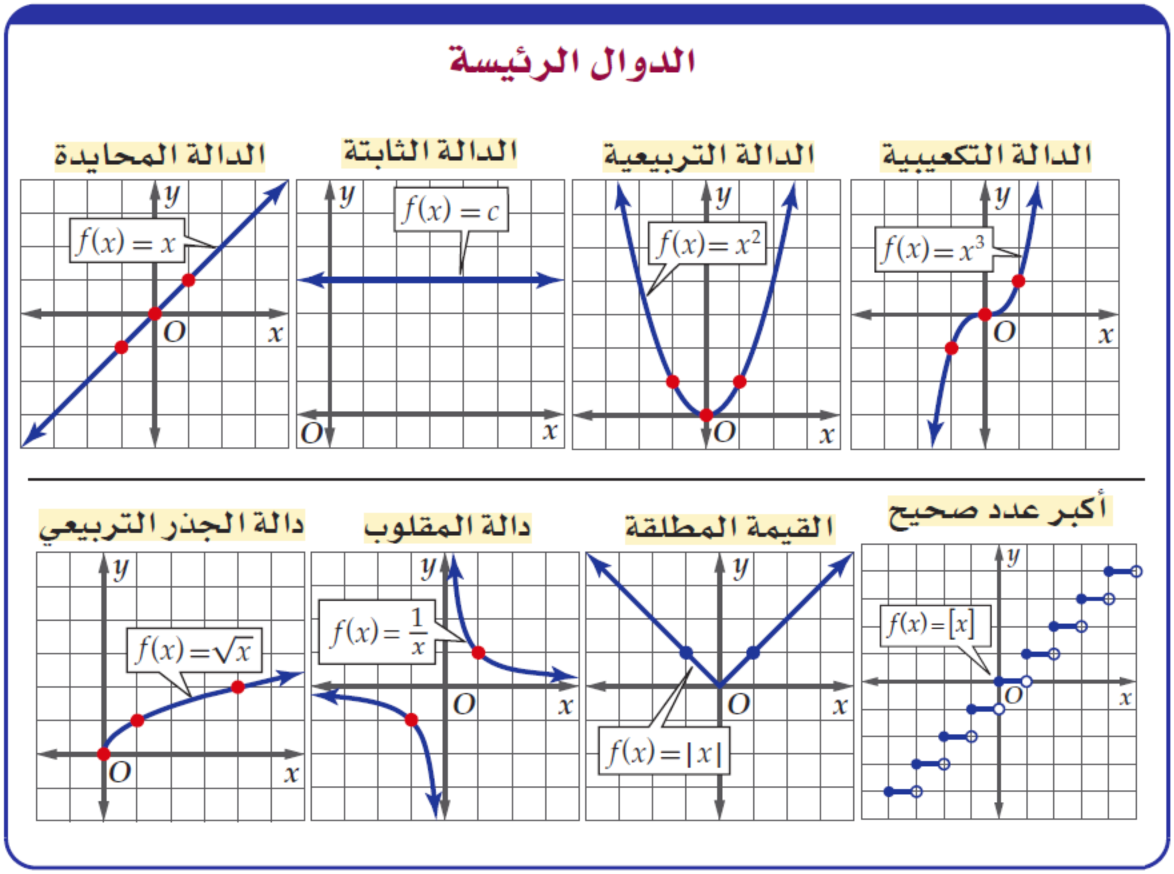
ورقة عمل الثاني عشر العام **1-5** الدوال الأصلية والتحويلات الاسم:____________

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- تحليل الدوال الأصلية وتمثيلها بيانيا ووصفها. 2- تحديد التحويلات للدوال الأصلية وتمثيلها بيانيا.

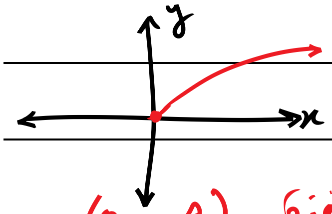
الدوال الرئيسة



وصف خصائص الدالة الأصلية

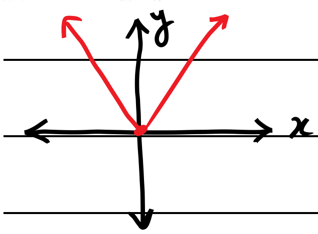
صف الخصائص التالية للتمثيل البياني للدالة الأصلية: المجال والمدى والتقاطعات والتماثل والاتصال والسلوك الطرفي وفترات تزايد/تناقص التمثيل البياني.

$f(x) = \sqrt{x}$



* المجال $[0,\infty)$ ، المدى $[0,\infty)$
* تقطع محور x ونفسه تقطع y عند 0 $(0,0)$
* المنحنى ليس متماثل لذا فإن الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* المنحنى متصل عند جميع قيم المجال.
* يبدأ المنحنى عند $x=0$ ، $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$
* المنحنى متزايد في الفترة $(0,\infty)$

$f(x) = |x|$

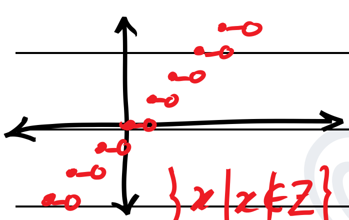


* المجال R / المدى $[0,\infty)$
* للدالة مقطع واحد نقطة عند $(0,0)$
* الرسم متماثل حول محور y فإنها زوجية
* الدالة متصلة عند جميع قيم المجال
* $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

الدالة متناقصة في الفترة $(-\infty,0)$ ومتزايدة في الفترة $(0,\infty)$

$f(x) = [x]$

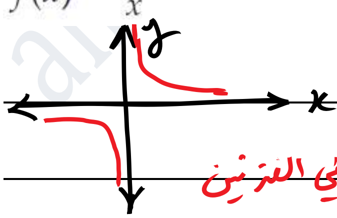


* المجال R / المدى Z
* الدالة تقطع محور y عند $(0,0)$ / وتقطع محور x عند $\{x \mid 0\le x<1, x\in R\}$
* الرسم غير متماثل لذا فالدالة ليست زوجية وليست فردية
* للدالة انفصال قفزي عند $\{x \mid x\in Z\}$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

* الدالة ثابتة عند $\{x \mid x\notin Z\}$ ومتزايدة عند $\{x \mid x\in Z\}$

$f(x) = \frac{1}{x}$



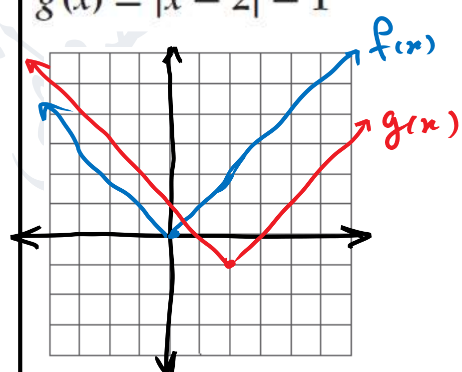
* المجال $\{x \mid x\neq 0, x\in R\}$
* المدى $\{y \mid y\neq 0, y\in R\}$
* المنحنى لا يقطع أيًا من محوري x, y
* منحنى الدالة متماثل حول نقطة الأصل ولذلك فهي دالة فردية
* للدالة انفصال لا نهائي عند $x=0$
* $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$
* الدالة متناقصة في الفترتين $(0,\infty)$ ، $(-\infty,0)$

إزاحة التمثيل البياني

الإزاحة الأفقية	الإزاحة الرأسية
منحنى $g(x) = f(x-h)$ هو منحنى $f(x)$ مزاحًا:	منحنى $g(x) = f(x) + k$ هو منحنى $f(x)$ مزاحًا:
• h من الوحدات إلى اليمين عندما $h > 0$.	• k وحدة إلى أعلى عندما $k > 0$.
• $\|h\|$ من الوحدات إلى اليسار عندما $h < 0$.	• $\|k\|$ من الوحدات إلى أسفل عندما $k < 0$.

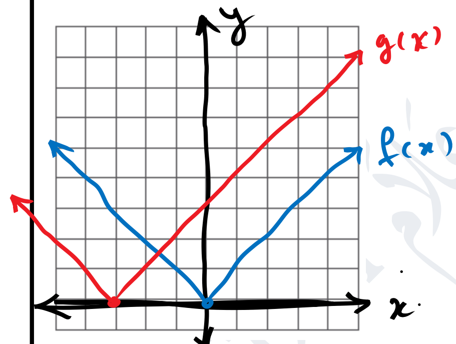
استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = |x|$ لتمثيل كلّ دالة من الدوال الآتية بيانيًّا:

$g(x) = |x - 2| - 1$



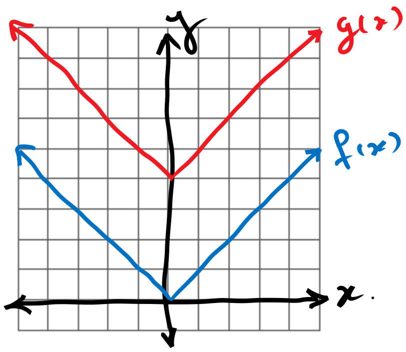
منحنى الدالة g(x) هو منحنى الدالة f(x)=|x| بعد إزاحة 2 لليمين ، 1 للأسفل

$g(x) = |x + 3|$



منحنى الدالة g(x) هو منحنى f(x)=|x| بعد إزاحته 3 وحدات لليسار

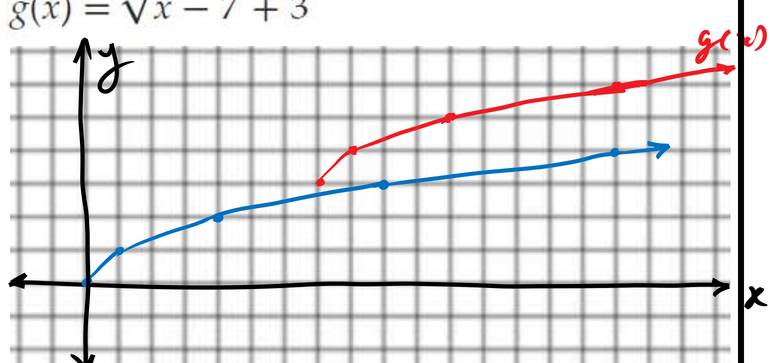
$g(x) = |x| + 4$



منحنى الدالة g(x) هو منحنى الدالة f(x)=|x| بعد إزاحته 4 وحدات لأعلى.

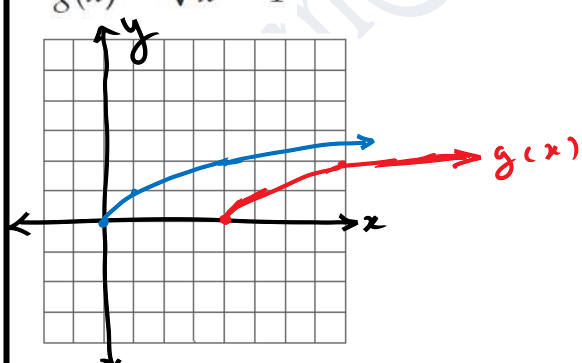
استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = \sqrt{x}$ لتمثيل كل من الدالتين الآتيتين:

$g(x) = \sqrt{x - 7} + 3$



منحنى الدالة g(x) هو منحنى f(x) بعد إزاحة 7 وحدات يمين ثم 3 لأعلى.

$g(x) = \sqrt{x - 4}$



منحنى الدالة g(x) هو منحنى الدالة f(x) بعد إزاحة 4 وحدات لليمين

كتابة معادلات للتحويلات

الانعكاس حول المحورين الإحداثيين

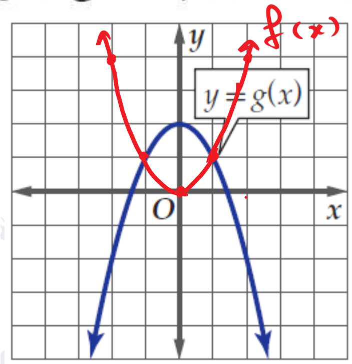
الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور x.

