شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

إجابات مفصلة نموذج أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم

روابط مواد الصف الحادي عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	أوراق عمل الدرس الأول من الوحدة الخامسة Graphing Exponential Functions
2	حل أسئلة الامتحان النهائي ريفيل
3	حل أسئلة الامتحان النهائي بريدج
4	حل أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري نخبة
5	مراجعة نهائية وفق الهيكل الوزاري

إجابات هيكل 11 متقدم ف1 -2022

1	وصف المجموعات الجزئية المكونة من أعداد حقيقية Describe subsets of real numbers	Exercises (5 -12)	P707

الدرس 1-11

اكتب كل مجموعة أعداد باستخدام رمز المجموعة ورمز الفترة، إن أمكن. (المثالان 1 و 2)

5. $8 < x < 99$

6. $-31 < x \leq 64$

7. $x < -19$ أو $x > 21$

8. $x < 0$ أو $x \geq 100$

9. $\{-0.25, 0, 0.25, 0.50, \ldots\}$

10. $x \leq 61$ أو $x \geq 67$

11. $x \leq -45$ أو $x > 86$

12. جميع مضاعفات العدد 8

5. $\{x \mid 8 < x < 99, x \in \mathbb{R}\}; (8, 99)$

6. $\{x \mid -31 < x \leq 64, x \in \mathbb{R}\}; (-31, 64]$

7. $\{x \mid x < -19 \text{ or } x > 21, x \in \mathbb{R}\}$;
$(\infty, -19) \cup (21, \infty)$

8. $\{x \mid x < 0 \text{ or } x \geq 100, x \in \mathbb{R}\}$;
$(-\infty, 0) \cup [100, \infty)$

9. $\{x \mid 0.25n = x, n \geq -1, n \in \mathbb{Z}\}$

10. $\{x \mid x \leq 61 \text{ or } x \geq 67, x \in \mathbb{R}\}$;
$(-\infty, 61] \cup [67, \infty)$

11. $\{x \mid x \leq -45 \text{ or } x > 86, x \in \mathbb{R}\}$;
$(-\infty, -45] \cup (86, \infty)$

050-2509447 مصطفى أسامة علام

2	التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها Identify and evaluate functions and state their domains	Exercises (48-51)	P708

الدرس 1-11

جـد $f(-5)$ و $f(12)$ لكل دالة متعددة التعريف. (المثال 6)

48. $f(x) = \begin{cases} -4x + 3 & , x < 3 \\ -x^3 & , 3 \le x \le 8 \\ 3x^2 + 1 & , x > 8 \end{cases}$

23; 433 .48

49. $f(x) = \begin{cases} -5x^2 & , x < -6 \\ x^2 + x + 1 & , -6 \le x \le 12 \\ 0.5x^3 - 4 & , x > 12 \end{cases}$

21; 157 .49

24; 14 .50

50. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 6x + 4 & , x < -4 \\ 6 - x^2 & , -4 \le x < 12 \\ 14 & , x \ge 12 \end{cases}$

$1; 8\frac{1}{6}$ .51

51. $f(x) = \begin{cases} -15 & , x < -5 \\ \sqrt{x + 6} & , -5 \le x \le 10 \\ \frac{2}{x} + 8 & , x > 10 \end{cases}$

050-2509447

3	التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها Identify and evaluate functions and state their domains	Exercises (39-46)	P708

الدرس 1-11

حدد المجال لكل دالة. (المثال 5)

39. $f(x) = \dfrac{8x + 12}{x^2 + 5x + 4}$

40. $g(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x - 40}$

41. $g(a) = \sqrt{1 + a^2}$

42. $h(x) = \sqrt{6 - x^2}$

43. $f(a) = \dfrac{5a}{\sqrt{4a - 1}}$

44. $g(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x^2 - 16}}$

45. $f(x) = \dfrac{2}{x} + \dfrac{4}{x + 1}$

46. $g(x) = \dfrac{6}{x + 3} + \dfrac{2}{x - 4}$

39. $(-\infty, -4) \cup (-4, -1) \cup (-1, \infty)$

40. $(-\infty, -5) \cup (-5, 8) \cup (8, \infty)$

41. $(-\infty, \infty)$

42. $\left[-\sqrt{6}, \sqrt{6}\right]$

43. $(0.25, \infty)$

44. $(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$

45. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)$

46. $(-\infty, -3) \cup (-3, 4) \cup (4, \infty)$

050-2509447 مصطفى أسامة علام

حدِّد مجال كلٍّ من الدوال الآتية:

(a $f(x) = \frac{2+x}{x^2-7x}$

المجال ← $R - \{$أصفار المقام$\}$

أصفار المقام ⇒ $x^2 - 7x = 0$

$x(x-7) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = 7$

المجال = $R - \{0, 7\}$ or $x \neq \{0, 7\}$, $x \in R$

(b $g(t) = \sqrt{t-5}$

المجال ← ما تحت الجذر ≥ 0

$t - 5 \geq 0$

المجال = $t \geq 5$

المجال $= \{t \mid t \geq 5 \ , \ t \in R\}$

(c $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$

ما تحت الجذر ← المجال > 0

$x^2 - 9 > 0$

$x^2 > 9$

$|x| > 3$

$x > 3$ or $x < -3$

المجال $= \{x \mid x > 3$ or $x < -3 \ , x \in R\}$

(5A $f(x) = \frac{5x-2}{x^2+7x+12}$

المجال ← $R - \{$أصفار المقام$\}$

أصفار المقام ← $x^2 + 7x + 12 = 0$

$(x+3)(x+4) = 0$

$x = -3$ ، $x = -4$

المجال $= R - \{-3, -4\}$ or $x \neq \{-3, -4\}$, $x \in R$

(5B $h(a) = \sqrt{a^2-4}$

ما تحت الجذر ≥ 0

$a^2 - 4 \geq 0$

$a^2 \geq 4$

$|a| \geq 2$

$a \geq 2$ or $a \leq -2$

المجال $= \{a \mid a \geq 2$ or $a \leq -2, x \in R\}$

(5C $g(x) = \frac{8x}{\sqrt{2x+6}}$

س.ب المجال $\{$ استبعاد : أصفار المقام

والأعداد السالبة تحت الجذر $\}$

ما تحت الجذر > 0

$2x + 6 > 0$

$x > -\frac{6}{2}$

المجال $= \{x \mid x > -3 \ , x \in R\}$

4	استخدام النهايات لتحديد اتصال دالة ما Use limits to determine the continuity of a function	Exercises (1-10)	P728

الدرس 3-11

حدد ما إذا كانت كل دالة متصلة أم لا عند قيم x المذكورة. برر إجابتك باستخدام اختبار الاتصال. وإذا كانت منفصلة، فحدد نوع الانفصال سواء لا نهائي أو قفزي أو قابل للإزالة. (المثالان 1 و 2)

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$; عند $x = -5$

2. $f(x) = \sqrt{x + 5}$; عند $x = 8$

3. $h(x) = \dfrac{x^2 - 36}{x + 6}$; عند $x = -6$ و $x = 6$

4. $h(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}$; عند $x = -5$ و $x = 5$

5. $g(x) = \dfrac{x}{x - 1}$; عند $x = 1$

6. $g(x) = \dfrac{2 - x}{2 + x}$; عند $x = -2$ و $x = 2$

7. $h(x) = \dfrac{x - 4}{x^2 - 5x + 4}$; عند $x = 1$ و $x = 4$

8. $h(x) = \dfrac{x(x - 6)}{x^3}$; عند $x = 0$ و $x = 6$

9. $f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{إذا } x \le -6 \\ -x + 2 & \text{إذا } x > -6 \end{cases}$; عند $x = -6$

10. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{إذا } x > -2 \\ x - 5 & \text{إذا } x \le -2 \end{cases}$; عند $x = -2$

1. متصلة ; $f(-5) = \sqrt{21}$ أو حوالي 4.58, $\lim_{x \to -5} f(x) \approx 4.58$, و $\lim_{x \to -5} f(x) = f(-5)$.

2. متصلة ; $f(8) = \sqrt{13}$ حوالي, $\lim_{x \to 8} f(x) \approx 3.61$, و.. $\lim_{x \to 8} f(x) = f(8)$

3. منفصلة عند $x = -6$; $h(-6)$ غير معرفة و $\lim_{x \to -6} h(x) = 6(x)$ بالتالي $h(x)$ منفصلة انفصال قابل للإزالة عند $x = -6$. متصلة عند $x = 6$. $h(6) = 0$, و $\lim_{x \to 6} h(x) = 0$ $\lim_{x \to 6} h(x) = h(6)$.

4. منفصلة عند $x = -5$; $h(-5)$ غير معرفة, و $h(x)$ $\lim_{x \to -5} h(x) = -10$, ذات انفصال قابل للإزالة عند $x = -5$. متصلة عند 5 و $h(5) = 0$, $\lim_{x \to 5} h(x) = 0$ $\lim_{x \to 5} h(x) = h(5)$,

5. منفصلة؛ $g(1)$ غير معرفة و $g(x)$ تقترب من $-\infty$ كلما اقتربت قيمة x من 1 من جهة اليسار و من ∞ كلما اقتربت قيمة x من 1 من جهة اليمين ، لذا فإن الدالة $g(x)$ ذات إنفصال لا نهائي عند $x = 1$.

6. منفصلة عند $x = -2$ ؛ $g(-2)$ غير معرفة و$g(x)$ تقترب من $-\infty$ كلما اقتربت قيمة x من -2 من جهة اليسار و من ∞ كلما اقتربت قيمة x من -2 من جهة اليمين، لذا فإن الدالة $g(x)$ ذات إنفصال لا نهائي عند $x = -2$. متصلة عند 2 لأن $x = 2; g(2) = 0,$

$$\lim_{x\to 2} g(x) = 0,$$
$$\lim_{x\to 2} g(x) = g(2)$$

7. الانفصال عند $x = 1$؛ يكون $h(1)$ غير معرّف و $h(x)$ يقترب من $-\infty$ كما يقترب x من 1 من اليسار و ∞ كما يقترب x من 1 من اليمين، لذلك يوجد لدى $h(x)$ انفصال لا نهائي عند $x = 1$. الانفصال عند $x = 4$؛ يكون $h(4)$ غير معرّف و $\lim_{x\to 4} h(x) = \frac{1}{3}$ ، لذا $h(x)$ لديه انفصال قابل للإزالة عند $x = 4$.

8. الانفصال عند $x = 0$؛ يكون $h(0)$ يكون غير معرّف ويقترب $h(x)$ من $-\infty$ كما يقترب x من 0 من كلا الجانبين، لذلك لدى $h(x)$ انفصال لا نهائي عند $x = 0$. متصل عند $x = 6$؛ إذًا $h(6) = 0$ و $\lim_{x\to 6} h(x) = 0$ و $\lim_{x\to 6} h(x) = h(6)$.

9. منفصل عند $x = -6$؛ حيث $f(x)$ يقترب من -25 كما يقترب x من -6 من اليسار و 8 كما أن x يقترب من -6 من اليمين، لذلك لدى $f(x)$ عدم اتصال قفزي عند $x = -6$.

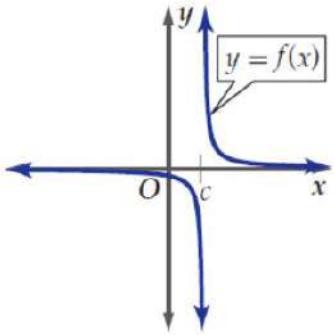
10. منفصل عند $x = -2$؛ حيث $f(x)$ يقترب من -7 كما يقترب x من -2 من اليسار و 3، كما يقترب x من -2 من اليمين، لذلك لدى $f(x)$ عدم اتصال قفزي عند $x = -2$.

مفهوم أساسي

أنواع الانفصال

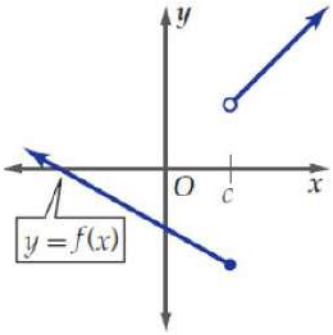
للدالة **انفصال لا نهائي** عند $x = c$ إذا تزايدت قيم الدالة أو تناقصت بلا حدود عندما تقترب x من c من اليمين أو اليسار.

مثال:



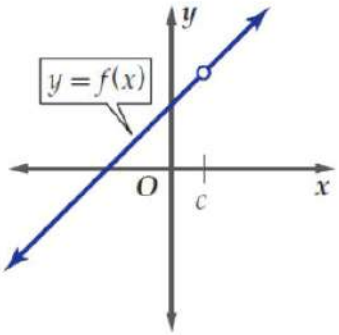
للدالة **انفصال قفزي** عند $x = c$ إذا كانت نهايتا الدالة عندما تقترب x من c من اليمين ومن اليسار موجودتين، ولكنهما غير متساويتين.

مثال:



للدالة **انفصال قابل للإزالة** عند $x = c$ إذا كانت نهاية الدالة عندما تقترب x من c موجودة، ولاتساوي قيمة الدالة عند $x = c$، ويشار إليها بدائرة صغيرة (○) غير مظلّلة؛ لتعبر عن عدم اتصال عند هذه النقطة.

