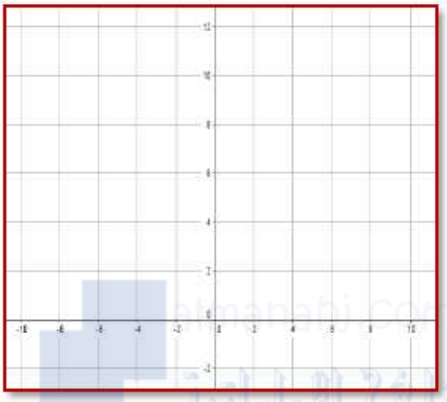
الملف أوراق عمل درس دوال القوة والدوال الجذرية

MATH 2020 2017-2018

1 مثل كل دالة بيانيا وحللها. أوجد المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال وفترات التزايد وفترات التناقص للدالة.

$f(x) = \frac{1}{2}x^4$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

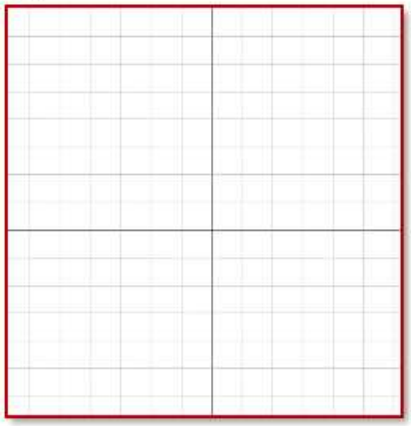
.....

.....

.....

.....

2 $f(x) = -x^7$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

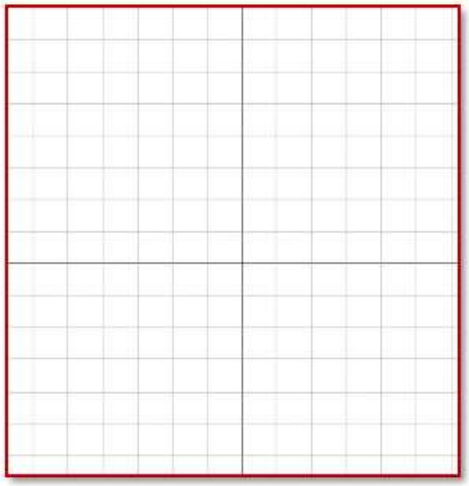
.....

.....

.....

.....

3 $f(x) = -\frac{2}{3}x^5$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

.....

.....

.....

.....

4 $f(x) = 3x^{6}$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

.....

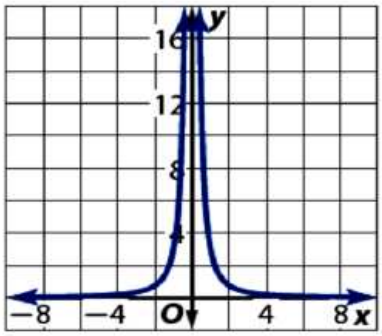
.....

.....

.....

5 مثل كل دالة بيانيا وحللها. أوجد المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال وفترات التزايد وفترات التناقص للدالة.

a. $f(x) = 3x^{-2}$



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

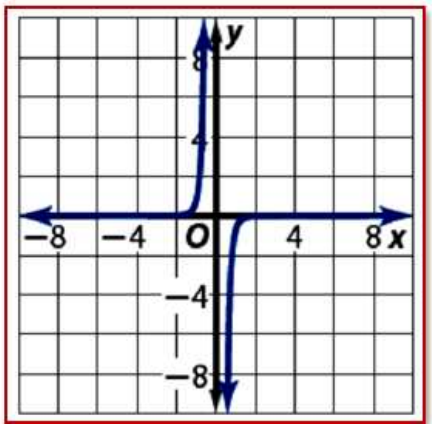
.....

.....

.....

.....

6 $f(x) = -\frac{3}{4}x^{-5}$



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

.....

.....

.....

.....

الدوال الجذرية

تعبير ذو أسس نسبية يمكن كتابته بصيغة جذرية.

صيغة أسية		صيغة جذرية
$x^{\frac{p}{n}}$	=	$\sqrt[n]{x^p}$

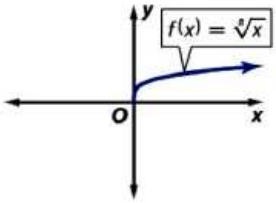
تمثل **دوال القوى** ذات الأسس النسبية القاعدة الأساسية للدوال الجذرية. **الدالة الجذرية** هي دالة يمكن كتابتها بالصيغة $f(x) = \sqrt[n]{x^p}$. حيث n وp عددان صحيحان موجبان أكبر من العدد 1 وليس لهما أي عوامل مشتركة. وفيما يلي بعض الأمثلة على الدوال الجذرية.

$f(x) = 3\sqrt{5x^3}$ $\quad$ $f(x) = -5\sqrt[3]{x^4 + 3x^2 - 1}$ $\quad$ $f(x) = \sqrt[4]{x + 12} + \frac{1}{2}x - 7$

المفهوم الأساسي الدوال الجذرية

لنفترض أن f دالة جذرية $f(x) = \sqrt[n]{x}$ حيث n عدد صحيح موجب، $n > 1$

n عدد زوجي



المجال والمدى: $[0, \infty)$

تقاطع المحورين x وy: 0

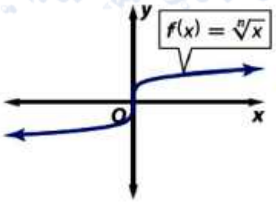
الاتصال: متصلة في $[0, \infty)$

التناظر: لا يوجد **تزايد:** $(0, \infty)$

القيم العظمى: القيمة الصغرى المطلقة عند $(0, 0)$

القيم القصوى: $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

n عدد فردي



المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$

تقاطع المحورين x وy: 0

الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$

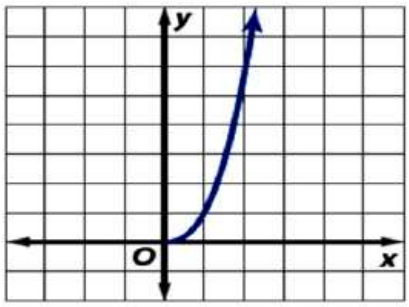
التناظر: نقطة الأصل **تزايد:** $(-\infty, \infty)$

القيم العظمى: لا يوجد

القيم القصوى: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

7 مثل كل دالة بيانيا وحللها. أوجد المجال والمدى والتقاطعات والسلوك الطرفي والاتصال وفترات التزايد وفترات التناقص للدالة

a. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$



x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

.....

.....

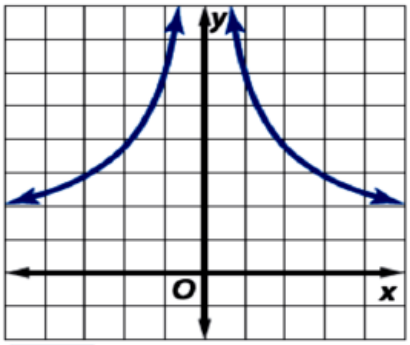
.....

.....

MATH 2020 2017-2018

8

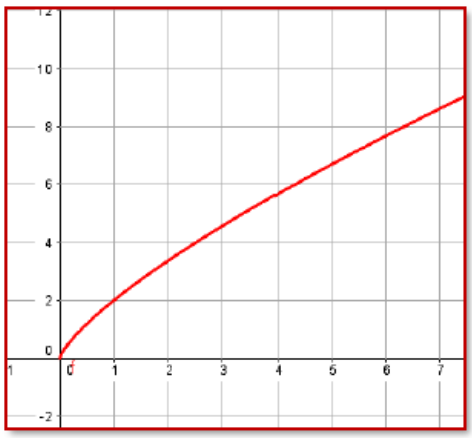
b. $f(x) = 6x^{-\frac{2}{3}}$



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

9 $f(x) = 2x^{\frac{3}{4}}$



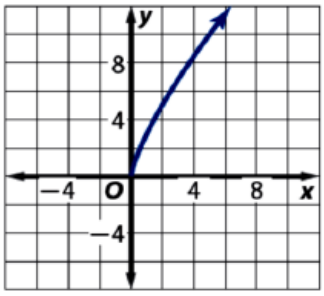
x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

a. $f(x) = 2\sqrt[4]{5x^3}$

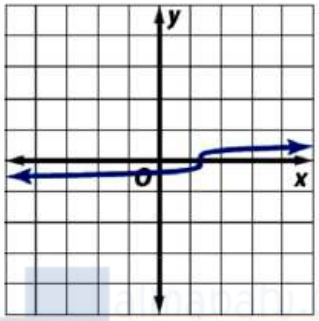


.....
.....
.....
.....
.....
.....

MATH 2020 2017-2018

11

b. $f(x) = \frac{1}{4}\sqrt[5]{6x-8}$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

.....

.....

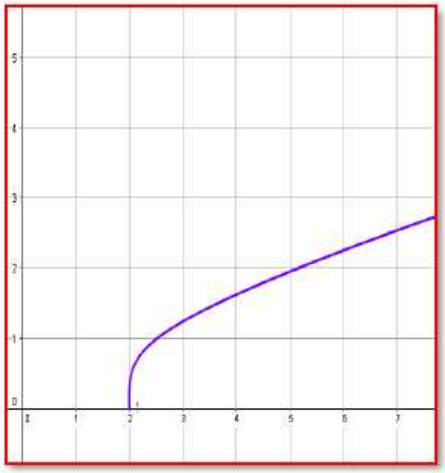
.....

.....

.....

12

$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[4]{2x^3-16}$



x							
$f(x)$							

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل المعادلات الجذرية

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

13 $2x = \sqrt{100-12x} - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14 $\sqrt[3]{(x-5)^2} + 14 = 50$

15 $\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{15-x}$

16 $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$

MATH 2020 2017-2018

17 $\sqrt[3]{4x+8}+3=7$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

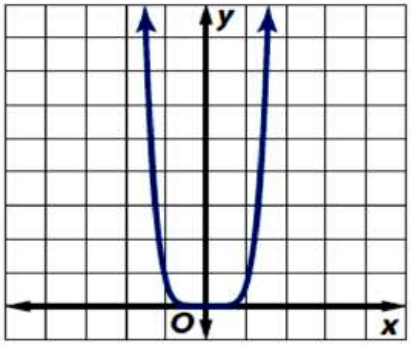
.....

.....

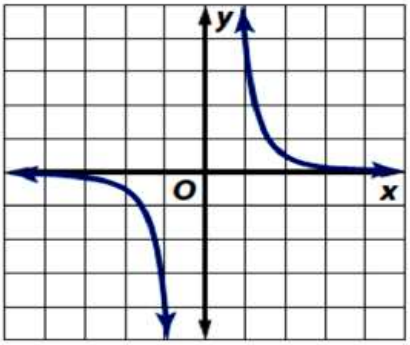
18

طابق التمثيل البياني بالدالة المناسبة، دون استخدام الآلة الحاسبة.

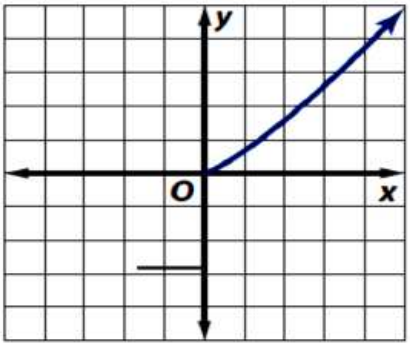
1



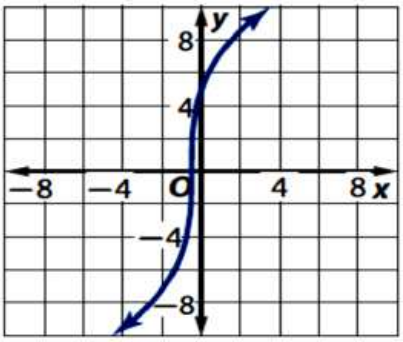
2



3



4



a. $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt[4]{3x^5}$

b. $g(x)=\frac{2}{3}x^6$

c. $h(x)=4x^{-3}$

d. $p(x)=5\sqrt[3]{2x+1}$

MATH 2020 2017-2018

الدرس الثاني

الدوال كثيرة الحدود

1-2

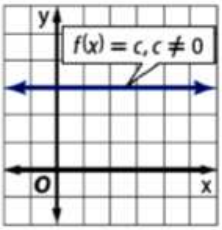
لنفرض أن n عدد صحيح غير سالب وأن $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية ذات $a_n \neq 0$ إذًا الدالة التي تمثلها الصيغة التالية

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

تُسمى **دالة كثيرة الحدود من الدرجة n**. يُعد **معامل الحد الأكبر** في الدالة كثيرة الحدود معامل المتغير ذا الأس الأكبر. معامل الحد الأكبر للدالة $f(x)$ هو a_n

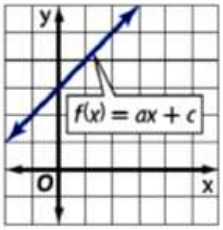
أنت بالفعل على دراية بالدوال كثيرة الحدود التالية.

الدوال الثابتة



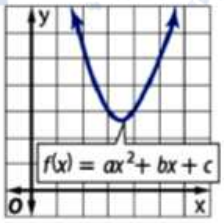
الدرجة: 0

الدوال الخطية



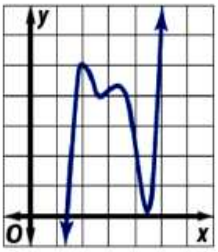
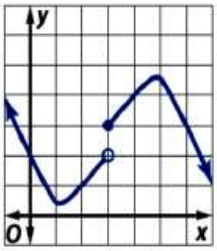
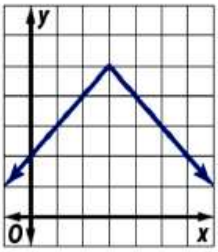
الدرجة: 1

الدوال التربيعية



الدرجة: 2

الدالة الصفرية هي دالة ثابتة بدون درجة. وتوضح التمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود خصائص معينة.

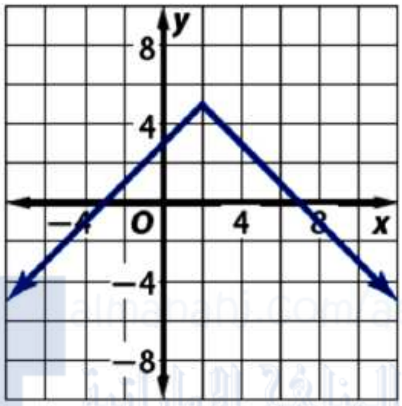
التمثيل البياني للدوال كثيرة الحدود	
مثال	أمثلة خارجة عن التعريف
	 
الدوال كثيرة الحدود محددة ومتصلة لجميع الأعداد الحقيقية وبها منحنيات سلسة دورانية.	لا يحتوى التمثيل البياني للدوال كثيرة الحدود على انقطاع (انفصال) أو ركن أو ناب (رؤوس مدببة)

MATH 2020 2017-2018

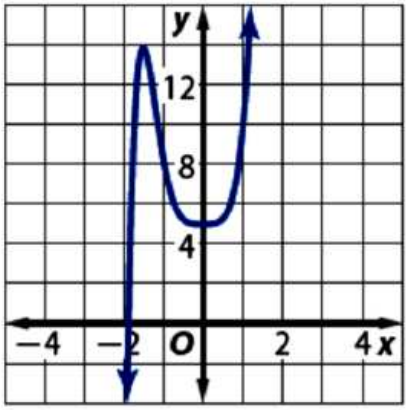
1

حدد هل يمكن أن يوضح كل تمثيل بياني دالة كثيرة الحدود اكتب نعم أو لا وإن لم تكن كذلك ، فاشرح السبب .

a



b



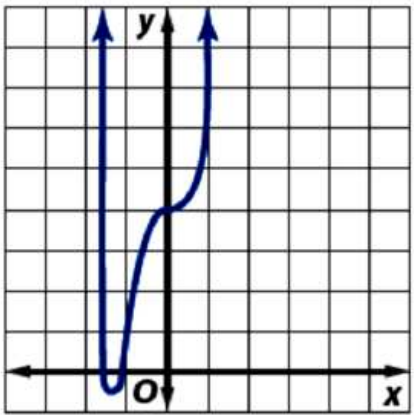
.....

.....

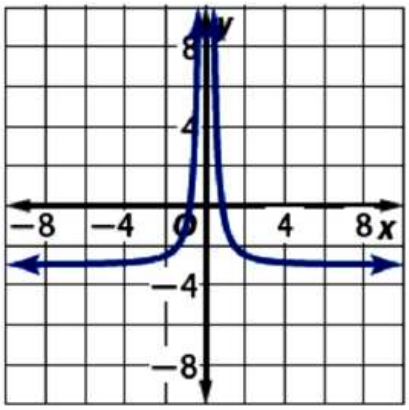
.....

.....

c



d



.....

.....

.....

.....

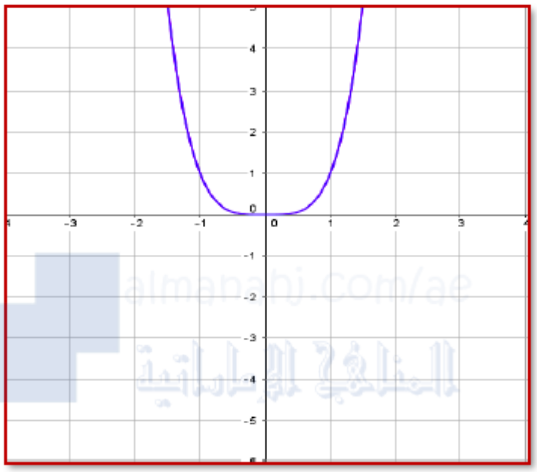
MATH 2020 2017-2018

التحويلات البيانية للدوال أحادية الحد

استخدم الرسم التالي للمساعدة على رسم الدالة المطلوبة

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل دالة فيما يلي.

2 $g(x) = -x^4 + 1$

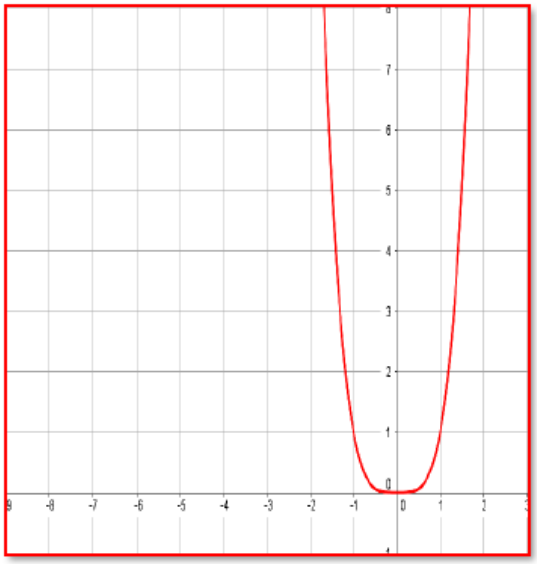


3 $f(x) = (x-2)^5$

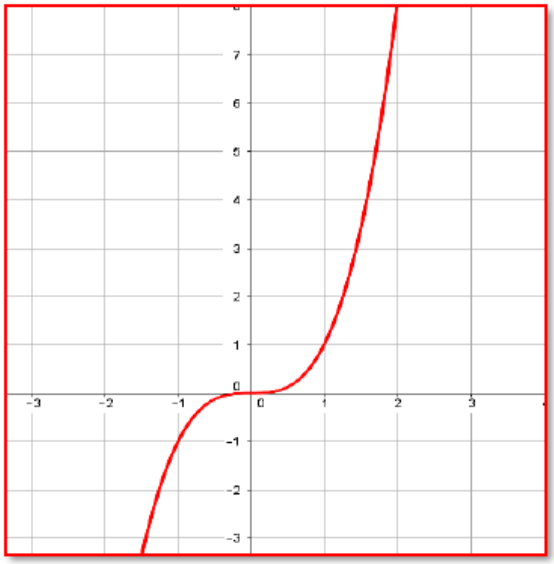
.....

.....

4 $g(x) = (x+7)^4$



5 $f(x) = 4 - x^3$



.....

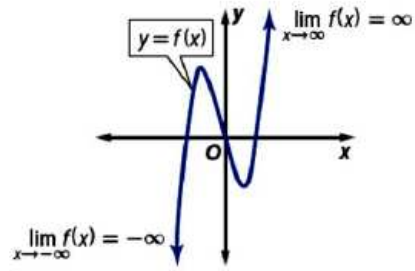
.....

المفهوم الأساسي اختبار الحد الرئيس للسلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود

يمكن وصف السلوك الطرفي لأي دالة كثيرة حدود غير ثابتة $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ بإحدى الطرق الأربع التالية. كما هو محدد بالدرجة n للدالة كثيرة الحدود ومعامل الحد الأكبر لها a_n.

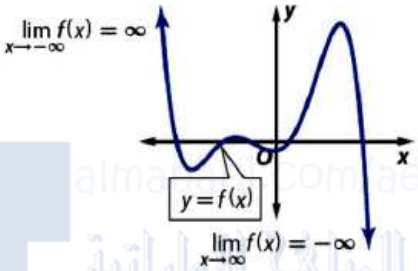
n عدد فردي، a_n موجب

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$



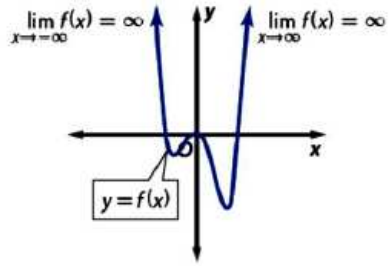
n عدد فردي، a_n سالب

$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$



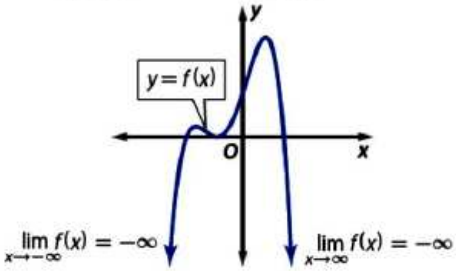
n زوجي، a_n موجب

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$



n زوجي، a_n سالب

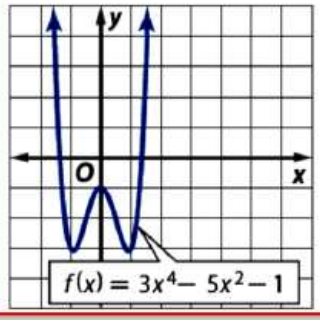
$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$



تطبيق اختبار الحد الرئيس

6 وضّح السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة كثيرة الحدود باستخدام الحدود. اشرح استدلالك باستخدام اختبار الحد الرئيس.

$f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 1$



.....

.....

.....

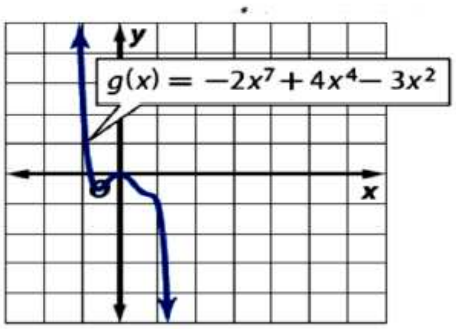
.....

.....

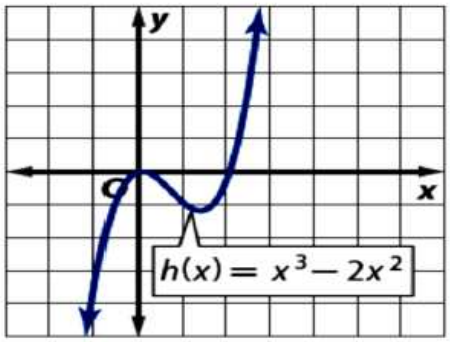
.....

.....

7 $g(x) = -3x^2 - 2x^7 + 4x^4$



8 $h(x) = x^3 - 2x^2$



.....

.....

.....

9 $g(x) = 4x^5 - 8x^3 + 20$

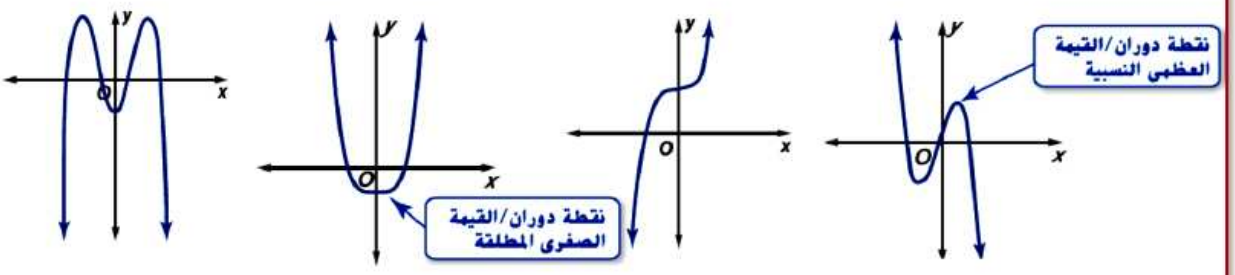
10 $h(x) = -2x^6 + 11x^4 + 2x^2$

.....

.....

.....

فكّر في الأشكال التالية لمجموعة صغيرة من الدوال كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة النموذجية أو الدوال التكعيبية أو الدوال كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة أو دالة من الدرجة الثانية الموضحة .



الدوال التكعيبية النموذجية

دالة من الدرجة الرابعة النموذجية

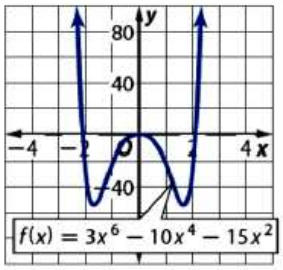
لاحظ عدد نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x في كل تمثيل بياني. بما أن التقاطع مع المحور الأفقي x يوافق صفرًا حقيقيًا من الدالة، إذًا يمكنك أن تعرف أن الدوال التكعيبية تحتوي على 3 أصفار على الأكثر وأن الدوال من الدرجة الرابعة تحتوي على 4 أصفار على الأكثر.

نقاط التحول :- توضح مكان تغير التمثيل البياني للدالة من الزيادة إلى النقصان والعكس . يتم تحديد القيمتين العظمى والصغرى أيضاً على نقاط التحول . لاحظ أن الدوال التكعيبية تحتوي على نقطتي تحول على الأكثر وأن الدوال من الدرجة الرابعة تحتوي على 3 نقاط تحول على الأكثر . يمكن تعميم هذه الملاحظات كما يلي وتوضيح أنها صحيحة لأي دالة كثيرة حدود

المفهوم الأساسي الأصفار ونقاط الانعطاف للدوال كثيرة الحدود

تحتوي الدالة كثيرة الحدود f من الدرجة $n \geq 1$ على n من الأصفار الحقيقية المميزة على أكثر تقدير وعلى $n - 1$ من نقاط الانعطاف على أكثر تقدير.

مثال لنفرض أن $f(x) = 3x^6 - 10x^4 - 15x^2$. إذًا تحتوي الدالة f على 6 أصفار حقيقية مميزة على الأكثر و 5 نقاط انعطاف على الأكثر. يوضح التمثيل البياني للدالة f أن الدالة تحتوي على 3 أصفار حقيقية و 3 نقاط انعطاف.



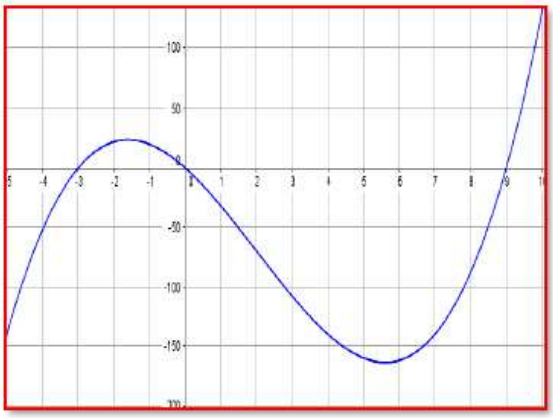
اذكر عدد الاصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول لكل دالة . ثم حدد جميع الأصفار الحقيقة عن طريق تحليل العوامل

11 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

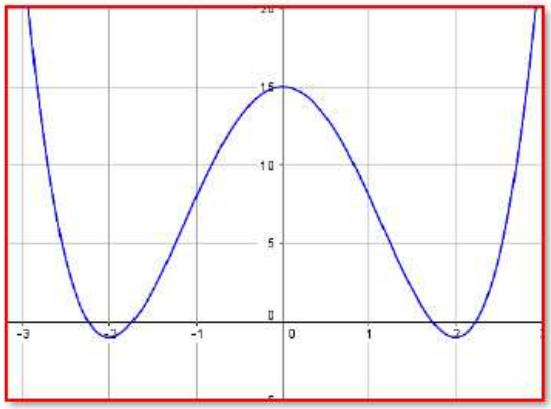
اذكر عدد الاصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول لكل دالة . ثم حدد جميع الأصفار الحقيقة عن طريق تحليل العوامل

12 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 27x$



.....
.....
.....
.....
.....
.....

13 $f(x) = x^4 - 8x^2 + 15$



.....
.....
.....
.....
.....
.....

المفهوم الأساسي الصيغة التربيعية

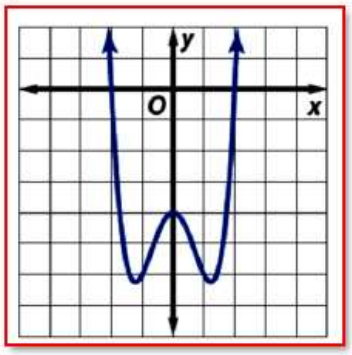
الكلمات يُكتب تعبير الدالة كثيرة الحدود في x **بالصيغة التربيعية** إذا كتب بالصيغة $au^2 + bu + c$ لأي أعداد a وb وc $a \neq 0$ بحيث يكون u تعبيرًا في x.

الرموز تُكتب $x^4 - 5x^2 - 14$ بالصيغة التربيعية لأن التعبير يمكن كتابته بالصيغة التالية $(x^2)^2 - 5(x^2) - 14$ بما أن $u = x^2$. إذًا يصبح التعبير $u^2 - 5u - 14$

اذكر عدد الاصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول لكل دالة . ثم حدد جميع الأصفار الحقيقة عن طريق تحليل العوامل

14 $g(x) = x^4 - 3x^2 - 4$

يفضل تأجيل هذا السؤال لحين الانتهاء من الدرس الثالث



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

15 $g(x) = x^4 - 9x^2 + 18$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

16 $h(x) = x^5 - 6x^3 - 16x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اذكر عدد الاصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول لكل دالة . ثم حدد جميع الأصفار الحقيقة عن طريق تحليل العوامل

17 $h(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اذكر عدد الاصفار الحقيقة الممكنة ونقاط التحول لكل دالة . ثم حدد جميع الأصفار الحقيقة عن طريق تحليل العوامل

18 $g(x) = -2x^3 - 4x^2 + 16x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

19 $f(x) = 3x^5 - 18x^4 + 27x^3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إذا وُجد عامل $(x - c)$ يتكرر أكثر من مرة بالصيغة التي تم تحليلها بالكامل إلى عوامل للدالة $f(x)$. فإن الصفر المرتبط بها c يُسمى **صفرًا متكررًا**. عندما يتكرر الصفر بعدد زوجي من المرات، سيكون التمثيل البياني مماسًا للمحور الأفقي x عند هذه النقطة. عندما يتكرر الصفر بعدد فردي من المرات، سيقطع التمثيل البياني المحور الأفقي x عند هذه النقطة. يصبح التمثيل البياني مماسًا لمحور عندما يلمس المحور عند هذه النقطة، ولكن لا يقطعه.

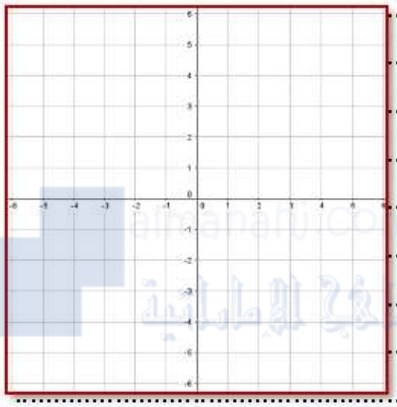
المفهوم الأساسي الأصفار المتكررة للدوال كثيرة الحدود

بما أن $(x - c)^m$ أكبر قيمة أسية في $(x - c)$ التي تعد عاملاً للدالة كثيرة الحدود f. فإن c صفرا مكرراً m من المرات في f بحيث يكون m عددًا طبيعيًا.

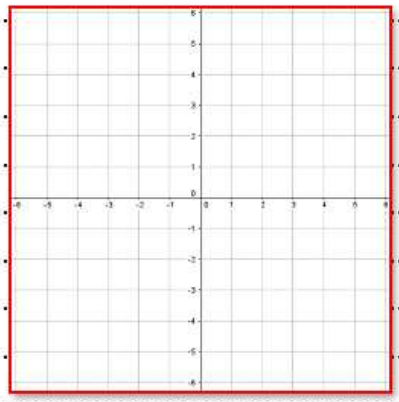
- إذا وُجد صفر c له تكرار فردي، فإن التمثيل البياني للدالة f يقطع المحور الأفقي x عند $x = c$ وتغير الدالة $f(x)$ إشارتها عند $x = c$
- إذا وُجد صفر c له تكرار زوجي، فإن التمثيل البياني للدالة f يصبح مماسًا للمحور الأفقي x عند $x = c$ ولا تغير الدالة $f(x)$ إشارتها عند $x = c$

اذكر عدد الأصفار ثم اذكر الاصفار المتكررة وطبق اختبار الحد الرئيسي وأوجد بعض النقاط الإضافية ثم مثل بيانيا ؟

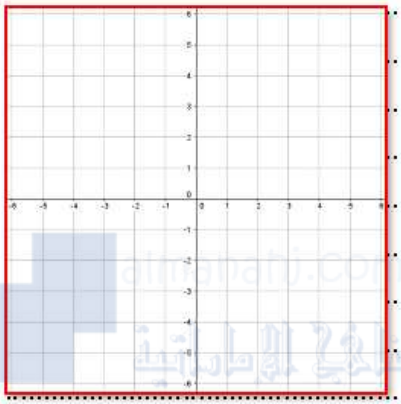
20 $f(x) = x(2x+3)(x-1)^2$



21 $f(x) = -2x(x-4)(3x-1)^3$



22 $h(x) = -x^3 + 2x^2 + 8x$



23 أوجد دالة كثيرة الحدود من الدرجة n تحتوي على الأصفار الحقيقية التالية فقط. يمكن أن يوجد أكثر من إجابة.

a $-1;\ n = 3$

b $6,\ -3;\ n = 4$

c $2,\ 1,\ 4;\ n = 5$

d $n = 4$ لا توجد أصفار حقيقية

الدرس الثالث

نظريتا الباقي والعامل

1-3

1 قسمة الدوال كثيرة الحدود

فكّر في الدالة كثيرة الحدود $f(x) = 6x^3 - 25x^2 + 18x + 9$ وإذا علمت أن f تحتوي على صفر عند $x = 3$. فأنت تعلم أيضًا أن $(x - 3)$ هي عامل $f(x)$ حيث $f(x)$ تُعد دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة. تعلم أن هناك دوالاً كثيرة حدود من الدرجة الثانية $q(x)$ مثل هذا

$$f(x) = (x - 3) \cdot q(x)$$

يقتضي هذا أن $q(x)$ يمكن إيجادها عن طريق قسمة $6x^3 - 25x^2 + 18x + 9$ by $(x - 3)$ حيث إن

$q(x) = \dfrac{f(x)}{x - 3}$. إذا كان $x \neq 3$

1 **حلّل $6x^3 - 25x^2 + 18x + 9$ بالكامل إلى عوامل باستخدام القسمة المطولة إذا كان $(x - 3)$ عاملاً.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حلل كل دالة كثيرة الحدود بالكامل باستخدام العامل المعطى والقسمة المطولة ؟

2 $x^3 + 7x^2 + 4x - 12$ العامل $(x + 6)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 $6x^3 - 2x^2 - 16x - 8$ العامل $(2x - 4)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي قسمة كثيرات الحدود

لنفترض أن $f(x)$ و$d(x)$ هما دالتان كثيرتا الحدود حيث تكون درجة $d(x)$ أقل من أو تساوي درجة $f(x)$ و$d(x) \neq 0$. وهكذا يكون هناك حدود كثيرة ومتعددة $q(x)$ و $r(x)$ بحيث تكون

$$f(x) = d(x) \times q(x) + r(x) = \frac{f(x)}{d(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{d(x)}.$$

اذا كان $r(x) = 0$ فإن $d(x)$ عامل من عوامل $f(x)$ وتكتب على الشكل $f(x) = d(x) \times q(x)$

4 **اقسم $9x^3 - x - 3$ على $3x + 2$ (باستخدام القسمة المطولة)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

MATH 2020 2017-2018

5 اقسم باستخدام القسمة المطولة.

$(8x^3 - 18x^2 + 21x - 20) \div (2x - 3)$

6 $(-3x^3 + x^2 + 4x - 66) \div (x - 5)$

القسمة على دالة كثيرة الحدود من الدرجة 2 أو أعلى

7 اقسم $2x^4 - 4x^3 + 13x^2 + 3x - 11$ على $x^2 - 2x + 7$

MATH 2020 2017-2018

8 $(2x^3 + 5x^2 - 7x + 6) \div (x^2 + 3x - 4)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

القسمة التركيبية

القسمة المطوّلة	المتغيرات المحذوفة	الطي العمودي	القسمة التركيبية
لاحظ المعاملات التي تم تمييزها بالنص الملوّن.	احذف x وأسس x.	قم بطي القسمة المطوّلة عموديًا مع حذف التكرارات.	قم بتغيير علامات المقسوم عليه والأعداد في السطر الثاني.
$6x^2 - 7x - 3$ $x - 3 \overline{)6x^3 - 25x^2 + 18x + 9}$ $(-)\ 6x^3 - 18x^2$ $-7x^2 + 18x$ $(-)\ -7x^2 + 21x$ $-3x + 9$ $(-)\ -3x + 9$ 0	$6 \quad -7 \quad -3$ $-3 \overline{)6 \quad -25 \quad +18 \quad +9}$ $-)\ 6 \quad -18$ $-7 \quad +18$ $(-)\ -7 \quad +21$ $-3 \quad +9$ $(-)\ -3 \quad +9$ 0	$-3 \mid 6 \quad -25 \quad 18 \mid 9$ $-18 \quad 21 \quad 9$ $6 \quad -7 \quad -3 \quad 0$	$3 \mid 6 \quad -25 \quad 18 \quad 9$ $18 \quad -21 \quad -9$ $6 \quad -7 \quad -3 \quad 0$ العدد الذي يمثل الآن المقسوم عليه هو الصفر المرتبط بذات الحدين $x - c$ كما أننا الآن نجمع بدلاً من الطرح عن طريق تغيير الإشارات بالسطر الثاني.

المفهوم الأساسي خوارزمية القسمة التركيبية

لقسمة كثيرة الحدود على عامل $x - c$، استكمل كل خطوة.

الخطوة 1 اكتب معاملات المقسوم بالصيغة القياسية. اكتب الصفر المرتبط بالمعادلة c للمقسوم عليه $x - c$ في المربع. قم بإنزال المعامل الأول.

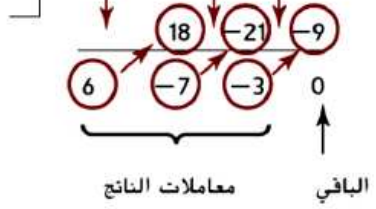
الخطوة 2 اضرب المعامل الأول في c. اكتب الناتج تحت المعامل الثاني.

الخطوة 3 اجمع الناتج والمعامل الثاني.

الخطوة 4 كرّر الخطوتين 2 و 3 حتى تصل إلى ناتج الجمع في العمود الأخير. الأرقام الموجودة في الصف الأسفل هي معامل الناتج. إن القوة الأسية للحد الأول أصغر بمقدار واحد عن المقسوم. الرقم النهائي هو الباقي.

مثال

اقسم $6x^3 - 25x^2 + 18x + 9$ على $x - 3$



↖ = اضرب في c واكتب الناتج. ↓ = اجمع الحدود.

اقسم باستخدام القسمة التركيبية.

9 $(2x^4 - 5x^2 + 5x - 2) \div (x + 2)$

10 $(4x^3 + 3x^2 - x + 8) \div (x - 3)$

11 $(10x^3 - 13x^2 + 5x - 14) \div (2x - 3)$

12 $(6x^4 + 11x^3 - 15x^2 - 12x + 7) \div (3x + 1)$

المفهوم الأساسي نظرية الباقي

إذا كانت الدالة كثيرة الحدود $f(x)$ مقسومة على $x - c$، فإن الباقي هو $r = f(c)$

$$f(x) = (x - c) \times q(x) + r$$

13 ليكن لدينا $p(x) = 4x^4 - x^2 + 2x - 1$ أوجد $p(\frac{1}{2})$ و $p(-2)$ وتحقق باستخدتم نظرية الباقي

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14 **كرة القدم** يمكن تمثيل عدد التذاكر المبيعة أثناء موسم كرة القدم الأمريكية بمدرسة نورث سايد الثانوية باستخدام $t(x) = x^3 - 12x^2 + 48x + 74$ حيث إن x هو عدد المباريات التي تم لعبها. استخدم نظرية الباقي لإيجاد عدد التذاكر المبيعة خلال المباراة الثانية عشرة بموسم كرة القدم بمدرسة نورث سايد الثانوية.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي نظرية العامل

تحتوي أي دالة كثيرة الحدود $f(x)$ على عامل $(x - c)$ فقط في حالة $f(c) = 0$

استخدم نظرية العامل لتحديد ما إذا كانت التعابير ذات الحدين المقدمة عوامل لـ $f(x)$ واستخدم التعابير ذات الحدين التي تُعد عوامل لكتابة الصيغة التي تم تحليلها إلى عوامل لـ $f(x)$

15 $f(x) = 4x^4 + 21x^3 + 25x^2 - 5x + 3 \quad ,(x+3), (x-1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

16 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 41x - 20 \quad , \quad (x+4), (x-5)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

17 $f(x) = 3x^3 - x^2 - 22x + 24; (x-2), (x+5)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد قيمة k بحيث يكون كل باقي صفرا.

18 $\dfrac{x^3 - kx^2 + 2x - 4}{x - 2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

19 $\dfrac{x^3 + 4x^2 - kx + 1}{x + 1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

MATH 2020 2017-2018

الدرس الرابع

أصفار الدوال كثيرة الحدود

1-4

1 الأصفار الحقيقية

تذكّر أن الدالة كثيرة الحدود من الدرجة n يمكن أن تحتوي على n أصفار حقيقية. يمكن أن تكون هذه الأصفار الحقيقية نسبية أو غير نسبية.

توجد ثلاث طرق لايجاد الأصفار الحقيقة

الأصفار النسبية	الأصفار غير النسبية
$f(x) = 3x^2 + 7x - 6$ أو $f(x) = (x+3)(3x-2)$ يوجد صفران نسبيان، -3 أو $\frac{2}{3}$	$g(x) = x^2 - 5$ أو $g(x) = (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$ يوجد صفران غير نسبين، $\pm\sqrt{5}$

المفهوم الأساسي نظرية الصفر النسبي

بما أن f دالة كثيرة الحدود بالصيغة التالية $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$. من الدرجة $n \geq 1$ ولها معاملات من الأعداد الصحيحة و $a_0 \neq 0$. فإن كل صفر نسبي للدالة f يُمثل بالصيغة $\frac{p}{q}$ ، بحيث

- p و q لا يوجد لهما أي عوامل مشتركة إلا ± 1
- p عامل عدد صحيح للحد الثابت a_0
- q عامل عدد صحيح لمعامل الحد الأكبر a_n

النتيجة إذا كان معامل الحد الأكبر a_n يساوي 1. فأي صفر نسبي للدالة f يُعد من عوامل الأعداد الصحيحة للحد الثابت a_0

اذكر جميع الأصفار النسبية المحتملة لكل دالة. ثم حدد أيًا منها يكون أصفارًا، إن وجدت.

1) $f(x) = x^3 + 2x + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $g(x) = x^4 + 4x^3 - 12x - 9$

.....

.....

.....

.....

.....

MATH 2020 2017-2018

3 $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 $h(x) = x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 9x - 30$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اذكر جميع الأصفار النسبية المحتملة لكل دالة. ثم حدد أيًا منها يكون أصفارًا، إن وجدت.

5 $h(x) = 3x^3 - 7x^2 - 22x + 8$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 18x - 36$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7 $f(x) = 3x^4 - 18x^3 + 2x - 21$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

من الحياة اليومية

8 **الأعمال** بعد أول نصف ساعة، يمكن تمثيل عدد ألعاب الفيديو التي باعتها الشركة في تاريخ الإصدار كما يلي $g(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x$، بحيث يكون $g(x)$ هو عدد الألعاب المبيعة بالمئات وx عدد الساعات بعد الإصدار. ما الوقت المستغرق لبيع 400 لعبة؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9 **الكرة الطائرة** فيما يلي التمثيل البياني لكرة طائرة عادت بعد ضربها بسرعة أولية 40 قدمًا في الثانية بارتفاع 4 أقدام $f(t) = 4 + 40t - 16t^2$، بحيث $f(t)$ يمثل ارتفاع الكرة بالقدم وt يمثل الوقت بالثواني. في أي وقت (أوقات) ستصل الكرة إلى ارتفاع 20 قدمًا؟

.....

.....

.....

.....

.....

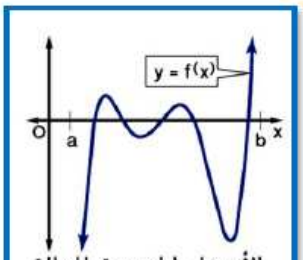
.....

.....

.....

.....

ثمة طريقة لتضييق البحث عن الأصفار الحقيقية وهي تحديد الفترة التي يتم فيها تحديد مواقع الأصفار الحقيقية للدالة. العدد الحقيقي a هو **القيمة الصغرى** للأصفار الحقيقية للدالة f إذا كانت $f(x) \neq 0$ للدالة $x < a$ وبالمثل، b هو **القيمة العظمى** للأصفار الحقيقية للدالة f إذا كانت $f(x) \neq 0$ للدالة $x > b$



الأصفار الحقيقية للدالة f توجد في الفترة [a, b]

المفهوم الأساسي اختبارات القيمتين العظمى والصغرى

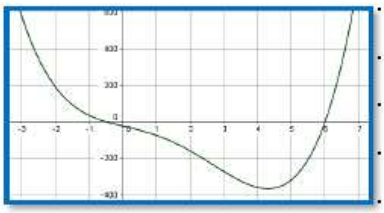
لنفرض أن f دالة كثيرة الحدود من الدرجة $n \geq 1$ ولها معاملات حقيقية ومعامل أكبر حد موجب. لنفرض أن $f(x)$ تمت قسمته على $x - c$ باستخدام القسمة التركيبية.

- إذا كان $c \leq 0$ وكل عدد في آخر سطر بالقسمة يتغير من غير سالب إلى غير موجب وهكذا فإن c هي قيمة صغرى للأصفار الحقيقية للدالة f
- إذا كان $c \geq 0$ وكل عدد في آخر سطر بالقسمة غير سالب، فإن c هي قيمة عظمى للأصفار الحقيقية للدالة f

حدد فاصلاً فترة يجب أن توجد فيها جميع الأصفار الحقيقية للدالة المحددة. اشرح استدلالك باستخدام اختبارات القيمتين العظمى والصغرى. ثم أوجد كل الأصفار الحقيقية.

10 $h(x) = 2x^4 - 11x^3 + 2x^2 - 44x - 24$

استخدم الرسم المرافق لإيجاد الفترة أو استخدم برنامج للرسم



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

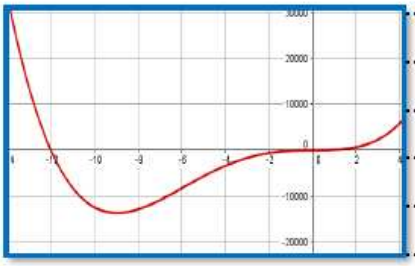
.....

.....

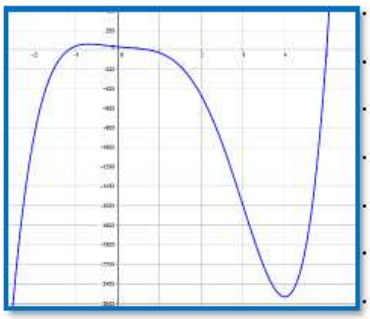
.....

.....

11 $g(x) = 6x^4 + 70x^3 - 21x^2 + 35x - 12$



12 $f(x) = 10x^5 - 50x^4 - 3x^3 + 22x^2 - 41x + 30$



ثمة طريقة أخرى لتضييق البحث عن الأصفار الحقيقية هي استخدام **قاعدة ديكارت للإشارات**. توفر هذه القاعدة معلومات عن عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة في دالة كثيرة الحدود عن طريق فحص التغير في إشارة الدالة كثيرة الحدود.

المفهوم الأساسي قاعدة ديكارت للإشارات

إذا كانت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة الحدود ذات معاملات حقيقية، فإن

- عدد الأصفار الحقيقية *الموجبة* للدالة f يساوي عدد متغيرات الإشارة للدالة $f(x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي
- عدد الأصفار الحقيقية *السالبة* للدالة f هو نفسه عدد متغيرات الإشارة للدالة $f(-x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي محدد.

وضح الأصفار الحقيقية الممكنة لكل دالة.

13 $g(x) = -3x^3 + 2x^2 - x - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14 $h(x) = 6x^5 + 8x^2 - 10x - 15$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

15 $f(x) = -11x^4 + 20x^3 + 3x^2 - x + 18$

.....

.....

.....

.....

.....

2 الأصفار المركبة يمكن أن تحتوي مثل الدوال التربيعية على أصفار حقيقية أو تخيلية ويمكن أن تحتوي الدوال كثيرة الحدود ذات الدرجة الأعلى أيضًا على أصفار في نظام الأعداد المركبة. تجعلنا هذه الحقيقة بالإضافة إلى **نظرية الجبر الأساسية** نحسّن العبارة الخاصة بنا المعنية بعدد الأصفار لأي دالة كثيرة الحدود من الدرجة n.

المفهوم الأساسي نظرية الجبر الأساسية

تحتوي أي دالة كثيرة الحدود من الدرجة n، بحيث $n > 0$، على صفر واحد على الأقل (حقيقي أو تخيلي) في نظام الأعداد المركبة.

النتيجة تحتوي أي دالة كثيرة الحدود من الدرجة n على n معين من الأصفار، بما في ذلك الأصفار المتكررة، في نظام الأعداد المركبة.

المفهوم الأساسي نظرية تحليل العوامل الخطية

إذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة الحدود من الدرجة $n > 0$، فإن الدالة f تحتوي على n معين من العوامل الخطية

$$f(x) = a_n(x - c_1)(x - c_2) \dots (x - c_n)$$

حيث a_n عدد حقيقي معين غير الصفر و $c_1, c_2, \dots, c_n$ هي الأصفار المركبة (بما في ذلك الأصفار المتكررة) للدالة f.

وفق **نظرية الجذر المرافق** عندما تحتوي معادلة كثيرة الحدود على متغير واحد وذات معاملات حقيقية على جذر بالصيغة $a + bi$، بحيث $b \neq 0$، فإن **المرافق المركب** $a - bi$، يُعد جذرًا أيضًا. يمكنك استخدام هذه النظرية لكتابة دالة كثيرة الحدود توجد أصفارها المركبة.

16 **اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تتضمن 2− و 4 و $3 - i$ كأصفار.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصفار الموضحة.

17 $-3, 1, (2$ (التكرار: 2)$, 4i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18 $2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 1+i$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

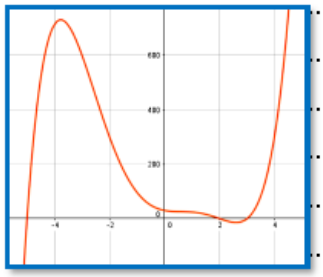
.....

المفهوم الأساسي تحليل الدوال كثيرة الحدود على الأعداد الحقيقية

يمكن كتابة كل دالة كثيرة الحدود من الدرجة $n > 0$ ذات معاملات حقيقية كناتج للعوامل الخطية وعوامل تربيعية غير قابلة للتحليل وكل له معاملات حقيقية

19 لنفرض أن $k(x) = x^5 - 18x^3 + 30x^2 - 19x + 30$

a. اكتب $k(x)$ كناتج للعوامل الخطية وعوامل الجذور التربيعية غير القابلة للاختزال.



b. اكتب $k(x)$ كناتج للعوامل الخطية.

c. اذكر جميع أصفار $k(x)$.

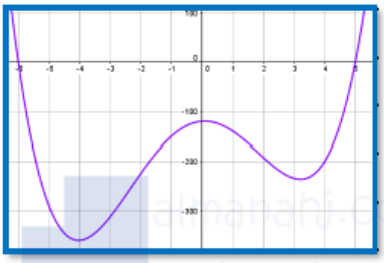
20 اكتب كل دالة في صورة

a) ناتج العوامل الخطية والعوامل التربيعية غير القابلة للاختزال

b) ناتج العوامل الخطية

c) اذكر جميع أصفارها

$$f(x) = x^4 + x^3 - 26x^2 + 4x - 120$$



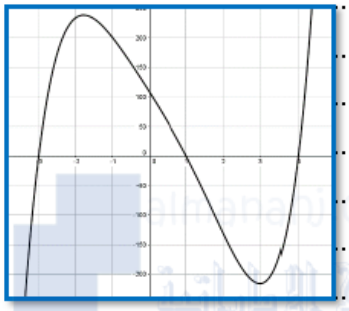
21 اكتب كل دالة في صورة

a) ناتج العوامل الخطية والعوامل التربيعية غير القابلة للاختزال

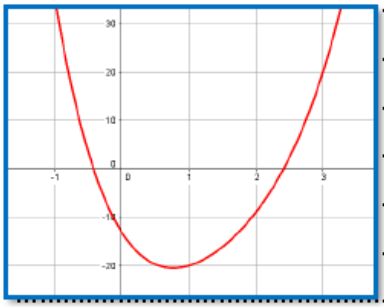
b) ناتج العوامل الخطية

c) اذكر جميع أصفارها

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 99x + 108$$

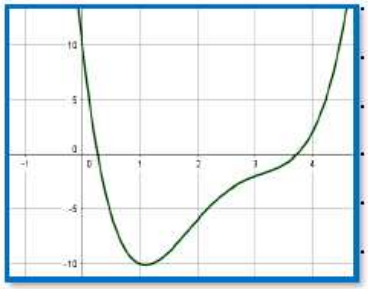


22 أوجد جميع الأصفار المركبة للدالة $p(x) = x^4 - 6x^3 + 20x^2 - 22x - 13$ مع العلم أن $2 - 3i$ a هي صفر للدالة p. ثم اكتب تحليل العوامل الخطية للدالة $p(x)$.



23 لكل دالة، استخدم الصفر الموضح لإيجاد جميع الأصفار المركبة للدالة. ثم اكتب تحليل العوامل الخطية للدالة.

$g(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 46x + 10$ $\left(2 + \sqrt{3}\right)$



MATH 2020 2017-2018

1-5 **الدوال النسبية** الدرس الخامس

1 الدوال النسبية

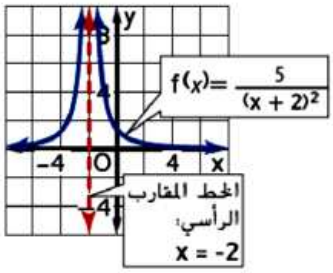
الدالة النسبية $f(x)$ تساوي ناتج قسمة دالتين كثيرتي الحدود $a(x)$ و $b(x)$. حيث b لا يساوي صفرًا.

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)},\ b(x) \neq 0$$

المفهوم الأساسي المستقيمات المقاربة الرأسية والأفقية

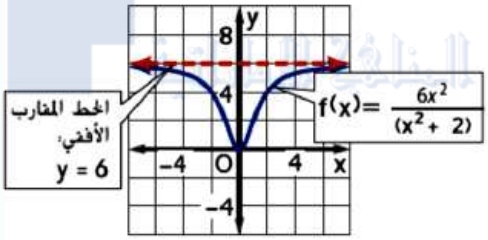
التوضيح بالكلمات $x = c$ هو مستقيم مقارب رأسي للتمثيل البياني للدالة f إذا كان $\lim_{x \to c^-} f(x) = \pm\infty$ أو $\lim_{x \to c^+} f(x) = \pm\infty$

مثال



التوضيح بالكلمات $y = c$ هو مستقيم مقارب أفقي للتمثيل البياني للدالة f إذا كان $\lim_{x \to -\infty} f(x) = c$ أو $\lim_{x \to \infty} f(x) = c$

مثال



أوجد مجال كل دالة ومعادلات المستقيمات المقاربة الرأسية أو الأفقية، إن وُجدت.

1 $f(x) = \frac{x+4}{x-3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 $m(x) = \dfrac{15x + 3}{x + 5}$

3 $g(x) = \dfrac{8x^2 + 5}{4x^2 + 1}$

4 $h(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{x + 4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفهوم الأساسي التمثيلات البيانية للدوال النسبية

إذا كانت f هي الدالة النسبية وفقًا للمعطيات

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)} = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \ldots + b_1 x + b_0}.$$

حيث إن $b(x) \neq 0$ و$a(x)$ و$b(x)$ ليس لها عوامل مشتركة غير ± 1. إذًا التمثيل البياني للدالة f له الخصائص التالية.

المستقيمات المقاربة الرأسية قد تحدث المستقيمات المقاربة الرأسية عند الأصفار الحقيقية للمعادلة $b(x)$.

الخط المقارب الأفقي قد يحتوي التمثيل البياني على مستقيم مقارب أفقي واحد أو لا يحتوي على مستقيم مقارب أفقي كما هو محدد بمقارنة الدرجة n من $a(x)$ بالدرجة m من $b(x)$.

- إذا كانت $n < m$ يكون الخط المتقارب الأفقي $y = 0$
- إذا كانت $n = m$، يكون الخط المقارب الأفقي $y = \frac{a_n}{b_m}$
- إذا كانت $n > m$، فلا يوجد مستقيم مقارب أفقي.

نقاط التقاطع تحدث نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x، إن وُجدت، عند الأصفار الحقيقية للمعادلة $a(x)$. يكون التقاطع مع المحور الرأسي y، إن وُجد، هو قيمة الدالة f عندما $x = 0$

لتمثيل دالة نسبية بيانيًا. حوّل f إلى أبسط صورة. إن أمكن. ثم اتبع هذه الخطوات.

الخطوة 1 أوجد المجال.

الخطوة 2 أوجد المستقيمات المقاربة وارسمها. إن وُجدت.

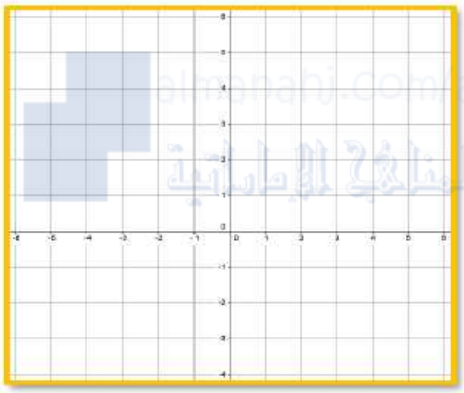
الخطوة 3 أوجد نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x ونقاط التقاطع مع المحور الرأسي y وارسمها. إن وُجدت.

الخطوة 4 أوجد نقطة واحدة على الأقل من *فترات الاختبار* المحددة بأي نقاط تقاطع مع المحور الأفقي x والمستقيمات المقاربة الرأسية وارسمها.

تمثيل الدوال النسبية بيانيًا: $n < m$ و $n > m$

في كل دالة. حدد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية ونقاط التقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

5 $g(x) = \frac{6}{x+3}$



.....

.....

.....

.....

.....

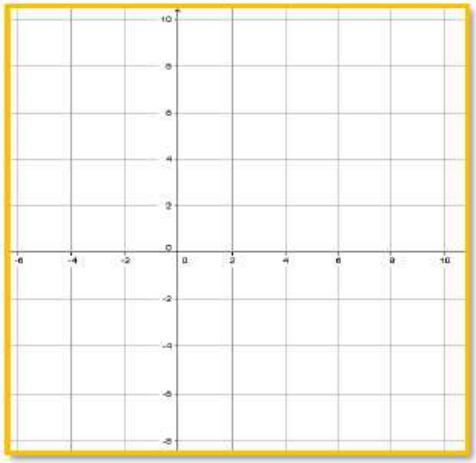
.....

.....

.....

.....

6 $k(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 3}$



.....

.....

.....

.....

.....

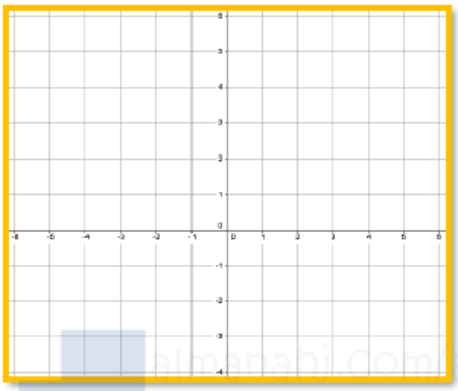
.....

.....

.....

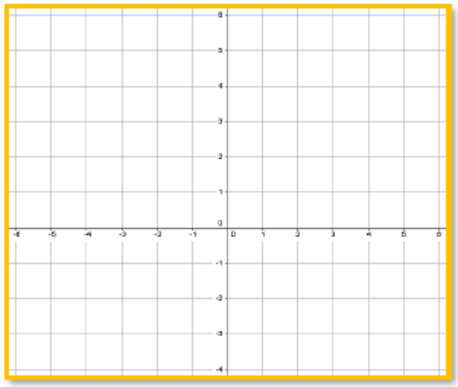
.....

7 $h(x) = \dfrac{2}{x^2 + 2x - 3}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

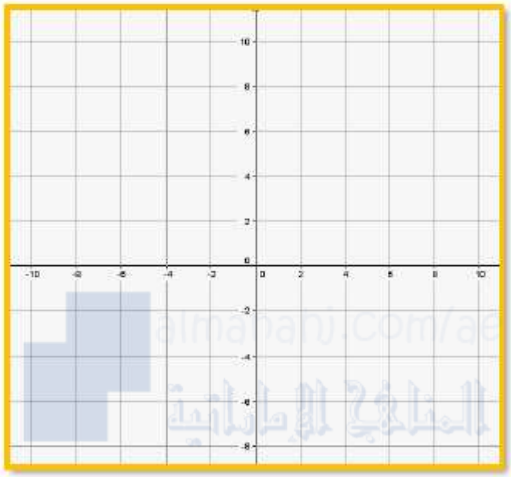
8 $n(x) = \dfrac{x}{x^2 + x - 2}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

تمثيل الدالة النسبية بيانيًا: $n = m$

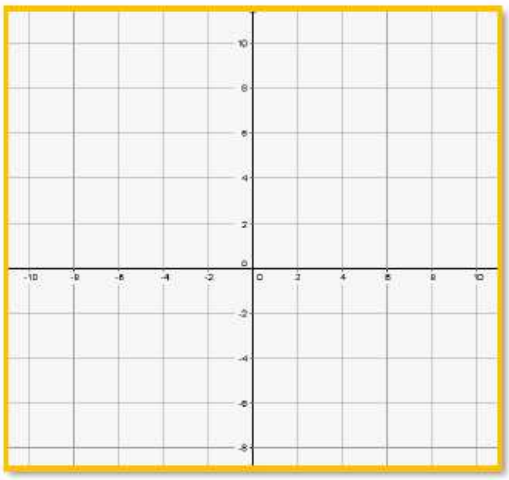
9 حدّد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية ونقاط التقاطع للدالة $f(x) = \frac{3x^2 - 3}{x^2 - 9}$ ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

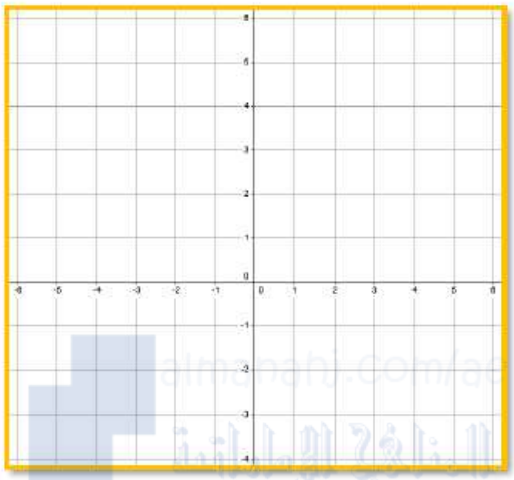
في كل دالة، حدد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية ونقاط التقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

10 $h(x) = \frac{x - 6}{x + 2}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

11 $h(x) = \dfrac{x^2 - 4}{5x^2 - 5}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

عندما تكون درجة البسط *أكبر بمقدار واحد بالضبط* من درجة المقام، فإن التمثيل البياني يكون له *ميل* أو **مستقيم مقارب مائل**.

المفهوم الأساسي المستقيمات المقاربة المائلة

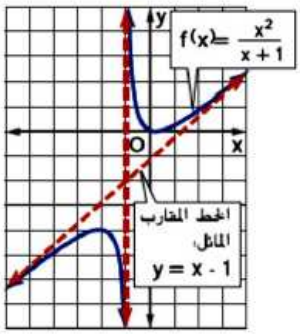
إذا كانت f هي الدالة النسبية وفقًا للمعطيات

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)} = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

حيث إن $b(x)$ لها درجة أكبر من 0 و $a(x)$ ولا توجد عوامل مشتركة للمعادلتين $b(x)$ غير 1. إذًا التمثيل البياني للدالة f يحتوي على مستقيم مقارب مائل إذا كانت قيمة $n = m + 1$. تكون دالة الخط المقارب المائل هي ناتج قسمة كثيرات الحدود $q(x)$ الناتج من قسمة $a(x)$ على $b(x)$.

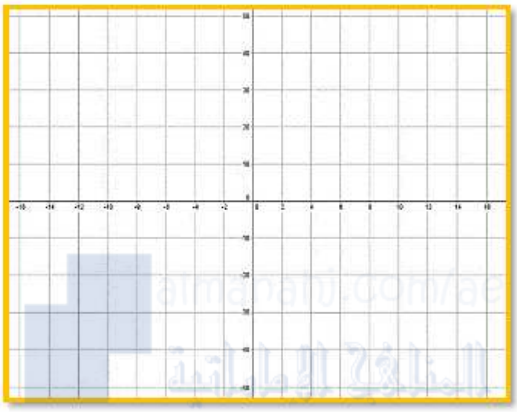
$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)} = \underbrace{q(x)}_{\text{دالة الخط المقارب المائل}} + \frac{r(x)}{b(x)}$$

مثال



تمثيل الدالة النسبية بيانيًا: $n = m + 1$

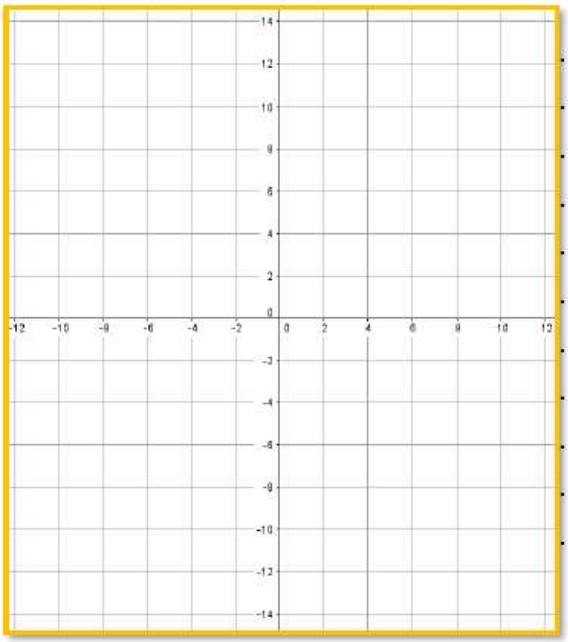
12 **حدّد أي مستقيمات مقاربة ونقاط التقاطع للدالة $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + x - 12}$ ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.**



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

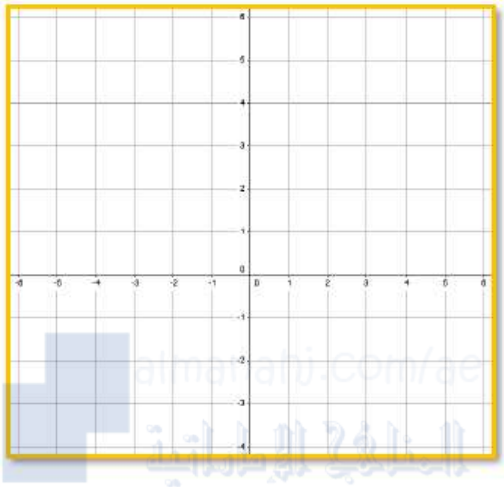
في كل دالة، حدد أي مستقيمات مقاربة ونقاط تقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

13 $h(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x + 4}$



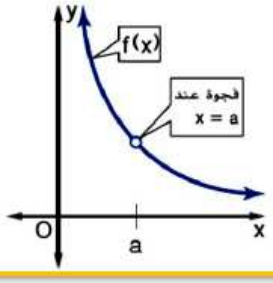
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

14 $p(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{2x - 3}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

عندما يكون لبسط الدالة النسبية ومقامها معاملات مشتركة، يكون للتمثيل البياني للدالة نقاط انفصال يمكن إزالتها تُسمى **فجوات**. عند النواتج الصفرية للعوامل المشتركة. تأكد من توضيح نقاط الانفصال هذه عندما تقوم بتمثيل الدالة بيانيًا.



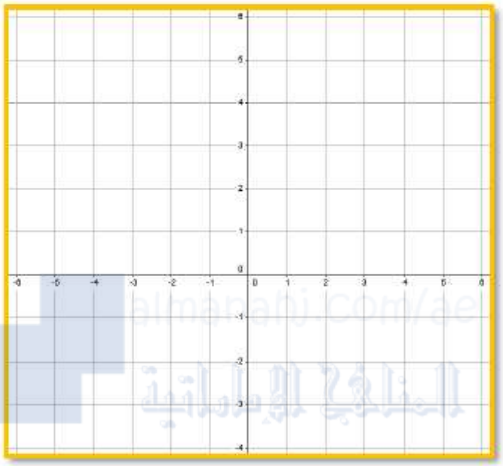
احذف العامل المشترك في البسط والمقام بالقسمة عليه. يكون الناتج الصفري لـ $x - a$ هو a.

$$f(x) = \frac{\cancel{(x-a)}(x-b)}{\cancel{(x-a)}(x-c)}$$

التمثيل البياني لدالة نسبية لها عوامل مشتركة

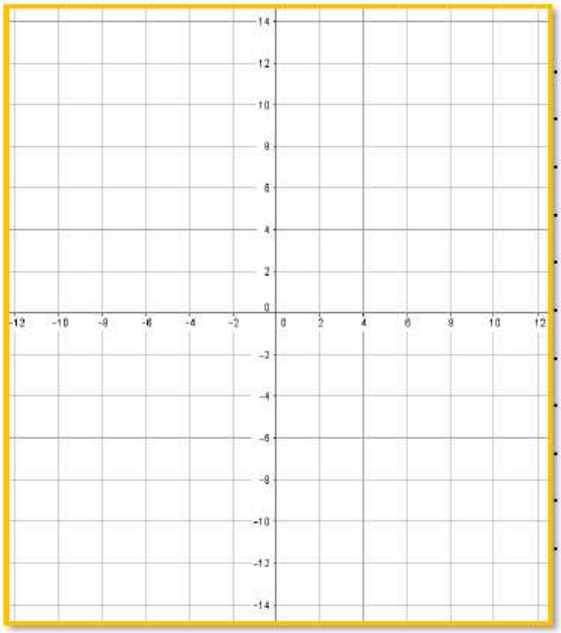
في كل دالة، حدّد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية والفجوات ونقاط التقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

15 $h(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$



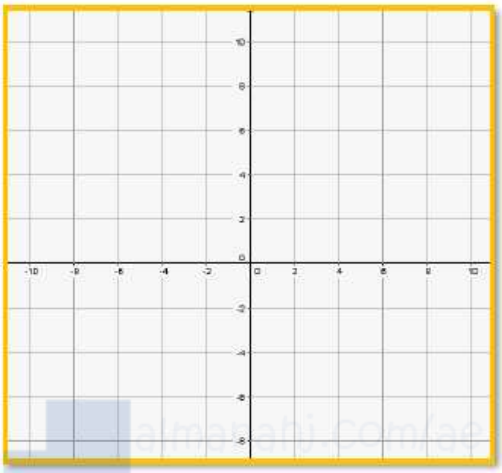
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

16 $g(x) = \dfrac{x^2 + 10x + 24}{x^2 + x - 12}$



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

17 $c(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x - 5}$



حل المعادلة النسبية

أوجد حلاً لكل من المعادلات التالية.

18 $x + \dfrac{6}{x - 8} = 0$

19 $\dfrac{20}{x + 3} - 4 = 0$

20 $\frac{9x}{x-2} = 6$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل معادلة نسبية باستخدام الحلول الدخيلة

أوجد حلاً لكل من المعادلات التالية.

21 $\frac{4}{x^2-6x+8} = \frac{3x}{x-2} + \frac{2}{x-4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

22 $\frac{2x}{x+3} + \frac{3}{x-6} = \frac{27}{x^2-3x-18}$

.....

.....

.....

.....

.....

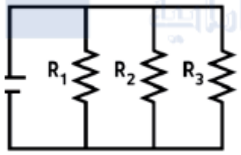
.....

.....

.....

.....

23 $-\frac{12}{x^2+6x}=\frac{2}{x+6}+\frac{x-2}{x}$



24 **الكهرباء** يوضح مخطط دائرة كهربية ثلاث مقاومات متوازية. إذا كانت R هي المقاومة المكافئة للمقاومات الثلاث،

إذًا $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$. في هذه الدائرة، R_1 تساوي ضعف مقاومة R_2، و R_3 تساوي 20 أوم. لنفترض أن المقاومة المكافئة تساوي 10 أوم. أوجد R_1 و R_2.

25 **الأجهزة الإلكترونية** لنفترض أن التيار I، بالأمبير، في دائرة كهربية، تم تحديده بالصيغة $I = t + \frac{1}{10 - t}$، حيث t هو الزمن بالثواني. في أي وقت يساوي التيار أمبير واحد؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

MATH 2020 2017-2018

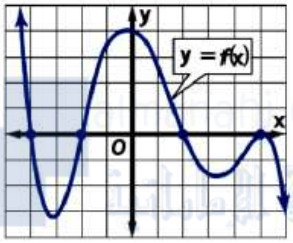
الدرس السادس **المتباينات غير الخطية** 1-6

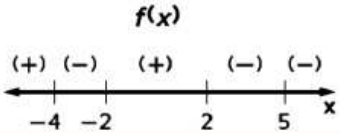
1 المتباينات كثيرة الحدود

إذا كانت $f(x)$ دالة كثيرة الحدود، فعندئذٍ تأخذ **المتباينة كثيرة الحدود** الصورة العامة $f(x) \neq 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$ أو $f(x) > 0$ أو $f(x) \geq 0$ وتكون التالية $f(x) < 0$ صحيحة عندما يكون $f(x)$ عددًا سالبًا، بينما تكون $f(x) > 0$ صحيحة عندما يكون $f(x)$ عددًا موجبًا.

في الدرس 1-1، تعلمت أن نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x لدالة كثيرة الحدود ما هي إلا أصفار حقيقية للدالة. عند ترتيبها، تنقسم أصفار المحور الأفقي x إلى فترات تكون قيمة $f(x)$ إما موجبة بشكل كامل (تكون أعلى المحور الأفقي x) أو سالبة بشكل كامل (تكون أسفل المحور الأفقي x).

بإيجاد إشارة $f(x)$ لقيمة واحدة فقط في كل فترة على المحور الأفقي x.
يمكنك تحديد الفترات التي تكون عليها الدالة موجبة أو سالبة.
بداية من فترات الاختبار الممثلة من خلال **مخطط الإشارات** الموجود في الجانب الأيسر، تعرف ما يلي:



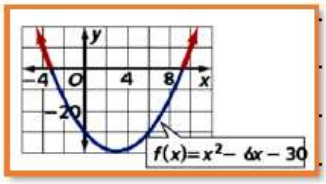


- $f(x) < 0$ على $(-4, -2) \cup (2, 5) \cup (5, \infty)$,
- $f(x) \leq 0$ على $[-4, -2] \cup [2, \infty)$,
- $f(x) = 0$ في $x = -4, -2, 2, 5$,
- $f(x) > 0$ على $(-\infty, -4) \cup (-2, 2)$, و
- $f(x) \geq 0$ على $(-\infty, -4] \cup [-2, 2] \cup [5, 5]$.

إيجاد حل لمتباينة كثيرة الحدود

أوجد حلاً للمتباينات التالية.

1 $x^2 - 6x - 30 > -3$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 $x^2 + 5x + 6 < 20$

.....

.....

.....

.....

.....

3 $(x-4)^2 > 4$

.....

.....

.....

.....

.....

إيجاد حل لمتباينة كثيرة الحدود باستخدام السلوك الطرفي

أوجد حلاً للمتباينات التالية.

4 $3x^3 - 4x^2 - 13x - 6 \leq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 $2x^2 - 10x \leq 2x - 16$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 $2x^3 + 7x^2 - 12x - 45 \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المتباينات كثيرة الحدود التي لها مجموعات حل غير عادية

أوجد حلاً للمتباينات التالية.

7 $x^2 + 5x + 8 < 0$

.....

.....

.....

.....

.....

8 $x^2 + 5x + 8 \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

9 $x^2 - 10x + 25 > 0$

.....

.....

.....

.....

.....

10 $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

11 $x^2 + 2x + 5 > 0$

.....

.....

.....

.....

.....

12 $x^2 + 2x + 5 \leq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

MATH 2020 2017-2018

13 $x^2 - 2x - 15 \leq -16$

.....

.....

.....

.....

.....

14 $x^2 - 2x - 15 > -16$

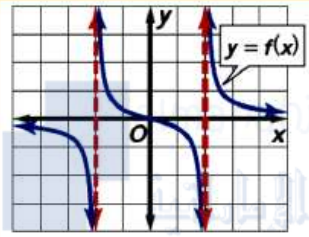
.....

.....

.....

.....

.....



2 المتباينات النسبية انظر في الدالة النسبية الموضحة على الجانب الأيسر. لاحظ الفترات التي تكون عليها $f(x)$ موجبة وسالبة. في حين يمكن أن تغير الدالة كثيرة الحدود من إشاراتها فقط في أصفارها الحقيقية، يمكن أن تغير الدالة النسبية من إشاراتها في الأصفار الحقيقية أو في نقاط الانقطاع لديها. لهذا السبب، عند حل أي **متباينة نسبية**، يجب عليك تضمين أصفار البسط والمقام في مخطط الإشارات.

يمكنك البدء في حل متباينة نسبية من خلال كتابة المتباينة أولاً بالصورة العامة مع تضمين تعبير نسبي واحد على اليسار وصفر على اليمين.

أوجد حلًا للمتباينات التالية.

15 $\frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1} > 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

16 $\dfrac{x+6}{4x-3} \geq 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

17 $\dfrac{x^2-x-11}{x-2} \leq 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18 $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{x+5}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....