الانعكاس حول المحور y

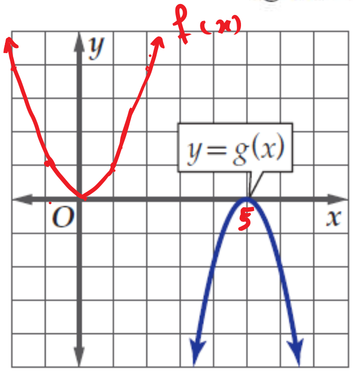
منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y.

صف العلاقة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2$ ومنحنى $g(x)$ في كل مما يأتي، ثم اكتب معادلة $g(x)$:



منحنى الدالة $g(x)$ هو انعكاس في محور x ثم إزاحة للأعلى 2 وحدة

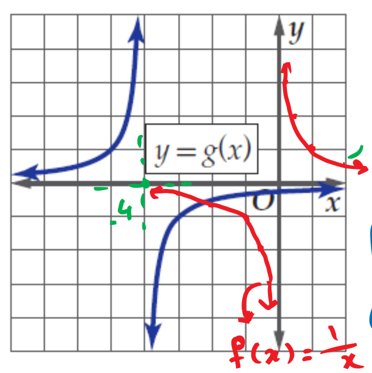
$\Rightarrow \boxed{g(x) = -x^2 + 2}$



منحنى الدالة $g(x)$ هو إزاحة 5 وحدات يمين و انعكاس في محور x

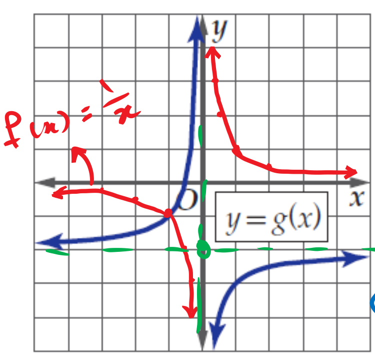
$\Rightarrow \boxed{g(x) = -(x-5)^2}$

صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



منحنى الدالة $g(x)$ هو انعكاس في محور x ثم إزاحة 4 وحدات يسار

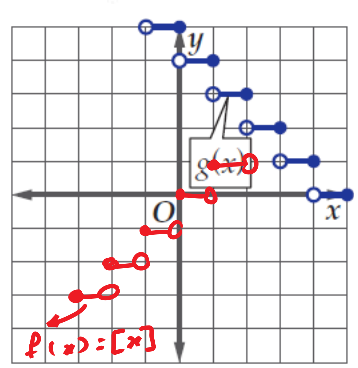
$\boxed{g(x) = -\frac{1}{(x+4)}}$



منحنى الدالة $g(x)$ هو انعكاس في محور x ثم إزاحة 2 للأسفل

$\boxed{g(x) = -\frac{1}{x} - 2}$

صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = [x]$ و $g(x)$ في كلٍّ من الحالتين الآتيتين، ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$.



حل ①: انعكاس في محور y ثم إزاحة 5 يمين

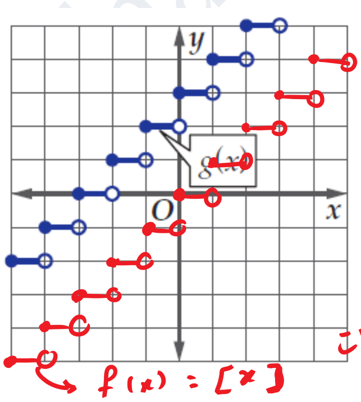
$\Rightarrow g(x) = [-(x-5)]$

حل ②: إزاحة 5 يسار ثم انعكاس في محور y

$\Rightarrow g(x) = [-x+5]$

حل ③: انعكاس في محور y ثم إزاحة 5 للأعلى

$\Rightarrow g(x) = [-x] + 5$



منحنى الدالة $g(x)$ هو إزاحة 3 وحدات لليسار

$g(x) = [x+3]$

حل آخر: إزاحة للأعلى 3 وحدات

$\Rightarrow g(x) = [x] + 3$

وصف التحويلات وتمثيلها بيانيا

مفهوم أساسي: التمدد الرأسي والتمدد الأفقي

التمدد الرأسي

إذا كان a عددًا حقيقيًّا موجبًا، فإن منحنى الدالة $g(x) = a\,f(x)$ هو:

- توسع رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $a > 1$.
- تضيق رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $0 < a < 1$

انكماش (ضغط)

التمدد الأفقي

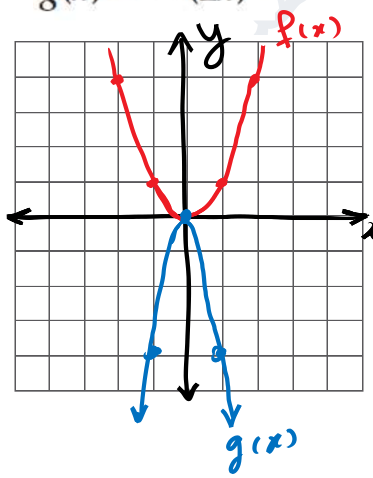
إذا كان a عددًا حقيقيًّا موجبًا، فإن منحنى الدالة $g(x) = f(ax)$ هو:

انكماش (ضغط)

- تضيق أفقي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $a > 1$.
- توسع أفقي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $0 < a < 1$

عيِّن الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مما يأتي، ثم صف العلاقة بين المنحنيين، ومثلهما بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

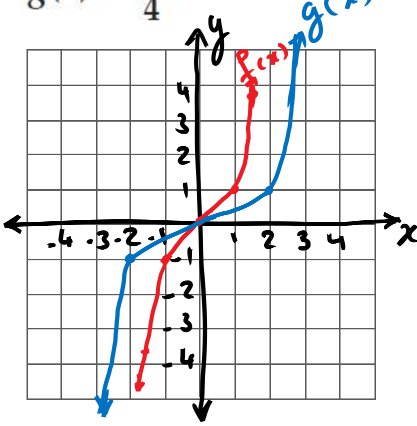
$g(x) = -(2x)^2$



منحنى الدالة $g(x)$ هو انكماش أفقي ثم انعكاس في محور x للدالة $f(x) = x^2$

$\boxed{2 > 1}$

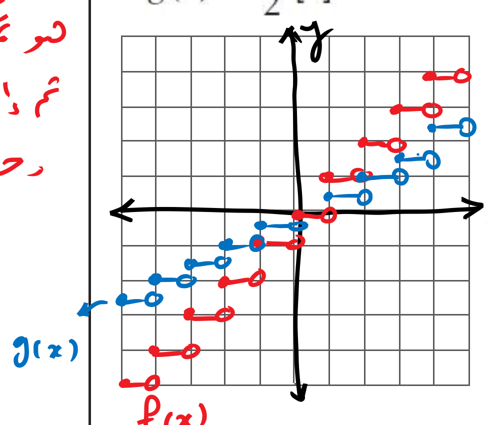
$g(x) = \frac{1}{4}x^3$



منحنى الدالة $g(x)$ هو انكماش رأسي للدالة $f(x) = x^3$

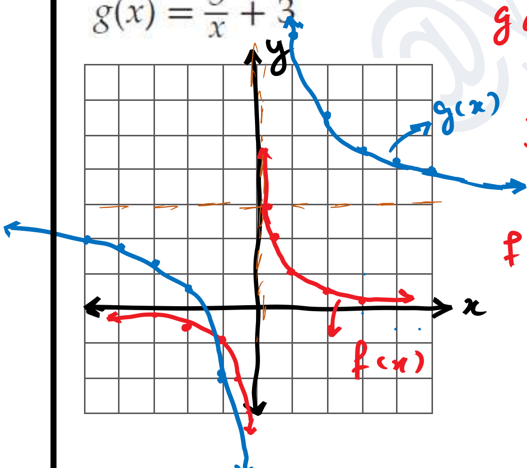
$0 < \frac{1}{4} < 1$ لأن

$g(x) = \frac{1}{2}[x]$



منحنى الدالة $g(x)$ هو انكماش رأسي للدالة $f(x) = [x]$

$g(x) = \frac{5}{x} + 3$



منحنى الدالة $g(x)$ هو تمدد رأسي ثم إزاحة لأعلى 3 وحدات للدالة $f(x) = \frac{1}{x}$

