تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

حل أوراق عمل الوحدة الثامنة الدوال والعلاقات الأسية واللوغاريتمية

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2025-03-03 12:34:04

المزيد من مادة رياضيات:	ملفات ا كتب للمعلم ا كتب للطالب ا اختبارات الكترونية ا اختبارات ا حلول ا عروض بوربوينت ا أوراق عمل منهج انجليزي ا ملخصات وتقارير ا مذكرات وبنوك ا الامتحان النهائي ا للمدرس

إعداد: مصطفى أسامة علام

التواصل الاجتماعي بحسب الصف العاشر المتقدم

صفحة المناهج الإماراتية على فيسبوك					
المواد على تلغرام	التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات	

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	أوراق عمل الوحدة الثامنة الدوال والعلاقات الأسية واللوغاريتمية
2	تجميعة أسئلة صفحات الكتاب وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل
3	حل تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري حسب منهج ريفيل
4	تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري حسب منهج ريفيل

المزيد من الملفات بحسب الصف العاشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

عرض بوربوينت تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج	5

الاسم : _____ الشعبة : _

4-1 التمثيل البياني للدوال الأُسيّة

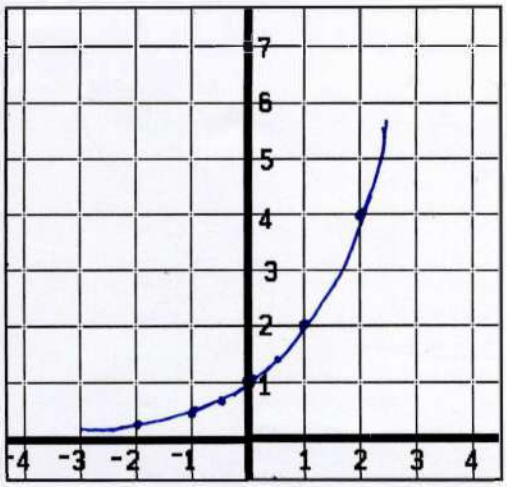
Graphing Exponential Functions

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- رسم دالة النمو الأسي.
2- رسم دالة التضاؤل الأسي.

تقييم ذاتي	تقييم أقران

Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالة بيانيًا حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2^x$

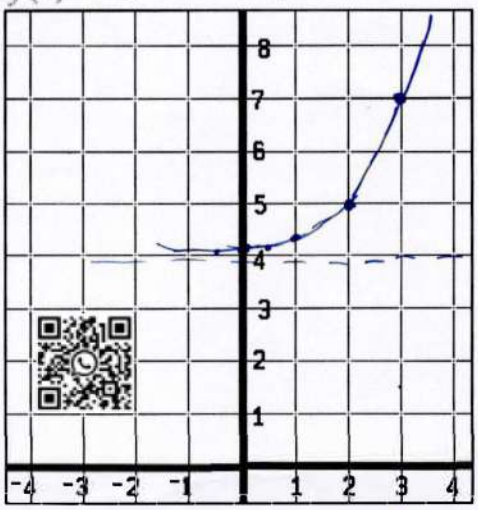


x	y
2	4
1	2
$\frac{1}{2}$	1.4
0	1
$-\frac{1}{2}$	0.7
-1	0.5
-2	0.25

المجال : $x \in (-\infty, \infty)$

المدى : $y > 0$

$f(x) = 3^{x-2} + 4$

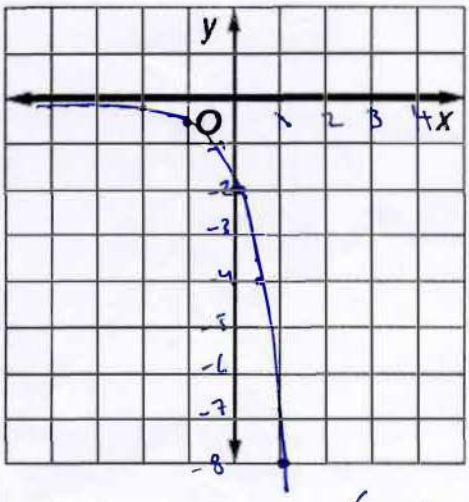


x	y
3	
2	5
1	$4\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	4.19
0	4.11
$-\frac{1}{2}$	4.06
-1	4.03
-2	4.012

المجال = $(-\infty, \infty)$

المدى : $y > 4$

$f(x) = -2(4)^x$

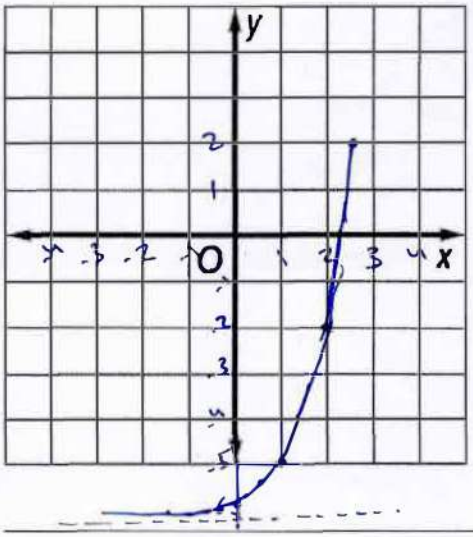


x	y
2	-32
1	-8
$\frac{1}{2}$	-4
0	-2
$-\frac{1}{2}$	-1
-1	$-\frac{1}{2}$
-2	-0.125

المجال : $(-\infty, \infty)$

المدى : $y < 0$

$f(x) = 0.25(4)^x - 6$



x	y
$2\frac{1}{2}$	
2	-2
1	-5
$\frac{1}{2}$	-5.5
0	-5.75
$-\frac{1}{2}$	-5.875
-1	-5.9375
-2	-5.984

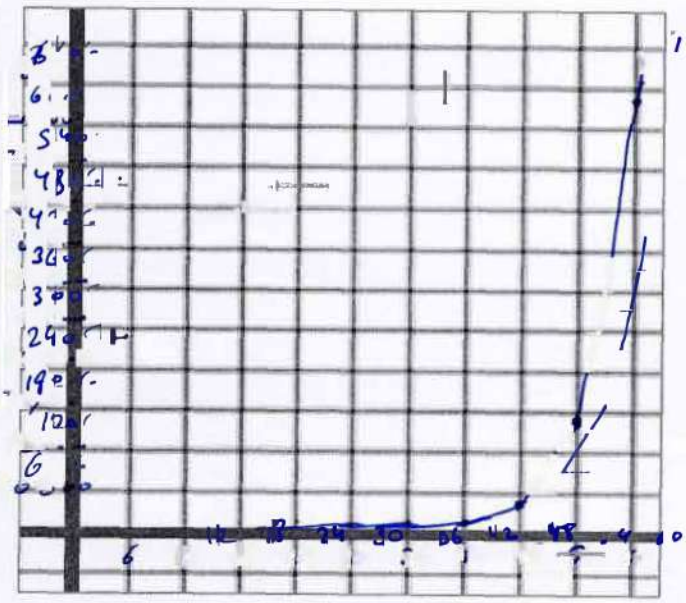
$A(t) = a(1 + rt$

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

التفكير المنطقي ينتشر فيروس من خلال شبكة من أجهزة كمبيوتر. تلك كل دقيقة. انتقل الفيروس إلى 25% من أجهزة الكمبيوتر إذا بدأ الفيروس في جهاز كمبيوتر واحد فقط. مثل بيانيا الدالة للساعة الأولى التي ينتشر فيها الفيروس.

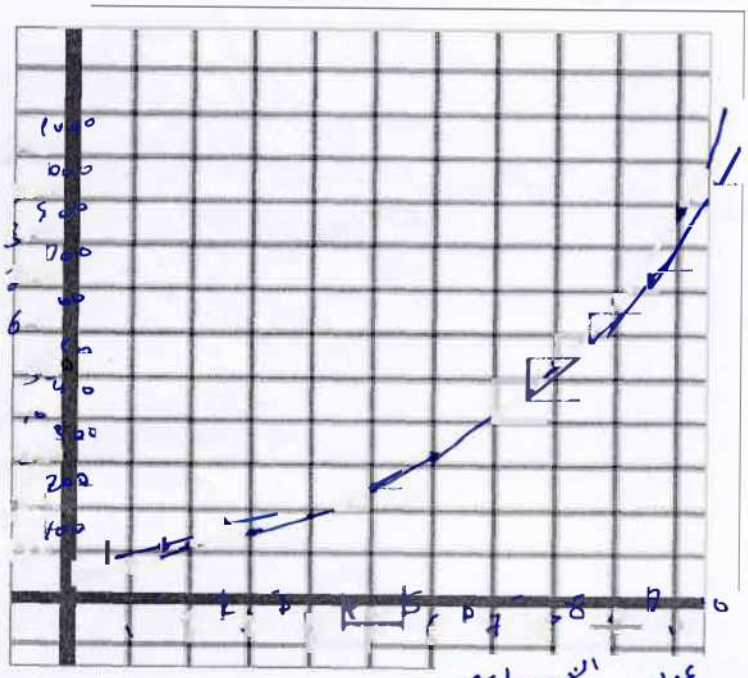
$y = 1(1 + 0.25)^t = (1.25)^t$



x	y
60	652.530
54	171.56.9
48	44.11
42	11.754
36	308
30	80.7
24	2 1.75
18	5.5
12	1.4
6	3.8

العلوم تنمو أعداد مستعمرة من الخنافس بنسبة 30% كل أسبوع لمدة 10 أسابيع. إذا كان العدد الأولي 65 خنفسة. مثل بيانيا الدالة التي تمثل النمو.

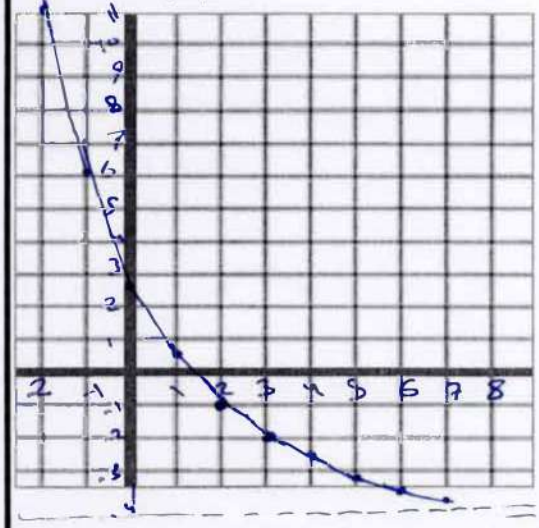
$y = 65(1 + 0.30)^t = 65(1.3)^t$



x	y
1	84.5
2	109.85
3	142.805
4	185.6
5	241.2
6	313.7
7	407.7
8	530.22
9	689.292
10	896

Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالةً بيانيًا. حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$

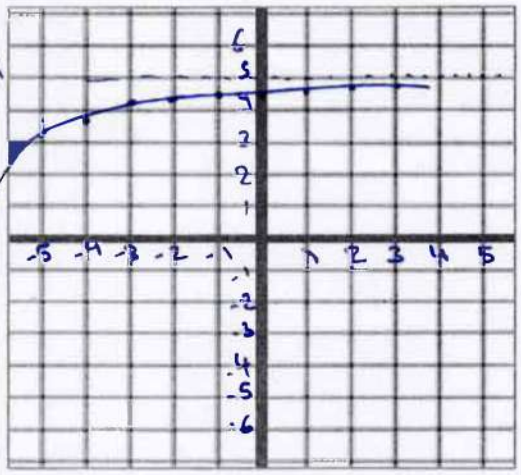


x	y
7	-3.604
6	-3.407
5	$-3.\bar{1}$
4	$-2.\bar{6}$
3	-2
2	-1
1	$\frac{1}{2}$
0	2.75
-1	6.125
-2	11.187

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-4, \infty)$

$f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$

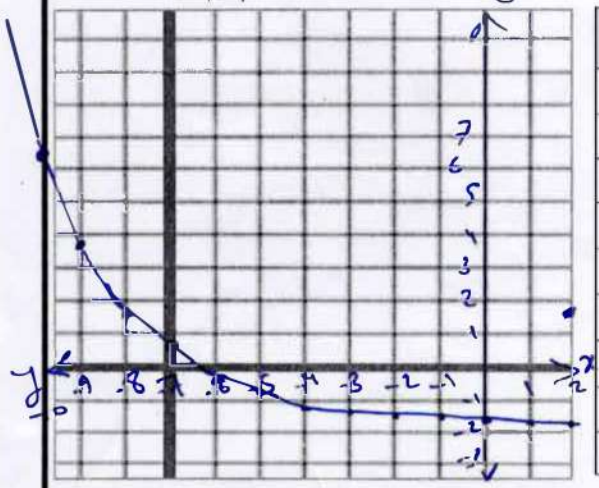


x	y
3	$4.\bar{8}$
2	4.78
1	4.71
0	4.62
-1	4.5
-2	$4.\bar{3}$
-3	$4.\bar{1}$
-4	$3.\overline{81}$
-5	3.42

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-\infty, 5)$

$f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{x+4} - 2$

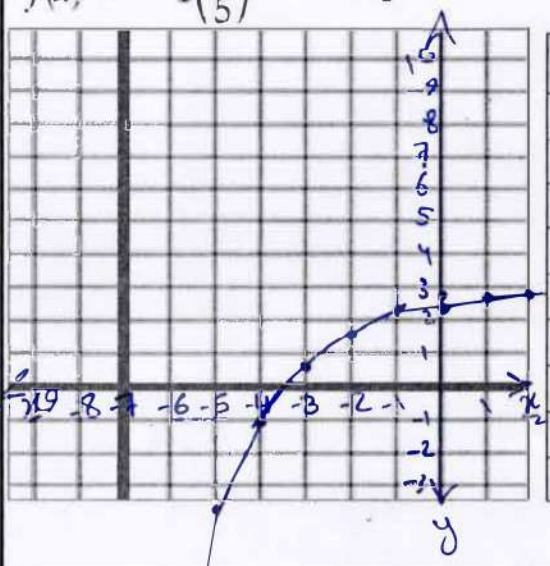


x	y
0	-1.85
-1	$-1.\bar{7}$
-2	$-1.\bar{6}$
-3	-1.5
-4	-1.25
-5	-0.875
-6	-0.312
-7	0.531
-8	1.796
-9	3.69
-10	6.54