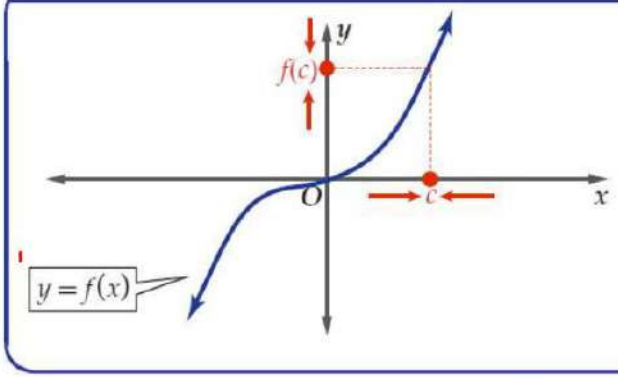
مثال:



050-2509447 مصطفى أسامة علام

ملخص المفهوم

اختبار الاتصال



1. $f(x)$ معرّفة عند c، أي أن $f(c)$ موجودة.
2. $f(x)$ تقترب من القيمة نفسها عندما تقترب x من c من الجهتين. أي أن $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة.
3. $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.

حدد ما إذا كانت الدالة $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ متصلة عند $x = 2$. برّر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال.

نتحقق من الشروط الثلاثة كالتالي..

① $f(2) = 2(2)^2 - 3(2) - 1 = -1$

② $\lim_{x\to 2} f(x)$ موجودة

x	1.99	1.999	2	2.001	2.01
$f(x)$	0.950	0.995	1	1.005	1.050

يتضح من الجدول كلما x اقتربت من 2 من اليسار واليمين تقترب $f(x)$ من -1

$\lim_{x\to 2} f(x) = -1$ ⟸ $f(x)$ من -1

③ $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2) = -1$ ⟸ الدالة متصلة عند $x = 2$

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلتين عند $x = 0$. برّر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال:

$f(x) = x^3$

تحقق من الشروط الثلاثة كالتالي:

① $f(0) = (0)^3 = 0$ موجودة

② من اليسار واليمين

x	−0.01	−0.001	0	0.001	0.01
$f(x)$	-1×10^{-6}	-1×10^{-9}	0	1×10^{-9}	1×10^{-6}

كلما اقتربت x من 0 تقترب $f(x)$ من 0

$\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x) = 0$

③ $f(0) = \lim_{x\to 0} f(x) = 0$ ← الدالة متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

① $f(0) = 0$ ← موجودة

② من اليسار x تقترب من 0 $f(x)$ تقترب من $-\infty$

x	−0.01	−0.001	0	0.001	0.01
$f(x)$	−100	−1000	0	0.001	0.01

عندما تقترب x من 0 من اليسار تقترب $f(x)$ إلى $-\infty$

⟸ غير موجودة $\lim_{x\to 0} f(x)$

الدالة غير متصلة عند $x = 0$

تحديد نقاط الانفصال

حدد ما إذا كانت كل دالة مما يأتي متصلة عند قيمة x المعطاة. وبرر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال.

وإذا كانت الدالة غير متصلة فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي، قفزي، قابل للإزالة.

$$f(x)=\begin{cases}3x-2 & , \quad x>-3\\ 2-x & , \quad x\le -3\end{cases}$$ عند $x=-3$.

① $f(-3)=2-(-3)=5$ موجودة

② كلما اقتربت x من -3 من اليسار، اقتربت $f(x)$ لـ 5

x	-3.01	-3.001	-3	-2.99	-2.95
$f(x)$	5.01	5.001	5	-10.97	-10.7

كلما اقتربت x من -3 من اليمين

اقتربت $f(x)$ لـ -11 $\Leftarrow$ $\lim_{x\to -3} f(x)$ غير موجود

الدالة غير متصلة عند $x=-3$

نوع عدم الاتصال (انفصال قفزي)

$$f(x)=\frac{x+3}{x^2-9}$$ عند $x=-3, x=3$.

عند $x=-3$

① $f(-3)=\frac{(-3)+3}{(-3)^2-9}=\frac{0}{0}$ $\rightarrow$ غير موجودة

②

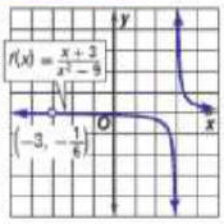
x	-3.01	-3.001	-3	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	-0.1663	-0.1661		-0.16669	-0.1669	-0.1694

كلما اقتربت x من -3 من اليمين اقتربت $f(x)$ من -0.16 $\Leftarrow$ $\lim_{x\to -3} f(x)=-0.16$

الدالة انفصال قابل للإزالة عند $x=-3$

عند $x=3$

① $f(3)=\frac{(3)+3}{3^2-9}=\frac{6}{0}$ $\rightarrow$ غير معرفة



②

x	2.99	2.999	3	3.001	3.01
$f(x)$	-100	-1000		1000	100

كلما اقتربت x من 3 من اليمين تقترب $f(x)$ من ∞

كلما اقتربت x من 3 من اليسار تقترب $f(x)$ من $-\infty$

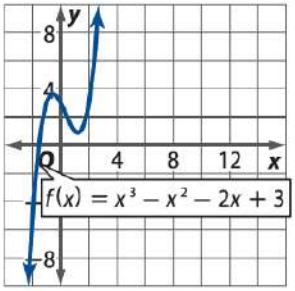
الدالة انفصال لانهائي عند $x=3$

5	تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing	Exercises (1-10)	P738

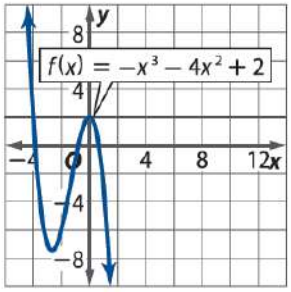
الدرس 4-11

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادعم إجابتك عدديًا. (مثال 1)

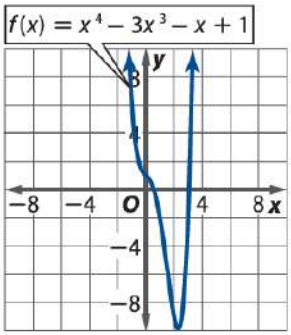
1.



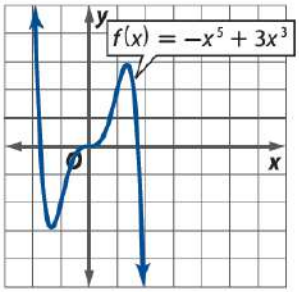
2.



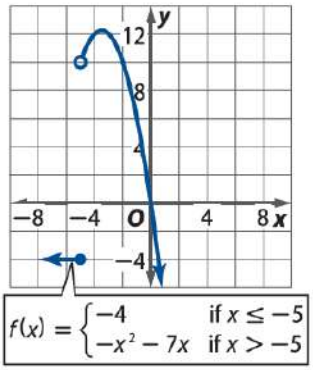
3.



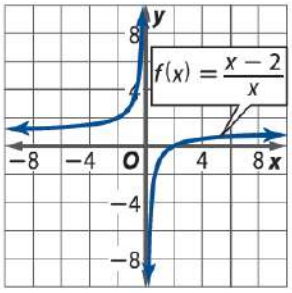
4.



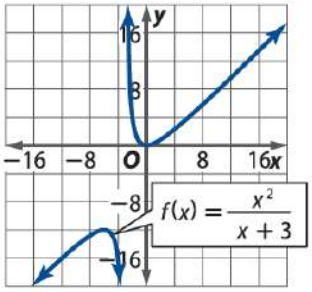
9.



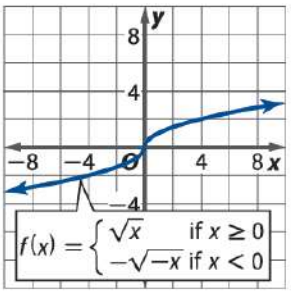
5.



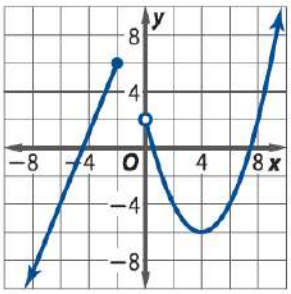
6.



10.

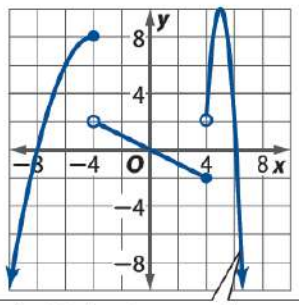


7.



$f(x) = \begin{cases} 2.5x + 11 & \text{if } x \le -2 \\ 0.5x^2 - 4x + 2 & \text{if } x > 0 \end{cases}$

8.



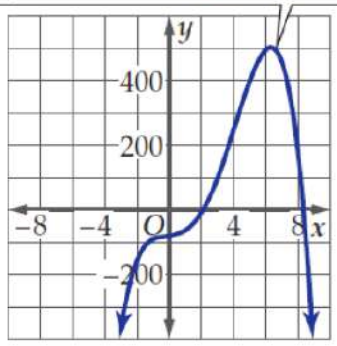
$f(x) = \begin{cases} -0.5x^2 - 4x & \text{if } x \le -4 \\ -0.5x & \text{if } -4 < x \\ -8x^2 + 80x - 190 & \text{if } x > 4 \end{cases}$

1. f تزيد في $(-\infty, -0.5)$، تنقص في $(-0.5, 1)$، وتزيد في $(1, \infty)$.
2. f تنقص في $(-\infty, -2.5)$، تزيد في $(-2.5, 0)$، وتنقص في $(0, \infty)$.
3. f تقل في $(-\infty, 2.5)$ تزيد في $(2.5, \infty)$.
4. f تنقص في $(-\infty, -1.5)$، تزيد في $(-1.5, 1.5)$، وتنقص في $(1.5, \infty)$.
5. f تزيد في $(-\infty, 0)$ تزيد في $(0, \infty)$.
6. f تزيد في $(-\infty, -6)$، تقل في $(-6, -3)$، تقل في $(-3, 0)$، تزيد في $(0, \infty)$.
7. f تزيد في$(-\infty, -2)$، تقل في $(0, 4)$، تزيد في $(4, \infty)$.
8. f تزيد في $(-\infty, -4)$، تقل في $(-4, 4)$، تزيد في $(4, 5)$، وتقل في $(5, \infty)$.
9. f تكون ثابتة في $(-\infty, -5)$، تزيد في $(-5, -3.5)$، وتقل في $(-3.5, \infty)$.
10. f تزيد في $(-\infty, \infty)$.

التمثيلات البيانية التي تقترب من ما لانهاية

استعمل التمثيل البياني لكل من الدوال الآتية لوصف سلوك طرفي تمثيلها البياني، ثم عزز إجابتك عدديًّا.

$f(x) = -x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 6x - 80$



من الرسم /

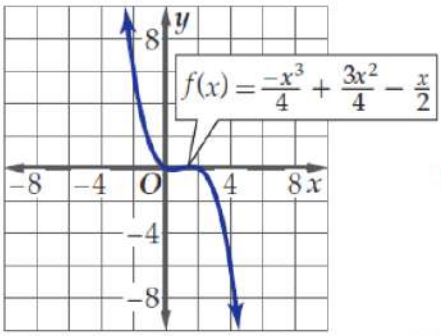
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	-1×10^{16}	-1×10^{12}	-1×10^{12}	-1×10^{16}
	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

$f(x) = \frac{-x^3}{4} + \frac{3x^2}{4} - \frac{x}{2}$



من الرسم /

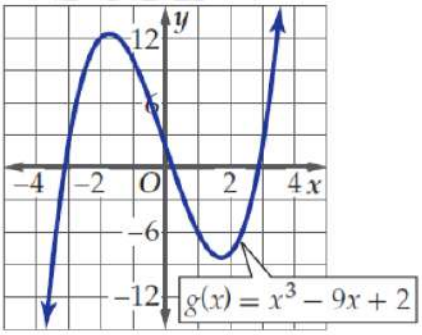
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	2.5×10^{11}	2.5×10^{8}	-2.5×10^{8}	-2.5×10^{11}
	∞	∞	$-\infty$	$-\infty$

$g(x) = x^3 - 9x + 2$



من الرسم /

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

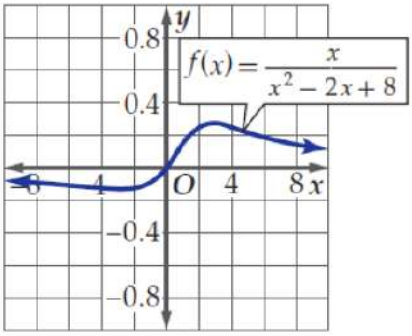
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	-15×10^{11}	-15×10^{8}	15×10^{8}	15×10^{11}
	$-\infty$	$-\infty$	∞	∞

التمثيلات البيانية التي تقترب من قيمة محددة

استعمل التمثيل البياني لكل من الدوال الآتية لوصف سلوك طرفي تمثيلها البياني، ثم عزز إجابتك عدديًّا.