التمثيل البياني لدالة متعددة التعريف

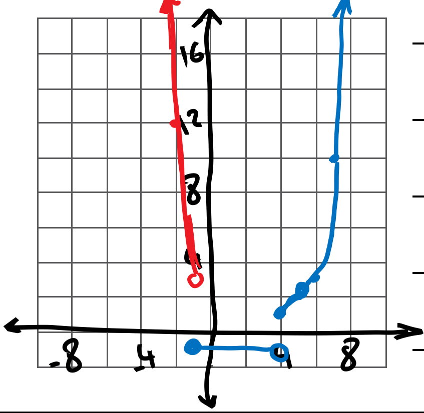
مثّل الدالة بيانيًا:

$$f(x)=\begin{cases}3x^2 & , \; x<-1\\ -1 & , \; -1\le x<4\\ (x-5)^3+2 & , \; x\ge 4\end{cases}$$

x	-4	-3	-2	-1
y	48	27	12	3

x	-1	2	4
y	-1	-1	-1

x	4	5	6	7	8	...
y	1	2	3	10	29	

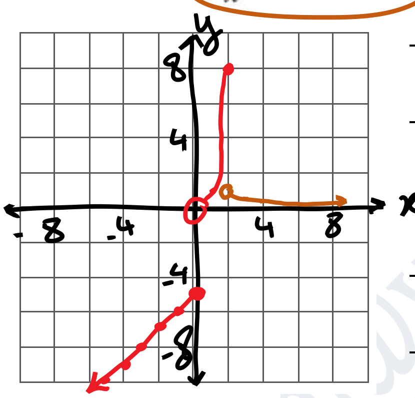


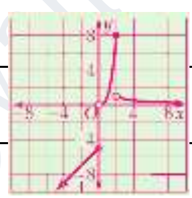
$$g(x)=\begin{cases}x-5 & , \; x\le 0\\ x^3 & , \; 0<x\le 2\\ \frac{2}{x} & , \; x>2\end{cases}$$

x	0	-1	-2	-3
y	-5	-6	-7	-8

x	0	1	2
y	0	1	8

x	2	3	4	5
y	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$



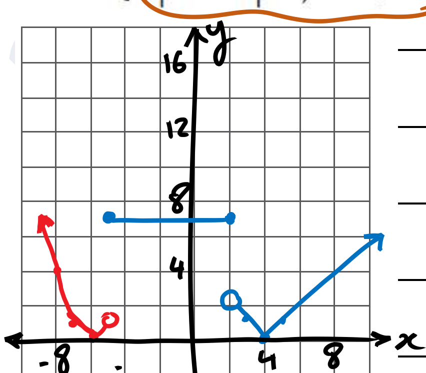


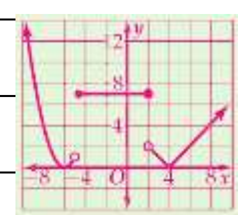
$$h(x)=\begin{cases}(x+6)^2 & , \; x<-5\\ 7 & , \; -5\le x\le 2\\ |4-x| & , \; x>2\end{cases}$$