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-2, \infty)$

$f(x) = -4\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} + 3$



x	y
3	-1.95
2	-1.9
1	-1.9
0	2.48
-1	2.136
-2	1.56
-3	0.6
-4	-1
-5	$-3.\bar{6}$
-6	$-8.\bar{1}$
-7	-15.518
-8	-27.836

2	2.81
1	2.68

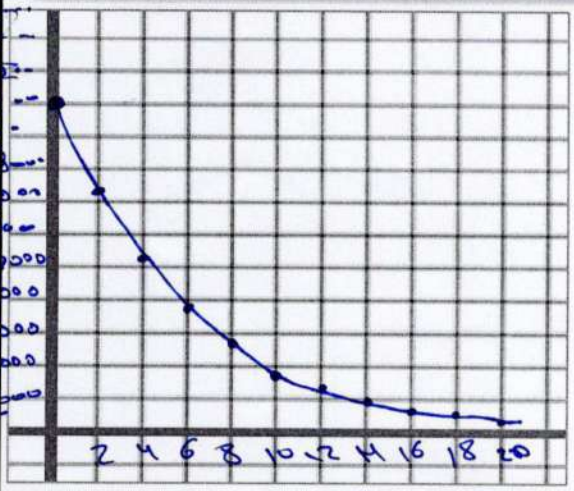
المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-\infty, 3)$

المعرفة المالية سيارة رياضية جديدة متعددة الأغراض تنخفض قيمتها كل عام بعامل 15%. مثّل بيانيًا قيمة السيارة الرياضية متعددة الأغراض لأول 20 عامًا بعد الشراء الأولي.

$y = 20\,000\,(1 - 0.15)^x$

$= 20000\,(0.85)^x$

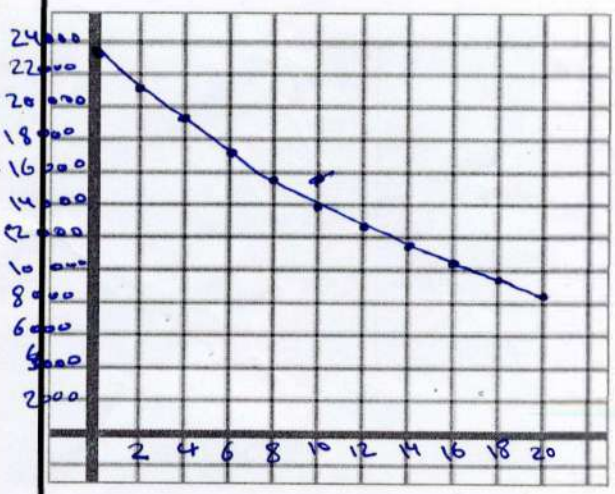


x	y
2	14450
4	10 440
6	7 542
8	5449
10	3937
12	2844
14	2055
16	1485
18	1072.9
20	775

الجمهور تراجع عدد الجمهور الذي حضر لفريق كرة سلة بمعدل 5% لكل مباراة خلال موسم خسر فيه. ارسم بيانيًا دالة لتمثيل الجمهور إذا لعب الفريق 15 مباراة على ملعبه وحضر 23,500 شخصًا للمباراة الأولى.

$y = 23\,500\,(1 - 0.05)^x$

$y = 23\,500\,(0.95)^x$



x	y
2	~~22 325~~ 21 208
4	~~20 908~~ 19 140
6	17 274
8	~~17 850~~ 15 590
10	~~16 733~~ 14 070
12	12 698
14	11 460
16	10 342
18	9 334
20	8 424

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

ورقة عمل الصف العاشر — 4-2 حل المعا... الأسية — الاسم : _____ الشعبة : _____

تقييم ذاتي	تقييم أقران

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- حل المعادلات الأسية
2- حل التباينات

$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ صيغة لمائدة المركبة

Solve each equation. — أوجد حلا لكل معادلة.

1) $3^{x-5} = 27^{2x-4}$

$3^{x-5} = (3)^{3(2x-4)}$

$3^{x-5} = 3^{6x-12}$

$x - 5 = 6x - 12$

$5x - 6x = -12$

$-x = -12$

$x = 12$

2) $4^{2y-3} = 4^{y+1}$

$4^{2(2y-3)} = 4^{y+1}$

$4y - 6 = y + 1$

$4y - y = 1 + 6$

$3y = 7$

$y = \frac{7}{3}$

3) $2^{6x} = 32^{x-2}$

$2^{6x} = 2^{5(x-2)}$

$6x = 5x - 10$

$6x - 5x = -10$

$x = -10$

4) $49^{x+5} = 7^{8x-6}$

$7^{2(x+5)} = 7^{8x-6}$

$2x + 10 = 8x - 6$

$2x - 8x = -6 - 10$

$-6x = -16$

$x = \frac{-16}{-6}$

$x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

5) $3^{3c+1} = 2^{3c-1}$

$3^{2(3c+1)} = 3^{3(3c-1)}$

$6c + 2 = 9c - 3$

$6c - 9c = -3 - 2$

$-3c = -5$

$c = \frac{-5}{-3}$

$c = \frac{5}{3}$

6) $8^{y+4} = 16^{y+1}$

$2^{3(2y+4)} = 2^{4(y+1)}$

$6y + 12 = 4y + 4$

$6y - 4y = 4 - 12$

$2y = -8$

$y = \frac{-8}{2}$

$y = -4$

7) $\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3(x-4)}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-4)}$

$5x + 1 = -3x + 12$

$5x + 3x = 12 - 1$

$8x = 11$

$x = \frac{11}{8}$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1}$

$2^{-(4x+1)} = 2^{3(2x+1)}$

$-4x - 1 = 6x + 3$

$-4x - 6x = 3 + 1$

$-10x = 4$

$x = \frac{4}{-10}$

$x = -\frac{2}{5}$

اكتب دالة أسية للرسم البياني يمر من خلال النقاط المحددة.