من الرسم /

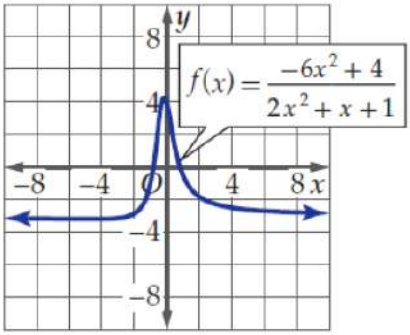
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	-1.5×10^{-5}	-1.5×10^{-4}	1×10^{-3}	1×10^{-4}

0 0 0 0



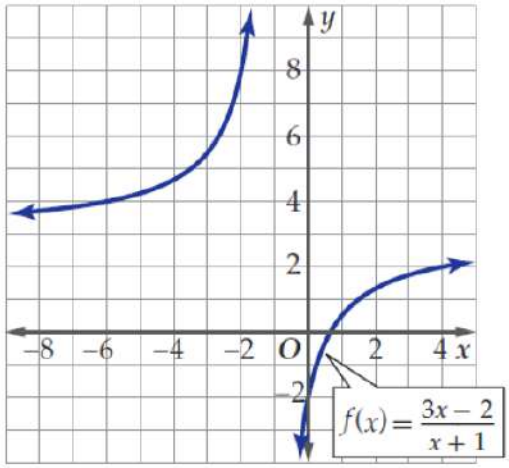
من الرسم /

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	-3	-3	-2.998	-2.999



من الرسم /

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

التعزيز العددي /

x	-10000	-1000	1000	10000
$f(x)$	3.0005	3.005	2.995	2.9995

6	إيجاد متوسط معدل التغير لدالة ما Find the average rate of change of a function	Exercises (34-45)	P739

الدرس 4-11

جـد متوسط معدل التغيير في كل دالة مما يلي في الفترة المحددة. (مثال 5)

34. $g(x) = -4x^2 + 3x - 4; [-1, 3]$

35. $g(x) = 3x^2 - 8x + 2; [4, 8]$

36. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 6; [2, 6]$

37. $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 2x - 8; [-2, 3]$

38. $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 6x - 1; [5, 9]$

39. $f(x) = -2x^4 - 5x^3 + 4x - 6; [-1, 5]$

40. $h(x) = -x^5 - 5x^2 + 6x - 9; [3, 6]$

41. $h(x) = x^5 + 2x^4 + 3x - 12; [-5, -1]$

42. $f(x) = \frac{x-3}{x}; [5, 12]$

43. $f(x) = \frac{x+5}{x-4}; [-6, 2]$

44. $f(x) = \sqrt{x+8}; [-4, 4]$

45. $f(x) = \sqrt{x-6}; [8, 16]$

34. -5

35. 28

36. 140

37. -16

38. 4430

39. -309

40. -2550

41. 472

42. 0.05

43. -0.45

44. ≈ 0.183

45. ≈ 0.219

أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة.

$f(x) = -x^3 + 3x \ , [-2, -1]$

$m_{sec} = \dfrac{f(-1) - f(-2)}{-1 - (-2)}$

$= \dfrac{-4 - 2}{1 + 2}$

$= \dfrac{-6}{3} = \boxed{-2}$

$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) = -4$

$f(-2) = -(-2)^3 + 3(-2) = 2$

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2, [2, 3]$

$m_{sec} = \dfrac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$

$= \dfrac{2 - (-4)}{3 - 2} = \dfrac{6}{1}$

$= \boxed{6}$

$f(3) = (3)^3 - 2(3)^2 - 3(3) + 2 = 2$

$f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 - 3(2) + 2 = -4$

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x, [-5, -3]$

$m_{sec} = \dfrac{f(-3) - f(-5)}{-3 - (-5)}$

$= \dfrac{15 - 455}{-3 + 5}$

$= \boxed{-220}$

$f(-3) = (-3)^4 - 6(-3)^2 + 4(-3) = 15$

$f(-5) = (-5)^4 - 6(-5)^2 + 4(-5) = 455$

7	إجراء العمليات على الدوال Perform operations with functions	Exercises (1-12)	P759

الدرس 6-11

جد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f \cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ **لكل من** $f(x)$ و $g(x)$. **اذكر مجال كل دالة جديدة.** (المثال 1)

1. $f(x) = x^2 + 4$
   $g(x) = \sqrt{x}$

2. $f(x) = 8 - x^3$
   $g(x) = x - 3$

3. $f(x) = x^2 + 5x + 6$
   $g(x) = x + 2$

4. $f(x) = x - 9$
   $g(x) = x + 5$

5. $f(x) = x^2 + x$
   $g(x) = 9x$

6. $f(x) = x - 7$
   $g(x) = x + 7$

7. $f(x) = \frac{6}{x}$
   $g(x) = x^3 + x$

8. $f(x) = \frac{x}{4}$
   $g(x) = \frac{3}{x}$

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$
   $g(x) = 4\sqrt{x}$

10. $f(x) = \frac{3}{x}$
    $g(x) = x^4$

11. $f(x) = \sqrt{x+8}$
    $g(x) = \sqrt{x+5} - 3$

12. $f(x) = \sqrt{x+6}$
    $g(x) = \sqrt{x-4}$

050-2509447

إذا كانت $h(x) = 3x - 5$ ، $g(x) = \sqrt{x+2}$ ، $f(x) = x^2 + 4x$ ، فأوجد كلًّا من الدوال الآتية، ثم حدد مجالها:

(a) $(f+g)(x)$

$(f+g)(x) = (x^2+4x) + \sqrt{x+2}$

$= x^2 + 4x + \sqrt{x+2}$

مجال $f(x) = (-\infty, \infty)$

مجال $g(x)$ $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ $\Rightarrow [-2, \infty)$

مجال $(f+g)$ هو $(-\infty, \infty) \cap [-2, \infty) = [-2, \infty)$

(b) $(f-h)(x)$

$(f-h)(x) = (x^2+4x) - (3x-5)$

$= x^2 + x + 5$

مجال f $(-\infty, \infty)$

مجال h $(-\infty, \infty)$

مجال $(f-h)$ هو $(-\infty, \infty) \cap (-\infty, \infty) = (-\infty, \infty)$

(c) $(f \cdot h)(x)$

$(f \cdot h)(x) = (x^2+4x)(3x-5)$

$= 3x^3 - 5x^2 + 12x^2 - 20x$

$= 3x^3 + 7x^2 - 20x$

مجال f $(-\infty, \infty)$ / مجال h $(-\infty, \infty)$

مجال $(f \cdot h)$ هو $(-\infty, \infty) \cap (-\infty, \infty)$

$= (-\infty, \infty)$

(d) $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{3x-5}{x^2+4x}$

مجال f $(-\infty, \infty)$ / مجال h $(-\infty, \infty)$

أصفار المقام $\left(\frac{h}{f}\right) \Rightarrow \{0, -4\}$

$x^2 + 4x = 0$

$x(x+4) = 0$

$x = 0, \quad x = -4$

مجال $\left(\frac{h}{f}\right)$ هو $[(-\infty, \infty) \cap (-\infty, \infty)] - \{0, -4\}$

$= (-\infty, \infty) - \{0, -4\}$

1

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f\cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

$f(x)=x-4, g(x)=\sqrt{9-x^2}$

$(f+g)(x) = x-4+\sqrt{9-x^2}$

المجال $\Rightarrow$ $9-x^2 \geq 0$

$9 \geq x^2$

$3 \geq |x|$

$|x| \leq 3$

$-3 \leq x \leq 3 \Rightarrow D=[-3,3]$

$(f-g)(x) = x-4-\sqrt{9-x^2}$

المجال $D=[-3,3]$

$(f\cdot g)(x) = (x-4)\sqrt{9-x^2}$

$= x\sqrt{9-x^2} - 4\sqrt{9-x^2}$

المجال $\Rightarrow$ $D=[-3,3]$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x-4}{\sqrt{9-x^2}}$

المجال $\Rightarrow$ $9-x^2>0$

$9>x^2$

$3>|x|$

$|x|<3$

$-3<x<3$

المجال $\Rightarrow$ $D=(-3,3)$

$f(x)=x^2-6x-8, g(x)=\sqrt{x}$

$(f+g)(x) = x^2-6x-8+\sqrt{x}$

المجال $\Rightarrow$ $x \geq 0$

$D=[0,\infty)$

$(f-g)(x) = x^2-6x-8-\sqrt{x}$

المجال $\Rightarrow$ $D=[0,\infty)$

$(f\cdot g)(x) = (x^2-6x-8)\sqrt{x}$

$= x^2\sqrt{x} - 6x\sqrt{x} - 8\sqrt{x}$

المجال $\Rightarrow$ $D=[0,\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2-6x-8}{\sqrt{x}}$

المجال $\Rightarrow$ $x>0$

$D=(0,\infty)$

8	إيجاد تركيب الدوال Find compositions of functions	Exercises (15-28)	P759

الدرس 6-11

لكل زوج من الدوال، جـد $[f \circ g](x)$ و $[g \circ f](x)$ و $[f \circ g](6)$.
(المثال 2)

15. $f(x) = 2x - 3$
$g(x) = 4x - 8$

16. $f(x) = -2x^2 - 5x + 1$
$g(x) = -5x + 6$

17. $f(x) = 8 - x^2$
$g(x) = x^2 + x + 1$

18. $f(x) = x^2 - 16$
$g(x) = x^2 + 7x + 11$

19. $f(x) = 3 - x^2$
$g(x) = x^3 + 1$

20. $f(x) = 2 + x^4$
$g(x) = -x^2$

جـد $f \circ g$. (المثال 3)

21. $f(x) = \frac{1}{x+1}$
$g(x) = x^2 - 4$

22. $f(x) = \frac{2}{x-3}$
$g(x) = x^2 + 6$

23. $f(x) = \sqrt{x+4}$
$g(x) = x^2 - 4$

24. $f(x) = x^2 - 9$
$g(x) = \sqrt{x+3}$

25. $f(x) = \frac{5}{x}$
$g(x) = \sqrt{6-x}$

26. $f(x) = -\frac{4}{x}$
$g(x) = \sqrt{x+8}$

27. $f(x) = \sqrt{x+5}$
$g(x) = x^2 + 4x - 1$

28. $f(x) = \sqrt{x-2}$
$g(x) = x^2 + 8$

15. $[f \circ g](x) = 8x - 19; [g \circ f](x) = 8x - 20; [f \circ g](6) = 29$

16. $[f \circ g](x) = -50x^2 + 145x - 101; [g \circ f](x) = 10x^2 + 25x + 1; [f \circ g](6) = -1031$

17. $[f \circ g](x) = -x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 2x + 7; [g \circ f](x) = x^4 - 17x^2 + 73; [f \circ g](6) = -1841$

18. $[f \circ g](x) = x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 105; [g \circ f](x) = x^4 - 25x^2 + 155; [f \circ g](6) = 7905$

19. $[f \circ g](x) = -x^6 - 2x^3 + 2; [g \circ f](x) = -x^6 + 9x^4 - 27x^2 + 28; [f \circ g](6) = -47{,}086$

20. $[f \circ g](x) = 2 + x^8; [g \circ f](x) = -x^8 - 4x^4 - 4; [f \circ g](6) = 1{,}679{,}618$

21. $[f \circ g](x) = \dfrac{1}{x^2 - 3}$ for $x \neq \pm\sqrt{3}$

22. $[f \circ g](x) = \dfrac{2}{x^2 + 3}$

23. $[f \circ g](x) = |x|$

24. $[f \circ g](x) = x - 6$ for $x \geq -3$

25. $[f \circ g](x) = \dfrac{5\sqrt{6 - x}}{6 - x}$ for $x < 6$

26. $[f \circ g](x) = \dfrac{-4\sqrt{x + 8}}{x + 8}$ for $x > -8$

27. $[f \circ g](x) = |x + 2|$

28. $[f \circ g](x) = \sqrt{x^2 + 6}$

إذا كانت $f(x)=x^2+1$, $g(x)=x-4$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

(a) $[f\circ g](x)$

$(fog)(x) = f(g(x))$

$= (g(x))^2 + 1$

$= (x-4)^2 + 1$

$= x^2 - 8x + 16 + 1$

$= \boxed{x^2 - 8x + 17}$

(b) $[g\circ f](x)$

$(gof)(x) = g(f(x))$

$= (f(x)) - 4$

$= (x^2+1) - 4$

$= \boxed{x^2 - 3}$

(c) $[f\circ g](2)$

$(fog)(x)$ #

$x^2 - 8x + 17$

$fog(2)$

$= (2)^2 - 8(2) + 17$

$= \boxed{5}$

أوجد $[f\circ g](3)$, $[g\circ f](x)$, $[f\circ g](x)$ في كل مما يأتي: $f(x)=3x+1, g(x)=5-x^2$

$= (fog)(x)$

$= f(g(x))$

$= 3(5-x^2) + 1$

$= 15 - 3x^2 + 1$

$= \boxed{-3x^2 + 16}$

$= (gof)(x)$

$= g(f(x))$

$= 5 - (3x+1)^2$

$= 5 - (9x^2 + 6x + 1)$

$= \boxed{-9x^2 - 6x + 4}$

$(fog)(3) = -3(3)^2 + 16$

$= -3(9) + 16$

$= -27 + 16$

$= \boxed{-11}$

$f(x)=6x^2-4, g(x)=x+2$

$(fog)(x)$

$= 6(x+2)^2 - 4$

$= 6(x^2 + 4x + 4) - 4$

$= 6x^2 + 24x + 24 - 4$

$= \boxed{6x^2 + 24x + 20}$

$(gof)(x)$

$= (6x^2 - 4) + 2$

$= \boxed{6x^2 - 2}$

$(fog)(3) =$

$= 6(3)^2 + 24(3) + 20$

$= 6(9) + 72 + 20$

$= 54 + 92$

$= \boxed{146}$

3

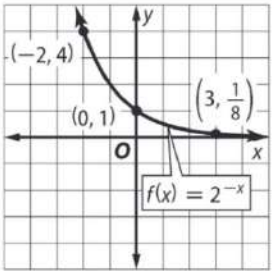
9	إيجاد قيم الدوال الأسية وتحليلها وتمثيلها بيانيا Evaluate, analyze, and graph exponential functions	Exercises (1-10)	P84

الدرس 2-1

مثّل كل دالة بيانيًا وحللها. وضّح المجال والمدى والتقاطعات وخطوط التقارب والسلوك الطرفي، وفترات تزايد أو تناقص الدالة. (المثال 1)

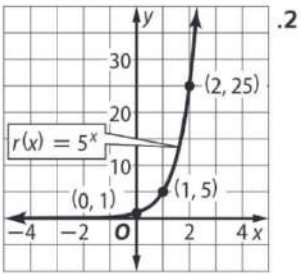
1. $f(x) = 2^{-x}$
2. $r(x) = 5^{x}$
3. $h(x) = 0.2^{x+2}$
4. $k(x) = 6^{x}$
5. $m(x) = -(0.25)^{x}$
6. $p(x) = 0.1^{-x}$
7. $q(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^{x}$
8. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$
9. $c(x) = 2^{x} - 3$
10. $d(x) = 5^{-x} + 2$

.1



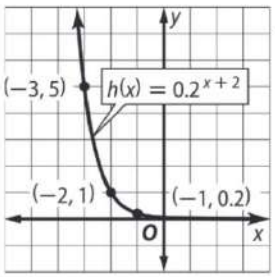
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$;
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1
خط التقارب: المحور الأفقي x
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
متناقصة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.2



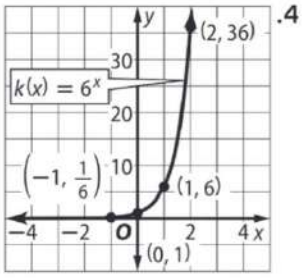
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1
خط التقارب: المحور الأفقي x.
$\lim_{x \to -\infty} r(x) = 0$, $\lim_{x \to \infty} r(x) = \infty$
متزايدة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.3



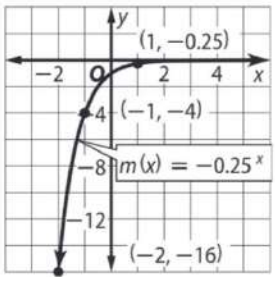
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 0.04؛ خط التقارب: المحور الأفقي
$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \infty$, $\lim_{x \to \infty} h(x) = 0$
متناقصة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.4



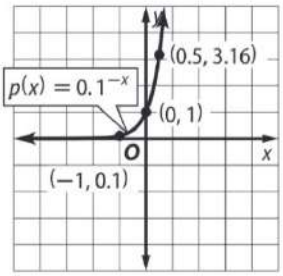
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1؛ خط التقارب: المحور الأفقي x: $\lim_{x \to -\infty} k(x) = 0$
$\lim_{x \to \infty} k(x) = \infty$؛ متزايدة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.5



$D = (-\infty, \infty)$; $R = (-\infty, 0)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: −1؛ خط التقارب: المحور الأفقي x:
$\lim_{x \to -\infty} m(x) = -\infty$
$\lim_{x \to \infty} m(x) = 0$ ؛ متزايدة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.6



$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1؛ خط التقارب: المحور الأفقي x:
$\lim_{x \to \infty} p(x) = \infty$ $\lim_{x \to -\infty} p(x) = 0$:
تزايد بالفترة $(-\infty, \infty)$

10	حل مسائل تتضمن نموا وتضاؤلا أسيين Solve problems involving exponential growth and decay	Example5	P81

الدرس 1-2

مثال 5 استخدم نسبة المرابحة المركبة المستمرة

المعرفة المالية **افترض أن حليمة وجدت حسابًا سيسمح لها باستثمار مبلغ AED 300 الخاص بها بنسبة مرابحة 6% تتم إضافتها باستمرار. وإذا لم تكن هناك إيداعات أو سحوبات أخرى، فكم سيبلغ رصيد حساب حليمة بعد 20 عامًا؟**

قاعدة نسبة المرابحة المركبة المستمرة

$A = Pe^{rt}$

$= 300e^{(0.06)(20)}$ $P = 300 = r = 0.06,\ t = 20$

≈ 996.04 بسّط.

عند إضافة نسبة المرابحة المركبة باستمرار، سيبلغ رصيد حساب مريم بعد 20 عامًا AED 996.04.

تمرين موجّه

5. **المعاملات البنكية عبر الإنترنت** إذا تم استثمار AED 1000 في حساب استثماري يحقق مكسباً يبلغ 8% في العام و تتم إضافته كمرابحة مركبة باستمرار، فكم سيبلغ الحساب في نهاية مدة 10 أعوام إذا لم تكن هناك أي إيداعات أو سحوبات أخرى؟

AED 2225.54

المرابحة المركبة المستمرة $A = pe^{rt}$

المعرفة المالية **افترض أن حليمة وجدت حسابًا سيسمح لها باستثمار مبلغ AED 300 الخاص بها بنسبة مرابحة 6% تتم إضافتها باستمرار. وإذا لم تكن هناك إيداعات أو سحوبات أخرى، فكم سيبلغ رصيد حساب حليمة بعد 20 عامًا؟**

$A = 300\ e^{6\div(20)}$

$= 996.04$ د.م

المعاملات البنكية عبر الإنترنت إذا تم استثمار AED 1000 في حساب استثماري يحقق مكسباً يبلغ 8% في العام و تتم إضافته كمرابحة مركبة باستمرار، فكم سيبلغ الحساب في نهاية مدة 10 أعوام إذا لم تكن هناك أي إيداعات أو سحوبات أخرى؟

$A = p\ e^{rt}$

$= 1000\ e^{8\div(10)}$

$= 2225.54$ د.م

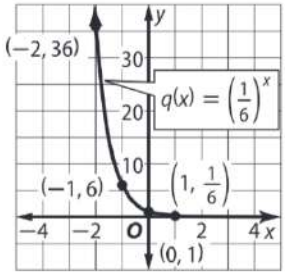
11	إيجاد قيم الدوال الأسية وتحليلها وتمثيلها بيانيا Evaluate, analyze, and graph exponential functions	Exercises (1-10)	P84

الدرس 2-1

مثّل كل دالة بيانيًا وحللها. وضّح المجال والمدى والتقاطعات وخطوط التقارب والسلوك الطرفي، وفترات تزايد أو تناقص الدالة. (المثال 1)

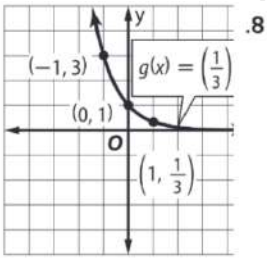
1. $f(x) = 2^{-x}$
2. $r(x) = 5^{x}$
3. $h(x) = 0.2^{x+2}$
4. $k(x) = 6^{x}$
5. $m(x) = -(0.25)^{x}$
6. $p(x) = 0.1^{-x}$
7. $q(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^{x}$
8. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x}$
9. $c(x) = 2^{x} - 3$
10. $d(x) = 5^{-x} + 2$

.7



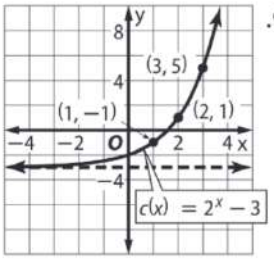
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1؛ خط التقارب: على المحور الأفقي x:
$\lim_{x \to -\infty} q(x) = \infty$.
$\lim_{x \to \infty} q(x) = 0$؛ متناقصة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.8



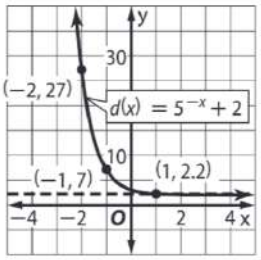
$D = (-\infty, \infty)$; $R = (0, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 1؛ خط التقارب: المحور الأفقي x:
$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \infty$؛ $\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$؛ متناقصة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.9



$D = (-\infty, \infty)$; $R = (-3, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 2−. نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x: 1.6؛ خط التقارب: $y = -3$؛
$\lim_{x \to -\infty} c(x) = -3$؛
$\lim_{x \to \infty} c(x) = \infty$
متزايدة بالفترة $(-\infty, \infty)$

.10



$D = (-\infty, \infty)$; $R = (2, \infty)$
نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y: 3؛ خط التقارب: $y = 2$
$\lim_{x \to -\infty} d(x) = \infty$ ، $\lim_{x \to \infty} d(x) = 2$؛
متناقصة بالفترة $(-\infty, \infty)$

12	تطبيق خصائص اللوغاريتمات Apply properties of logarithms	Exercises (19-28)	P103

الدرس 3-2 جد قيمة كل لوغاريتم مما يلي. (مثال 2)

19. $\log_5 \sqrt[4]{25}$ $\frac{1}{2}$

20. $8 \ln e^2 - \ln e^{12}$ 4

21. $9 \ln e^3 + 4 \ln e^5$ 47

22. $\log_2 \sqrt[5]{32}$ 1

23. $2 \log_3 \sqrt{27}$ 3

24. $3 \log_7 \sqrt[6]{49}$ 1

25. $4 \log_2 \sqrt{8}$ 6

26. $50 \log_5 \sqrt{125}$ 75

27. $\log_3 \sqrt[6]{243}$ $\frac{5}{6}$

28. $36 \ln e^{0.5} - 4 \ln e^5$ −2

050-2509447 مصطفى أسامة علام

Evaluate each expression.

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

$\log_5 125$ $= \log_5 5^3$ خاصية A $= 3$ (1)	$12^{\log_{12} 4.7}$ $= 4.7$ خاصية C	$\log_9 81$ $= \log_9 9^2$ خاصية A $= 2$ (D)	$3^{\log_3 1}$ $= 1$ خاصية C
$\log 0.001$ $= \log_{10} 10^{-3}$ $= -3$ خاصية A (D)	$\log 26$ $\log 10 < \log 26 < \log 100$ $1 < \log 26 < 2$ بالآلة الحاسبة $\log 26 = 1.41$ بالفعل يقع بين 1,2	$\log(-5)$ غير معرف $\log$ (سالب) غير معرف في الأعداد الحقيقية	$10^{\log 5}$ خاصية C $= 5$
$\log 10000$ $= \log 10^4$ $= 4$ خاصية A (B)	$\log 0.081$ $\log \frac{81}{1000}$ $= -1.09$ بالآلة الحاسبة	$\log(-0)$ لا يوجد حل حقيقي	$10^{\log 3}$ $= 3$ خاصية C
$\ln e^{0.73}$ $= 0.73$ خاصية A (1)	$\ln(-5)$ لا يوجد حل حقيقي	$e^{\ln 6}$ $= 6$ خاصية C	$-\ln 9$ بالآلة الحاسبة ≈ -2.20

13	تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال اللوغاريتمية لحل المعادلات Apply the One-to-One Property of logarithmic functions to solve equations	Exercises (75-79)	P115

الدرس 2-4

حُـلّ كل من المعادلات اللوغاريتمية التالية. (مثال 8)

75. $\log(29{,}995x + 40{,}225) = 4 + \log(3x + 4)$ **45**

76. $\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{4}x\right) = -\log_{\frac{1}{4}}(x + 8) - \frac{5}{2}$ **8**

77. $\log x = 3 - \log(100x + 900)$ **1**

78. $\log_5 \frac{x^2}{8} - 3 = \log_5 \frac{x}{40}$ **25**

79. $\log 2x + \log\left(4 - \frac{16}{x}\right) = 2\log(x - 2)$ **6**

Solve each equation.

$\ln(x + 2) + \ln(3x - 2) = 2\ln 2x$

$\ln(x+2)(3x-2) = \ln(2x)^2$

$(x+2)(3x-2) = (2x)^2$

$3x^2 + 4x - 4 = 4x^2$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)(x-2) = 0$

$x = 2$ ✓

$\ln(7x + 3) - \ln(x + 1) = \ln(2x)$

$\ln \frac{7x+3}{x+1} = \ln 2x$

$\frac{7x+3}{x+1} = 2x$

$7x + 3 = 2x(x+1)$

$7x + 3 = 2x^2 + 2x$

$2x^2 + 2x - 7x - 3 = 0$

$2x^2 - 5x - 3 = 0$

$(2x + 1)(x - 3) = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ مرفوض حل دخيل ✗ ، $x = 3$ ✓

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

$\ln(2x + 1) + \ln(2x - 3) = 2\ln(2x - 2)$

$\ln[(2x+1)(2x-3)] = \ln(2x-2)^2$

$4x^2 - 4x - 3 = 4x^2 - 8x + 4$

$8x - 4x = 4 + 3$

$4x = 7$

$x = \frac{7}{4}$ ✓

3

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
0502509447
https://t.me/mathbook12GEN
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

التحقق من أن الحلول ليست دخيلة

Solve each equation.

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

1) $\log_{12} 12x + \log_{12} (x-1) = 2$

$\log_{12} 12x(x-1) = 2$

$12x(x-1) = 12^2$

$12x^2 - 12x = 144$

$12x^2 - 12x - 144 = 0$ $\div 12$

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x+3)(x-4) = 0$

$x = -3$ مرفوض ، $x = 4$ ✓

2) $\ln(6y+2) - \ln(y+1) = \ln(2y-1)$

$\ln \frac{6y+2}{y+1} = \ln(2y-1)$

$\frac{6y+2}{y+1} = 2y-1$

$6y+2 = (2y-1)(y+1)$

$6y+2 = 2y^2 + y - 1$

$2y^2 + y - 1 - 6y - 2 = 0$

$2y^2 - 5y - 3 = 0$

$(2y+1)(y-3) = 0$

$y = -\frac{1}{2}$ مرفوض حل دخيل ، $y = 3$ ✓

3) $\log(x-12) = 2 + \log(x-2)$

$\log(x-12) - \log(x-2) = 2$

$\log \frac{x-12}{x-2} = 2$

$\frac{x-12}{x-2} = 10^2$

$\frac{x-12}{x-2} = 100$

$x - 12 = 100x - 200$

$100x - x = -12 + 200$

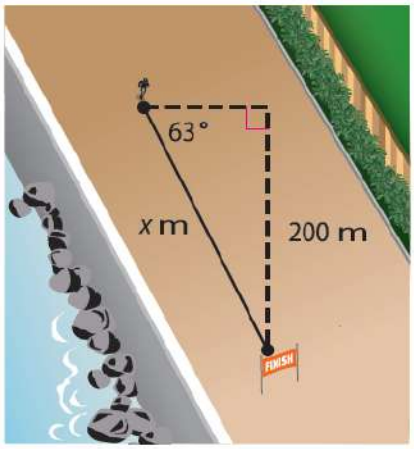
$99x = 188$

الحل $= \phi$ ، $x = \frac{188}{99} = 1.9$ حل دخيل ×

14	حل المثلثات القائمة الزاوية Solve right triangles	Example4	P141

الدرس 1-3

مثال 4 من الحياة اليومية إيجاد طول الضلع المجهول



الألعاب الرياضية الثلاثية يعدو متسابق في الألعاب الثلاثية ضمن المسار المبين. حدد المسافة التي يجب أن يقطعها العدّاء ليصل إلى خط النهاية بالأقدام.

لديك قياس زاوية حادة وطول الضلع المقابل، يمكنك إذًا استخدام نسبة **sine** لإيجاد الوتر.

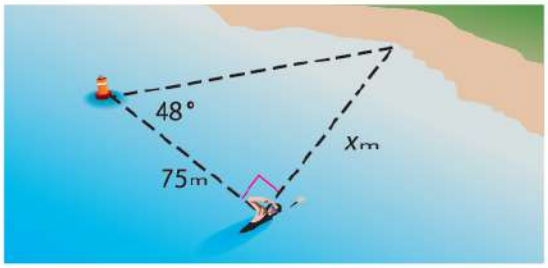
$$\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$ نسبة sine

$$\sin 63° = \frac{200}{x}$$ $\theta = 63°$, opp $= 200$, hyp $= x$

$$x \sin 63° = 200$$ بضرب كل طرف في x.

$$x = \frac{200}{\sin 63°}$$ أو حوالي 224.47 بقسمة كل طرف على $\sin 63°$.

إذًا، يجب أن يعدو المتسابق حوالي 224.5 m لينهي الثلاثي.



تمرين موجه

4. **الألعاب الرياضية الثلاثية** افترض أن متسابقًا في الجزء الخاص بالسباحة من السباق عليه أن يسبح خلال المسار المُبيَّن. جد المسافة التي يجب أن يسبحها المتسابق ليصل إلى الشاطئ.

83.3 قدم

050-2509447

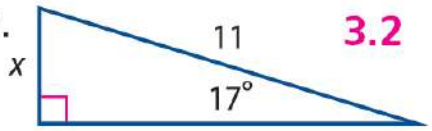
15	حل المثلثات القائمة الزاوية Solve right triangles	Exercises (19-26)	P145

الدرس 3-1

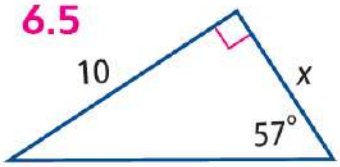
جد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

(المثال 3)

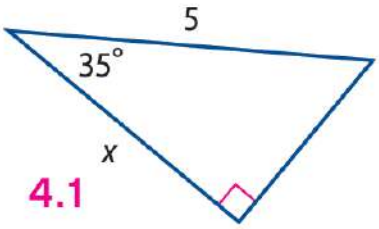
19. 3.2



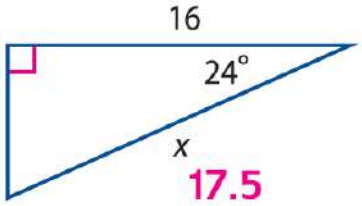
20. 6.5



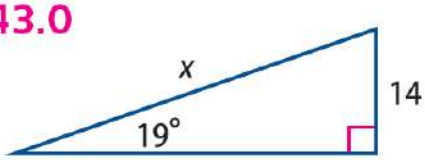
21. 4.1



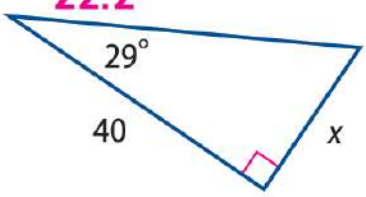
22. 17.5



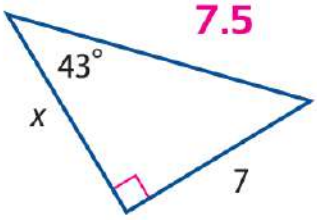
23. 43.0



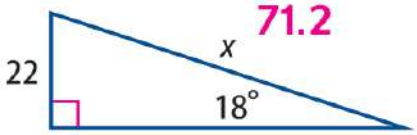
24. 22.2



25. 7.5

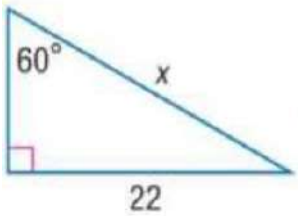


26. 71.2



إيجاد طول الضلع المجهول

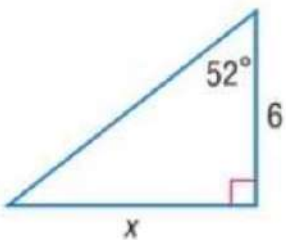
استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



$\sin 60 = \frac{22}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{22}{\sin 60}$

$x = 25.4$



$\tan 52 = \frac{x}{6}$

$\Rightarrow x = 6 \tan 52$

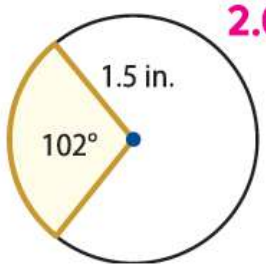
$x = 7.7$

16	استخدام قياسات الزوايا لحل مسائل من الحياة اليومية Use angle measures to solve real-world problems	Exercises (43-54)	P157

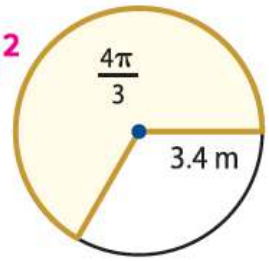
الدرس 3-2

هندسة أوجد مساحة كل قطاع. (مثال 6)

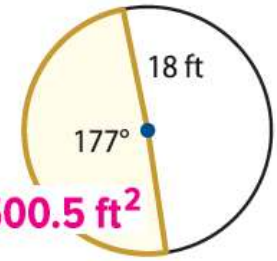
43. 2.0 in²



44. 24.2 m²

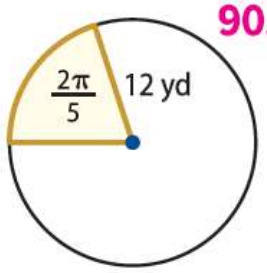


47.

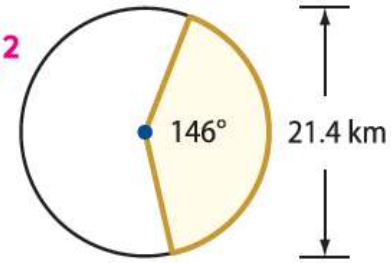


500.5 ft²

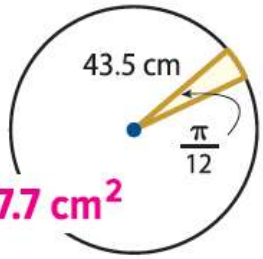
45. 90.5 yd²



46. 145.9 km²



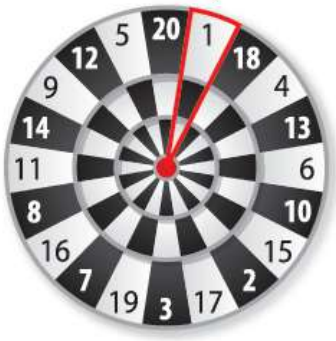
48.



247.7 cm²

49. ألعاب لوحة الأسهم المبينة مقسمة إلى عشرين قطاعًا متساويًا. إذا كان قطر اللوحة 18 بوصة، فما المساحة التي يغطيها كل قطاع على اللوحة؟ (المثال 6)

12.7 in²



50. رعاية الحديقة تروي مرشة مساحة تشكّل ثلث دائرة. إذا كان التيار المتدفق من المرش يصل إلى 6 أقدام، فما مساحة العشب التي يرويها المرش؟ (المثال 6)

37.7 ft²

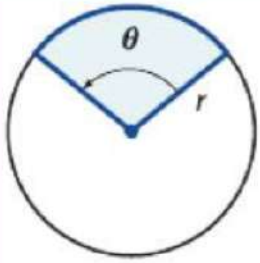
B مساحة قطاع الدائرة وقياس زاوية مركزها معطيان. أوجد نصف قطر الدائرة.

51. $A = 29\ \text{ft}^2, \theta = 68^\circ$ 7 ft

52. $A = 808\ \text{cm}^2, \theta = 210^\circ$ 21 cm

53. $A = 377\ \text{in}^2, \theta = \frac{5\pi}{3}$ 12 in.

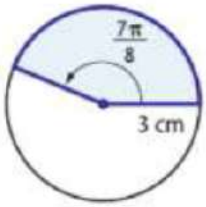
54. $A = 75\ \text{m}^2, \theta = \frac{3\pi}{4}$ 8 m



مساحة القطاع الدائري $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

جد مساحة القطاع الدائري بواسطة الزاوية المركزية المعطاة θ ونصف القطر r.

Find the area of the sector of a circle with the given central angle θ and radius r.



$A = \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(3)^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

$= \frac{63\pi}{16}$

$= \boxed{12.37}\ cm^2$

$\theta = \frac{3\pi}{4}, r = 1.5$ ft

$A = \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(1.5)^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

$= \boxed{2.65}\ ft^2$

$\theta = 50°, r = 6$ m

تحويل θ من الدرجات إلى الراديان

$\frac{x}{50} = \frac{\pi}{180} \Rightarrow x = \frac{50\pi}{180} = \frac{5\pi}{18}$

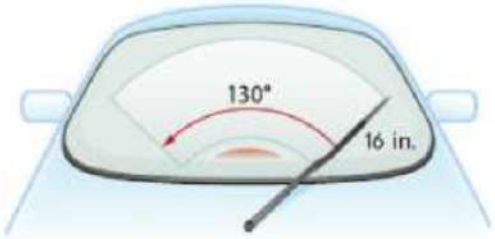
$\Rightarrow A = \frac{1}{2}r^2\theta$

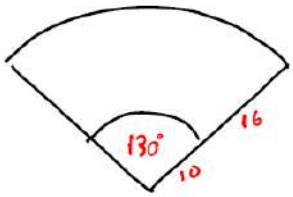
$= \frac{1}{2}(6)^2\left(\frac{5\pi}{18}\right)$

$= 5\pi$

$= \boxed{15.71}\ m^2$

الماسحات جد المساحة التقريبية التي مسحتها شفرة المسّاحة المبينة. إذا كان طول مسّاحة الزجاج الأمامي كله 26 بوصة.





$A_1 = \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(26)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right)$

$A_2 = \frac{1}{2}(10)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right)$

$\frac{\theta}{130} = \frac{\pi}{180} \Rightarrow \theta = \frac{130\pi}{180} = \frac{13\pi}{18}$

المساحة المطلوبة $= A_1 - A_2$

$= \frac{1}{2}(26)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right) - \frac{1}{2}(10)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right)$

$= 208\pi\ in$

$= \boxed{653.45}\ in$

17	التمثيل البياني لدالة الظل tan ومقلوب الدوال المثلثية Graph tangent and reciprocal trigonometric functions	Exercises (1-16)	P195

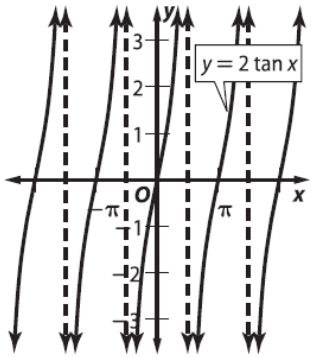
الدرس 3-5

حدد خطوط التقارب الرأسية، ومثل بيانيًّا كل دالة. (الأمثلة 1-4)

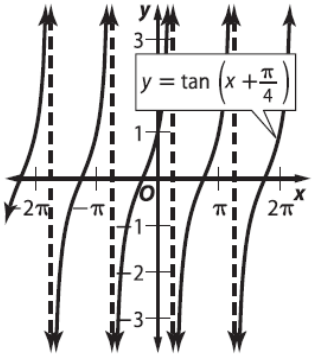
1. $y = 2 \tan x$
2. $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
3. $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
4. $y = -3 \tan \frac{x}{3}$
5. $y = \frac{1}{4} \cot x$
6. $y = -\tan 3x$
7. $y = -2 \tan (6x - \pi)$
8. $y = \cot \frac{x}{2}$
9. $y = \frac{1}{5} \csc 2x$
10. $y = \csc\left(4x + \frac{7\pi}{6}\right)$
11. $y = \sec (x + \pi)$
12. $y = -2 \csc 3x$
13. $y = 4 \sec\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$
14. $y = \sec\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{5}\right)$
15. $y = \frac{3}{2} \csc\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$
16. $y = -\sec \frac{x}{8}$

050-2509447

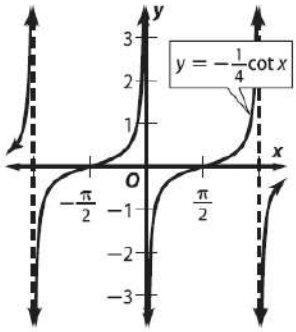
1.



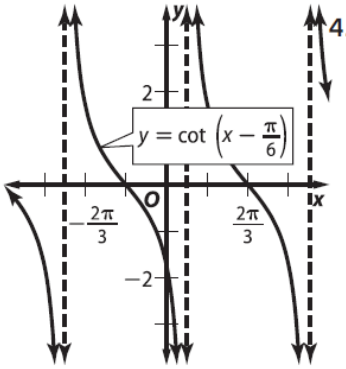
2.



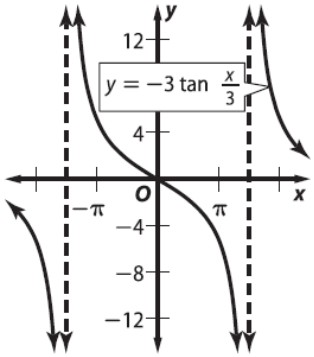
5.



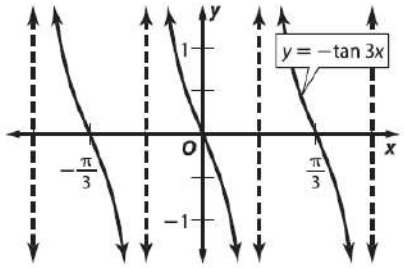
3.



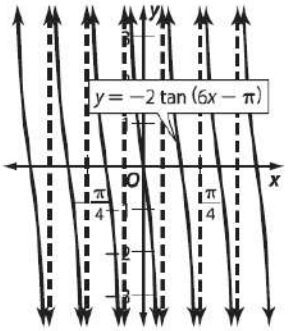
4.



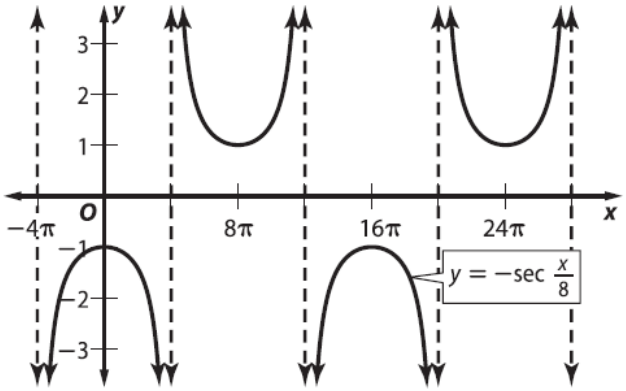
6.



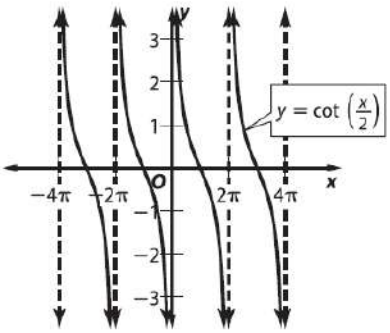
7.



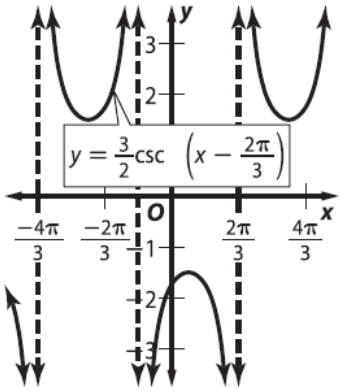
16.



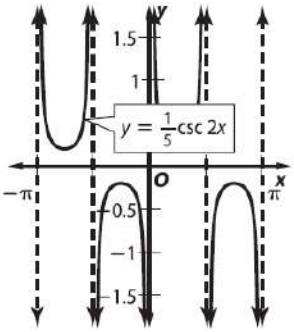
8.



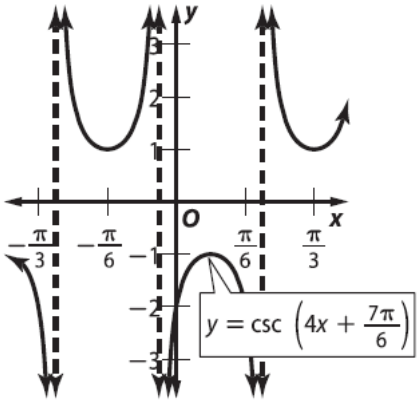
15.



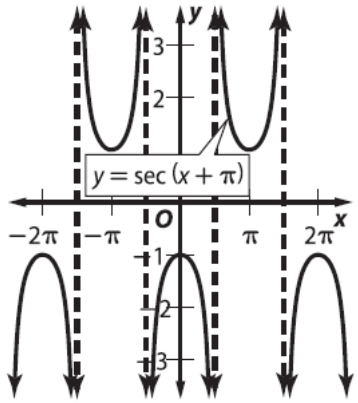
9.



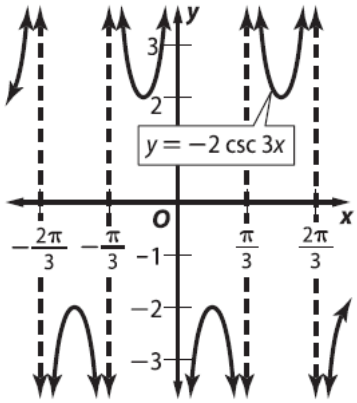
10.


y
x
O
3
2
1
−1
−2
−3
$-\frac{\pi}{3}$
$-\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{3}$
$y = \csc\left(4x + \frac{7\pi}{6}\right)$

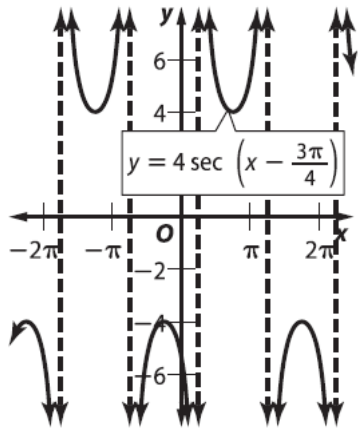
11.


y
x
O
3
2
1
−1
−2
−3
-2π
$-\pi$
π
2π
$y = \sec(x + \pi)$

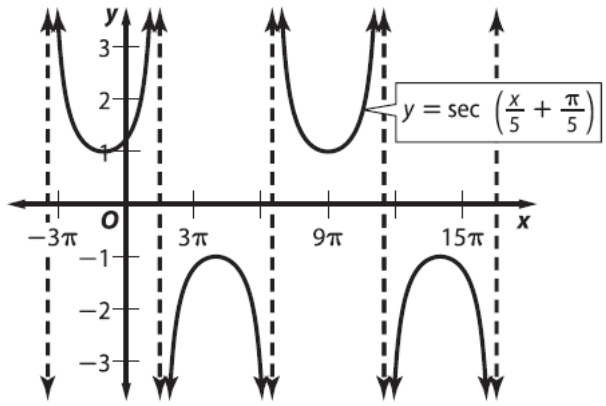
12.


y
x
O
3
2
−1
−2
−3
$-\frac{2\pi}{3}$
$-\frac{\pi}{3}$
$\frac{\pi}{3}$
$\frac{2\pi}{3}$
$y = -2\csc 3x$

13.


y
x
O
6
4
−2
−4
−6
-2π
$-\pi$
π
2π
$y = 4\sec\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$

14.


y
x
O
3
2
1
−1
−2
−3
-3π
3π
9π
15π
$y = \sec\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{5}\right)$

تغيير الأبعاد (التمدد) الأفقي بمقياس التمثيل البياني لدالة الـ tan

Locate the vertical asymptotes, and sketch the graph of each function.

حدد خطوط التقارب الرأسية. ومثل بيانيًا كل دالة.

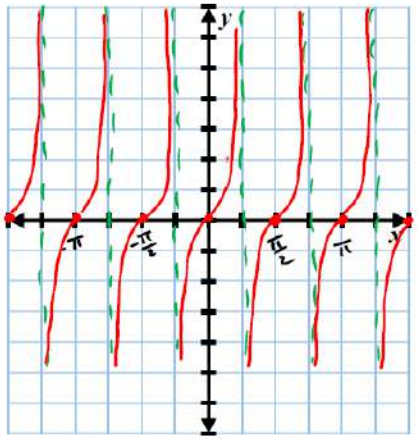
$y = \tan 2x$

الدورة = $\frac{\pi}{2}$

خطوط التقارب ← $x = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)n$; n فردي

$= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \ldots$

x تقاطع ← $\frac{\pi}{2}n \rightarrow 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \ldots$



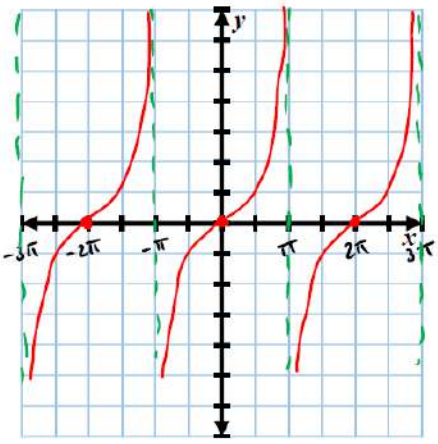
$y = \tan \frac{x}{2}$

الدورة = $\frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$

خطوط التقارب = $\frac{1}{2}(2\pi)n$ / n فردي

$\Rightarrow \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$

x نقاط التقاطع ← $2\pi n \Rightarrow 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$



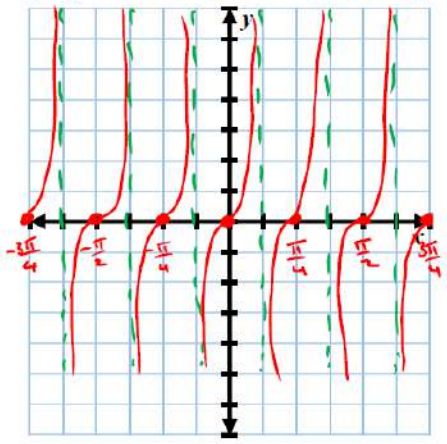
$y = \tan 4x$

الدورة = $\frac{\pi}{4}$

خطوط التقارب ← $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)n$ ← n فردي

$\Rightarrow \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \ldots$

x تقاطع ← نقاط $\Rightarrow \frac{\pi}{4}n \Rightarrow 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \ldots$



التمثيل البياني لانعكاس دالة الـ tan وانسحاباتها

Locate the vertical asymptotes, and sketch the graph of each function.

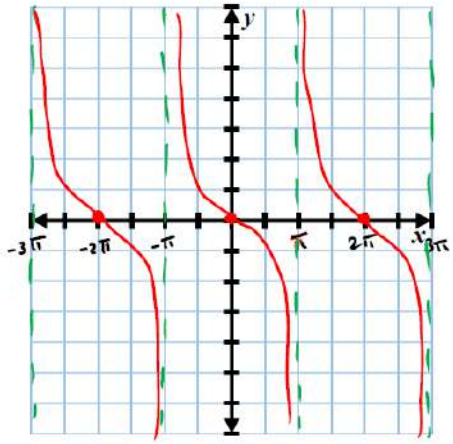
حدد خطوط التقارب الرأسية. ومثل بيانيًا كل دالة.

$y = -\tan \frac{x}{2}$ ← الدورة $= \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$

خطوط التقارب $\Rightarrow \frac{1}{2}(2\pi)n = \pi n$ ← n فردي

$\Rightarrow \pi, 3\pi, 5\pi$

x نقاط التقاطع ← $2\pi n \Rightarrow 0, 2\pi, 4\pi$



$y = \tan\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

الدورة $= \frac{\pi}{1} = \pi$

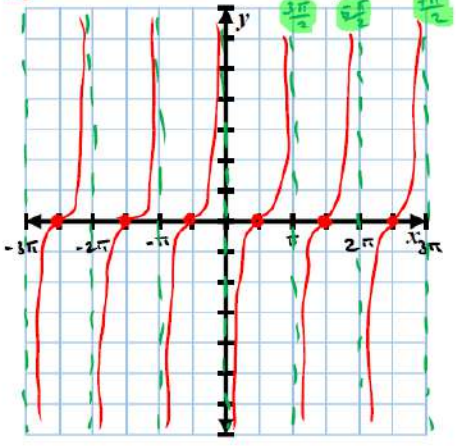
إزاحة أفقية $\frac{3\pi}{2}$ ← يمين

خطوط التقارب ← $\frac{1}{2}\pi n - \frac{\pi}{2}n$ ← n فردي

$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}, \ldots$

$2\pi \quad 3\pi$

x نقاط التقاطع ← $\pi n \Rightarrow 0, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \frac{7\pi}{2}$



$y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

الدورة $= \frac{\pi}{2}$

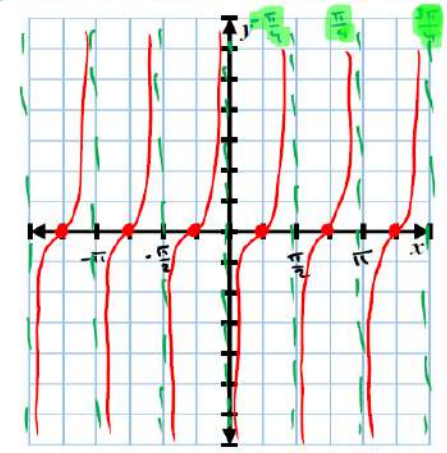
إزاحة أفقية يسار $x = -\frac{\pi}{4}$

خطوط التقارب $= \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)n \Rightarrow \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ ← n فردي

$-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

$0, \frac{\pi}{2}, \pi$

x تقاطع ← $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \rightarrow 0 - \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}, \pi - \frac{\pi}{4}$



Locate the vertical asymptotes, and sketch the graph of each function.