x	-5	-6	-7	-8
y	1	0	1	4

x	-5	-4	0	2
y	7	7	7	7

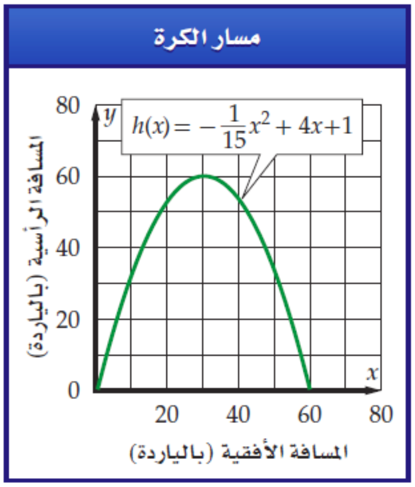
x	2	3	4	5
y	2	1	0	1





تحويلات الدوال

كرة قدم: ضرب لاعب كرة قدم، فكان مسارها معطى بالدالة $h(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 4x + 1$، حيث $h(x)$ يمثل ارتفاع الكرة بالياردة عن سطح الأرض، وتمثل x المسافة الأفقية بالياردة التي تقطعها الكرة حيث $x = 0$ ترتبط بخط منتصف الملعب. صف التحويلات التي تمت على الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = x^2$ للحصول على $h(x)$.



$c = (\frac{b}{a})^2$

$= (\frac{-60}{2})^2$

$= 900$

$h(x) = -\frac{1}{15}(x^2 - 60x) + 1$

$= -\frac{1}{15}(x^2 - 60x + 900 - 900) + 1$

$= -\frac{1}{15}(x^2 - 60x + 900) + 60 + 1$

$= -\frac{1}{15}(x - 30)^2 + 61$

إزاحة 30 وحدة يمين ثم تضيق رأسي ثم انعكاس في محور x

ثم إزاحة للأعلى 61 وحدة

كهرباء: إذا كانت شدة التيار $I(x)$ بالأمبير الذي يمر بجهاز DVD تعطى بالدالة $I(x) = \sqrt{\frac{x}{11}}$، حيث x القدرة بالواط والعدد 11 هو المقاومة بالأوم.

$I(x) = \sqrt{\frac{1}{11}(x)}$

A) صف التحويلات التي تمت على الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ للحصول على الدالة $I(x)$.

B) اكتب دالة تصف مرور تيار في مصباح مقاومته 15 أوم.

$\boxed{A}$ ← تمدد أفقي

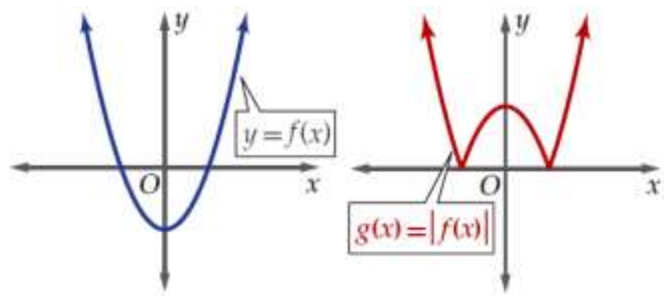
$\boxed{B}$ $I(x) = \sqrt{\frac{x}{15}}$

وصف التحويلات وتمثيلها بيانيًا

مفهوم أساسي — التحويلات الهندسية مع دوال القيمة المطلقة

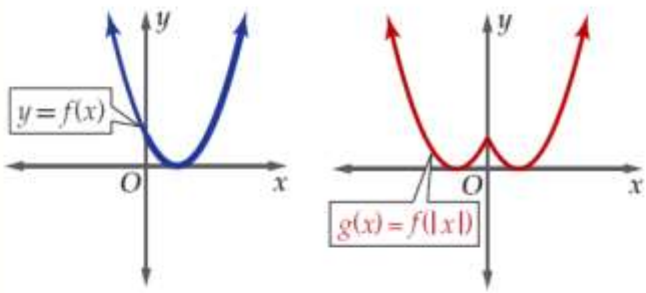
$g(x) = |f(x)|$

يُغير هذا التحويل الهندسي أي جزء من منحنى الدالة يقع تحت المحور x ليصبح فوقه بالانعكاس حول المحور x.