(0, 256) and (4, 1)

$y = a\,b^x$

$256 = a\,b^0$

$256 = a$

$1 = 256\,b^4$

$\frac{81}{256} = b^4$

$\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = b$

$\frac{3}{4} = b$

$y = 256\left(\frac{3}{4}\right)^x$

(0, 6.4) and (3, 100)

$6.4 = a\,b^0 \Rightarrow a = 6.4$

$100 = 6.4\,b^3$

$\frac{100}{6.4} = b^3$

$\sqrt[3]{\frac{100}{6.4}} = b$

$2.5 = b$

$y = 6.4(2.5)^x$

(0, 128) and (5, 371,293)

$128 = a\,b^0 \Rightarrow a = 128$

$371\,293 = 128\,b^5$

$\frac{371\,293}{128} = b^5$

$\sqrt[5]{\frac{371\,293}{128}} = b$

$4.926 = b$

$y = 128(4.926)^x$

تربح شهادة الإيداع نسبة 2.25% سنويًا في صورة فائدة مركبة مرتين في الأسبوع. إذا أودعت مبلغ 500 دولار في شهادة الإيداع. فكم سيصل الرصيد بعد مضي 6 أعوام؟

$A(t) = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

$A(t) = 500\left(1 + \frac{0.0225}{104}\right)^{104t}$ | $A(t) = 500\left(1 + \frac{0.0223}{104}\right)^{104(6)}$

$= 572.260$ درهم

إنشاء النماذج في عام 2009، حصلت ماي لين على 10,000 درهم من جدتها. استثمر والداها المال كله. وبحلول عام 2021، سينمو المال بمعدل 16,960AED.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامه لإنشاء نموذج يمثل المال y. اكتب الدالة بالنسبة إلى x. عدد الأعوام منذ 2009.

$16960 = 10000(b)^{12} \Rightarrow \sqrt[12]{\frac{16.960}{10000}} = b \Rightarrow b = 1.266$

$y = 10000(1.045)^x$

b. افترض أن المبلغ يستمر في النمو بالمعدل نفسه. كم سيصل الرصيد الموجود في الحساب في عام 2031؟

$y = 10\,000(1.045)^{22} = 26\,336.52$ درهم

أوجد رصيد الحساب بعد مضي 7 أعوام إذا تم إيداع 700AED في حساب يربح نسبة 4.3% في صورة فائدة مركبة كل شهر.

$A(t) = 700\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12t}$

$= 700\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12(7)} = 945.3378$ درهم

حدد المبلغ الموجود في حساب التقاعد بعد مضي 20 عامًا إذا استثمر مبلغ 5000AED بفائدة مركبة قدرها 6.05% أسبوعيًا.

$A(t) = 5000\left(1 + \frac{6.05\%}{52}\right)^{52t}$

$= 5000\left(1 + \frac{0.0605}{52}\right)^{52(20)} = 16\,755.63$ درهم

أوجد حلاً لكل متباينة.

Solve each inequality.

$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$

$3^{-2(3t+5)} \geq 3^{-5(t-6)}$

$-6t - 10 \geq -5t + 30$

$-6t + 5t \geq 30 + 10$

$-t \geq 40$

$t \leq -40$

$\{t \mid t \leq -40\}$

$\left(\frac{1}{27}\right)^{2d-2} \leq 81^{d+4}$

$3^{-3(2d-2)} \leq 3^{4(d+4)}$

$-6d + 6 \leq 4d + 16$

$-6d - 4d \leq 16 - 6$

$-10d \leq 10$

$d \geq \frac{10}{-10}$

$d \geq -1$

$\{d \mid d \geq -1\}$

$10^{5b+2} > 1000$

$10^{5b+2} > 10^3$

$5b + 2 > 3$

$5b > 3 - 2$

$5b > 1$

$b > \frac{1}{5}$

$\{b \mid b > \frac{1}{5}\}$

$625 \geq 5^{a+8}$

$5^4 \geq 5^{a+8}$

$4 \geq a + 8$

$4 - 8 \geq a$

$-4 \geq a$

$\{a \mid a \leq -4\}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook11GEN
قناة شرح فيديو الحادي عشر العام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

ورقة عمل الحادي عشر العام

6-1 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

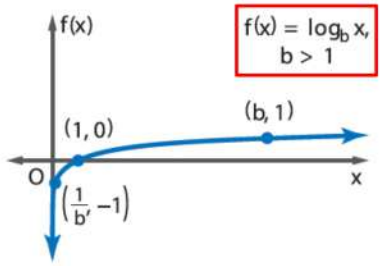
3 2 1 YouTube مشاهدة الدرس

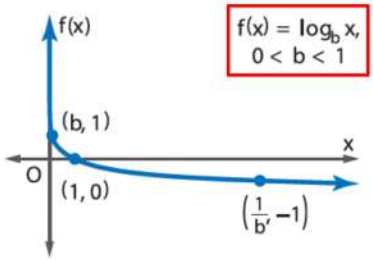
في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية.

2 – تمثيل الدوال اللوغاريتيمة بيانيًا.

$\log_b x = y$ إذا وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسيّة. **Write each equation in exponential form.**

$\log_9 1 = 0$	$\log_3 \frac{1}{27} = -3$	$\log_5 625 = 4$	$\log_8 512 = 3$
$1 = 9^0$	$\frac{1}{27} = 3^{-3}$	$625 = 5^4$	$512 = 8^3$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية. **Write each equation in logarithmic form.**

$27^{\frac{2}{3}} = 9$	$6^{-3} = \frac{1}{216}$	$16^{\frac{3}{4}} = 8$	$11^3 = 1331$
$\frac{2}{3} = \log_{27} 9$	$-3 = \log_6 \frac{1}{216}$	$\frac{3}{4} = \log_{16} 8$	$3 = \log_{11} 1331$

جد قيمة كل تعبير. **Evaluate each expression.**

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81} = x$	$\log_6 1 = x$	$\log_2 \frac{1}{128} = x$	$\log_{13} 169 = x$
$\frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$1 = 6^x$	$\frac{1}{128} = 2^x$	$169 = 13^x$
$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$6^0 = 6^x$	$\frac{1}{2^7} = 2^x$	$13^2 = 13^x$
$\Rightarrow x = 4$	$\Rightarrow x = 0$	$2^{-7} = 2^x$	$\Rightarrow x = 2$
		$\Rightarrow x = -7$	

العلوم يعتقد كثيرٌ من العلماء أن انقراض الديناصورات نتج عن كويكبٍ ضرب كوكب الأرض. ويستخدم العلماء مقياس باليرمو لتصنيف الأجسام القريبة من الأرض بناءً على احتمالية اصطدامها بها. ولتسهيل مقارنة عدّة أجسام، طوّر هذا المقياس باستخدام لوغاريتمات. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على مقياس باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$ ، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسيّة للتعبير عن معكوس الدالة.

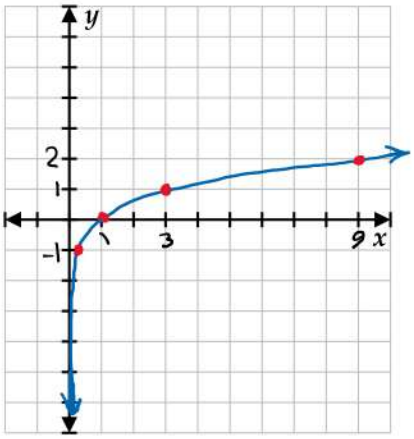
المطلوب هو تحويل صيغة المعادلة من اللوغاريتمية إلى الأسية.