حدد خطوط التقارب الرأسية، ومثل بيانيًّا كل دالة.

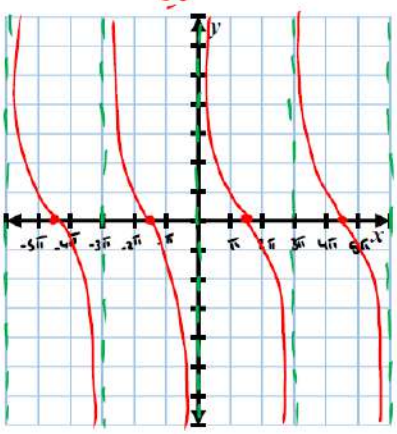
$y = \cot\frac{x}{3}$

الدورة $= \frac{\pi}{\frac{1}{3}} = 3\pi$

خطوط التقارب $\rightarrow (3\pi)n \rightarrow 0, 3\pi, 6\pi, \ldots$

نقاط تقاطع $x \rightarrow \frac{1}{2}(3\pi)n \rightarrow \frac{3\pi}{2}, \frac{6\pi}{2}$

فردي



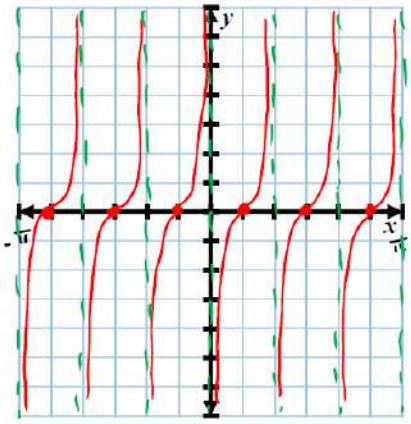
$y = -\cot 3x$

الدورة $\frac{\pi}{3}$

خطوط التقارب $\rightarrow \frac{\pi}{3}n \rightarrow 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \ldots$

نقاط تقاطع $x \rightarrow \frac{1}{2}(\frac{\pi}{3})n \rightarrow \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$

فردي



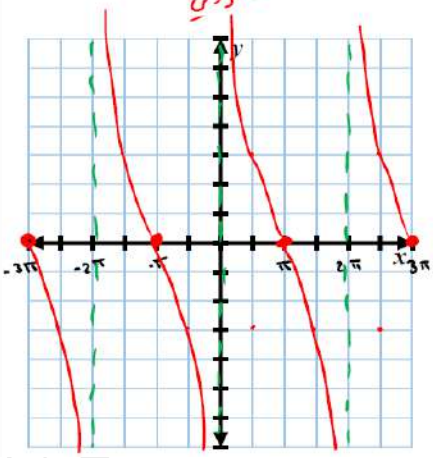
$y = 3\cot\frac{x}{2}$

الدورة $= \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$

خطوط التقارب $\rightarrow 2\pi n \rightarrow 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$

نقاط تقاطع $x \rightarrow \frac{1}{2}(2\pi)n = \pi n \rightarrow \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$

فردي



050-2509447 مصطفى أسامة علام

050-2509447
قناة شرح فيديو رياضيات 12 عام
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

تمثيل دوال الـ secant و الـ cosecant بيانيًا

Locate the vertical asymptotes, and sketch the graph of each function.

حدد خطوط التقارب الرأسية. ومثل بيانيًا كل دالة.

$$y = \csc\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

تكلوب sinx

$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ ← الدورة $= 2\pi$ ، السعة $= 1$

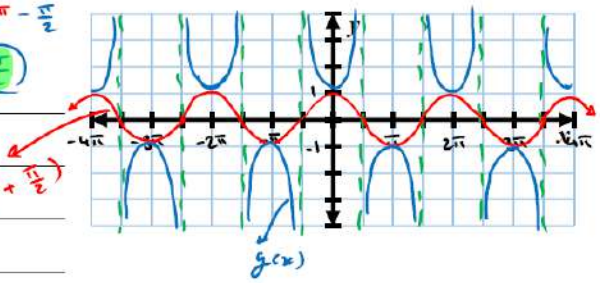
إزاحة الطور $-\frac{\pi}{2}$

نقاط التقاطع ← بداية ، منتصف ، نهاية

$0-\frac{\pi}{2}$ ، $\pi-\frac{\pi}{2}$ ، $2\pi-\frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$

خطوط التقارب لـ $y = \csc\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

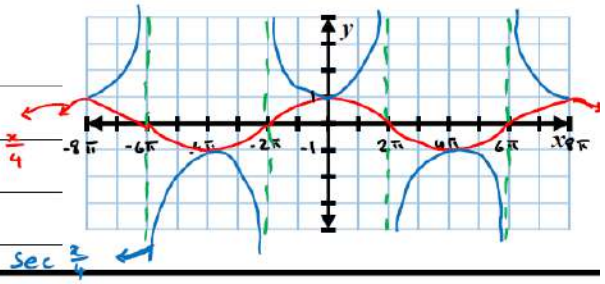


$$y = \sec\frac{x}{4}$$ ← $\cos\frac{x}{4}$ ← الدورة $= \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ ، السعة $= 1$

نقاط تقاطع x ← $\frac{1}{4}(8\pi)$ ، $\frac{3}{4}(8\pi)$

2π ، 6π

خطوط تقارب $y = \sec\frac{x}{4}$



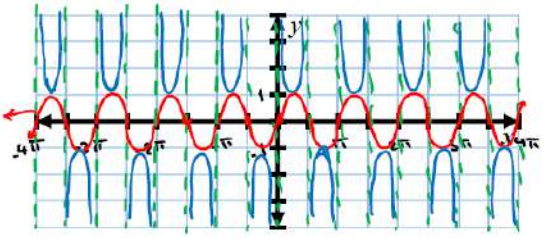
$$y = \csc 2x$$ ← $\sin 2x$ ← السعة $= 1$

الدورة $= \frac{2\pi}{2} = \pi$

نقاط التقاطع x ← $0(\pi)$ ، $\frac{1}{2}(\pi)$ ، $1(\pi)$

0 ، $\frac{\pi}{2}$ ، π

خطوط تقارب $y = \csc 2x$



$$y = \sec(x + \pi)$$ ← $\cos(x+\pi)$ ← السعة $= 1$

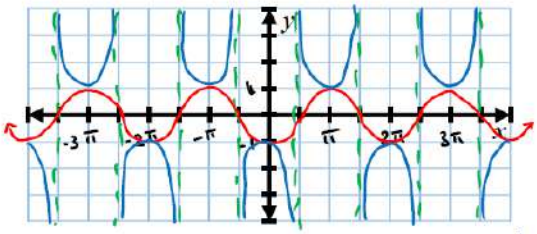
الدورة $= 2\pi$

إزاحة الطور $= -\pi$

نقاط التقاطع ← $\frac{1}{4}(2\pi)-\pi$ ، $\frac{3}{4}(2\pi)-\pi$

$-\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$

خطوط التقارب $y = \sec(x+\pi)$



18	إيجاد قيمة الدوال المثلثية العكسية وتمثيلها بيانيا Evaluate and graph inverse trigonometric functions	Exercises (1-14)	P206

الدرس 3-6

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

(الأمثلة 1-3)

1. $\sin^{-1} 0$ 0
2. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\pi}{3}$
3. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\pi}{4}$
4. $\sin^{-1} \frac{1}{2}$ $\frac{\pi}{6}$
5. $\sin^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $-\frac{\pi}{4}$
6. $\arccos 0$ $\frac{\pi}{2}$
7. $\cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\pi}{4}$
8. $\arccos (-1)$ π
9. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\pi}{6}$
10. $\cos^{-1} \frac{1}{2}$ $\frac{\pi}{3}$
11. $\arctan 1$ $\frac{\pi}{4}$
12. $\arctan (-\sqrt{3})$ $-\frac{\pi}{3}$
13. $\tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\frac{\pi}{6}$
14. $\tan^{-1} 0$ 0

050-2509447

P655	Exercises (1-10)	إنشاء توزيع احتمالي وحساب إحصاءاته Construct and use a probability distribution	19

الدرس 3-10

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

1. عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب
2. عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية
3. مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريًا
4. عدد السيارات التي تمر عبر تقاطع طرق خلال فترة زمنية معينة
5. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

   a. أنشئ جدول تكرار نسبي يوضح الاحتمالات النظرية.
   b. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.
   c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.
   d. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.
   e. جـــد قيمة التوقع لمجموع دورتين للقرص. **13.5**
   f. جـــد قيمة الانحراف المعياري لمجموع دورتين للقرص. **4.29**

حل المسائل

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

6. عدد الرسائل المستلمة كل أسبوع
7. عدد الإعجابات بصفحة الويب
8. طول نبات بعد فترة زمنية معينة
9. عدد الملفات المتضررة من فيروس الكمبيوتر
10. **المثابرة** فاز متسابق بجائزة في إحدى المسابقات. يوضح جدول التكرار على الجانب الأيسر عدد الفائزين من 3200 لاعب افتراضي.

الجائزة، X	الفائزون
AED 100	1120
AED 250	800
AED 500	480
AED 1000	320
AED 2500	256
AED 5000	128
AED 7500	64
AED 10,000	32

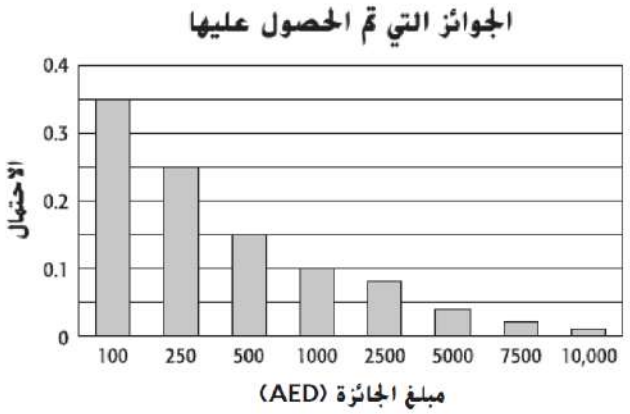
   a. أنشئ جدول تكرار نسبي يوضح الاحتمال النظري.
   b. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.
   c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
   d. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.
   e. جـــد قيمة التوقع. **AED 922.50**
   f. جـــد الانحراف المعياري. **1711.91**

1. المتغير العشوائي X هو عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب معينة. والصفحات قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.
2. المتغير العشوائي X هو عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية. المحطات التلفزيونية قابلة للعد، لذا فإن المتغير X منفصل.
3. المتغير العشوائي X هو مقدار المشاركة في مدينة معينة شهريًا. وبما أن المشاركة يمكن أن تكون في أي مدى محدّد. إذًا المتغير X متصل.
4. المتغير العشوائي X هو عدد السيارات المارة عبر تقاطع معين. السيارات قابلة للعد. إذًا المتغير X منفصل.
6. المتغير العشوائي X هو عدد النصوص أسبوعيًا. وبما أن النصوص قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.
7. المتغير العشوائي X هو عدد الإعجابات بصفحة ويب. الإعجابات يمكن عدها، إذًا المتغير X منفصل.
8. المتغير العشوائي X هو طول نبتة ما. يمكن للطول أن يكون بأي مكان ضمن مدى محدد. إذًا، المتغير X متصل.
9. المتغير العشوائي X هو عدد الملفات التي أُصيبت بفيروس خاص بأجهزة الكمبيوتر. الملفات يمكن عدها. إذًا المتغير X منفصل.

10a.

الجائزة، X	$P(X)$
AED 100	0.35
AED 250	0.25
AED 500	0.15
AED 1000	0.10
AED 2500	0.08
AED 5000	0.04
AED 7500	0.02
AED 10,000	0.01

10b.



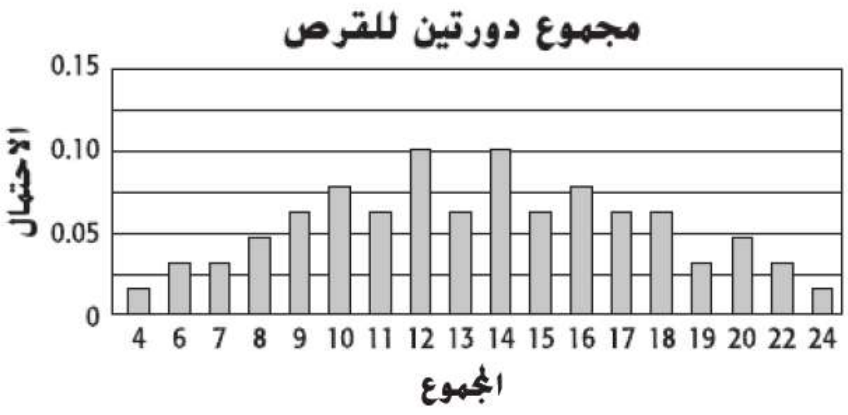
10c.

الجائزة، X	التكرار	التكرار النسبي
AED 100	23	0.46
AED 250	8	0.16
AED 500	6	0.12
AED 1000	5	0.10
AED 2500	3	0.06
AED 5000	2	0.04
AED 7500	1	0.02
AED 10,000	2	0.04

5a.

المجموع	التكرار	التكرار النسبي
4	1	$\frac{1}{64}$
6	2	$\frac{1}{32}$
7	2	$\frac{1}{32}$
8	3	$\frac{3}{64}$
9	4	$\frac{1}{16}$
10	5	$\frac{5}{64}$
11	4	$\frac{1}{16}$
12	7	$\frac{7}{64}$
13	4	$\frac{1}{16}$
14	7	$\frac{7}{64}$
15	4	$\frac{1}{16}$
16	5	$\frac{5}{64}$
17	4	$\frac{1}{16}$
18	4	$\frac{1}{16}$
19	2	$\frac{1}{32}$
20	3	$\frac{3}{64}$
22	2	$\frac{1}{32}$
24	1	$\frac{1}{64}$

5b.



P653	Example4	تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص ذات الصلة Analyze a probability distribution and summary ststistics	20

الدرس 3-10

مثال 4 من الحياة اليومية قيمة التوقع

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار.
جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

تُمثل كل قيمة جائزة إحدى قيم X وتمثل كل نسبة مئوية الاحتمال المقابل لها $P(X)$. جـــد قيمة $E(X)$.

$$E(X) = \Sigma[X \cdot P(X)].$$
$$= 0(0.20) + 25{,}000(0.08) + 15{,}000(0.14) + 10{,}000(0.22) + 5000(0.36)$$
$$= 0 + 2000 + 2100 + 2200 + 1800$$
$$= 8100$$

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه المتسابق هو AED 8100.

تمرين موجّه

4. جوائز ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جـــد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

حوالي AED 8.48

fx-991ex

لتشغيل عمود التردد (الاحتمالات)
SHIFT MENU ▼ 3 1
لضبط الآلة الحاسبة على وضع الإحصاء
MENU 6 1
يظهر عمودين على الشاشة كما موضح ، العمود الأول لقيم x ، العمود الثاني (Freq) يكتب فيه الاحتمالات
نقوم بإدخال قيم ال x عن طريق كتابة القيم ثم الضغط على انتر ثم نضغط بالترتيب على الازرار التالية
▶ ▼
بعد الانتهاء من ادخال قيم $P(x)$ اضغط على الازرار التالية
AC OPTN 2
يكون قيمة التوقع هي $\bar{x}$ والانحراف المعياري هو σ_x

ورقة عمل الثاني عشر العام 10-3 التوزيعات الاحتمالية شرح الدرس فيديو ← YouTube AE

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إنشاء توزيع احتمالي. 2– تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي لحدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً.

تمثل **المتغيرات العشوائية المنفصلة** القيم القابلة للعد. يمكن أن تأخذ **المتغيرات العشوائية المتصلة** أية قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي لكل توزيع، وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

عدد الأناشيد الموجودة ضمن مجموعة عشوائية من مُشغّلات mp3

المتغير العشوائي X هو عدد الأناشيد على أي مشغل mp3 / منفصل لأن الأناشيد قابلة للعد.

أوزان كرات البولينج التي أرسلتها الشركة الصانعة

المتغير العشوائي X هو وزن أي كرة بولينج / متصل لأن وزن كرة البولينج يمكن أن تأخذ أي قيمة ضمن نطاق معين يتراوح بين 7 kg و 8 kg.

بعد المسافات الدقيق لعينة من رميات القرص

المتغير العشوائي X هو المسافة في كل رمية / متصل لأن المسافة يمكن أن تكون في أي مكان ضمن مدى محدد.

أعمار المرشدين بمخيم صيفي

المتغير العشوائي X هو أعمار المرشدين / منفصل لأن الأعمار قابلة للعد بالسنوات بغض النظر عن الأشهر والأيام.

عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب

المتغير العشوائي X هو عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب / منفصل لأن الصفحات قابلة للعد.

مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريًا

المتغير العشوائي X هو مقدار هطول الأمطار شهرياً في إحدى المدن / متصل لأن مقدار هطول الأمطار يمكن أن تصل لأي مدى محدّد.

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معين هو دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به.

يعتمد **التوزيع الاحتمالي النظري** على ما يُتوقع حدوثه.

تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

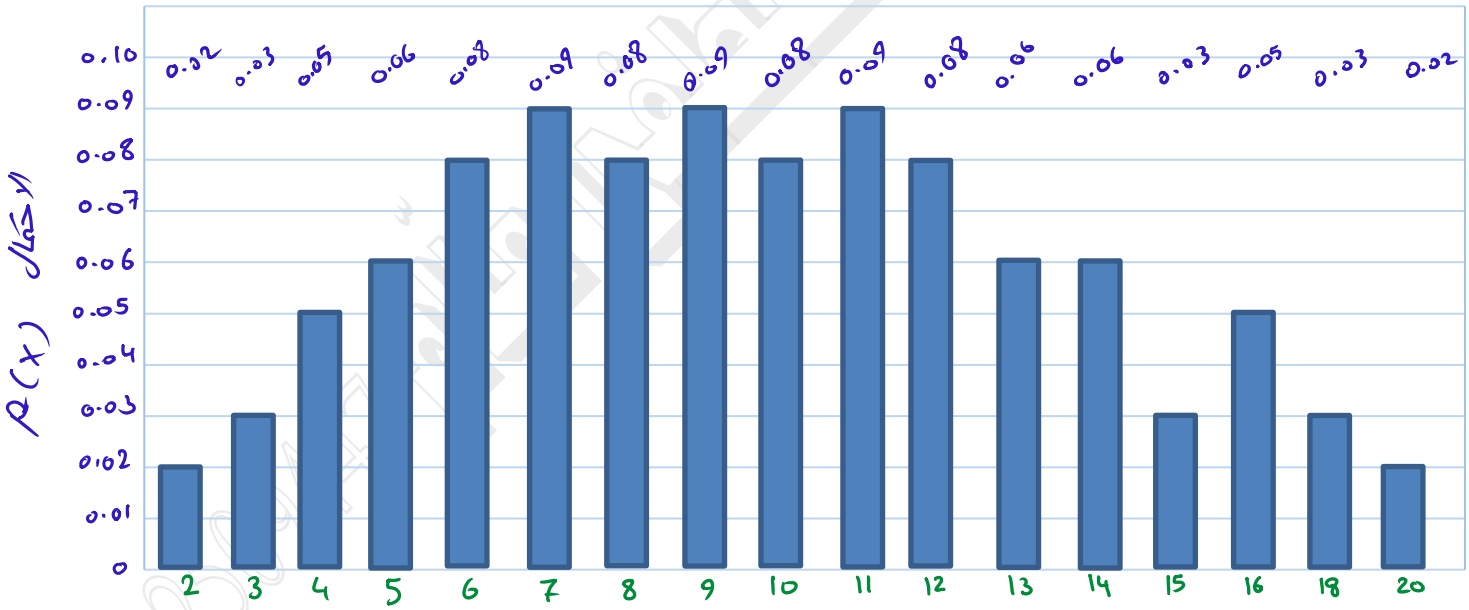
B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

عدد النتائج الممكنة $8(8) = 64$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3		
التكرار النسبي	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{1}{64}$



إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

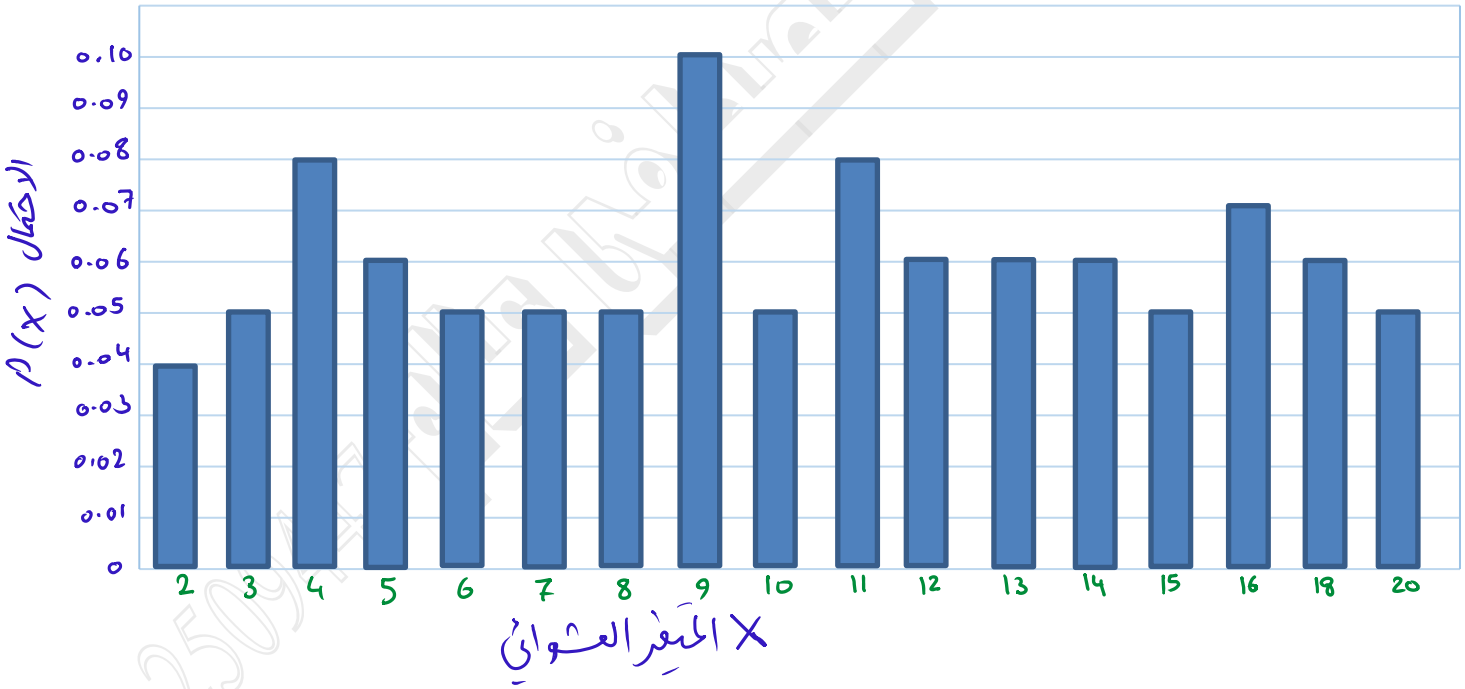
التوزيع الاحتمالي التجريبي هو توزيع للاحتمالات المقدرة استنادًا إلى تجارب. ويمكن استخدام المحاكاة لإنشاء توزيع احتمالي تجريبي. عند إنشاء هذا النوع من التوزيعات، استخدم عدد مرات حدوث كل قيمة تمت ملاحظتها لحساب احتماليتها.

تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	4	5	8	6	5	5	5	10	5	8	6	6	6	5	7	6	5
التكرار النسبي	0.04	0.05	0.08	0.06	0.05	0.05	0.05	0.10	0.05	0.08	0.06	0.06	0.06	0.05	0.07	0.06	0.05



مع ازدياد حجم العينة، فإن الاحتمالات التجريبية ستتشابه بدرجة أكبر مع الاحتمالات النظرية المرتبطة بها. ذلك بسبب **قانون الأعداد الكبيرة**، الذي ينص على أن التباين لمجموعة من البيانات ينخفض كلما ازداد حجم العينة.

تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبًا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصاءين الأكثر استخدامًا لتحليل الاحتمالات المنفصلة هما المتوسط (قيمة التوقع) والانحراف المعياري. **قيمة التوقع** $E(X)$ لمتغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبط بها $P(X)$.

$$E(X) = \sum[X \cdot P(x)]$$ قيمة التوقع

جوائز ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

المجموع 5132

$P(X)$ $\frac{5000}{5132}$ $\frac{100}{5132}$ $\frac{25}{5132}$ $\frac{5}{5132}$ $\frac{1}{5132}$ $\frac{1}{5132}$

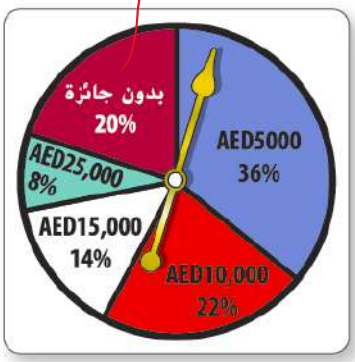
$E(X) = \sum[X \cdot P(x)]$

$= 1\left(\frac{5000}{5132}\right) + 10\left(\frac{100}{5132}\right) + 100\left(\frac{25}{5132}\right) + 1000\left(\frac{5}{5132}\right) + 5000\left(\frac{1}{5132}\right) + 25000\left(\frac{1}{5132}\right)$

$= 8.48$ درهم

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه حارب هو 8.48 درهم.

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.



0 درهم

$E(X) = \sum[X \cdot P(x)] = 0(20\%) + 25000(8\%) + 15000(14\%) + 10000(22\%) + 5000(36\%)$

$= 8100$ درهم

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه هذا المتسابق هو 8100 درهم