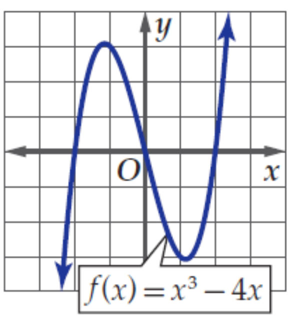


$g(x) = f(|x|)$

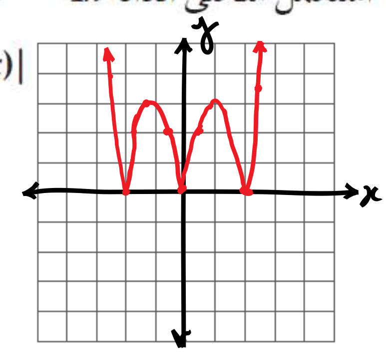
يغير هذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود إلى يسار المحور y ويضع مكانه صورة جزء المنحنى الواقع إلى يمين المحور y بالانعكاس حول المحور y .



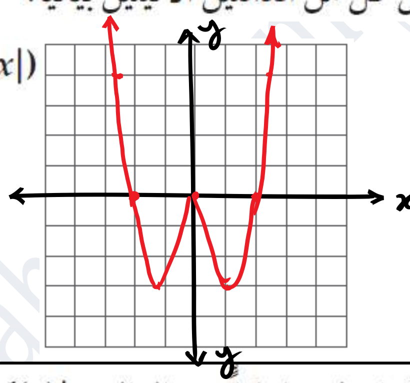
استعمل منحنى الدالة $f(x) = x^3 - 4x$ لتمثيل كل من الدالتين الآتيتين بيانيًا:



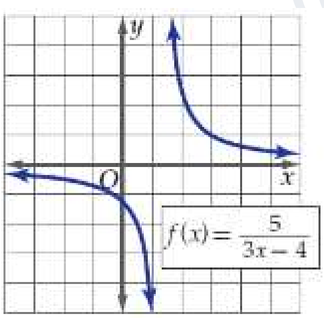
$g(x) = |f(x)|$

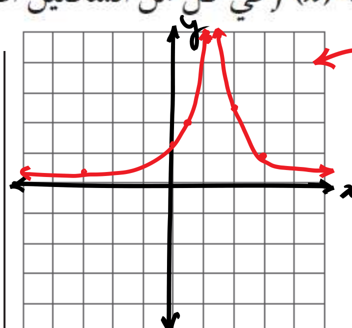


$h(x) = f(|x|)$

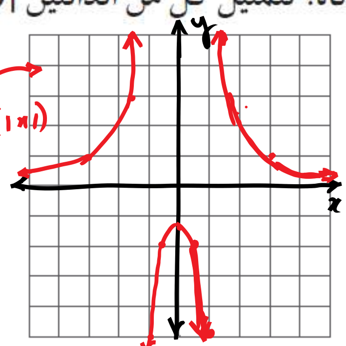


استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كلٍّ من الشكلين أدناه؛ لتمثيل كلٍّ من الدالتين $g(x) = |f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$ بيانيًّا:

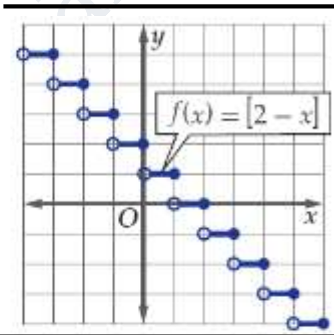


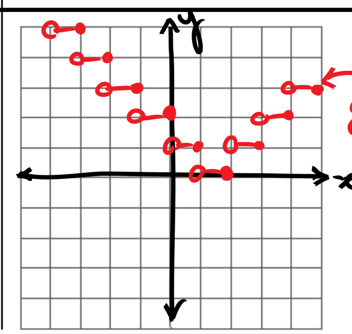


g(x) = |f(x)|

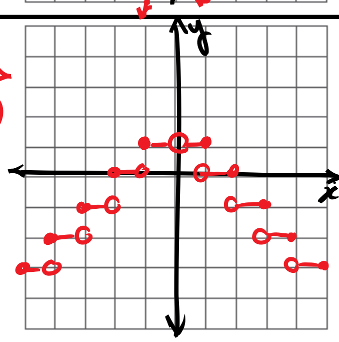


g(x) = f(|x|)





g(x) = |f(x)|



g(x) = f(|x|)