$PS = \log_{10} R \Rightarrow 10^{PS} = R$

Graph each function. مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \log_3 x$ $\log_3 3 = 1$ / $\log_3 \frac{1}{3} = -1$ / $\log_3 1 = 0$ / $\log_3 2 = 2$

x	$f(x)$
3	1
$\frac{1}{3}$	-1
9	2
1	0

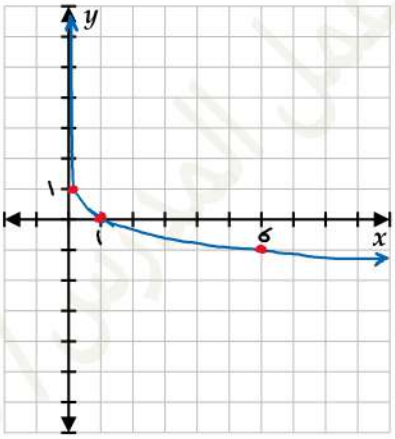


المجال ⇒ $x > 0$

المدى ⇒ R جميع الأعداد الحقيقية

$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$ $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6} = 1$ / $\log_{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = -1$ / $\log_{\frac{1}{6}} 1 = 0$

x	$f(x)$
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
1	0

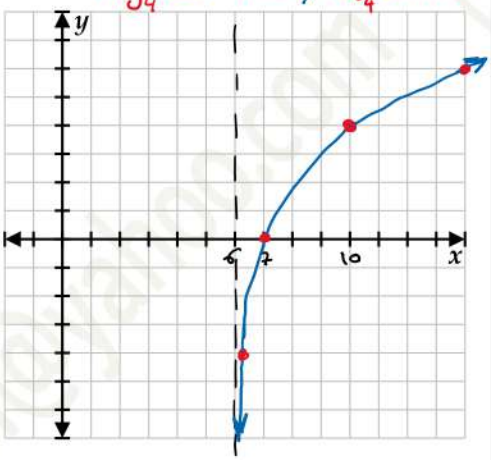


المجال ⇒ $x > 0$

المدى ⇒ R جميع الأعداد الحقيقية

$f(x) = 4\log_4(x-6)$ $4\log_4(10-6) = 4$ / $4\log_4(7-6) = 0$ / $4\log_4(6.25-6) = -4$ / $4\log_4(14-6) = 6$

x	$f(x)$
7	0
10	4
6.25	-4

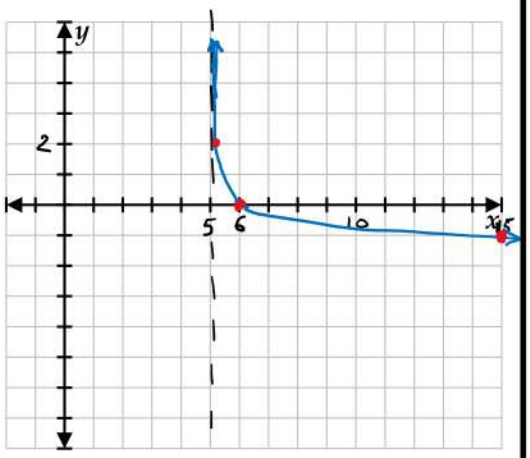


المجال ⇒ $x > 6$

المدى ⇒ R جميع الأعداد الحقيقية

$f(x) = 2\log_{\frac{1}{10}} x - 5$

x	$f(x)$
6	0
15	-1
5.1	2



المجال ⇒ $x > 5$

المدى ⇒ R جميع الأعداد الحقيقية

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook11GEN
قناة شرح فيديو الحادي عشر العام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

رقة عمل الحادي عشر العام — 6-2 حلّ المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

مشاهدة الدرس YouTube 21

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- حل المعادلات اللوغاريتمية.

2 – حل المتباينات اللوغاريتمية.

إذا كان $b>1$ و $x>0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.	إذا كان $b>1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
إذا كان $b>1$ و $x>0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.	ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

Solve each equation. — **حُـلّ كل من المعادلات التالية.**

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

نحول للصورة الأسية

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = (2^3)^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$\Rightarrow -1 = 3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

نحول للصورة الأسية

$x = 16^{\frac{3}{4}}$

$x = (2^4)^{\frac{3}{4}}$

$x = 2^3$

$x = 8$

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

نحول للصورة الأسية

$x = 8^{\frac{4}{3}}$

$x = (2^3)^{\frac{4}{3}}$

$x = 2^4$

$x = 16$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

نحول للصورة الأسية

$27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}}$

$(3^3)^{\frac{2}{3}} = x$

$3^2 = x$

$9 = x$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

نحول للصورة الأسية

$32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = (x^{\frac{5}{2}})^{\frac{2}{5}}$

$(2^5)^{\frac{2}{5}} = x$

$2^2 = x$

$4 = x$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

نحول للصورة الأسية

$\frac{1}{36} = 6^x$

$\frac{1}{6^2} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$\Rightarrow -2 = x$

$\log_9(x^2 - 4x) = \log_9(3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 3x - 4x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2$, $x = 5$

✓✓ ✗✗ حل دخيل

بالتعويض

$\log_9(-4) = \log(-4)$

الحل الوحيد $\{5\}$

$\log_6(x^2 - 6x) = \log_6(-8)$

مجال اللوغاريتم لابد أن يكون عدد موجب

بالتعويض ينتج كمية غير معرفة.

لذا يوجد

الحل $= \phi$

$\log_3(3x + 8) = \log_3(x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x+2)(x-4) = 0$

$x = -2$, $x = 4$

✓✓ ✓✓

الحل $\{-2, 4\}$

Solve each inequality. **حُلّ كل من المتباينات التالية.**

$\log_6 x < -3$

مجال الدالة $x > 0$

$x < 6^{-3}$

$x < \frac{1}{6^3}$

$x < \frac{1}{216}$

$0 < x < \frac{1}{216}$ ⇐ الحل النهائي

$\log_4 x \geq 4$

مجال الدالة $x > 0$

$x \geq 4^4$

$x \geq 256$

$x \geq 256$ ⇐ الحل النهائي

$\log_2 x \leq -2$

مجال الدالة $x > 0$

$x \leq 2^{-2}$

$x \leq \frac{1}{2^2}$

$x \leq \frac{1}{4}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$ ⇐ الحل النهائي

$\log_2(4x-6) > \log_2(2x+8)$

مجال الدالة

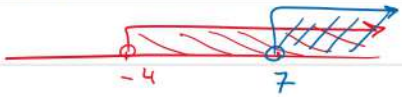
$4x-6 > 2x+8 > 0$

$4x-6 > 2x+8$ و $2x+8 > 0$

$4x-2x > 8+6$ $x > \frac{-8}{2}$

$2x > 14$ $x > -4$

$x > 7$



$x > 7$ ⇐ الحل النهائي

$\log_7(x+2) \geq \log_7(6x-3)$

مجال الدالة

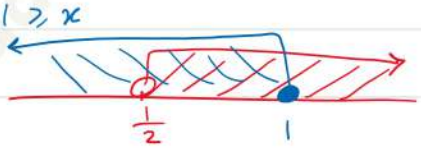
$x+2 \geq 6x-3 > 0$

$x+2 \geq 6x-3$ و $6x-3 > 0$

$2+3 \geq 6x-x$ $x > \frac{3}{6}$

$5 \geq 5x$ $x > \frac{1}{2}$

$1 \geq x$



$\frac{1}{2} < x \leq 1$ ⇐ الحل النهائي

$\log_5(12x+5) \leq \log_5(8x+9)$

مجال الدالة

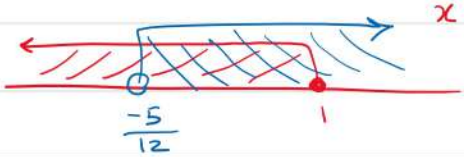
$0 < 12x+5 \leq 8x+9$

$0 < 12x+5$ و $12x+5 \leq 8x+9$

$\frac{-5}{12} < x$ $12x-8x \leq 9-5$

$4x \leq 4$

$x \leq 1$



$\frac{-5}{12} < x \leq 1$ ⇐ الحل النهائي

عمل المدرس / مصطفى علام
allaaam@yahoo.com

رقة عمل الحادي عشر العام | 6-3 خواص اللوغاريتمات | مشاهدة الدرس YouTube 21

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- تحويل التعابير لأبسط صورة و إيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$، $\log_4 2 = 0.5$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

Use $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$, and $\log_4 5 \approx 1.1610$ to approximate the value of each expression.

$\log_4 30$

$= \log_4 (2 \times 3 \times 5)$

$= \log_4 2 + \log_4 3 + \log_4 5$

$= 0.5 + 0.7925 + 1.1610$

$= 2.4535$

$\log_4 20$

$= \log_4 (4 \times 5)$

$= \log_4 4 + \log_4 5$

$= 1 + 1.1610$

$= 2.1610$

$\log_4 \frac{2}{3}$

$= \log_4 2 - \log_4 3$

$= 0.5 - 0.7925$

$= -0.2925$

$\log_4 \frac{4}{3}$

$= \log_4 4 - \log_4 3$

$= 1 - 0.7925$

$= 0.2075$

$\log_4 9$

$= \log_4 3^2$

$= 2 \log_4 3$

$= 2 (0.7925)$

$= 1.585$

$\log_4 8$

$= \log_4 2^3$

$= 3 \log_4 2$

$= 3 (0.5)$

$= 1.5$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

Given $\log_6 8 \approx 1.1606$ and $\log_7 9 \approx 1.1292$, approximate the value of each expression.

$\log_6 512$

$= \log_6 8^3$

$= 3 \log_6 8$

$= 3 (1.1606)$

$= 3.4818$

$\log_7 441$ ← مسألة خارجية

$= \log_7 (7 \times 7 \times 9)$

$= \log_7 7 + \log_7 7 + \log_7 9$

$= 1 + 1 + 1.1292$

$= 3.1292$

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال 1 psi ≈ 6900). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

MOUNTAIN CLIMBING As elevation increases, the atmospheric air pressure decreases. The formula for pressure based on elevation is $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$, where a is the altitude in meters and P is the pressure in pascals (1 psi ≈ 6900 pascals). What is the air pressure at the summit in pascals for each mountain listed in the table at the right?

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

$a = 15500(5 - \log_{10} P)$

$\frac{a}{15500} = 5 - \log_{10} P$ ← نكتب القانون بدلالة P

$\log_{10} P = 5 - \frac{a}{15500}$

$\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{a}{15500}\right]}$

إيفرست $\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{8850}{15500}\right]} = 26855.44$ باسكال

تريسولي $\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{7074}{15500}\right]} = 34963.34$ باسكال

بونيتي $\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{6872}{15500}\right]} = 36028.42$ باسكال

ماكينلي $\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{6194}{15500}\right]} = 39846.22$ باسكال

لوغان $\Rightarrow P = 10^{\left[5 - \frac{5959}{15500}\right]} = 41261.82$ باسكال

المثابرة حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من صحة الحل.

PERSEVERANCE Solve each equation. Check your solutions.

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$\log_3 \frac{56}{n} = \log_3 7$

$\frac{56}{n} = 7$

$\Rightarrow 56 = 7n$

$n = \frac{56}{7}$

$n = 8$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_2 x^5 = \log_2 32$

$x^5 = 32$

$x = \sqrt[5]{32}$

$x = 2$

$\log_{10} a + \log_{10}(a + 21) = 2$

$\log_{10}[a(a+21)] = 2$

$a[a+21] = 10^2$

$a^2 + 21a = 100$

$a^2 + 21a - 100 = 0$

$(a - 4)(a + 25) = 0$

$a = 4 \quad , \quad a = -25$

✓✓ ××

حل دخيل

الحل الوحيد $\{4\}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook11GEN
قناة شرح فيديو الحادي عشر العام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-4 اللوغاريتمات العادية — مشاهدة الدرس YouTube 21

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

Use a calculator to evaluate each expression to the nearest ten-thousandth.

$\log 5$

$= 0,6989700043$

≈ 0.6990

$\log 21$

$= 1,322219295$

≈ 1.3222

$\log 0.4$

$= -0,3979400087$

≈ -0.3979

علوم كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$ استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5M \Rightarrow E = 10^{(11.8+1.5M)}$

$\Rightarrow E = 10^{(11.8+1.5(8.5))}$

$= 3,548133892 \times 10^{24}$

حُلّ كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

Solve each equation. Round to the nearest ten-thousandth.

$6^x = 40$

$x = \log_6 40$

$= 2,058802823$

≈ 2.0588

$2.1^{a+2} = 8.25$

$a+2 = \log_{2.1} 8.25$

$a = \log_{2.1} 8.25 - 2$

$= 0,8441932669$

≈ 0.8442

$7^{x^2} = 20.42$

$x^2 = \log_7 20.42$

$x = \pm\sqrt{\log_7 20.42}$

$= \pm 1,245063035$

$\approx \pm 1.2451$

$11^{b-3} = 5^b$

$b-3 = \log_{11} 5^b$

$b-3 = b \log_{11} 5$

$b - b\log_{11} 5 = 3$

$b(1 - \log_{11} 5) = 3$

$b = \frac{3}{1-\log_{11} 5}$

$= 9,123747434$

≈ 9.1237

Solve each inequality. Round to the nearest ten-thousandth. **حُـلّ كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.**

$5^{4n} > 33$

$4n > \log_5 33$

$n > \frac{\log_5 33}{4}$

$n > 0,5431255742$

$n > 0.5431$

$6^{p-1} \leq 4^p$

$p-1 \leq \log_6 4^p$

$p-1 \leq p \log_6 4$

$p - p\log_6 4 \leq 1$

$p(1-\log_6 4) \leq 1$

$p \leq \frac{1}{1-\log_6 4}$

$p \leq 4,419022583$

$p \leq 4.4190$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

Express each logarithm in terms of common logarithms. Then approximate its value to the nearest ten-thousandth.

$\log_3 7$

$= \frac{\log 7}{\log 3}$

$= 1,771243749 \approx 1.7712$

$\log_9 13$

$= \frac{\log 13}{\log 9}$

$= 1,16735876 \approx 1.1674$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook11GEN
قناة شرح فيديو الحادي عشر العام

https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

ورقة عمل الحادي عشر العام

6-5 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية

مشاهدة الدرس YouTube 21

في هذا الدرس سوف أتعلم:

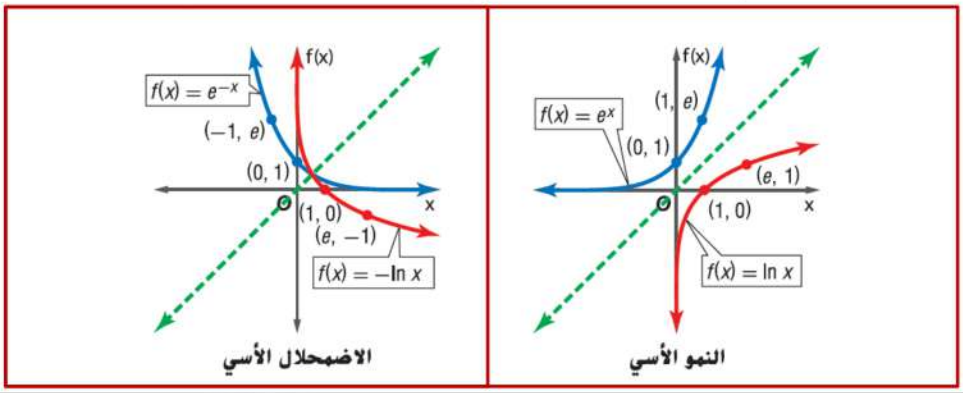
1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

المفهوم الأساسي دوال الأساس الطبيعي

تُستخدم الدالة $f(x) = e^x$ في تمثيل النمو الأسيّ المتصل. تُستخدم الدالة $f(x) = e^{-x}$ في تمثيل الاضمحلال الأسيّ المتصل.

معكوس الدالة الأصلية للأساس الطبيعي يُطلق عليه **اللوغاريتم الطبيعي**. ويمكن كتابة هذا اللوغاريتم في الصيغة $\log_e x$، ولكن في كثير من الأحيان يُختصر في الصيغة $\ln x$.



المرابحة المركبة المستمرة

احسب المرابحة المركبة المستمرة باستخدام الصيغة التالية: $A = Pe^{rt}$.

حيث A هو المبلغ بعد t من السنوات،

و P هو المبلغ الأصلي المُستَثمر،

و r هو معدل المرابحة السنوي.

نصيحة دراسية

التحويل لأبسط صورة عندما تحول التعابير اللوغاريتمية لأبسط صورة، تحقق من عدم احتواء اللوغاريتم على أي عمليات وقوى.

Write an equivalent exponential or logarithmic function. **اكتب دالة أسيّة أو لوغاريتمية مكافئة.**

$e^x = 30$	$\ln x = 42$	$e^3 = x$	$\ln 18 = x$
$x = \ln 30$	$x = e^{42}$	$3 = \ln x$	$18 = e^x$

Write each as a single logarithm. **اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم منفرد.**

$3\ln 2 + 2\ln 4$	$5\ln 3 - 2\ln 9$	$3\ln 6 + 2\ln 9$	$3\ln 5 + 4\ln x$
$= \ln 2^3 + \ln 4^2$	$= \ln 3^5 - \ln 9^2$	$= \ln 6^3 + \ln 9^2$	$= \ln 5^3 + \ln x^4$
$= \ln 8 + \ln 16$	$= \ln \frac{3^5}{9^2}$	$= \ln (6^3 \times 9^2)$	$= \ln (5^3 \cdot x^4)$
$= \ln (8 \times 16)$	$= \ln 3$	$= \ln (216 \times 81)$	$= \ln (125\, x^4)$
$= \ln 128$		$= \ln (17496)$	

Solve each equation. Round to the nearest ten-thousandth. **حلّ كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.**

$5e^x - 24 = 16$

$5e^x = 16 + 24$

$e^x = \frac{40}{5}$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$ 2,079441542

≈ 2.0794

$3e^{-3x} + 4 = 6$

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0,135155036$

≈ 0.1352

حلّ كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

Solve each equation or inequality. Round to the nearest ten-thousandth.

$\ln 3x = 8$

$3x = e^8$

$x = \frac{e^8}{3}$

$x = 993,6526623$

≈ 993.6527

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$

$2x = e^{\frac{26}{4}}$

$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$

$x = 332,5708165$

≈ 332.5708

$\ln(x+5)^2 < 6$

$(x+5)^2 < e^6$

$|x+5| < \sqrt{e^6}$

$-\sqrt{e^6} < x+5 < \sqrt{e^6}$

$-\sqrt{e^6} - 5 < x < \sqrt{e^6} - 5$

$-25,08553692 < x < 15,08553692$

$-25.0855 < x < 15.0855$

$5 + e^{-x} > 14$

$e^{-x} > 14 - 5$

$e^{-x} > 9$

$-x > \ln 9$

$x < -\ln 9$

$x < -2,197224577$

$x < -2.1972$

SCIENCE A virus is spreading through a computer network according to the formula $v(t) = 30e^{0.1t}$, where v is the number of computers infected and t is the time in minutes. How long will it take the virus to infect 10,000 computers?

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

$v = 30e^{0.1t}$

$10\,000 = 30e^{0.1t}$

$\frac{10\,000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln \frac{10\,000}{30} = 0.1t$

$\frac{\ln \frac{10000}{30}}{0.1} = t$

$t = \frac{\ln\left(\frac{10000}{30}\right)}{0,1}$

$58,0914299$

$t \approx 58.0914$ min

المعرفة المالية استخدم الصيغة الخاصة بالمرابحة المركبة المستمرة.

المرابحة المركبة المستمرة

احسب المرابحة المركبة المستمرة باستخدام الصيغة التالية: $A = Pe^{rt}$.

حيث A هو المبلغ بعد t من السنوات،

و P هو المبلغ الأصلي المُسْتَثْمَر،

و r هو معدل المرابحة السنوي.

a. إذا أودعت AED 800 في حساب يحقق 4.5 % مرابحة مركبة مستمرة، فكم سيكون المبلغ في الحساب بعد 5 سنوات؟

b. كم سيستغرق الأمر ليصل مالك إلى الضعف؟

c. إذا أردت مضاعفة مالك في 9 أعوام، فما معدل المرابحة الذي تحتاج إليه؟

d. إذا أردت فتح حساب يحقق مرابحة مركبة مستمرة بنسبة 4.75 % وأن يكون لديك AED 10,000 في الحساب بعد 12 عامًا، فما المبلغ الذي تحتاج إلى إيداعه؟

صيغة المركبة المستمرة

$A = Pe^{rt}$

$= 800\ e^{(4.5\%)(5)}$

$= 1001,858173$ د.م

$2P = P\ e^{(4.5\%)t}$

$2 = e^{(4.5\%)t}$

$\ln 2 = (4.5\%)t$

$\Rightarrow t = \frac{\ln 2}{4.5\%}$

$= 15,40327068$ عام

$2P = P\ e^{r(9)}$

$2 = e^{9r}$

$\ln 2 = 9r$

$\Rightarrow r = \frac{\ln 2}{9}$

$= 0,0770163534$

$= 7.7\%$

$10000 = P\ e^{(4.75\%)(12)}$

$P = \frac{10000}{e^{(4.75\%)(12)}}$

$= 5655,254387$ د.م

FINANCIAL LITERACY Use the formula for continuously compounded interest.

a. If you deposited AED 800 in an account paying 4.5% interest compounded continuously, how much money would be in the account in 5 years? AED 1001.86

b. How long would it take you to double your money? about 15.4 yr

c. If you want to double your money in 9 years, what rate would you need? about 7.7%

d. If you want to open an account that pays 4.75% interest compounded continuously and have AED 10,000 in the account 12 years after your deposit, how much would you need to deposit? about AED 5655.25

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-6 استخدام الدوال الأسيّة واللوغاريتمية — مشاهدة الدرس YouTube 21

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أُسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$
حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالسنوات، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر.**	حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالسنوات، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر.**

PALEONTOLOGY The half-life of Potassium- 40 is about 1.25 billion years.

a. Determine the value of k and the equation of decay for Potassium- 40. $k \approx 5.545 \times 10^{-10}$

b. A specimen currently contains 36 milligrams of Potassium- 40. How long will it take the specimen to decay to only 15 milligrams of Potassium- 40? 1,578,843,530 yr

c. How many milligrams of Potassium- 40 will be left after 300 million years? about 30.48 mg

d. How long will it take Potassium- 40 to decay to one eighth of its original amount? 3,750,120,003 yr

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$f(t) = a e^{-kt}$

$\frac{1}{2}a = a e^{-k(1.25 \times 10^9)}$

$\ln \frac{1}{2} = -k(1.25 \times 10^9)$

$k = \frac{\ln \frac{1}{2}}{-1.25 \times 10^9}$

$k = 5,545177444 \times 10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 mg من البوتاسيوم 40. فكم من الزمن ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 mg فقط من البوتاسيوم 40.

$f(t) = a e^{-kt}$

$15 = 36 e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\frac{15}{36} = e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\ln \frac{15}{36} = (-5.545 \times 10^{-10})t$

$t = \frac{\ln \frac{15}{36}}{-5.545 \times 10^{-10}}$

$= 1578843530$ عام

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

$f(t) = a e^{-kt}$

$f(t) = 36 e^{(-5.545 \times 10^{-10})(300 \times 10^6)}$

$= 30,48299352$ mg

d. كم الزمن الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$f(t) = a e^{-kt}$

$\frac{1}{8}a = a e^{(-5.545 \times 10^{-10})t}$

$\ln \frac{1}{8} = (-5.545 \times 10^{-10})t$

$t = \frac{\ln \frac{1}{8}}{-5.545 \times 10^{-10}}$

$= 3750120003$ عام

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$ ، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فجد قيمة k للجراثيم.

$f(x) = a\ e^{kt}$ $\quad \frac{8}{2} = e^{20k}$ $\quad \ln 4 = 20k$

$8 = 2\ e^{k(20)}$ $\quad 4 = e^{20k}$ $\quad k = \frac{\ln 4}{20} = 0,06931471806$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$f(x) = a\ e^{kt} = 2\ e^{0.0693(5)} = 2,828218988$

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

نعم. لأنه لم تَنْمُ أي خلية إضافية من الجراثيم في خلال 5 ثواني.
ولكن ربما لا وذلك بسبب عدم نظافة الأرض أو بسبب نوع الطعام الذي سقط.

SCIENCE A certain food is dropped on the floor and is growing bacteria exponentially according to the model $y = 2e^{kt}$, where t is the time in seconds.

a. If there are 2 cells initially and 8 cells after 20 seconds, find the value of k for the bacteria. $k \approx 0.0693$

b. The "5-second rule" says that if a person who drops food on the floor eats it within 5 seconds, there will be no harm. How much bacteria is on the food after 5 seconds? about 2.828 cells

c. Would you eat food that had been on the floor for 5 seconds? Why or why not? Do you think that the information you obtained in this exercise is reasonable? Explain. Sample answer: Yes; it has not even grown 1 cell in 5 seconds. There are many factors that affect this equation, such as how clean the floor is and what type of food was dropped.

النمو الأُسي غير مقيَّد، بمعنى أنه يتزايد دون توقف. أما **نموذج النمو اللوجيستي**، فيمثل النمو الذي له عامل مُحدِّد. وتعد النماذج اللوجيستية النماذج الأدق لتمثيل النمو السكاني.

المفهوم الأساسي دالة النمو اللوجيستي

افترض أن a، و b، و c هي الثوابت الموجبة حيث $b < 1$. ويتم تمثيل دالة النمو اللوجيستي بالآتي $f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$. حيث t تمثل الزمن.

ZOOLOGY Suppose the red fox population in a restricted habitat follows the function $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$, where t represents the time in years.

a. Graph the function for $0 \le t \le 200$. See margin.

b. What is the horizontal asymptote? $P(t) = 16{,}500$

c. What is the maximum population? 16,500

d. When does the population reach 16,450? about 102 years

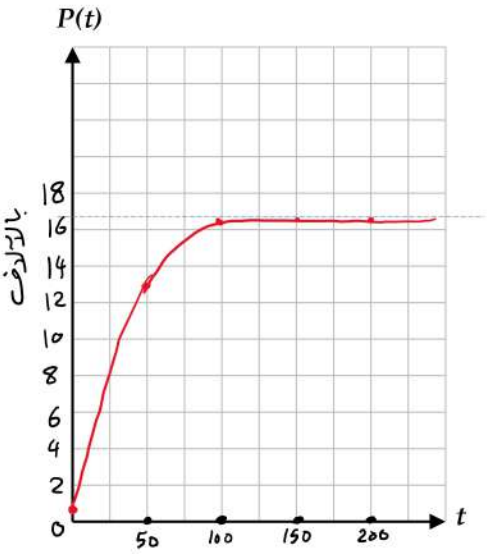
علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1+18e^{-0.085t}}$ ، حيث t تمثل الزمن بالسنوات.

a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16'500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16'500

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450 ؟



t	$P(t)$
0	868
50	13'129
100	16439.7
150	16499.1
200	16499.9

$$P(t) = \frac{16'500}{1+18e^{-0.085t}}$$

$$16\,450 = \frac{16'500}{1+18e^{-0.085t}}$$

$$1+18e^{-0.085t} = \frac{16'500}{16450}$$

$$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$$

$$e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$$

$$-0.085t = \ln\frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$$

$$t = \frac{\ln\frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085}$$

$$= 102,1932883 \text{ عام}$$

alllaaam@yahoo.com