

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/14>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الحادي عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/14math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الحادي عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/14math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الحادي عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade14>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

# قوانين الفصل الدراسي الثاني والثالث للرياضيات ( II متقدم )

\*\*\*\*\*

## الوحدة 5 ( أنظمتا المعادلات والمصفوفات )

باستخدام الآلة الحاسبة

الضرب النقطي للمتجهات  
Mode 8  
VctA 1  
اختاري الأبعاد ودخلي المتجه  
AC  
اختاري الجذر  
Shift 5  
VctA 3  
Shift 5  
Dot 7  
Shift 5  
VctA 3  
=  
الجواب

معكوس المصفوفة  
Mode 6  
MatA 1  
اختاري الأبعاد ودخلي المصفوفة  
AC  
Shift 4  
MatA 3  
 $X^{-1}$   
=  
الجواب

محدد المصفوفة  
Mode 6  
MatA 1  
اختاري الأبعاد ودخلي المصفوفة  
AC  
Shift 4  
Det 7  
Shift 4  
MatA 3  
=  
الجواب

\*\*\*\*\*

إذا كانت معادلتين  $x$  و  $y$   
Mode 5  
1  
دخلي المعاملات  
=  
الجواب

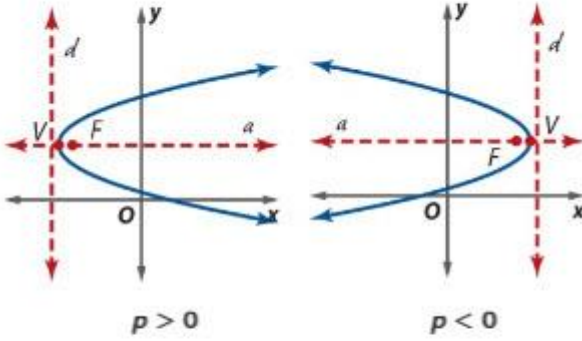
الضرب المتجهي للمتجهات  
Mode 8  
VcaA 1  
اختاري الأبعاد ودخلي المتجه  
AC  
Shift 5  
Dim 1  
VctB 2  
اختاري الأبعاد ودخلي المتجه  
AC  
Shift 5  
VctA 3  
 $\times$   
VctB 4  
=  
الجواب

إذا كانت ثلاث معادلات  $x-y-z$   
Mode 5  
2  
دخلي المعاملات  
=  
الجواب

## الوحدة 6 (القطع المخروطية والمعادلات الوسيطة)

### المفهوم الأساسي الصيغة القياسية لمعادلات القطع المكافئ

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$



التوجيه: مفتوح أفقيًا

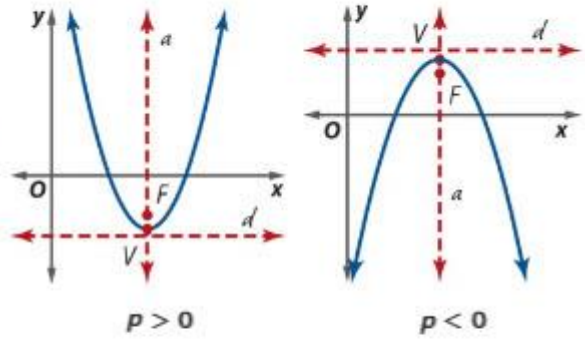
الرأس:  $(h, k)$

البؤرة:  $(h + p, k)$

محور التماثل:  $y = k$

الدليل:  $x = h - p$

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$



التوجيه: مفتوح رأسيًا

الرأس:  $(h, k)$

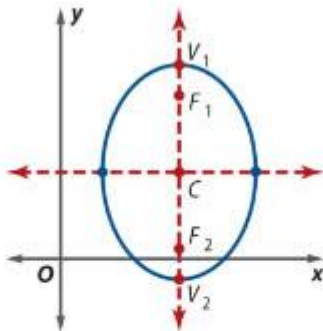
البؤرة:  $(h, k + p)$

محور التماثل:  $x = h$

الدليل:  $y = k - p$

### المفهوم الأساسي الصيغة القياسية لمعادلات القطع الناقص

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$



الاتجاه: المحور الأكبر رأسي

المركز:  $(h, k)$

البؤرتان:  $(h, k \pm c)$

الرأسان:  $(h, k \pm a)$

الرأسان المرافقان:  $(h \pm b, k)$

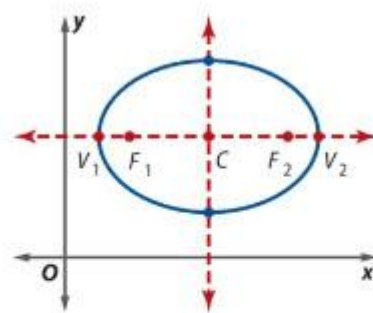
المحور الأكبر:  $x = h$

المحور الأصغر:  $y = k$

العلاقة  $a, b, c$ :  $c^2 = a^2 - b^2$  أو

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$



الاتجاه: المحور الأكبر أفقي

المركز:  $(h, k)$

البؤرتان:  $(h \pm c, k)$

الرأسان:  $(h \pm a, k)$

الرأسان المرافقان:  $(h, k \pm b)$

المحور الأكبر:  $y = k$

المحور الأصغر:  $x = h$

العلاقة  $a, b, c$ :  $c^2 = a^2 - b^2$  أو

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

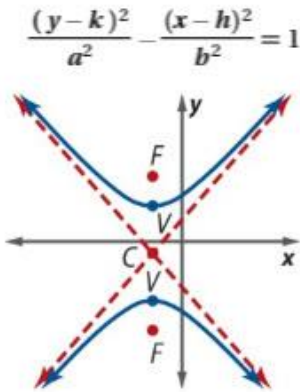
## المفهوم الأساسي الاختلاف المركزي

لأي قطع ناقص،  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  أو  $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$  حيث  $c^2 = a^2 - b^2$  الاختلاف المركزي هو:  $e = \frac{c}{a}$ .

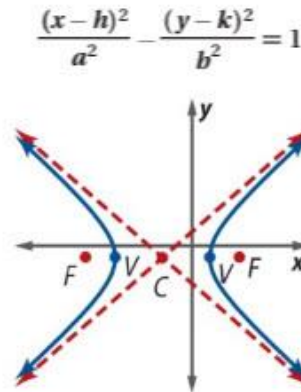
## المفهوم الأساسي الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة دائرة مركزها  $(h, k)$  ونصف قطرها  $r$  هي  
 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

## المفهوم الأساسي الصور القياسية لمعادلات القطع الزائد



الاتجاه: المحور القاطع عمودي  
 المركز:  $(h, k)$   
 الرأسان:  $(h, k \pm a)$   
 البؤرتان:  $(h, k \pm c)$   
 المحور القاطع:  $x = h$   
 المحور المرافق:  $y = k$   
 خط التقارب:  $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$   
 العلاقة:  $a, b, c$  أو  $c^2 = a^2 + b^2$   
 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

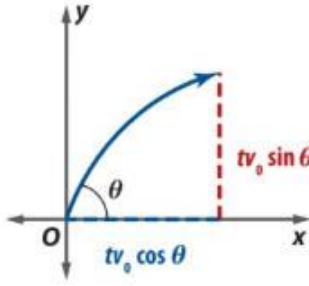


الاتجاه: المحور القاطع أفقي  
 المركز:  $(h, k)$   
 الرأسان:  $(h \pm a, k)$   
 البؤرتان:  $(h \pm c, k)$   
 المحور القاطع:  $y = k$   
 المحور المرافق:  $x = h$   
 خط التقارب:  $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$   
 العلاقة:  $a, b, c$  أو  $c^2 = a^2 + b^2$   
 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

## المفهوم الأساسي زاوية الدوران المستخدمة لحذف الحد $xy$

زاوية الدوران  $\theta$  حيث  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ،  $B \neq 0$ ،  $\cot 2\theta = \frac{A-C}{B}$  سيحذف الحد  $xy$  من معادلة المقطع المخروطي في دوران نظام الإحداثيات  $x'y'$

## المفهوم الأساسي حركة المقذوف

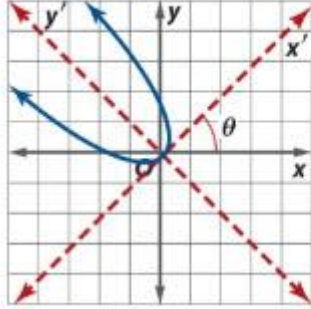


أطلق جسم صائغًا زاوية  $\theta$  مع خط الأفق وبسرعة ابتدائية  $v_0$ . حيث  $g$  ترمز إلى ثابت الجاذبية الأرضية، و  $t$  ترمز إلى الزمن و  $h_0$  ترمز إلى الارتفاع الابتدائي:

$$x = tv_0 \cos \theta \quad \text{المسافة الأفقية}$$

$$y = tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0 \quad \text{الموقع الرأسي}$$

## المفهوم الأساسي دوران محاور القطوع المخروطية



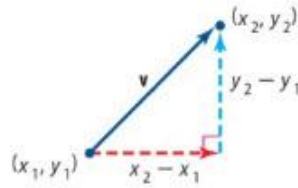
المعادلة  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  في المستوى الإحداثي  $xy$  يمكن إعادة صياغتها كما يلي  $A(x')^2 + C(y')^2 + Dx' + Ey' + F = 0$  في دوران المستوى الإحداثي  $x'y'$ .

يمكن إيجاد المعادلة في المستوى  $x'y'$  باستخدام المعادلات التالية، حيث  $\theta$  هي زاوية الدوران.

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \quad y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

## الوحدة 7 (المنجهات)

### المفهوم الأساسي مقدار متجه في المستوى الإحداثي



إذا كان  $v$  متجهًا نقطة بدايته  $(x_1, y_1)$  ونقطة نهايته  $(x_2, y_2)$ ، فيتم تقديم مقدار  $v$  بواسطة

$$|v| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

إذا كان  $v$  صورة مركبته  $(a, b)$ ، إذا  $|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

### المفهوم الأساسي الضرب النقطي للمتجهات في مستوى

نتاج الضرب النقطي لـ  $b = (b_1, b_2)$  و  $a = (a_1, a_2)$  يعرف على أنه  $a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$

## المفهوم الأساسي خواص الضرب النقطي

إذا كان  $u$  و  $v$  و  $w$  متجهات و  $k$  كمية عددية، فإن الخواص التالية متحققة.

خاصية التبديل

$$u \cdot v = v \cdot u$$

خاصية التوزيع

$$u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$$

خاصية الضرب في كمية عددية

$$k(u \cdot v) = ku \cdot v = u \cdot kv$$

خاصية ناتج الضرب النقطي للمتجهات الصفرية

$$0 \cdot u = 0$$

العلاقة بين ناتج الضرب النقطي ومقدار المتجه

$$u \cdot u = |u|^2$$

## البرهان

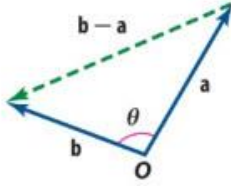
البرهان  $u \cdot u = |u|^2$   
افتراض أن  $u = \langle u_1, u_2 \rangle$

$$\begin{aligned} u \cdot u &= u_1^2 + u_2^2 \\ &= \left( \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \right)^2 \\ &= |u|^2 \end{aligned}$$

## المفهوم الأساسي الزاوية بين متجهين

إذا كانت  $\theta$  هي الزاوية بين المتجهين غير الصفرين  $a$  و  $b$ ، إذا

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$



## البرهان

فكر في المثلث المحدد بواسطة  $a$  و  $b$  و  $b - a$  في الشكل أعلاه.

$$|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos\theta = |b - a|^2$$

$$|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos\theta = (b - a) \cdot (b - a)$$

$$|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos\theta = b \cdot b - b \cdot a - a \cdot b + a \cdot a$$

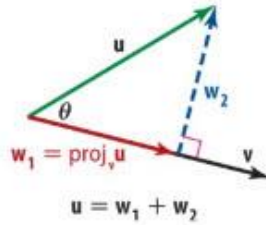
$$|a|^2 + |b|^2 - 2|a||b|\cos\theta = |b|^2 - 2a \cdot b + |a|^2$$

$$-2|a||b|\cos\theta = -2a \cdot b$$

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$



## المفهوم الاساسي مسقط u على v



افترض أن  $u$  و  $v$  متجهان غير صفريين، وافترض أن  $w_1$  و  $w_2$  مركبتي المتجه  $u$  بحيث  $w_1$  توازي  $v$  كما هو موضح. إذا، المتجه  $w_1$  يُسمى **مسقط المتجه  $u$  على  $v$** . المشار إليه بالعبارة  $\text{proj}_v u$  و

$$\text{proj}_v u = \left( \frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) v$$

## البرهان

حيث إن  $\text{proj}_v u$  يوازي  $v$ ، فيمكن كتابته في صورة مضاعف كمية عددية لـ  $v$ . كمضاعف كمية عددية لمتجه الوحدة  $v$  بنفس اتجاه  $v$ . استخدم المثلث القائم الزاوية المكون بواسطة  $w_1$  و  $w_2$  و  $u$  ونسبة جيب التمام لإيجاد تعبير لـ  $|w_1|$ .

$$\cos \theta = \frac{|w_1|}{|u|}$$

$$|u| \cos \theta = |u| \frac{|w_1|}{|u|}$$

$$u \cdot v = |u| |v| \cos \theta \quad |u| |v| \cos \theta = u \cdot v \quad \cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

$$|w_1| = \frac{u \cdot v}{|v|}$$

الآن استخدم  $\text{proj}_v u = |w_1| v_x$  لإيجاد  $\text{proj}_v u$  في صورة مضاعف كمية عددية لـ  $v$ .

$$\text{proj}_v u = |w_1| v_x$$

$$= \frac{u \cdot v}{|v|} \cdot \frac{v}{|v|}$$

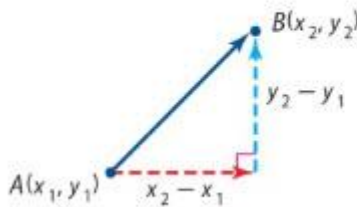
$$= \left( \frac{u \cdot v}{|v|^2} \right) v$$

## المفهوم الاساسي الضرب المتجهي للمتجهات في الفضاء

إذا كان  $a = a_1 i + a_2 j + a_3 k$  و  $b = b_1 i + b_2 j + b_3 k$  فإن ناتج الضرب المتجهي لـ  $a$  و  $b$  هو المتجه

$$a \times b = (a_2 b_3 - a_3 b_2) i - (a_1 b_3 - a_3 b_1) j + (a_1 b_2 - a_2 b_1) k$$

## المفهوم الاساسي الصورة المركبة للمتجه



الصورة المركبة للمتجه  $\vec{AB}$  تقطة بدايته  $A(x_1, y_1)$  وتقطعة نهايته  $B(x_2, y_2)$  معطاة بواسطة

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

## المفهوم الاساسي العمليات على المتجهات

إذا كان  $a = \langle a_1, a_2 \rangle$  و  $b = \langle b_1, b_2 \rangle$  متجهان و  $k$  كمية عددية، فإن ما يلي صحيح.

$$a + b = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle \quad \text{جمع المتجهات}$$

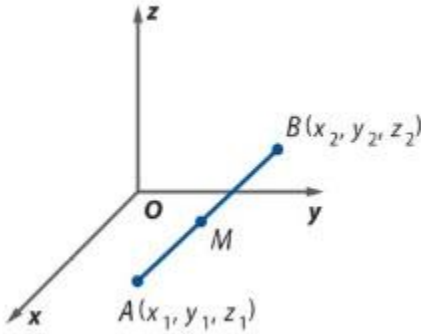
$$a - b = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle \quad \text{طرح المتجهات}$$

$$ka = \langle ka_1, ka_2 \rangle \quad \text{الضرب في كمية عددية}$$

## المفهوم الأساسي المتجهات المتعامدة

يكونان المتجهان  $a$  و  $b$  متعامدين فقط إذا كان  $a \cdot b = 0$ .

## المفهوم الأساسي قوانين المسافة ونقطة المنتصف في الفضاء



يتم الحصول على المسافة بين النقطتين  $A(x_1, y_1, z_1)$  و  $B(x_2, y_2, z_2)$  من خلال

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

ويتم الحصول على نقطة المنتصف  $M$  للنقطتين  $\overline{AB}$  من خلال

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

## المفهوم الأساسي عمليات المتجهات في الفضاء

إذا كان  $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ ,  $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ ، وأي كمية غير منتهية  $k$ ، فإن

جمع المتجه

$$a + b = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$$

طرح المتجه

$$a - b = a + (-b) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$$

ضرب كمية عددية

$$ka = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$$

## المفهوم الأساسي الضرب القياسي لثلاثة متجهات

إذا كان  $t = t_1i + t_2j + t_3k$ ,  $u = u_1i + u_2j + u_3k$ ,  $v = v_1i + v_2j + v_3k$ ، فيتم الحصول على ناتج الضرب القياسي لثلاثة متجهات

$$t \cdot (u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} \text{ من خلال}$$

## التعريف 7-1

يعرف ناتج الضرب النقطي لمتجهين  $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  و  $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$  في  $\mathbb{R}^3$  بواسطة

$$a \cdot b = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle \cdot \langle b_1, b_2, b_3 \rangle = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \quad (7.1)$$

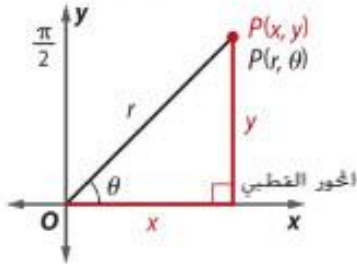
وبالمثل، يعرف ناتج الضرب النقطي لمتجهين في  $\mathbb{R}^2$  بواسطة

$$a \cdot b = \langle a_1, a_2 \rangle \cdot \langle b_1, b_2 \rangle = a_1b_1 + a_2b_2$$



## الوحدة 8 (الأحداثيات القطبية والاعداد المركبة)

### المفهوم الأساسي تحويل الإحداثيات القطبية إلى الديكارتية



إذا كان للنقطة  $P$  الإحداثيات  $(r, \theta)$ ، فإن الإحداثيات الديكارتية  $(x, y)$  للنقطة  $P$  يتم التعبير عنها كالآتي

$$x = r \cos \theta \quad \text{و} \quad y = r \sin \theta.$$

أي أن  $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ .

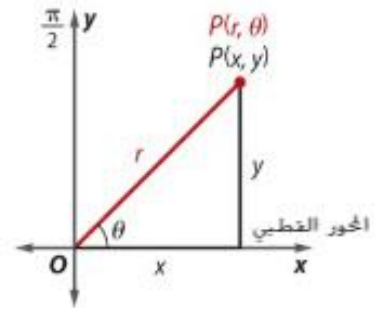
### المفهوم الأساسي تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية

إذا كان للنقطة  $P$  إحداثيات ديكارتية  $(x, y)$  فإن الإحداثيات القطبية  $(r, \theta)$  للنقطة  $P$  يتم التعبير عنها بالآتي

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{و} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \text{ عندما } x > 0$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \pi \text{ أو}$$

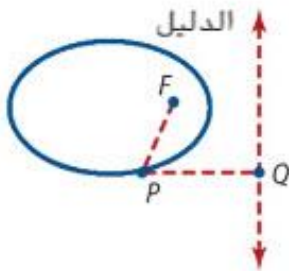
$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180^\circ \text{ عندما } x < 0.$$



### ملخص المفهوم الاختلاف المركزي

قطع ناقص

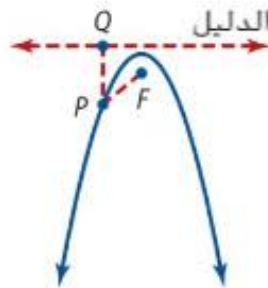
$$0 < e < 1$$



$$0 < \frac{PF}{PQ} < 1$$

قطع مكافئ

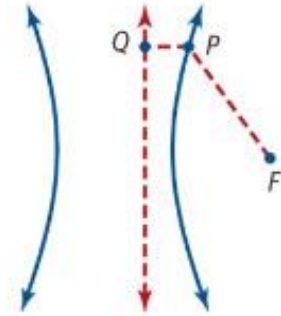
$$e = 1$$



$$\frac{PF}{PQ} = 1$$

قطع زائد

$$e > 1$$



$$\frac{PF}{PQ} > 1$$

## المفهوم الأساسي ناتج ضرب الأعداد المركبة وناتج قسمتها وأسسها وجذورها في الصورة القطبية

بافتراض الأعداد المركبة  $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$  و  $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$

**قانون ناتج الضرب**  $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

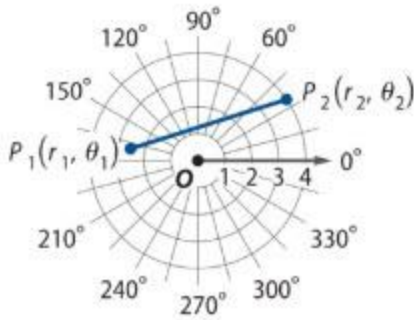
**قانون ناتج القسمة**  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$ , حيث  $z_2$  و  $r_2 \neq 0$

## المفهوم الأساسي نظرية دي موافر

إذا كانت الصيغة القطبية لعدد مركب هي  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  فلأعداد الصحيحة الموجبة  $n$

$$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n \text{ أو } r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta).$$

## المفهوم الأساسي صيغة المسافة القطبية



إذا كانت  $P_1(r_1, \theta_1)$  و  $P_2(r_2, \theta_2)$  نقطتين في المستوى القطبي، فإن المسافة  $P_1 P_2$  معطاة بواسطة

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

## المفهوم الأساسي اختبارات سريعة على التماثل في التمثيلات البيانية القطبية

**الشرح** يكون التمثيل البياني لدالة قطبية متماثلاً على

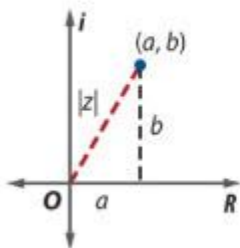
• المحور القطبي إذا كانت الدالة  $\cos \theta$

• الخط  $\theta = \frac{\pi}{2}$  إذا كانت الدالة  $\sin \theta$

**مثال** التمثيل البياني لـ  $r = 3 + \sin \theta$  متماثل على الخط  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

لتحليل المعادلة القطبية، ابدأ بكتابة المعادلة بالصورة القياسية  $r = \frac{ed}{1 \pm e \sin \theta}$  أو  $r = \frac{ed}{1 \pm e \cos \theta}$ .

## المفهوم الأساسي قيمة مطلقة لعدد مركب



تكون القيمة المطلقة للعدد المركب  $z = a + bi$  هي

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

## المفهوم الأساسي ناتج ضرب الأعداد المركبة وناتج قسمتها وأسسها وجذورها في الصورة القطبية

بافتراض الأعداد المركبة  $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$  و  $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$

**قانون ناتج الضرب**  $z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

**قانون ناتج القسمة**  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$ , حيث  $z_2 \neq 0$

## المفهوم الأساسي الجذور المختلفة

للعدد الصحيح الموجب  $p$ , يكون للعدد المركب  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  عدد  $p$  فريد من الجذور  $p$ . ويمكن إيجاد الجذور من خلال

$$r^{\frac{1}{p}} \left( \cos \frac{\theta + 2n\pi}{p} + i \sin \frac{\theta + 2n\pi}{p} \right)$$

حيث  $n = 0, 1, 2, \dots, p-1$

## الوحدة 9 (المتاليات والمسلسلات)

### المفهوم الأساسي الرمز سيجما

في أي متتالية  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  برمز لمجموع الحدود  $k$  الأولى بـ

$$\sum_{n=1}^k a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$$

حيث  $n$  هي مؤشر المجموع، و  $k$  هي الحد العلوي للمجموع و  $1$  هو الحد السفلي للمجموع.

### المفهوم الأساسي الحد النوني لمتتالية حسابية

**الشرح** الحد النوني للمتتالية الحسابية التي يكون الحد الأول بها  $a_1$ ، والفرق المشترك  $d$  تحدده الصيغة  $a_n = a_1 + (n-1)d$ .

**مثال** الحد السادس عشر في المتتالية  $2, 5, 8, \dots$  هو  $a_{16} = 2 + (16-1) \cdot 3$  أو  $47$ .

### المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة حسابية منتهية

يمكن إيجاد مجموع متسلسلة حسابية منتهية عدد حدودها  $n$  أو المجموع الجزئي النوني لمتسلسلة حسابية باستخدام واحدة من الصيغتين المتصلتين.

**الصيغة 1**  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

**الصيغة 2**  $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

### المفهوم الأساسي الحد النوني لمتتالية هندسية

**الشرح** الحد النوني لمتتالية هندسية الحد الأول بها هو  $a_1$  والنسبة المشتركة هي  $r$  تحدده الصيغة  $a_n = a_1 r^{n-1}$

**مثال** الحد التاسع في المتتالية  $2, 10, 50, \dots$  هو  $a_9 = 2 \cdot 5^{9-1}$  أو  $781,250$

## المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة هندسية منتهية

يمكن إيجاد مجموع متسلسلة هندسية منتهية بها حدود  $n$  أو المجموع الجزئي التوني لمتسلسلة هندسية باستخدام واحدة من صيغتين متصلتين.

$$S_n = a_1 \left( \frac{1-r^n}{1-r} \right) \quad \text{الصيغة 1}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \quad \text{الصيغة 2}$$

## المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة هندسية لانهاية

يمكن إيجاد المجموع  $S$  لمتسلسلة هندسية لانهاية بها  $|r| < 1$  باستخدام

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

## المفهوم الأساسي مبدأ الاستقراء الرياضي

إذا كانت  $P_n$  تمثل عبارة عن عدد صحيح  $n$ . فإن  $P_n$  صحيح لجميع الأعداد الصحيحة الموجبة  $n$  إذا كان. فقط إذا كان.

- $P_1$  صحيح. و
- لكل عدد صحيح موجب  $k$ . إذا كان  $P_k$  صحيحًا. فإن  $P_{k+1}$  صحيح.

## المفهوم الأساسي صيغة معاملات ذات الحدين $(a+b)^n$

الشرح  
معامل ذات الحدين للحد  $a^r b^{n-r}$  في تفكيك  $(a+b)^n$  محدد بالعلاقة  ${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$

مثال

$$(a+b)^3 = {}_3 C_0 a^3 b^0 + {}_3 C_1 a^2 b^1 + {}_3 C_2 a^1 b^2 + {}_3 C_3 a^0 b^3$$
$$= \frac{3!}{(3-0)! 0!} a^3 + \frac{3!}{(3-1)! 1!} a^2 b + \frac{3!}{(3-2)! 2!} a b^2 + \frac{3!}{(3-3)! 3!} b^3$$
$$= 1a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + 1b^3$$

## المفهوم الأساسي نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب  $n$ . تفكيك  $(a+b)^n$  يُعطى بالعلاقة

$$(a+b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_r a^{n-r} b^r + \dots + {}_n C_n a^0 b^n,$$

حيث  $r = 0, 1, 2, \dots, n$

## المفهوم الأساسي متسلسلة القوة

في المتسلسلة اللانهائية التي في الصورة

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots,$$

يمكن أن تساوي  $x$  و  $a_n$  أي قيم نظرًا لأن  $n = 0, 1, 2, \dots$ . وتسمى متسلسلة قوة في  $x$ .

## المفهوم الأساسي المتسلسلة الأسية

متسلسلة القوة الأسية التي تمثل  $e^x$  تُسمى المتسلسلة الأسية وهي مقدمة بالعلاقة

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots,$$

وهي مقاربة لجميع  $x$ .

## المفهوم الأساسي متسلسلة القوة لكل من Sine و Cosine

يمكن الحصول على تمثيلات المتسلسلات الأسية لكل من  $\sin x$  و  $\cos x$  من خلال

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots,$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots,$$

وهي مقاربة لجميع  $x$ .

## المفهوم الأساسي صيغة أويلر

لأي عدد حقيقي  $\theta$ ,  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ .

## المفهوم الأساسي الصورة الأسية لعدد مركب

الصورة الأسية لعدد مركب  $a + bi$  مقدمة بالعلاقة

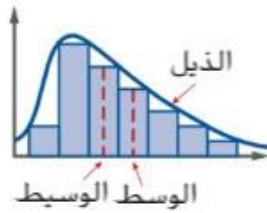
$$a + bi = re^{i\theta},$$

حيث  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$  و  $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$  إذا كان  $a > 0$  و  $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} + \pi$  إذا كان  $a < 0$ .

## الوحدة 10 (الإحصاء الاستثنائي)

### المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

#### التوزيع الملتوي نحو اليمين



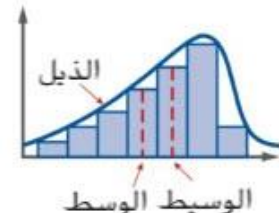
في التوزيع الملتوي نحو اليمين، يكون المتوسط أكبر من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليسرى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليمنى.

#### التوزيع المتماثل



في التوزيع المتماثل، تتوزع البيانات بصورة متساوية على كلا طرفي المتوسط، ويكون المتوسط والوسيط متساويين تقريباً.

#### التوزيع الملتوي نحو اليسار



في التوزيع الملتوي نحو اليسار، يكون المتوسط أقل من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليمنى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليسرى.

### المفهوم الأساسي المخططات الصندوقية ذات العارضين المتماثلة والملتوية

#### الملتوي نحو اليمين



العارضة اليمنى أطول من العارضة اليسرى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى  $Q_1$  من  $Q_3$ .

#### المتماثل



العارضتان من الطول نفسه، والخط الذي يمثل الوسيط يقع تماماً بين  $Q_1$  و  $Q_3$ .

#### الملتوي نحو اليسار



العارضة اليسرى أطول من العارضة اليمنى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى  $Q_3$  من  $Q_1$ .



## المفهوم الأساسي المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة

يمكن أن يأخذ المتغير العشوائي المتصل عدداً لا نهائياً من القيم المحتملة ضمن فترة محددة.

مثال



يمكن أن يأخذ متغير عشوائي منفصل عدداً منتهياً أو معدوداً من القيم المحتملة.

مثال



## المفهوم الأساسي التوزيع الاحتمالي

إن التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي  $X$  هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط كل قيمة ممكنة لـ  $X$  باحتمال وقوع الحدث. وتُحدد هذه الاحتمالات نظرياً أو بالرصد.

يجب أن يحقق التوزيع الاحتمالي الشروط التالية.

- يجب أن تقع احتمال كل قيمة لـ  $X$  بين 0 و 1، أي  $0 \leq P(X) \leq 1$ .
- يجب أن يساوي مجموع جميع احتمالات كل قيم  $X$  العدد 1، أي  $\sum P(X) = 1$ .

## المفهوم الأساسي متوسط التوزيع الاحتمالي

**الشرح** لإيجاد متوسط توزيع احتمالي لـ  $X$ ، اضرب كل قيمة لـ  $X$  في احتمالها وأوجد مجموع نواتج الضرب.

**الرموز** يعطى متوسط متغير عشوائي  $X$  بالعلاقة  $\mu = \sum [X \cdot P(X)]$ ، حيث  $X_1, X_2, \dots, X_n$  هي قيم  $X$  و  $P(X_1), P(X_2), \dots, P(X_n)$  هي الاحتمالات المقابلة.

## المفهوم الأساسي التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

**الشرح** لإيجاد تباين توزيع احتمالي  $X$ ، اطرح متوسط توزيع العينة من كل قيمة لـ  $X$  ورتب الفرق. ثم اضرب كل فرق باحتمالته المقابلة لإيجاد مجموع نواتج الضرب. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

**الرموز** يعطى تباين متغير عشوائي  $X$  من خلال  $\sigma^2 = \sum [(X - \mu)^2 \cdot P(X)]$ ، ويعطى الانحراف المعياري من خلال  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ .

## المفهوم الأساسي التجربة ذات الحدين

**التجربة ذات الحدين** عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- تُكرر التجربة لعدد ثابت من المحاولات المستقلة  $n$ .
- لكل محاولة مخرجان محتملان  $S$  أو  $F$  فقط، وهما النجاح  $S$  أو الفشل  $F$ .
- يتساوى احتمال النجاح  $P(S)$  أو  $p$  في كل محاولة. ويساوي احتمال الفشل  $P(F)$  أو  $q$  القيمة  $1 - p$ .
- يمثل المتغير العشوائي  $X$  عدد مرات النجاح في  $n$  محاولة.

## المفهوم الأساسي قانون الاحتمال ذات الحدين

احتمال تحقيق  $X$  نجاح من أصل  $n$  محاولة مستقلة خلال تجربة ذات حدين تساوي

$$P(X) = {}_n C_x p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$$

حيث  $p$  احتمال نجاح محاولة واحدة و  $q$  احتمال فشلها.



## المفهوم الأساسي متوسط توزيع ذي حدّين وانحرافه المعياري

ويعطى المتوسط والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي  $X$  له توزيع احتمالي بالصيغ التالية:

$$\mu = np \quad \text{المتوسط}$$

$$\sigma^2 = npq \quad \text{التباين}$$

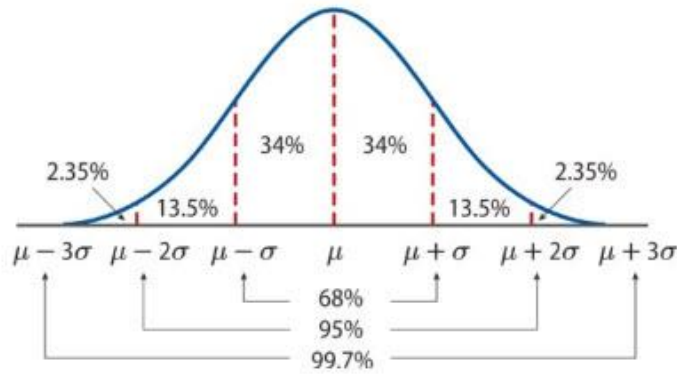
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ أو } \sqrt{npq} \quad \text{الانحراف المعياري}$$

## المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمتوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلاً.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي  $X$  ولكنه لا يتلامس معه أبداً.
- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.

## المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط  $\mu$  والانحراف المعياري  $\sigma$ ، ينطبق ما يلي:

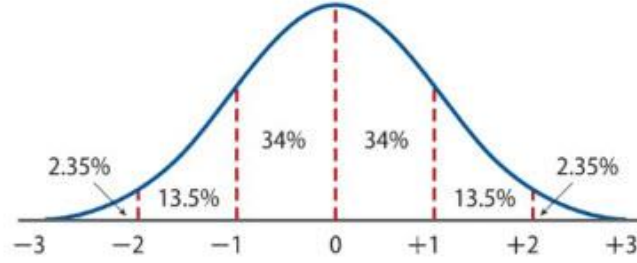


- تقع تقريباً 68% من قيم البيانات فيما بين  $\mu - \sigma$  و  $\mu + \sigma$ .
- تقع 95% من البيانات بين  $\mu - 2\sigma$  و  $\mu + 2\sigma$ .
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين  $\mu - 3\sigma$  و  $\mu + 3\sigma$ .

## المفهوم الأساسي صيغة قيم $Z$

قيمة  $Z$  الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ ، حيث  $X$  هي قيم البيانات، و  $\mu$  هو الوسط، و  $\sigma$  هو الانحراف المعياري.

## المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين  $z = -3$  و  $z = 3$ .
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي  $X$  ولكنه لا يتلامس معه أبداً.

## المفهوم الأساسي نظرية النهاية المركزية

مع تزايد حجم أخذ العينة  $n$ ,

- سيقترب شكل التوزيع لوسط عينة لمجتمع إحصائي ذي وسط  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  من التوزيع الطبيعي
- سيكون للتوزيع وسط  $\mu$  وانحراف معياري  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

## المفهوم الأساسي القيمة $Z$ لمتوسط عينة

قيمة  $Z$  لوسط عينة في مجتمع إحصائي معطاة في  $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ ، حيث يكون  $\sigma_{\bar{x}}$  هو وسط التجمع الإحصائي، ويكون  $\mu$  هو وسط المجتمع الإحصائي، ويكون  $\sigma_{\bar{x}}$  هو الخطأ المعياري.

## المفهوم الأساسي قاعدة التقريب للتوزيعات ذات الحدّين

- الشرح: يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيع ذي حدّين عندما  $np \geq 5$  و  $nq \geq 5$ .
- مثال: إذا كان  $p$  يساوي 0.4 و  $n$  يساوي 5، إذاً  $np = 5(0.4) = 2$  أو  $2$ ، وبما أن  $2 < 5$ ، فنبغى عدم استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب التوزيع ذي الحدّين.

## المفهوم الأساسي التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدّين

يتوم الإجراء الخاص بتقريب توزيع ذي حدّين على الخطوات التالية،

- الخطوة 1** أوجد الوسط  $\mu$  والانحراف المعياري  $\sigma$ .
- الخطوة 2** اكتب المسألة بالرمز الاحتمالي باستخدام  $X$ .
- الخطوة 3** أوجد معامل تصحيح الاتصال، وأعد كتابة المسألة لتوضيح المساحة المقابلة تحت التوزيع الطبيعي.
- الخطوة 4** أوجد أي قيم  $Z$  مقابلة لـ  $X$ .
- الخطوة 5** استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المساحة المقابلة.

## المفهوم الأساسي أقصى خطأ للتقدير

يعطى أقصى خطأ للتقدير  $E$  لمتوسط مجتمع إحصائي  $\mu$  بالعلاقة

$$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}} \text{ أو } E = z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

حيث  $z$  قيمة حرجة تقابل مستوى ثقة محدد، و  $\sigma_{\bar{x}}$  أو  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  هو الانحراف المعياري لمتوسطات العينات. وعندما يكون  $n \geq 30$ ،  $S$  فيمكن تعويض الانحراف المعياري للعينه بـ  $\sigma$ .

## المفهوم الأساسي فترة ثقة الوسط

تعطى فترة الثقة  $CI$  لوسط مجتمع إحصائي  $\mu$  بالعلاقة

$$CI = \bar{x} \pm E \text{ أو } \bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

حيث إن  $\bar{x}$  تساوي وسط العينة و  $E$  تساوي أقصى خطأ للتقدير.

## المفهوم الأساسي خصائص التوزيع $t$

- للتوزيع شكل جرس متماثل حول الوسط.
- يساوي الوسط والوسيط والمنوال 0، وجميعها تقع في مركز التوزيع.
- يلامس المنحنى المحور الأفقي  $x$ .
- الانحراف المعياري أكبر من 1.
- التوزيع هو مجموعة من المنحنيات المرتكزة على حجم العينة  $n$ .
- عند زيادة  $n$ ، يقترب التوزيع من التوزيع المعياري الطبيعي.

## المفهوم الأساسي فترة الثقة باستخدام التوزيع $t$

تعطى فترة الثقة  $CI$  للتوزيع  $t$  بالعلاقة

$$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

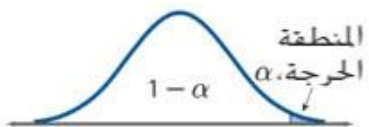
حيث  $\bar{x}$  وسط العينة و  $t$  قيمة حديّة، وذلك عند  $n - 1$  درجة حرية، و  $s$  هو الانحراف المعياري للعينه و  $n$  هو حجم العينة.

## المفهوم الأساسي صيغة الحجم الأدنى لعينة

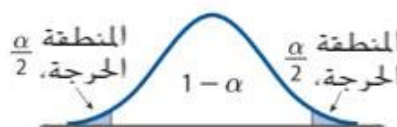
يعطى حجم العينة الأدنى المطلوب عند إيجاد فترة الثقة للوسط بالعلاقة  $n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2$ ، وفيها  $n$  هو حجم العينة و  $E$  هو أقصى خطأ للتقدير.

## ملخص المفهوم اختبارات الدلالة

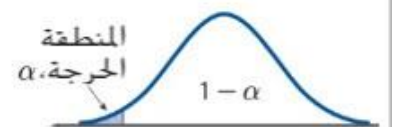
إذا كان  $H_0: \mu > k$ ، فإن اختبار الفرضية هو اختبار الذيل المتجه لليمين.



إذا كان  $H_0: \mu \neq k$ ، فإن اختبار الفرضية هو اختبار ثنائي الذيل.



إذا كان  $H_0: \mu < k$ ، فإن اختبار الفرضية هو اختبار الذيل المتجه إلى اليسار.



## ملخص المفهوم خطوات اختبار الفرضية

**الخطوة 1** اذكر الفرضيات وحدد الافتراض.

**الخطوة 2** حدد القيمة (القيم) الحرجة والمنطقة الحرجة.

**الخطوة 3** احسب إحصاء الاختبار.

**الخطوة 4** ارفض فرضية العدم أو لا ترفضها.

## المفهوم الأساسي معامل الارتباط

لعدد  $n$  من أزواج عينات البيانات الخاصة بالمتغيرين  $X$  و  $Y$ . فإن معامل الارتباط  $r$  بين  $X$  و  $Y$  يتم استنتاجه بالمعادلة

$$r = \frac{1}{n-1} \sum \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left( \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right),$$

حيث  $x_i$  و  $y_i$  يمثلان قيمتي زوجي البيانات ذوي الترتيب  $i$ ، و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  يمثلان وسطي المتغيرين و  $s_x$  و  $s_y$  يمثلان الانحرافين المعياريين للمتغيرين.

## المفهوم الأساسي المعادلة التي تخص اختبار $t$ لمعامل الارتباط

بالنسبة لاختبار  $t$  الخاص بالارتباط بين المتغيرين، فإن إحصاء الاختبار بالنسبة لقيمة  $\rho$  هو معامل الارتباط للعينة  $r$  وإحصاء الاختبار المعياري  $t$  يتم استنتاجه عن طريق المعادلة

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

حيث  $n-2$  هي درجات الحرية.

## المفهوم الأساسي معادلة خط الانحدار ذي مربعات أقل

معادلة خط الانحدار ذي المربعات الأقل للمتغير التفسيري  $X$  ومتغير الاستجابة  $Y$  هي  $\hat{y} = ax + b$ .

يتم استنتاج الميل  $a$  والتقاطع مع المحور  $y$  عند  $b$  في هذه المعادلة باستخدام

$$a = r \frac{s_y}{s_x} \text{ و } b = \bar{y} - a\bar{x},$$

حيث  $r$  يمثل معامل الارتباط بين المتغيرين، و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  يمثلان متوسطيهما و  $s_x$  و  $s_y$  يمثلان انحرافيهما المعياريين.

## ملخص المفهوم تحليل البيانات ذات المتغيرين

**الخطوة 1** ارسم مخطط انتشار وقرّر ما إذا كانت المتغيرات تبدو مترابطة خطيًا.

**الخطوة 2** إذا كانت هذه المتغيرات مترابطة بشكل خطي، فأحسب قوة العلاقة عن طريق حساب معامل الارتباط.

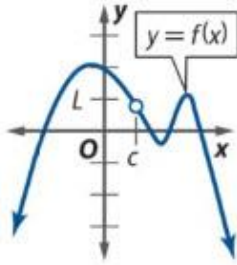
**الخطوة 3** استخدم اختبار  $t$  لتحديد ما إذا كان الارتباط ذا دلالة.

**الخطوة 4** إذا كان ذا دلالة، فأوجد معادلة الانحدار ذي المربعات الأقل التي تمثل البيانات.

## الوحدة 11 (النهايات والمشتقات)

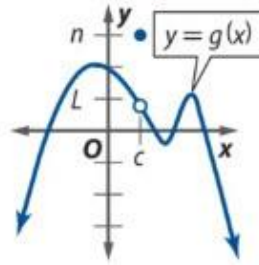
### المفهوم الأساسي استقلال نهاية عن قيمة الدالة عند نقطة ما

الشرح لا تعتمد نهاية الدالة  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  على قيمة الدالة عند النقطة  $c$ .



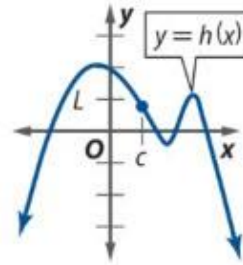
$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

$f(c)$  غير معرفة.



$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = L$$

$g(c) = n$



$$\lim_{x \rightarrow c} h(x) = L$$

$h(c) = L$

الرموز

### المفهوم الأساسي النهايات أحادية الطرف

#### نهاية من الجهة اليسرى

إذا كانت قيمة  $f(x)$  تقترب من العدد الفريد  $L_1$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  من اليسار، فإن

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L_1$$

ونقرأ

النهاية  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  من اليسار تساوي  $L_1$ .

#### نهاية من الجهة اليمنى

إذا كانت قيمة  $f(x)$  تقترب من العدد الفريد  $L_2$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  من اليمين، فإن

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L_2$$

ونقرأ

النهاية  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  من اليمين تساوي  $L_2$ .

### المفهوم الأساسي وجود نهاية عند نقطة

لا تكون نهاية الدالة  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  موجودة إلا إذا كان هناك نهايتان أحاديتا الطرف ومتساويتين. بمعنى أنه إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ فإن } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$$

### المفهوم الأساسي السبب في عدم وجود نهايات عند نقطة ما

تكون نهاية  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من  $c$  غير موجودة إذا كان:

نهاية  $f(x)$  من اليسار ومن اليمين لـ  $c$  من قيم مختلفة

• قيم  $f(x)$  تزداد أو تقل دون نهاية من اليسار و/أو اليمين بالنسبة إلى  $c$

• قيم  $f(x)$  تتذبذب بين قيمتين محددتين.

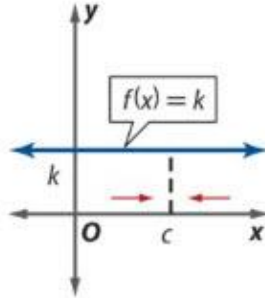


## المفهوم الأساسي النهايات عند اللانهاية

- إذا كانت قيمة  $f(x)$  تقترب من العدد الفريد  $L_1$  حيث  $x$  تزداد، فإن  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L_1$ ، ونقرأ نهاية  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من اللانهاية تساوي  $L_1$ .
- إذا كانت قيمة  $f(x)$  تقترب من العدد الفريد  $L_2$  حيث  $x$  تقل، فإن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L_2$ ، ونقرأ نهاية  $f(x)$  عندما يقترب  $x$  من اللانهاية السالبة تساوي  $L_2$ .

## المفهوم الأساسي نهاية الدوال

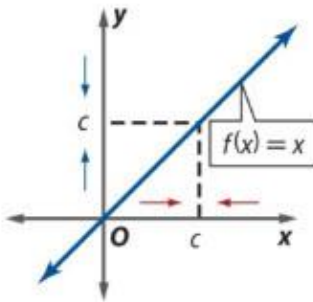
### نهاية الدوال الثابتة



**الشرح** نهاية دالة ثابتة عند أي نقطة  $c$  تساوي قيمة الثابت الخاص بالدالة.

**الرموز**  $\lim_{x \rightarrow c} k = k$

### نهاية الدالة المحايدة



**الشرح** نهاية الدالة المحايدة عند أي نقطة  $c$  تساوي  $c$ .

**الرموز**  $\lim_{x \rightarrow c} x = c$

## المفهوم الأساسي خواص النهايات

إذا كان  $k$  و  $c$  أعداداً حقيقية، و  $n$  هو عدد صحيح موجب، و  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$  موجودتان، فإن العبارة التالية صحيحة.

**خاصية المجموع**  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)$

**خاصية الفرق**  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)$

**خاصية الضرب في كمية عددية**  $\lim_{x \rightarrow c} [k f(x)] = k \lim_{x \rightarrow c} f(x)$

**خاصية ناتج الضرب**  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow c} g(x)$

**خاصية ناتج القسمة**  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$  إذا كان  $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$

**خاصية القوة الأسية**  $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)^n] = \left[ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$

**خاصية الجذر النوني**  $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$  إذا كان  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$  حيث  $n$  هو عدد زوجي.



## المفهوم الأساسي نهايات الدوال

### نهايات الدوال كثيرة الحدود

إذا كانت  $p(x)$  هي دالة كثيرة الحدود، و  $c$  هو عدد حقيقي، فإن  $\lim_{x \rightarrow c} p(x) = p(c)$ .

### نهايات الدوال النسبية

إذا كانت  $r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$  هي دالة نسبية، و  $c$  هو عدد حقيقي، فإن  $\lim_{x \rightarrow c} r(x) = r(c) = \frac{p(c)}{q(c)}$  إذا كان  $q(c) \neq 0$ .

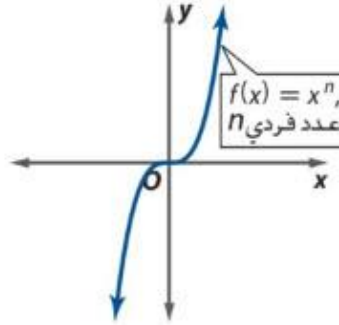
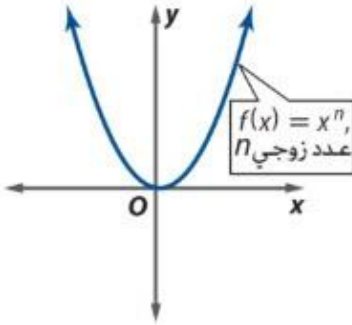
## المفهوم الأساسي نهايات دوال القوة عند اللانهاية

لأي عدد صحيح موجب  $n$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^n = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \infty \text{ إذا كان } n \text{ عددًا زوجيًا.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = -\infty \text{ إذا كان } n \text{ عددًا فرديًا.}$$



## المفهوم الأساسي نهايات الدوال كثيرة الحدود عند اللانهاية

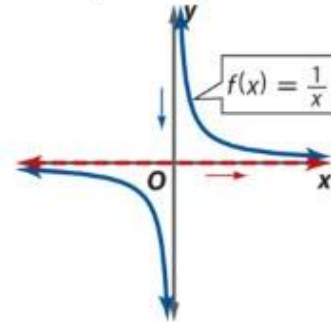
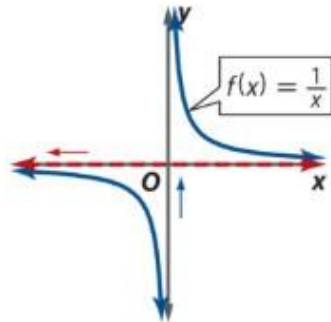
افترض أن  $p$  هي دالة كثيرة الحدود. فإن  $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n$  and  $\lim_{x \rightarrow -\infty} p(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} a_n x^n$ .

## المفهوم الأساسي نهايات الدوال العكسية عند اللانهاية

الشرح نهاية الدالة العكسية عند اللانهاية الموجبة أو السالبة تساوي 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

الرموز



النتيجة بالنسبة لأي عدد صحيح موجب  $n$ .  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{1}{x^n} = 0$ .

## المفهوم الأساسي معدل التغير اللحظي

يكون معدل التغير اللحظي للتمثيل البياني لـ  $f(x)$  عند النقطة  $(x, f(x))$  هو الميل  $m$  للمماس عند  $(x, f(x))$  الذي يُمكن إيجاد

باستخدام  $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  بشرط وجود النهاية.

## المفهوم الأساسي متوسط السرعة

إذا تم ذكر الوضع في صورة دالة للزمن  $f(t)$ ، فإنه لأي نقطتين زمنيتين  $a$  و  $b$ ، يتم إيجاد متوسط السرعة  $v$  عبر

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

## المفهوم الأساسي السرعة اللحظية

إذا تم ذكر المسافة التي يقطعها جسم ما في صورة دالة زمنية  $f(t)$ ، إذا يتم إيجاد السرعة اللحظية  $v(t)$  عند الوقت  $t$  باستخدام

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

بشرط وجود النهاية.

## المفهوم الأساسي قاعدة القوى للمشتقات

**الشرح** القوة لـ  $x$  في المشتقة نقل بواحد عن القوة لـ  $x$  في الدالة الأصلية، ومعامل القوة لـ  $x$  في المشتقة هو نفسه القوة لـ  $x$  في الدالة الأصلية.

**الرموز** إذا كانت  $f(x) = x^n$  وكان  $n$  عددًا حقيقيًا، فإن  $f'(x) = nx^{n-1}$

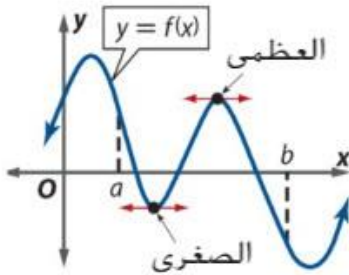
## المفهوم الأساسي قواعد اشتقاق أخرى

**الثابت** مشتقة الدالة الثابتة هي صفر. بمعنى، إذا كانت  $f(x) = c$ ، فإن  $f'(x) = 0$

**المضاعف الثابت للقوة** إذا كانت  $f(x) = cx^n$ ، حيث  $c$  ثابت و  $n$  عدد حقيقي، فإن  $f'(x) = cnx^{n-1}$

**المجموع أو الفرق** إذا كانت  $f(x) = g(x) \pm h(x)$ ، فإن  $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$

## المفهوم الأساسي نظرية القيم القصوى



إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على فترة مغلقة  $[a, b]$ ، فإن  $f(x)$  تحقق القيمة العظمى والصغرى على  $[a, b]$ .

## المفهوم الأساسي قاعدة ناتج الضرب للمشتقات

إذا كانت  $f$  و  $g$  قابلتين للاشتقاق عند  $x$ ، فإن  $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

## المفهوم الأساسي قاعدة ناتج القسمة للمشتقات

إذا كانت  $f$  و  $g$  قابلتين للاشتقاق عند  $x$  و  $g(x) \neq 0$ ، فإن  $\frac{d}{dx} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

## المفهوم الأساسي تكامل محدد

مساحة المنطقة تحت المنحنى لدالة هي

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x,$$

حيث  $a$  و  $b$  هما الحد الأدنى والحد الأعلى على التوالي.  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$  و  $x_i = a + i\Delta x$ . يُشار إلى هذه الطريقة بأنها مجموع ريمان يميني.

## المفهوم الأساسي قواعد المشتقات العكسية

إذا كانت  $f(x) = x^n$  حيث  $n$  عدد نسبي غير  $-1$ ، فإن  $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ .

قاعدة القوى

إذا كان  $f(x) = kx^n$  حيث  $n$  عدد نسبي غير  $-1$  و  $k$  حد ثابت، فإن  $F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$ .

المضاعف الثابت للقوة

إذا كانت المشتقات العكسية للدالتين  $f(x)$  و  $g(x)$  هي  $F(x)$  و  $G(x)$  بالتوالي، فإن المشتقة العكسية للدالة  $f(x) \pm g(x)$  هي  $F(x) \pm G(x)$ .

المجموع والفرق

## المفهوم الأساسي التكامل غير المحدود

يحدد التكامل غير المحدود للدالة  $f(x)$  عن طريق  $\int f(x) dx = F(x) + C$  حيث  $F(x)$  هي المشتقة العكسية للدالة  $f(x)$  و  $C$  هي أي حد ثابت.

## المفهوم الأساسي النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل

إذا كانت الدالة  $f$  متصلة في الفترة  $[a, b]$  و  $F(x)$  هي أي مشتقة عكسية للدالة  $f(x)$ ، فإن

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

يشار عادة إلى الفارق  $F(b) - F(a)$  بالرمز  $F(x) \Big|_a^b$ .

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق