قوانين الفصل الدراسي الثاني والثالث للرياضيات (11 متقدم)

****

الوحدة 5 (أنظمة المعادلات والمصفوفات)

باستخدام الاله الحاسبة

محدد المصفوفة
Mode 6
MatA 1
اختاري الابعاد ودخلي المصفوفة
AC
Shift 4
Det 7
Shift 4
MatA 3
=
الجواب

معكوس المصفوفة
Mode 6
MatA 1
اختاري الابعاد ودخلي المصفوفة
AC
Shift 4
MatA 3
X^-1
=
الجواب

الضرب النقطي للمتجهات
Mode 8
VctA 1
اختاري الابعاد ودخلي المتجه
AC
اختاري الجذر
Shift 5
VctA 3
Shift 5
Dot 7
Shift 5
VctA 3
=
الجواب

****

اذا كانت ثلاث معادلات x-y-z
Mode 5
2
دخلي المعاملات
=
الجواب

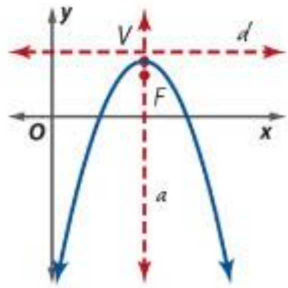
الضرب المتجهي للمتجهات
Mode 8
VcaA 1
اختاري الابعاد ودخلي المتجه
AC
Shift 5
Dim 1
VctB 2
اختاري الابعاد ودخلي المتجه
AC
Shift 5
VctA 3
×
VctB 4
=
الجواب

اذا كانت معادلتين x و y
Mode 5
1
دخلي المعاملات
=
الجواب

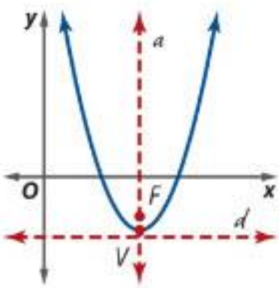
الوحدة 6 (القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطة)

المفهوم الأساسي الصيغة القياسيّة لمعادلات القطع المكافئ

$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$



$p < 0$



$p > 0$

التوجيه: مفتوح رأسيًا

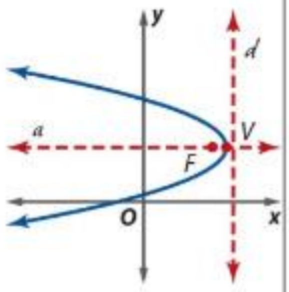
الرأس: (h, k)

البؤرة: $(h, k+p)$

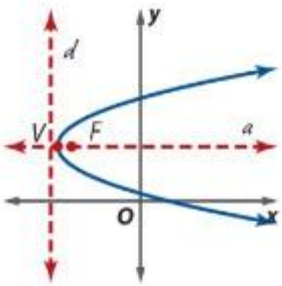
محور التماثل a: $x = h$

الدليل d: $y = k - p$

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$



$p < 0$



$p > 0$

التوجيه: مفتوح أفقيًا

الرأس: (h, k)

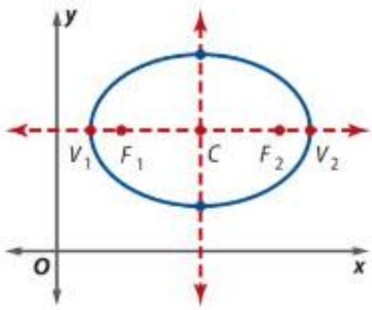
البؤرة: $(h+p, k)$

محور التماثل a: $y = k$

الدليل d: $x = h - p$

المفهوم الأساسي الصيغ القياسية لمعادلات القطع الناقص

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



الاتجاه: المحور الأكبر أفقي

المركز: (h, k)

البؤرتان: $(h \pm c, k)$

الرأسان: $(h \pm a, k)$

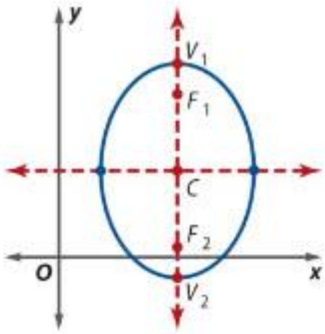
الرأسان المرافقان: $(h, k \pm b)$

المحور الأكبر: $y = k$

المحور الأصغر: $x = h$

العلاقة a, b, c: $c^2 = a^2 - b^2$ أو $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



الاتجاه: المحور الأكبر رأسي

المركز: (h, k)

البؤرتان: $(h, k \pm c)$

الرأسان: $(h, k \pm a)$

الرأسان المرافقان: $(h \pm b, k)$

المحور الأكبر: $x = h$

المحور الأصغر: $y = k$

العلاقة a, b, c: $c^2 = a^2 - b^2$ أو $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

المفهوم الأساسي الاختلاف المركزي

لأي قطع ناقص، $\frac{(y-k)^2}{b^2}+\frac{(x-h)^2}{a^2}=1$ أو $\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$ حيث $c^2=a^2-b^2$

الاختلاف المركزي هو: $e=\frac{c}{a}$.

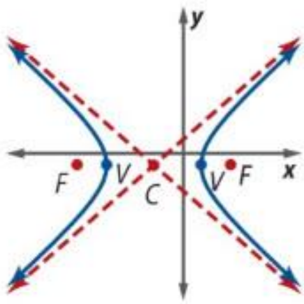
المفهوم الأساسي الصيغة القياسيّة لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسيّة لمعادلة دائرة مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

المفهوم الأساسي الصور القياسية لمعادلات القطع الزائد

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



الاتجاه: المحور القاطع أفقي

المركز: (h, k)

الرأسان: $(h \pm a, k)$

البؤرتان: $(h \pm c, k)$

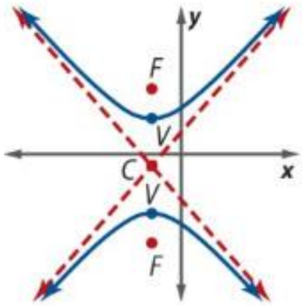
المحور القاطع: $y = k$

المحور المرافق: $x = h$

خطا التقارب: $y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$

العلاقة a, b, c: $c^2=a^2+b^2$ أو $c=\sqrt{a^2+b^2}$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$



الاتجاه: المحور القاطع عمودي

المركز: (h, k)

الرأسان: $(h, k \pm a)$

البؤرتان: $(h, k \pm c)$

المحور القاطع: $x = h$

المحور المرافق: $y = k$

خطا التقارب: $y-k=\pm\frac{a}{b}(x-h)$

العلاقة a, b, c: $c^2=a^2+b^2$ أو $c=\sqrt{a^2+b^2}$

المفهوم الأساسي زاوية الدوران المستخدمة لحذف الحد xy

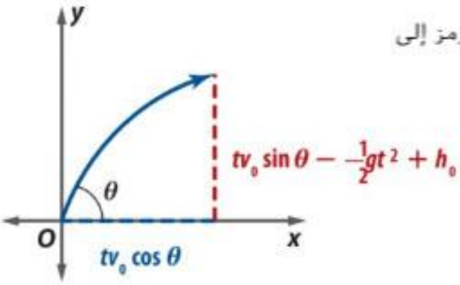
زاوية الدوران θ حيث إن $\cot 2\theta=\frac{A-C}{B}, B\neq 0, 0<\theta<\frac{\pi}{2}$ سيحذف الحد xy من معادلة المقطع المخروطي في دوران نظام الإحداثيات $x'y'$

المفهوم الأساسي حركة المقذوف

أطلق جسم صانعًا زاوية θ مع خط الأفق وبسرعة متجهة ابتدائية v_0، حيث g ترمز إلى ثابت الجاذبية الأرضية، و t ترمز إلى الزمن و h_0 ترمز إلى الارتفاع الابتدائي:

المسافة الأفقية $x = tv_0 \cos\theta$

الموقع الرأسي $y = tv_0 \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$

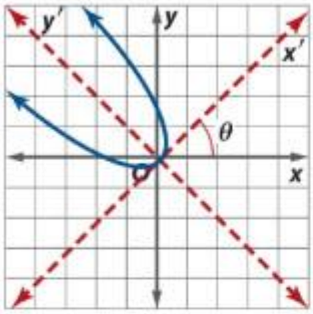


المفهوم الأساسي دوران محاور القطوع المخروطية

المعادلة $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ في المستوى الاحداثي xy يمكن إعادة صياغتها كما يلي $A(x')^2 + C(y')^2 + Dx' + Ey' + F = 0$ في دوران المستوى الاحداثي $x'y'$.

يمكن إيجاد المعادلة في المستوى $x'y'$ باستخدام المعادلات التالية، حيث θ هي زاوية الدوران.

$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \quad y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$



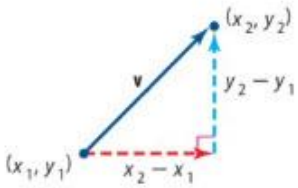
الوحدة 7 (المتجهات)

المفهوم الأساسي مقدار متجه في المستوى الإحداثي

إذا كان **v** متجهًا نقطة بدايته (x_1, y_1) ونقطة نهايته (x_2, y_2)، فيتم تقديم مقدار **v** بواسطة

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

إذا كان **v** صورة مركبته $\langle a, b\rangle$، إذًا $|\mathbf{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$



المفهوم الأساسي الضرب النقطي للمتجهات في مستوى

ناتج الضرب النقطي لـ $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2\rangle$ و $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2\rangle$ يعرف على أنه $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

المفهوم الأساسي خواص الضرب النقطي

إذا كان u و v و w متجهات و k كمية عددية، فإن الخواص التالية متحققة.

$u \cdot v = v \cdot u$	خاصية التبديل
$u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$	خاصية التوزيع
$k(u \cdot v) = ku \cdot v = u \cdot kv$	خاصية الضرب في كمية عددية
$0 \cdot u = 0$	خاصية ناتج الضرب النقطي للمتجهات الصفرية
$u \cdot u = \lvert u \rvert^2$	العلاقة بين ناتج الضرب النقطي ومقدار المتجه

البرهان

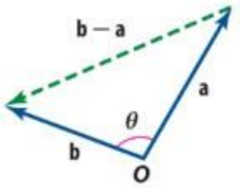
البرهان $u \cdot u = \lvert u \rvert^2$

افترض أن $u = \langle u_1, u_2 \rangle$.

$$u \cdot u = u_1^2 + u_2^2$$
$$= \left(\sqrt{(u_1^2 + u_2^2)}\right)^2$$
$$= \lvert u \rvert^2$$

المفهوم الأساسي الزاوية بين متجهين

إذا كانت θ هي الزاوية بين المتجهين غير الصفريين a و b، إذا $\cos\theta = \frac{a \cdot b}{\lvert a \rvert \, \lvert b \rvert}$.



البرهان

فكر في المثلث المحدد بواسطة a و b و b − a في الشكل أعلاه.

$$\lvert a \rvert^2 + \lvert b \rvert^2 - 2\lvert a \rvert \lvert b \rvert \cos\theta = \lvert b - a \rvert^2$$

$$\lvert a \rvert^2 + \lvert b \rvert^2 - 2\lvert a \rvert \lvert b \rvert \cos\theta = (b - a) \cdot (b - a)$$

$$\lvert a \rvert^2 + \lvert b \rvert^2 - 2\lvert a \rvert \lvert b \rvert \cos\theta = b \cdot b - b \cdot a - a \cdot b + a \cdot a$$

$$\lvert a \rvert^2 + \lvert b \rvert^2 - 2\lvert a \rvert \lvert b \rvert \cos\theta = \lvert b \rvert^2 - 2a \cdot b + \lvert a \rvert^2$$

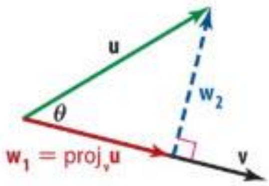
$$-2\lvert a \rvert \lvert b \rvert \cos\theta = -2a \cdot b$$

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{\lvert a \rvert \lvert b \rvert}$$

المفهوم الأساسي مسقط u على v

افترض أن **u** و **v** متجهان غير صفريين، وافترض أن $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ مركبتي المتجه **u** بحيث $\mathbf{w}_1$ توازي **v** كما هو موضح. إذًا، المتجه $\mathbf{w}_1$ يُسمى **مسقط المتجه** **u** على **v**. المشار إليه بالعبارة $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u}$، و

$$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2}\right)\mathbf{v}.$$



$$\mathbf{u} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$$

البرهان

حيث إن $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u}$ يوازي **v**، فيمكن كتابته في صورة مضاعف كمية عددية لـ **v**. كمضاعف كمية عددية لمتجه الوحدة **v** بنفس اتجاه **v**. $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = |\mathbf{w}_1|\mathbf{v}_x$. استخدم المثلث القائم الزاوية المكون بواسطة $\mathbf{w}_1$ و $\mathbf{w}_2$ و **u** ونسبة جيب التمام لإيجاد تعبير لـ $|\mathbf{w}_1|$.

$$\cos\theta = \frac{|\mathbf{w}_1|}{|\mathbf{u}|}$$

$$|\mathbf{u}||\mathbf{v}|\cos\theta = \cancel{|\mathbf{u}|}\,|\mathbf{v}|\,\frac{|\mathbf{w}_1|}{\cancel{|\mathbf{u}|}}$$

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = |\mathbf{v}|\,|\mathbf{w}_1| \qquad |\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|\cos\theta = \mathbf{u}\cdot\mathbf{v} \qquad \cos\theta = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|}$$

$$|\mathbf{w}_1| = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

الآن استخدم $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = |\mathbf{w}_1|\,\mathbf{v}_x$ لإيجاد $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u}$ في صورة مضاعف كمية عددية لـ **v**.

$$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = |\mathbf{w}_1|\,\mathbf{v}_x$$

$$= \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}\cdot\frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

$$= \left(\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2}\right)\mathbf{v}$$

المفهوم الأساسي الضرب المتجهي للمتجهات في الفضاء

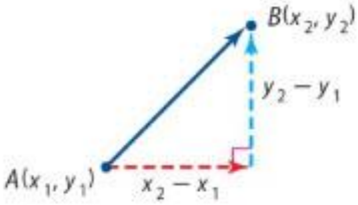
إذا كان $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ و $\mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$، فإن ناتج الضرب المتجهي لـ **a** و **b** هو المتجه

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$$

المفهوم الأساسي الصورة المُركّبة للمتجه

الصورة المركّبة للمتّجه $\overrightarrow{AB}$ نقطة بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته $B(x_2, y_2)$ معطاة بواسطة

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1\rangle.$$



المفهوم الأساسي العمليات على المتجهات

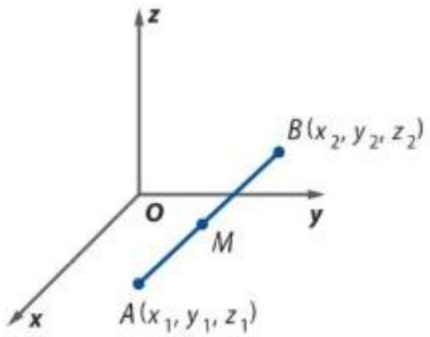
إذا كان $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2\rangle$ و $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2\rangle$ متجهان و k كمية عددية، فإن ما يلي صحيح.

جمع المتجهات	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2\rangle$
طرح المتجهات	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2\rangle$
الضرب في كمية عددية	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2\rangle$

المفهوم الأساسي المتجهات المتعامدة

يكونان المتجهان **a** و **b** متعامدين فقط إذا كان $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$.

المفهوم الأساسي قوانين المسافة ونقطة المنتصف في الفضاء



يتم الحصول على المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1, z_1)$ و$B(x_2, y_2, z_2)$ من خلال

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

ويتم الحصول على نقطة المنتصف M للنقطتين $\overline{AB}$ من خلال

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

المفهوم الأساسي عمليات المتجهات في الفضاء

إذا كان $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$، $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$، وأي كمية غير متجه k، فإن

جمع المتجه $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$

طرح المتجه $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$

ضرب كمية عددية $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$

المفهوم الأساسي الضرب القياسي لثلاثة متجهات

إذا كان $\mathbf{t} = t_1\mathbf{i} + t_2\mathbf{j} + t_3\mathbf{k}, \mathbf{u} = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k}, \mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$ ، فيتم الحصول على ناتج الضرب القياسي لثلاثة متجهات من خلال

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

التعريف 7-1

يعرّف ناتج الضرب النقطي لمتّجهين $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ و $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ في $\mathbb{R}^3$ بواسطة

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle \cdot \langle b_1, b_2, b_3 \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \qquad (7.1)$$

وبالمثل، يعرّف ناتج الضرب النقطي لمتّجهين في $\mathbb{R}^2$ بواسطة

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \langle a_1, a_2 \rangle \cdot \langle b_1, b_2 \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

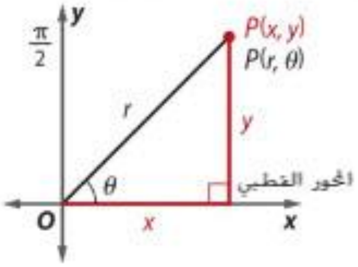
الوحدة 8 (الاحداثيات القطبية والاعداد المركبة)

المفهوم الأساسي تحويل الإحداثيات القطبية إلى الديكارتية

إذا كان للنقطة P الإحداثيات (r, θ)، فإن الإحداثيات الديكارتية (x, y) للنقطة P يتم التعبير عنها كالآتي

$x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$.

أي أن $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$.



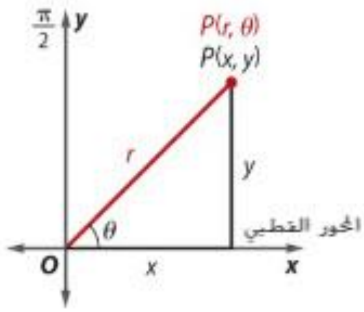
المفهوم الأساسي تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية

إذا كان للنقطة P إحداثيات ديكارتية (x, y) فإن الإحداثيات القطبية (r, θ) للنقطة P يتم التعبير عنها بالآتي

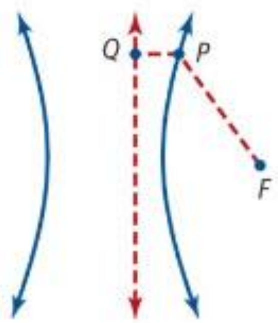
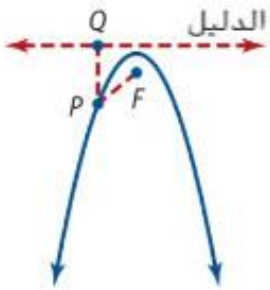
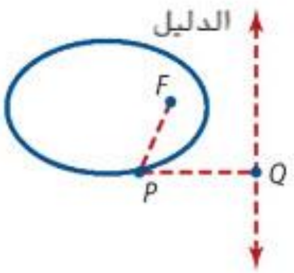
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ و $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$، عندما $x > 0$

$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \pi$ أو

$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180°$، عندما $x < 0$.



ملخص المفهوم الاختلاف المركزي

قطع زائد	قطع مكافئ	قطع ناقص
$e > 1$	$e = 1$	$0 < e < 1$
		
$\frac{PF}{PQ} > 1$	$\frac{PF}{PQ} = 1$	$0 < \frac{PF}{PQ} < 1$

المفهوم الأساسي ناتج ضرب الأعداد المركبة وناتج قسمتها وأسسها وجذورها في الصورة القطبية

بافتراض الأعداد المركبة $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ و $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$:

قانون ناتج الضرب $z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$

قانون ناتج القسمة $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$، حيث z_2 و $r_2 \neq 0$

المفهوم الأساسي نظرية دي موافر

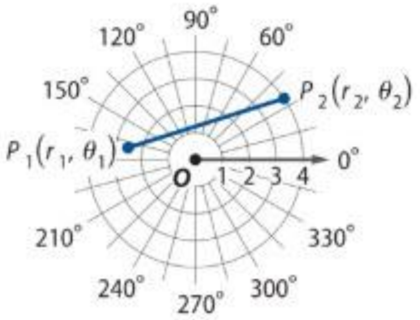
إذا كانت الصيغة القطبية لعدد مركب هي $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$. فللأعداد الصحيحة الموجبة n

$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$ أو $r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة القطبية

إذا كانت $P_1(r_1, \theta_1)$ و $P_2(r_2, \theta_2)$ نقطتين في المستوى القطبي،
فإن المسافة P_1P_2 معطاة بواسطة

$$\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$$



المفهوم الأساسي اختبارات سريعة على التماثل في التمثيلات البيانية القطبية

الشرح يكون التمثيل البياني لدالة قطبية متماثلاً على

- المحور القطبي إذا كانت الدالة $\cos\theta$
- الخط $\theta = \frac{\pi}{2}$ إذا كانت الدالة $\sin\theta$.

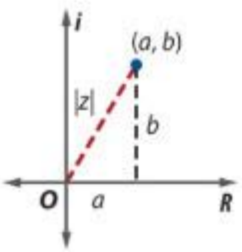
مثال التمثيل البياني لـ $r = 3 + \sin\theta$ متماثل على الخط $\theta = \frac{\pi}{2}$.

لتحليل المعادلة القطبية، ابدأ بكتابة المعادلة بالصورة القياسية $r = \frac{ed}{1 \pm e\sin\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 \pm e\cos\theta}$.

المفهوم الأساسي قيمة مطلقة لعدد مركب

تكون القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي

$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$



المفهوم الأساسي ناتج ضرب الأ عداد المركبة وناتج قسمتها وأسسها وجذورها في الصورة القطبية

بافتراض الأعداد المركبة $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ و$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$.

قانون ناتج الضرب $z_1 z_2 = r_1 r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

قانون ناتج القسمة $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$، حيث z_2 و$r_2 \neq 0$

المفهوم الأساسي الجذور المختلفة

للعدد الصحيح الموجب p، يكون للعدد المركب $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ عدد p فريد من الجذور p. ويمكن إيجاد الجذور من خلال $r^{\frac{1}{p}}\left(\cos \frac{\theta + 2n\pi}{p} + i \sin \frac{\theta + 2n\pi}{p}\right)$.

حيث $n = 0, 1, 2, \ldots, p - 1$.

الوحدة 9 (المتتاليات والمتسلسلات)

المفهوم الأساسي الرمز سيجما

في أي متتالية ...a_1, a_2, a_3, a_4، يرمز لمجموع الحدود k الأولى بـ

$$\sum_{n=1}^{k} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_k$$

حيث n هي مؤشر المجموع، و k هي الحد العلوي للمجموع و 1 هو الحد السفلي للمجموع.

المفهوم الأساسي الحد النوني لمتتالية حسابية

الشرح الحد *النوني* للمتتالية الحسابية التي يكون الحد الأول بها a_1، والفرق المشترك d تحدّده الصيغة $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

مثال الحد السادس عشر في المتتالية ...,2, 5, 8 هو $a_{16} = 2 + (16 - 1) \cdot 3$ أو 47.

المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة حسابية منتهية

يمكن إيجاد مجموع متسلسلة حسابية منتهية عدد حدودها n أو المجموع الجزئي *النوني* لمتسلسلة حسابية باستخدام واحدة من الصيغتين المتصلتين.

الصيغة 1 $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

الصيغة 2 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$

المفهوم الأساسي الحد *النوني* لمتتالية هندسية

الشرح الحد *النوني* لمتتالية هندسية الحد الأول بها هو a_1 والنسبة المشتركة هي r تحدّده الصيغة $a_n = a_1 r^{n-1}$

مثال الحد التاسع في المتتالية ...,2, 10, 50 هو $a_9 = 2 \cdot 5^{9-1}$ أو 781,250.

المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة هندسية منتهية

يمكن إيجاد مجموع متسلسلة هندسية منتهية بها حدود n أو المجموع الجزئي النوني لمتسلسلة هندسية باستخدام واحدة من صيغتين متصلتين.

الصيغة 1 $S_n = a_1\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$

الصيغة 2 $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$

المفهوم الأساسي مجموع متسلسلة هندسية لانهائية

يُمكن إيجاد المجموع S لمتسلسلة هندسية لانهائية بها $|r| < 1$ باستخدام

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

المفهوم الأساسي مبدأ الاستقراء الرياضي

إذا كانت P_n تمثل عبارة عن عدد صحيح n. فإن P_n صحيح لجميع الأعداد الصحيحة الموجبة n إذا كان، وفقط إذا كان.

- P_1 صحيح، و
- لكل عدد صحيح موجب k، إذا كان P_k صحيحًا، فإن P_{k+1} صحيح.

المفهوم الأساسي صيغة معاملات ذات الحدّين $(a+b)^n$

الشرح معامل ذات الحدّين للحد $a^{n-r}b^r$ في تفكيك $(a+b)^n$ محدد بالعلاقة ${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

مثال

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= {}_3C_0a^3b^0 + {}_3C_1a^2b^1 + {}_3C_2a^1b^2 + {}_3C_3a^0b^3\\ &= \frac{3!}{(3-0)!\,0!}a^3 + \frac{3!}{(3-1)!\,1!}a^2b + \frac{3!}{(3-2)!\,2!}ab^2 + \frac{3!}{(3-3)!\,3!}b^3\\ &= 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3\end{aligned}$$

المفهوم الأساسي نظرية ذات الحدّين

لأي عدد صحيح موجب n، تفكيك $(a+b)^n$ يُعطى بالعلاقة

$$(a+b)^n = {}_nC_0\,a^nb^0 + {}_nC_1\,a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r\,a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n\,a^0b^n,$$

حيث $r = 0, 1, 2, \ldots, n$

المفهوم الأساسي متسلسلة القوة

في المتسلسلة اللانهائية التي في الصورة

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots,$$

يمكن أن تساوي x و a_n أي قيم نظرًا لأن ... $n = 0, 1, 2,$ وتُسمى متسلسلة قوة في x.

المفهوم الأساسي المتسلسلة الأسيّة

متسلسلة القوة الأسيّة التي تمثل e^x تُسمى المتسلسلة الأسيّة وهي مقدمة بالعلاقة

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots,$$

وهي مقاربة لجميع x.

المفهوم الأساسي متسلسلة القوة لكل من Cosine و Sine

يمكن الحصول على تمثيلات المتسلسلات الأسيّة لكل من $\cos x$ و $\sin x$ من خلال

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots,$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots,$$

وهي مقاربة لجميع x.

المفهوم الأساسي صيغة أويلر

لأي عدد حقيقي θ، $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

المفهوم الأساسي الصورة الأسيّة لعدد مركب

الصورة الأسيّة لعدد مركب $a + bi$ مقدمة بالعلاقة

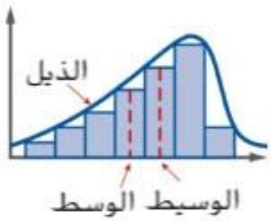
$$a + bi = re^{i\theta},$$

حيث $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ و $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$ إذا كان $a > 0$ و $\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} + \pi$ إذا كان $a < 0$.

الوحدة 10 (الإحصاء الاستقرائي)

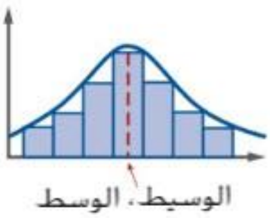
المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

التوزيع الملتوي نحو اليسار



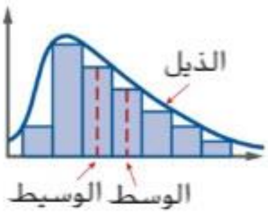
في **التوزيع الملتوي نحو اليسار**، يكون المتوسط أقل من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليمنى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليسرى.

التوزيع المتماثل



في **التوزيع المتماثل**، تتوزع البيانات بصورة متساوية على كلا طرفي المتوسط. ويكون المتوسط والوسيط متساويين تقريبًا.

التوزيع الملتوي نحو اليمين



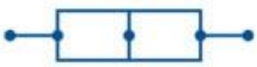
في **التوزيع الملتوي نحو اليمين**، يكون المتوسط أكبر من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليسرى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليمنى.

المفهوم الأساسي المخططات الصندوقية ذات العارضين المتماثلة والملتوية

الملتوي نحو اليسار

العارضة اليسرى أطول من العارضة اليمنى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى Q_3 من Q_1.

المتماثل



العارضتان من الطول نفسه، والخط الذي يمثل الوسيط يقع تمامًا بين Q_1 و Q_3.

الملتوي نحو اليمين

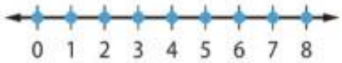
العارضة اليمنى أطول من العارضة اليسرى، والخط الذي يمثل الوسيط أقرب إلى Q_1 من Q_3.

المفهوم الأساسي المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة

يمكن أن يأخذ **متغير عشوائي منفصل** عددًا منتهيًا أو معدودًا من القيم المحتملة.

مثال

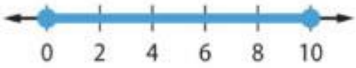
عدد حوادث السيارات بالسنة، X



يمكن أن يأخذ **المتغير العشوائي المتصل** عددًا لا نهائيًا من القيم المحتملة ضمن فترةٍ محددة.

مثال

عدد حوادث السيارات بالسنة، X



المفهوم الأساسي التوزيع الاحتمالي

إن **التوزيع الاحتمالي** لمتغيرٍ عشوائي X هو جدولٌ أو معادلةٌ أو تمثيلٌ بياني يربط كل قيمة ممكنة لـــ X باحتمال وقوع الحدث. وتُحدّد هذه الاحتمالات نظريًا أو بالرصد.

يجب أن يحقق التوزيع الاحتمالي الشروط التالية.

- يجب أن تقع احتمال كل قيمة لـــ X بين 0 و 1. أي $0 \leq P(X) \leq 1$.
- يجب أن يساوي مجموع جميع احتمالا ت كل قيم X العدد 1. أي $\sum P(X) = 1$.

المفهوم الأساسي متوسط التوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد متوسط توزيع احتماليٍ لــX، اضرب كل قيمة لـــ X في احتمالها وأوجد مجموع نواتج الضرب.

الرموز يعطى متوسط متغير عشوائي X بالعلاقة $\mu = \sum[X \cdot P(X)]$، حيث $X_1, X_2, ..., X_n$ هي قيم X و $P(X_1), P(X_2), ..., P(X_n)$ هي الاحتمالات المقابلة.

المفهوم الأساسي التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد تباين توزيع احتمالي X، اطرح متوسط توزيع العينة من كل قيمةٍ لـــ X وربّع الفرق. ثمّ اضرب كل فرق باحتماليته المقابلة لإيجاد مجموع نواتج الضرب. والا نحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

الرموز يعطى تباين متغير عشوائي X من خلال $\sigma^2 = \sum[(X - \mu)^2 \cdot P(X)]$. ويعطى الانحراف المعياري من خلال $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

المفهوم الأساسي التجربة ذات الحدّين

التجربة ذات الحدّين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- تكرّر التجربة لعددٍ ثابتٍ من المحاولات المستقلة n.
- لكل محاولةٍ مخرجان محتملا ن اثنان فقط، وهما النجاح S أو الفشل F.
- يتساوى احتمال النجاح $P(S)$ أو p في كل محاولة. ويساوي احتمال الفشل $P(F)$ أو q القيمة $1 - p$.
- يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n محاولة.

المفهوم الأساسي قانون الاحتمال ذات الحدّين

احتمال تحقيق X نجاحٍ من أصل n محاولة مستقلة خلا ل تجربة ذات حدّين تساوي

$$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x},$$

حيث p احتمال نجاح محاولةٍ واحدة و q احتمال فشلها.

المفهوم الأساسي متوسط توزيعٍ ذي حدّين وانحرافه المعياري

ويعطى المتوسط والتباين والانحراف المعياري لمتغيرٍ عشوائيٍ X له توزيعٌ احتمالي بالصيغ التالية:

المتوسط $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

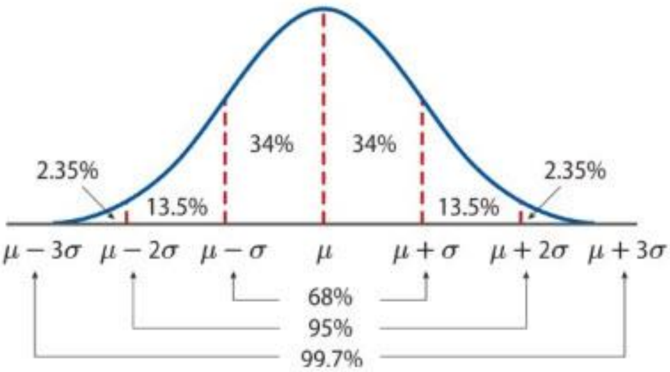
الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ أو $\sqrt{npq}$

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلاً.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.

المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ، ينطبق ما يلي:



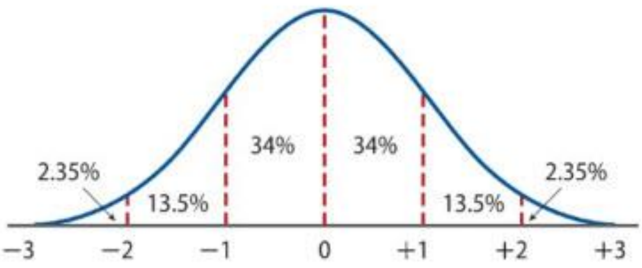
- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X-\mu}{\sigma}$، حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

 By : Ahmed Elbasry

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

المفهوم الأساسي نظرية النهاية المركزية

مع تزايد حجم أخذ العينة n:

- سيقترب شكل التوزيع لوسط عينة لمجتمع إحصائي ذي وسط μ وانحرافه المعياري σ من التوزيع الطبيعي
- سيكون للتوزيع وسط μ وانحراف معياري $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

المفهوم الأساسي القيمة z لمتوسط عينة

قيمة z لوسط عينة في مجتمع إحصائي معطاة في $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ ، حيث يكون $\sigma_{\bar{x}}$ هو وسط التجمع الإحصائي، ويكون μ هو وسط المجتمع الإحصائي، ويكون $\sigma_{\bar{x}}$ هو الخطأ المعياري.

المفهوم الأساسي قاعدة التقريب للتوزيعات ذات الحدّين

الشرح مكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيعٍ ذي حدّين عندما $np \geq 5$ و $nq \geq 5$.

مثال إذا كان p يساوي 0.4 و n يساوي 5. إذًا $np = 5(0.4)$ أو 2. وبما أن $2 < 5$، فينبغي عدم استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب التوزيع ذي الحدّين.

المفهوم الأساسي التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدّين

يقوم الإجراء الخاص بتقريب توزيعٍ ذي حدّين على الخطوات التالية:

الخطوة 1 أوجد الوسط μ والانحراف المعياري σ.

الخطوة 2 اكتب المسألة بالرمز الاحتمالي باستخدام X.

الخطوة 3 أوجد معامل تصحيح الاتصال، وأعد كتابة المسألة لتوضح المساحة المقابلة تحت التوزيع الطبيعي.

الخطوة 4 أوجد أي قيم z مقابلة لـــ X.

الخطوة 5 استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المساحة المقابلة.

المفهوم الأساسي أقصى خطأ للتقدير

يعطى أقصى خطأ للتقدير E لمتوسط مجتمع إحصائي μ بالعلاقة

$$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}} \text{ أو } z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

حيث z قيمة حرجة تقابل مستوى ثقة محدد، و $\sigma_{\bar{x}}$ أو $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ هو الانحراف المعياري لمتوسطات العينات. وعندما يكون $n \geq 30$, فيمكن تعويض الانحراف المعياري للعينة s بـــ σ.

المفهوم الأساسي فترة ثقة الوسط

تعطى فترة الثقة CI لوسط مجتمعٍ إحصائي μ بالعلاقة

$$CI = \bar{x} \pm E \text{ أو } \bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

حيث إن $\bar{x}$ تساوي وسط العينة و E تساوي أقصى خطأ للتقدير.

المفهوم الأساسي خصائص التوزيع t

- للتوزيع شكل جرسٍ متماثلٍ حول الوسط.
- يساوي الوسط والوسيط والمنوال 0، وجميعها تقع في مركز التوزيع.
- يلامس المنحنى المحور الأفقي x.
- الانحراف المعياري أكبر من 1.
- التوزيع هو مجموعة من المنحنيات المرتكزة على حجم العينة n.
- عند زيادة n، يقترب التوزيع من التوزيع المعياري الطبيعي.

المفهوم الأساسي فترة الثقة باستخدام التوزيع t

تعطى فترة الثقة CI للتوزيع t بالعلاقة

$$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},$$

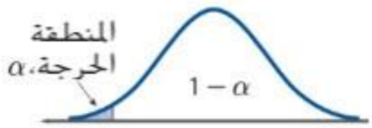
حيث $\bar{x}$ وسط العينة و t قيمة حدّية، وذلك عند $n - 1$ درجة حرية، و s هو الانحراف المعياري للعينة و n هو حجم العينة.

المفهوم الأساسي صيغة الحجم الأدنى لعينة

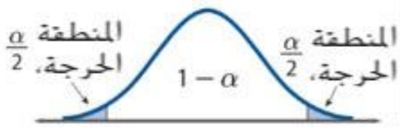
يعطى حجم العينة الأدنى المطلوب عند إيجاد فترة الثقة للوسط بالعلاقة $n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2$، وفيها n هو حجم العينة و E هو أقصى خطأ للتقدير.

ملخص المفهوم اختبارات الدلالة

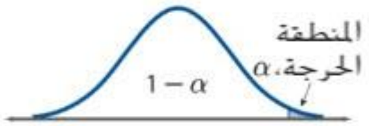
إذا كان H_a: $\mu < k$، فإن اختبار الفرضية هو **اختبار الذيل التجه إلى اليسار**



إذا كان H_a: $\mu \neq k$، فإن اختبار الفرضية هو **اختبار ثنائي الذيل**



إذا كان H_a: $\mu > k$، فإن اختبار الفرضية هو **اختبار الذيل المتجه لليمين**



ملخص المفهوم خطوات اختبار الفرضية

الخطوة 1 اذكر الفرضيات وحدد الافتراض.

الخطوة 2 حدد القيمة (القيم) الحرجة والمنطقة الحرجة.

الخطوة 3 احسب إحصاء الاختبار.

الخطوة 4 ارفُض فرضية العدم أو لا ترفضها.

المفهوم الأساسي معامل الارتباط

لعدد n من أزواج عينات البيانات الخاصة بالمتغيرين x و y، فإن معامل الارتباط r بين x و y يتم استنتاجه بالمعادلة

$$r=\frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i-\bar{y}}{s_y}\right),$$

حيث x_i و y_i يمثلان قيمتي زوجي البيانات ذوي الترتيب i، و $\bar{x}$ و $\bar{y}$ يمثلان وسطي المتغيرين و s_x و s_y يمثلان الانحرافين المعياريين للمتغيرين.

المفهوم الأساسي المعادلة التي تخص اختبار t لمعامل الارتباط

بالنسبة لاختبار t الخاص بالارتباط بين المتغيرين، فإن إحصاء الاختبار بالنسبة لقيمة ρ هو معامل الارتباط للعينة r وإحصاء الاختبار المعياري t يتم استنتاجه عن طريق المعادلة

$t=r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$، حيث $n-2$ هي درجات الحرية.

المفهوم الأساسي معادلة خط الانحدار ذي مربعات أقل

معادلة خط الانحدار ذي المربعات الأقل للمتغير التفسيري x ومتغير الاستجابة y هي $\hat{y}=ax+b$.

يتم استنتاج الميل a والتقاطع مع المحور y عند b في هذه المعادلة باستخدام

$$a=r\frac{s_y}{s_x} \text{ و } b=\bar{y}-a\bar{x},$$

حيث يمثل r معامل الارتباط بين المتغيرين، و $\bar{x}$ و $\bar{y}$ يمثلان متوسطيهما و s_x و s_y يمثلان انحرافيهما المعياريين.

ملخص المفهوم تحليل البيانات ذات المتغيرين

الخطوة 1 ارسم مخطط انتشار وقرِّر ما إذا كانت المتغيرات تبدو مترابطة خطيًا.

الخطوة 2 إذا كانت هذه المتغيرات مترابطة بشكل خطي، فاحسب قوة العلاقة عن طريق حساب معامل الارتباط.

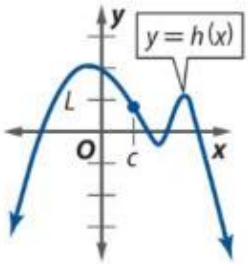
الخطوة 3 استخدم اختبار t لتحديد ما إذا كان الارتباط ذا دلالة.

الخطوة 4 إذا كان ذا دلالة، فأوجد معادلة الانحدار ذي المربعات الأقل التي تمثل البيانات.

المفهوم الأساسي استقلالية النهاية عن قيمة الدالة عند نقطة ما

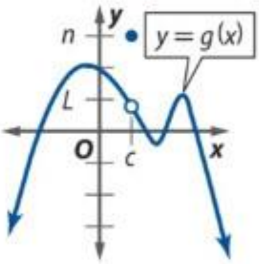
الشرح لا تعتمد نهاية الدالة $f(x)$ عندما يقترب x من c على قيمة الدالة عند النقطة c.

الرموز



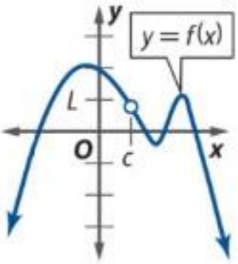
$\lim_{x \to c} h(x) = L$

$h(c) = L$



$\lim_{x \to c} g(x) = L$

$g(c) = n$



$\lim_{x \to c} f(x) = L$

$f(c)$ غير معرفة.

المفهوم الأساسي النهايات أحادية الطرف

نهاية من الجهة اليمنى

إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من العدد الفريد L_2 عندما يقترب x من c من اليمين، فإن

$\lim_{x \to c^+} f(x) = L_2$، وتُقرأ

النهاية $f(x)$ عندما يقترب x من c من اليمين تساوي L_2

نهاية من الجهة اليسرى

إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من العدد الفريد L_1 عندما يقترب x من c من اليسار، فإن

$\lim_{x \to c^-} f(x) = L_1$، وتُقرأ

النهاية $f(x)$ عندما يقترب x من c من اليسار تساوي L_1.

المفهوم الأساسي وجود نهاية عند نقطة

لا تكون نهاية الدالة $f(x)$ عندما يقترب x من c موجودة إلا إذا كان هناك نهايتان أحاديتا الطرف ومتساويتين. بمعنى أنه إذا كان

$\lim_{x \to c^-} f(x) = \lim_{x \to c^+} f(x) = L$، فإن $\lim_{x \to c} f(x) = L$

المفهوم الأساسي السبب في عدم وجود نهايات عند نقطة ما

تكون نهاية $f(x)$ عندما يقترب x من c غير موجودة إذا كان:

نهاية $f(x)$من اليسار ومن اليمين لـ C من قيم مختلفة

- قيم $f(x)$ تزداد أو تقل دون نهاية من اليسار و/أو اليمين بالنسبة إلى c
- قيم $f(x)$ تتذبذب بين قيمتين محددتين.

المفهوم الأساسي النهايات عند اللانهاية

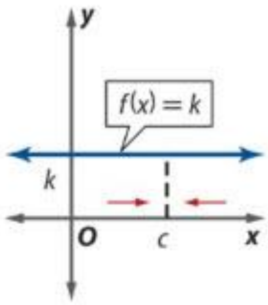
- إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من العدد الفريد L_1 حيث x تزداد، فإن $\lim_{x\to\infty} f(x) = L_1$. ونقرأ نهاية $f(x)$ عندما يقترب x من اللانهاية تساوي L_1.
- إذا كانت قيمة $f(x)$ تقترب من العدد الفريد L_2 حيث x تقل، فإن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = L_2$. ونقرأ نهاية $f(x)$ عندما يقترب x من اللانهاية السالبة تساوي L_2.

المفهوم الأساسي نهاية الدوال

نهاية الدوال الثابتة

الشرح نهاية دالة ثابتة عند أي نقطة c تساوي قيمة الثابت الخاص بالدالة.

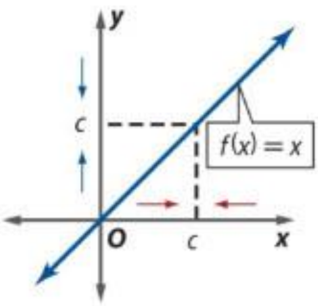
الرموز $\lim_{x\to c} k = k$



نهاية الدالة المحايدة

الشرح نهاية الدالة المحايدة عند أي نقطة c تساوي c.

الرموز $\lim_{x\to c} x = c$



المفهوم الأساسي خواص النهايات

إذا كان k و c أعدادًا حقيقية، وn هو عدد صحيح موجب، و $\lim_{x\to c}$ و $\lim_{x\to c}$ موجودتان، فإن العبارة التالية صحيحة.

خاصية المجموع $\lim_{x\to c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$

خاصية الفرق $\lim_{x\to c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) - \lim_{x\to c} g(x)$

خاصية الضرب في كمية عددية $\lim_{x\to c} [kf(x)] = k \lim_{x\to c} f(x)$

خاصية ناتج الضرب $\lim_{x\to c} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) \cdot \lim_{x\to c} g(x)$

خاصية ناتج القسمة $\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$، إذا كان $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$

خاصية القوة الأسّية $\lim_{x\to c} [f(x)^n] = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$

خاصية الجذر النوني $\lim_{x\to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$، إذا كان $\lim_{x\to c} f(x) > 0$ حيث n هو عدد زوجي.

المفهوم الأساسي نهايات الدوال

نهايات الدوال كثيرة الحدود

إذا كانت $p(x)$ هي دالة كثيرة الحدود، و c هو عدد حقيقي، فإن $\lim_{x\to c} p(x) = p(c)$.

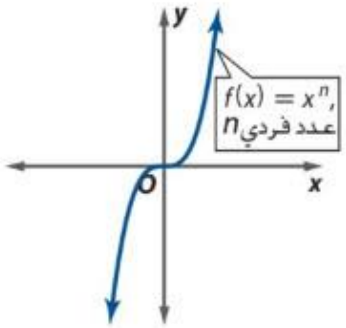
نهايات الدوال النسبية

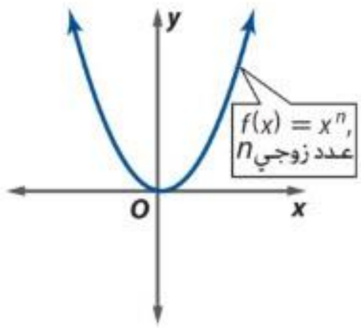
إذا كانت $r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ هي دالة نسبية، و c هو عدد حقيقي، فإن $\lim_{x\to c} r(x) = r(c) = \frac{p(c)}{q(c)}$ إذا كان $q(c) \neq 0$.

المفهوم الأساسي نهايات دوال القوة عند اللانهاية

لأي عدد صحيح موجب n.

- $\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$.
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ إذا كان n عددًا زوجيًا.
- $\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ إذا كان n عددًا فرديًا.





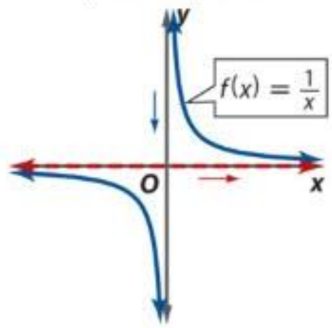
المفهوم الأساسي نهايات الدوال كثيرة الحدود عند اللانهاية

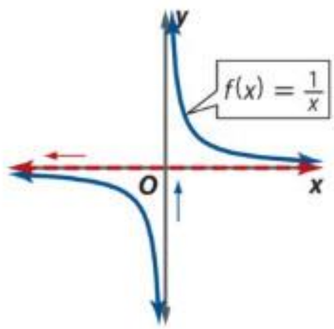
افترض أن p هي دالة كثيرة الحدود. فإن $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ و $\lim_{x\to-\infty} p(x) = \lim_{x\to-\infty} a_n x^n$ and $\lim_{x\to\infty} p(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n$

المفهوم الأساسي نهايات الدوال العكسية عند اللانهاية

الشرح نهاية الدالة العكسية عند اللا نهاية الموجبة أو السالبة تساوي 0.

الرموز $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$





النتيجة بالنسبة لأي عدد صحيح موجب n. $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$.

المفهوم الأساسي معدل التغير اللحظي

يكون معدل التغير اللحظي للتمثيل البياني لـ $f(x)$ عند النقطة $(x, f(x))$ هو الميل m للمماس عند $(x, f(x))$ الذي يُمكن إيجاده باستخدام $m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. بشرط وجود النهاية.

المفهوم الأساسي متوسط السرعة

إذا تم ذكر الوضع في صورة دالة للزمن $f(t)$، فإنه لأي نقطتين زمنيتين a و b، يتم إيجاد متوسط السرعة v عبر

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

المفهوم الأساسي السرعة اللحظية

إذا تم ذكر المسافة التي يقطعها جسم ما في صورة دالة زمنية $f(t)$، إذًا يتم إيجاد السرعة اللحظية $v(t)$ عند الوقت t باستخدام

$$v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

بشرط وجود النهاية.

المفهوم الأساسي قاعدة القوى للمشتقات

الشرح القوة لـــ x في المشتقة تقل بواحد عن القوة لـــ x في الدالة الأصلية، ومعامل القوة لـــ x في المشتقة هو نفسه القوة لـــ x في الدالة الأصلية.

الرموز إذا كانت $f(x) = x^n$ وكان n عددًا حقيقيًا، فإذًا $f'(x) = nx^{n-1}$.

المفهوم الأساسي قواعد اشتقاق أخرى

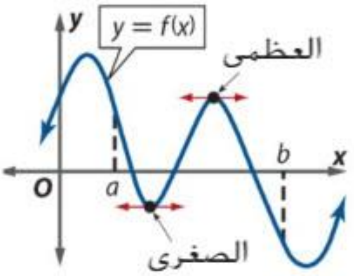
الثابت مشتقة الدالة الثابتة هي صفر. بمعنى، إذا كانت $f(x) = c$، فإذًا $f'(x) = 0$.

المضاعف الثابت للقوة إذا كانت $f(x) = cx^n$، حيث c ثابت و n عدد حقيقي، فإن $f'(x) = cnx^{n-1}$.

المجموع أو الفرق إذا كانت $f(x) = g(x) \pm h(x)$، فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$.

المفهوم الأساسي نظرية القيم القصوى

إذا كانت الدالة f متصلة على فترة مغلقة $[a, b]$، فإن $f(x)$ تحقق القيمة العظمى والصغرى على $[a, b]$.



المفهوم الأساسي قاعدة ناتج الضرب للمشتقات

إذا كانت f و g قابلتين للاشتقاق عند x، فإذًا $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$.

المفهوم الأساسي قاعدة ناتج القسمة للمشتقات

إذا كانت f و g قابلتين للاشتقاق عند x و $g(x) \neq 0$، فإذًا $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$.

المفهوم الأساسي تكامل محدد

مساحة المنطقة تحت المنحنى لدالة هي

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x,$$

حيث a و b هما **الحد الأدنى** و**الحد الأعلى** على التوالي. $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ و $x_i = a + i\Delta x$. يُشار إلى هذه الطريقة بأنها **مجموع ريمان يميني**.

المفهوم الأساسي قواعد المشتقات العكسية

قاعدة القوى

إذا كان $f(x) = x^n$، حيث n عدد نسبي غير -1، فإن $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

المضاعف الثابت للقوة

إذا كان $f(x) = kx^n$، حيث n عدد نسبي غير -1 و k حد ثابت، فإن $F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + C$

المجموع والفرق

إذا كانت المشتقات العكسية للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ هي $F(x)$ و $G(x)$ بالتوالي، فإن المشتقة العكسية للدالة $f(x) \pm g(x)$ هي $F(x) \pm G(x)$.

المفهوم الأساسي التكامل غير المحدود

يتحدد **التكامل غير المحدود** للدالة $f(x)$ عن طريق $\int f(x)\,dx = F(x) + C$، حيث $F(x)$ هي المشتقة العكسية للدالة $f(x)$ و C هي أي حد ثابت.

المفهوم الأساسي النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل

إذا كانت الدالة f متصلة في الفترة $[a, b]$ و $F(x)$ هي أي مشتقة عكسية للدالة $f(x)$، فإن

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

يشار عادة إلى الفارق $F(b) - F(a)$ بالرمز $F(x)\Big|_a^b$.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق