تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل الوحدة العاشرة الإحصاء والاحتمالات
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الحادي عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الحادي عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	أوراق عمل الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة
2	المتقدم، رياضيات، اختبار منتصف الفصل الثالث
3	مقررات الفصل الثالث
4	اسئلة مراجعة ل
5	نموذج اول امتحان نهاية العام

سوف أضع إجابات هذه الأوراق هنا

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

الوحدة 10

الإحصاء والاحتمالات

عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم | 10-1 إعداد دراسة | سوف أضع إجابات هذه الأوراق هنا | YouTube

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – تصنيف أنواع الدراسة. 2– إعداد دراسات

في الدراسة الإحصائية، يجري تجميع البيانات واستخدامها للإجابة عن أسئلة حول سمة أو **مَعلَمة** في التعداد المستهدف. ونظرًا لمحدودية المال والوقت، فربما يكون تجميع البيانات من كل فرد في المجتمع الإحصائي المستهدف أمرًا غير عملي أو مستحيلاً. لذلك، وفي العديد من الدراسات، يجري أخذ عينة من المجتمع الإحصائي المستهدف ثم احتساب مقياس يسمى **الإحصاء** باستخدام البيانات. وتُستخدم المعلومات الإحصائية عن العينة، مثل متوسط العينة أو انحراف العينة المعياري، لاحقًا لإعداد استدلال حول مَعلَمة المجتمع الإحصائي المستهدف.

فيما يلي الخطوات المتبعة في الدراسة الإحصائية المعيارية.

تحديد الهدف من الدراسة. ← اختيار عينة، ثم تجميع البيانات. ← تنظيم البيانات، ثم حساب إحصائيات العينة. ← إعداد استدلال، واستخلاص استنتاجات حول المجتمع الإحصائي.

للحصول على معلومات مفيدة واستخلاص استنتاجات دقيقة حول المجتمع الإحصائي المستهدف، من المهم اختيار عينة غير متحيزة. **التحيز** هو خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي المستهدف. فمن الممكن أن يؤدي سوء اختيار العينة إلى نتائج متحيزة. لتقليل احتمال اختيار عينة متحيزة، يُمكن أخذ **عينة عشوائية** بحيث يجري اختيار أفراد المجتمع الإحصائي فيها على أساس الصدفة البحتة.

أنواع الدراسة	
في **الاستطلاع** يجري تجميع البيانات من الإجابات التي يعطيها أفراد المجتمع الإحصائي بخصوص سماتهم أو سلوكياتهم أو آرائهم. في **الدراسة المسحية** يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملاحظة ردود أفعالهم دون أي محاولة للتأثير على النتائج.	في **التجربة** يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين: • المجموعة التجريبية التي تخضع للتغيير. • المجموعة الضابطة التي لا تخضع للتغيير. تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

تصنيف أنواع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة مسحيّة، ثم حدد العينة، و اقترح مجتمعًا إحصائيًا يمكن اختيارها منه.

المدرسة تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح.

هل توافق على قواعد الغداء الجديدة؟
- ☐ أوافق
- ☐ لا أوافق
- ☐ لا أهتم

_____

_____

_____

تصميم تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. تختار 20 مشاركًا وترصد نقاشهم بشأن الشعار.

_____

_____

_____

اختيار نوع الدراسة

الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاعٍ أم تجربةً أم دراسة مسحيّة. اشرح استنتاجك.

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأمية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأخير قد حصلوا على درجات أعلى في الاختبار المعياري أم لا مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج.

_____

_____

_____

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبهت بعد 50 غسلة أم لا.

_____

_____

_____

تحديد التحيّز في أسئلة الاستطلاع

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزًا أو غير متحيز. وإن كان متحيزًا، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج مرشح اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

_____

منذ متى و أنت تعيش في عنوان سكنك الحالي؟

_____

ألا تو افق بأنه ينبغي مر افقة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

_____

هل تفضل مشاهدة أفلام الحركة المشوقة أم الأفلام الوثائقية المملة؟

_____

من الحياة اليومية إعداد استطلاع

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب على السيارات الهجينة في الإمارات العربية المتحدة. اذكر الهدف من الاستطلاع، و اقترح المجتمع الإحصائي، ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع.

_____

_____

_____

_____

تحديد الأخطاء في التجارب

حدد أية أخطاء في إعداد التجربة، ثم صِف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة، لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. تم أخذ عينة عشوائية، بحيث تتألف المجموعة التجريبية من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة الضابطة من المدرسين الذين تم إعطاؤهم دواءً وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت المجموعة التجريبية على درجات أعلى من المجموعة الضابطة، وخلصت الشركة إلى أن الفيتامين فعال.

_____

_____

_____

_____

_____

من الحياة اليومية إعداد تجربة

رياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار ما يروج له مخفوق البروتين الموضح . اذكر الهدف من التجربة، و اقترح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، ثم صِف إجراء العينة.

_____

_____

_____

_____

_____

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم

10-2 توزيعات البيانات

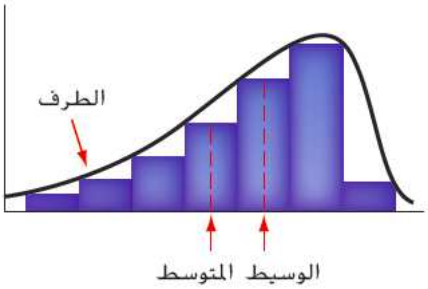
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاءات الملائمة. 2– استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

يوضح **توزيع** البيانات التكرار الملحوظ أو النظري لكل قيمة بيانات ممكنة. تعلمتَ سابقًا استخدام المتوسط أو الوسيط لوصف تمركز التوزيع، واستخدام الانحراف المعياري أو قيمة الربيعات لوصف انتشاره. يمكن أن يساعدك تحليل شكل التوزيع على تحديد مقياس التمركز أو الانتشار الذي يصف مجموعة بيانات بصورة أفضل.

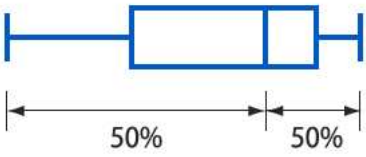
يمكن ملاحظة شكل توزيع مجموعة من البيانات برسم منحنى على المدرج التكراري لهذه البيانات.

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

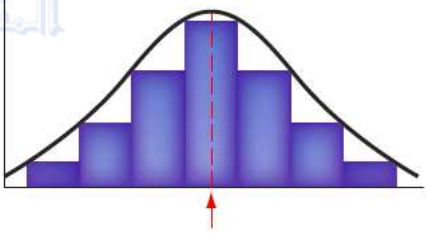
توزيع ملتوٍ نحو اليسار



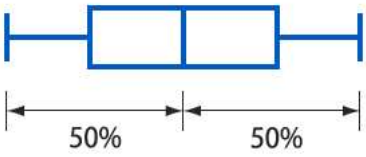
- المتوسط أقل من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط.



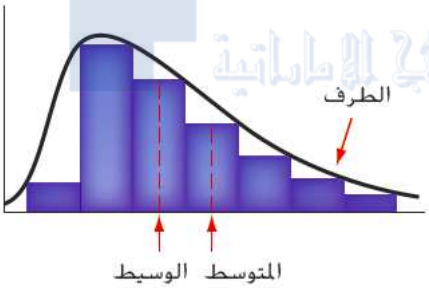
توزيع متماثل



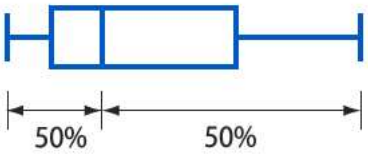
- المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا.
- البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.



توزيع ملتوٍ نحو اليمين



- المتوسط أكبر من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط.



- **إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فيمكن استخدام المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لوصف التمركز وانتشار البيانات.**
- **إذا كان التوزيع ملتويًا أوله قيم متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف التمركز وانتشار البيانات.**

من الحياة اليومية **وصْفُ التوزيع باستخدام مدرج تكراري**

تدريب رياضي يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي أمضاه بدر في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من تدريبه الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
23	10	18	24	13	27	19	7	25	30	15	22
10	28	23	16	29	26	26	22	12	23	16	27

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرجٍ تكراري، ثم صف شكل التوزيع.

b. صِف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

a.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
مدرس مصطفى علام 050-2509447

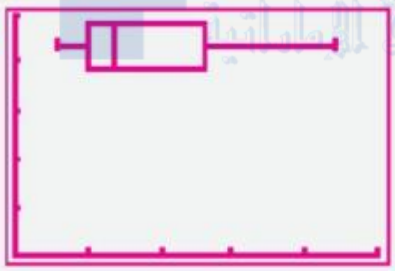
مطاعم يوضح الجدول أدناه إجمالي عدد المرات التي تناول فيها 20 فردًا عشوائيًا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في أحد الشهور.

المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط صندوق ذو العارضين، ثم صف شكل التوزيع.

b. صِف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

2a.



almanahj.com/ae
050-2509447

أدوات يوضح الجدولان التاليان إجمالي مبيعات حملة جمع التبرعات للطلاب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية.

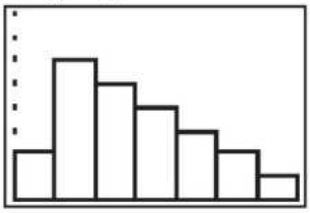
صف الآنسة منى (AED)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

صف الآنسة رنا (AED)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج تكراري لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

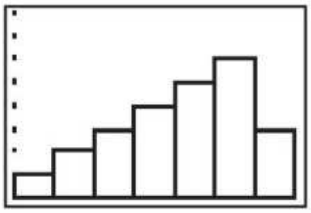
b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

3a. صف الأستاذة ياسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

إعادة التدوير يوضح الجدولان التاليان إجمالي عدد الورق الذي تم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنتين الأولى والأخيرة.

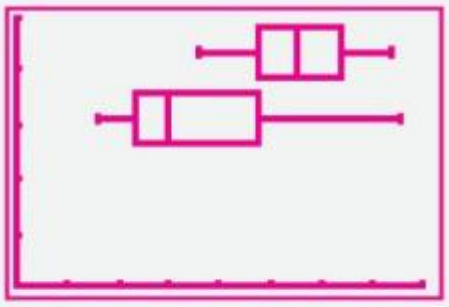
طلاب السنة الأولى (Kg)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلاب السنة الأخيرة (Kg)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط صندوق ذو العارضين لكل مجموعة بيانات، ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلاب السنة قبل الأخيرة، ملتوٍ إيجابيًا؛ طلاب السنة الأخيرة، متماثل

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم **10-3 التوزيعات الاحتمالية**

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – إنشاء توزيع احتمالي. 2– تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي لحدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً.

تمثل **المتغيرات العشوائية المنفصلة** القيم القابلة للعد. يمكن أن تأخذ **المتغيرات العشوائية المتصلة** أية قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي لكل توزيع، وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

عدد الأناشيد الموجودة ضمن مجموعة عشوائية من مُشغّلات mp3

_____

أوزان كرات البولينج التي أرسلتها الشركة الصانعة

_____

بعد المسافات الدقيق لعينة من رميات القرص

_____

أعمار المرشدين بمخيم صيفي

_____

عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب

_____

مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريًا

_____

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معين هو دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به.

يعتمد **التوزيع الاحتمالي النظري** على ما يُتوقع حدوثه.

تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

التوزيع الاحتمالي التجريبي هو توزيع للاحتمالات المقدرة استنادًا إلى تجارب. ويمكن استخدام المحاكاة لإنشاء توزيع احتمالي تجريبي. عند إنشاء هذا النوع من التوزيعات، استخدم عدد مرات حدوث كل قيمة تمت ملاحظتها لحساب احتماليتها.

تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع																
التكرار																
التكرار النسبي																

مع ازدياد حجم العينة، فإن الاحتمالات التجريبية ستتشابه بدرجة أكبر مع الاحتمالات النظرية المرتبطة بها. ذلك بسبب **قانون الأعداد الكبيرة**، الذي ينص على أن التباين لمجموعة من البيانات ينخفض كلما ازداد حجم العينة.

من الحياة اليومية **قيمة التوقع**

تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبًا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصاءين الأكثر استخدامًا لتحليل الاحتمالات المنفصلة هما المتوسط (قيمة التوقع) والانحراف المعياري. **قيمة التوقع** $E(X)$ لمتغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

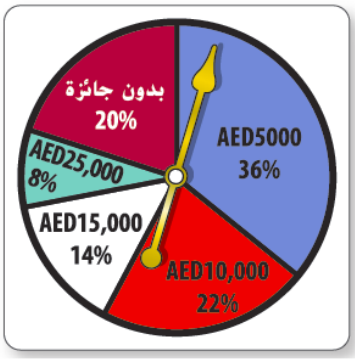
قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبط بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \sum[X \cdot P(x)]$

جوائز ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.



بعض الأحيان، لا توفر قيمة التوقع معلومات كافية لتحليل التوزيع الاحتمالي بالكامل. على سبيل المثال، لنفترض أن قرصين لهما نفس قيمة التوقع تقريبًا. أي القرصين ستختار؟ أيهما أكثر مخاطرة؟ يمكن أن يوفر **الانحراف المعياري** رؤية متعمقة لقيمة توقع التوزيع الاحتمالي.

التباين: $\sigma^2 = \sum[[X - E(X)]^2 \cdot P(x)]$

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED 10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

a. جـــد قيمة التوقع لكل استثمار.

b. جـــد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$

c. ما الاستثمار الذي تنصح حسام باختياره، ولماذا؟

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم | 10-4 التوزيع ذو الحدين | YouTube AE

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1 – تمييز تجربة ذات حدين وتقوم بإجرائها. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام التوزيعات ذات الحدين.

التجربة ذات الحدين تجربة احتمالات تستوفي الشروط التالية:

- **يوجد عدد ثابت من المحاولات المستقلة n.**
- **كل محاولة ليس لها سوى نتيجتان محتملتان، إما النجاح أو الفشل.**
- **احتمال النجاح p هو نفسه لكل محاولة. احتمال الفشل q تساوي p – 1.**
- **المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.**

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربةٍ تجربةً ذات حدين أو يمكن تبسيطها إلى تجربة ذات حدين. وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح محاولة، تحدد فيها المتغير العشوائي، مع ذِكر n و p و q.

تم لف القرص الدوار الموجود إلى اليسار 20 مرة لمعرفة كم مرة سيقف على اللون الأحمر.

سُئل مئة طالب عشوائيًا عن طعامهم المفضل.

سُئل خمسة وسبعون طالبًا عشوائيًا عما إذا كانت لديهم سيارة.

اكتشفت دراسة أن 58 % من الأشخاص لديهم حيوانات أليفة. ستسأل 100 شخص عن عدد الحيوانات الأليفة لديهم.

ترمي مكعب أعداد 15 مرةً وتوجد مجموع جميع الرميات.

اتبع الإرشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 صِف محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد ماهية المحاولة الناجحة واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صِف المتغير العشوائي X.

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجرّبه لتحديد الاحتمالات التجريبية.

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة ذات عدد فردي من مجموعة بطاقات فهرسة تتألف من 52 بطاقة مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة، وكل لون مرقم من 1 إلى 13 . ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447 / مصطفى علام

التوزيع ذو الحدين توزيع تكراري يبين احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي X ، حيث X يمثل عدد المحاولات الناجحة من أصل n محاولة. وعندما يكون X متغير عشوائي منفصل، فالتوزيع ذو الحدين يكون توزيعٌ احتماليٌ منفصل.

احتمال تحقق X محاولة نجاح من أصل n محاولة مستقلة تساوي $P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$

حيث تمثل p احتمال نجاح محاولة واحدة وتمثل q احتمال فشل المحاولة ذاتها $(q = 1 - p)$.

يبيع خميس أصنافًا معروضة في فهرس مصور ليجمع أموالاً للمدرسة. لديه فرصة نسبتها 40% لإتمام صفقة بيع في كل مرة يحاول فيها إقناع عميل محتمل بالشراء. يعرض خميس على 10 أشخاص أن يشتروا أحد المنتجات. جـــد احتمال أن يشتري منه 6 أشخاص.

A 8.6% B 11.1% C 24% D 40%

التسويق عبر الهاتف تعمل خولة في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. ما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%

المفهوم الأساسي المتوسط الحسابي للتوزيع ذي الحدين

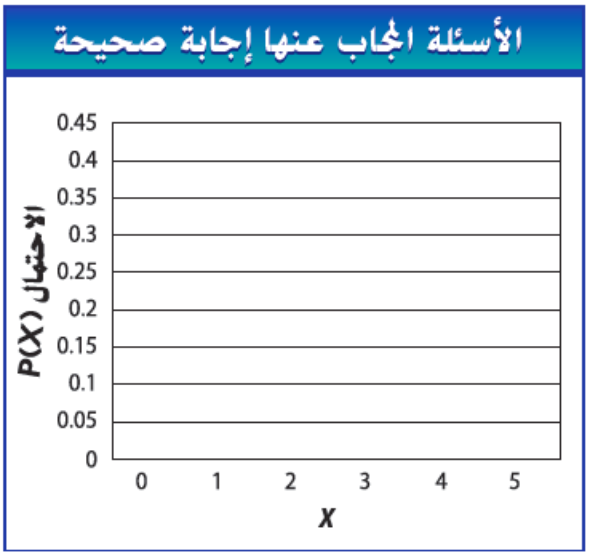
المتوسط μ في التوزيع ذي الحدين يُعطى بالعلاقة $\mu = np$ ، حيث تمثل n عدد المحاولات وتمثل p احتمال النجاح.

حل الاختبار نسيت حورية أن تُذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة اختيار من متعدد، وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. اختارت حورية إجابة عشوائية لكل سؤال. لنيل علامة النجاح، يجب عليها الإجابة عن أربعة أسئلة على الأقل بشكلٍ صحيح.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الأسئلة التي أجابتها حورية بشكلٍ صحيح عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.

b. ما احتمال أن تنجح حورية في الاختبار؟

c. كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع حورية الإجابة عنه إجابة صحيحة؟



ورقة عمل الحادي عشر المتقدم — 10-5 التوزيع الطبيعي

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1 – إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع.

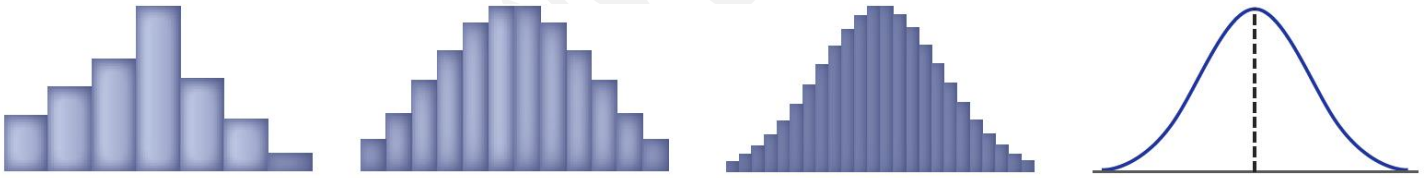
2– إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات.

يُسمى التوزيع الاحتمالي لمتغير متصل بالتوزيع الاحتمالي المتصل. يُسمى التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر استخدامًا **بالتوزيع الطبيعي**.

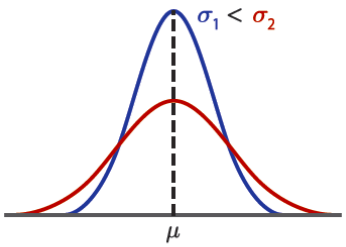
تكون خواص التوزيع الطبيعي كما يلي:

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلاً.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي X ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الكليّة تحت المنحنى تساوي 1 أو 100 %.

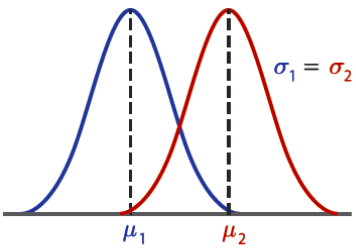
بزيادة حجم العينة والحدّ من عرض الفئة، يصبح التوزيع أكثر وأكثر تماثلًا. فإن كان من الممكن اعتيان المجتمع الإحصائي بأكمله، فإن التوزيع سيقارب التوزيع الطبيعي كما هو موضح.



لكل متغير عشوائي ذي توزيعٍ طبيعي، يعتمد شكل منحنى التوزيع الطبيعي وموقعه على المتوسط والانحراف المعياري. فعلى سبيل المثال، يمكنك أن ترى في المثال 10.5.1 أن زيادة حجم الانحراف المعياري تزيد من تسطّح المنحنى. ويؤدي التغير في المتوسط، كما يوضح الشكل 10.5.2 ، إلى إزاحةٍ أفقيةٍ للمنحنى.



الشكل 10.5.1



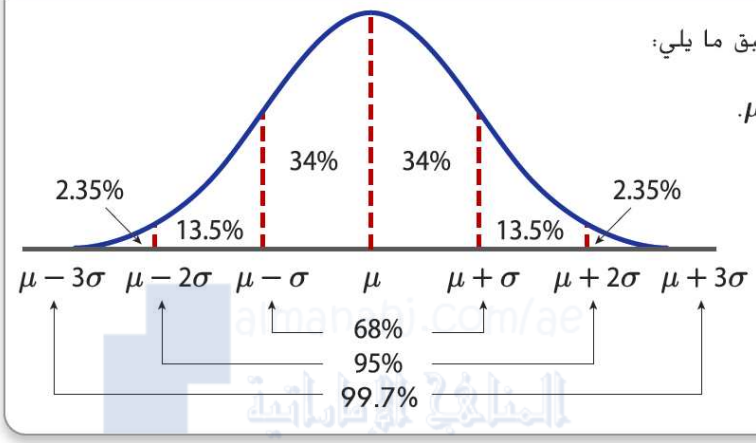
الشكل 10.5.2

تمثل المنطقة الواقعة تحت منحنى التوزيع الطبيعي بين قيمتين للبيانات النسبة المئوية من البيانات الواقعة داخل هذه الفترة. يمكن استخدام **القاعدة التجريبية** لوصف المساحة تحت المنحنى الطبيعي وضمن فترات تبعد انحرافًا معياريًا واحدًا أو اثنين أو ثلاثة عن الوسط.

القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ، ينطبق ما يلي:

- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.



استخدام القاعدة التجريبية

الارتفاع يتوزع طول 880 طالبًا بمدرسة الشرق الثانوية طبيعيًا بوسط 168 cm و انحراف معياري 6 cm.

a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 cm تقريبًا؟

b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 cm و 175 cm ؟

التصنيع توزّع آلةٌ لتعبئة قوارير الماء كمياتٍ مختلفةً قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورةً له توزيعٌ طبيعيٌ وسطه 1.1 L و انحرافٌ معياريٌ يساوي 0.02 L .

a. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تُملأ بكميةٍ أقل من 1.06 L ؟

b. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 L و 1.14 L ؟

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتية
050-2509447 عمل المدرس/ مصطفى علام

في حين يمكن استخدام القاعدة التجريبية في تحليل التوزيع الطبيعي، تكون فائدتها الوحيدة عند تقييم قيم محددة، مثل $\mu + \sigma$. يمكن تحويل المتغير الذي يتم توزيعه طبيعيًا إلى قيمة معيارية أو قيمة z، حيث يُمكن استخدامه في تحليل أي مدى من القيم في التوزيع الطبيعي. يُعرف هذا التحويل بالمعيارية. تُعرف قيمة Z أيضًا بالدرجة z وإحصاء اختبار z، وتمثل عدد الانحرافات المعيارية التي تشكلها قيمة بيانات معينة من الوسط.

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$، حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

جد كلاً مما يلي.

a. z if X = 24, μ = 29, and σ = 4.2

b. X if z = -1.73, μ = 48, and σ = 2.3

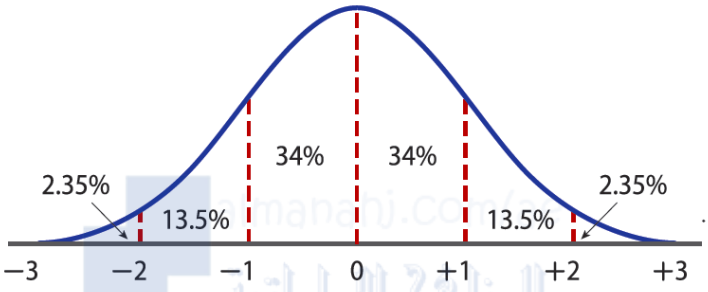
2A. z if X = 32, μ = 28, and σ = 1.7

2B. X if z = 2.15, μ = 39, and σ = 0.4

يحتوي كل متغير عشوائي تم توزيعه طبيعيًا على وسط و انحراف معياري فريدين، وهو ما يؤثر على شكل وموقع المنحنى. ونتيجة ذلك، يوجد العديد من التوزيعات الاحتمال الطبيعية اللانهائية. ولحسن الحظ، يمكن ربطهم جميعًا بتوزيع واحد يُسمى التوزيع الطبيعي المعياري.

التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي لقيم z بمتوسط 0 و انحراف معياري 1.

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الكّلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

الاتصالات بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات بالانحراف المعياري 12. جد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا.

كرة السلة بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا.

Find the interval of z-values associated with each area.

جد فترة قيم Z المرتبطة بكل منطقة.

a. middle 50% of the data

a. النسبة الوسطى 50 % من البيانات.

b. the outside 20% of the data

b. النسبة الخارجية 20 % من البيانات.

4A. the middle 25% of the data

4A . نسبة 25 % الوسطى من البيانات.

4B. the outside 60% of the data

4B . النسبة الخارجية 60 % من البيانات.

الأرصاد الجوية يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهورفي إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81°$ و $\sigma = 6°$. جد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المقابلة الو اقعة تحت المنحنى.

a. P(70° < X < 90°)

b. P(X ≥ 95°)

الاختبار توزع درجات اختبارٍ معياريٍ توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. جد كل احتمالٍ مما يلي واستخدم حاسبةً التمثيل البياني أو الجداول لإيجاد المساحة تحت المنحنى.

A. P(X < 89)

B. P(65 < X < 85)

الدراسة الجامعية تتوزع درجات اختبار قبول الجامعة في قسم الرياضيات طبيعيًا حيث $\mu = 65$ و $\sigma = 8$.

a. إذا أرادت فاطمة أن تكون ضمن ال % 20 الأوائل، فما الدرجة التي يجب عليها تحقيقها؟

b. تتوقع فاطمة أن تحصل على درجة ضمنٍ النسبة الوسطى % 90 في التوزيع. فما مدى الدرجات الذي يقع ضمن هذه الفئة؟

البحث يختار باحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعةً للدراسة وسط وزنها 86 kg و انحرافها المعياري 5.5 kg . افترض أن الأوزان موزعةٌ طبيعيًا.

A. إذا كانت الدراسة ستركز بصورةٍ رئيسةٍ على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى % 80 من مجموعة البيانات، فما مدى الأوزان الذي سيتضمنه ذلك؟

B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية % 5 من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى أوزان الأشخاص الذين سيجري الاتصال بهم؟