تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل ومراجعة الوحدة الأولى الدوال العكسية
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الحادي عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الحادي عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	مراجعة لامتحان منتصف الفصل الأول
2	حساب المثلثات القائمة الزاوية
3	مراجعة في وحدة القوى
4	نموذج الاجابة لامتحان الوزارة
5	التوزيع الزمني للفصل الاول

Inverse Functions

SAIF ALDEEN

الأهداف

1. اثبات أن دالتان متعاكستان
2. اثبات أن الدالة واحد لواحد بيانياً و جبرياً

dxb

إن الدالة العكسية f^{-1} لها تأثير "إلغاء" عمل الدالة f. ولهذا السبب، يمكن تعريف الدوال العكسية أيضا بدلالة تركيبها مع بعضها البعض.

المفهوم الأساسي تركيب الدوال العكسية

تكون الدالتان f و g دالتين عكسيتين إذا وفقط إذا كانت

- $f[g(x)] = x$ لكل x في مجال $g(x)$ و
- $g[f(x)] = x$ لكل x في مجال $f(x)$.

لاحظ أن تركيب الدالة مع دالتها العكسية يكون دوما الدالة المحايدة. ويمكنك استخدام هذه الحقيقة للتأكد من صحة أن كلاً من الدالتين دالة عكسية للأخرى.

تحذير

Pay close attention to the notation. Notice that $f^{-1}(x)$ does *not* mean $\frac{1}{f(x)}$. We write the reciprocal of $f(x)$ as

$$\frac{1}{f(x)} = [f(x)]^{-1}.$$

ALDEEN

نصيحة دراسية

الدوال العكسية إن العبارة ثنائية الشرط "إذا وفقط إذا" في تعريف الدوال العكسية تعني أنه إذا كانت الدالة g معكوس الدالة f، فإن من الصحيح أيضا أن الدالة f هي معكوس الدالة g.

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

التمرين الأول : بيّن أن $f(g(x)) = x \ \ and \ \ g(f(x)) = x$ من أجل كل قيم X

Two Functions That Reverse the Action of Each Other

SAIF ALDEEN

1) $f(x) = x^5 \ \ and \ \ g(x) = x^{\frac{1}{5}}$

2) $f(x) = 4x^3 \ \ and \ \ g(x) = \left(\frac{1}{4}\,x\right)^{\frac{1}{3}}$

3) $f(x) = 2x^3 + 1 \ \ and \ \ g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$

4) $f(x) = \frac{1}{x+2} \ \ and \ g(x) = \frac{1-2x}{x} \ (x \neq 0 \, , x \neq -2)$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

أثبت أن f و g دالتان متعاكسان.

$f(x) = 18 - 3x,\ g(x) = 6 - \frac{x}{3}$

SAIF ALDEEN

$f(x) = x^2 + 10,\ x \geq 0;\ g(x) = \sqrt{x - 10}$

SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

تعريف دالة واحد لواحد :

تدعى الدالة f بأنها واحد لواحد حين تكون كل قيمة لـ y من المدى تقابل قيمة واحدة فقط لـ x من المجال

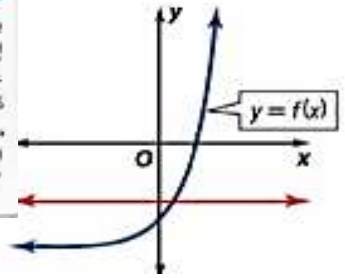
استخدم اختبار الخط الأفقي (لتحديد فيما إذا كانت الدالة واحد – لواحد أم لا

المفهوم الأساسي اختبار الخط الأفقي

الشرح تكون للدالة f الدالة العكسية f^{-1} إذا – فقط إذا– تقاطع كل مستقيم أفقي مع التمثيل البياني للدالة في نقطة واحدة على الأكثر.

مثال بما أنه لا يتقاطع أي مستقيم أفقي مع التمثيل البياني للدالة f أكثر من مرة، إذًا توجد الدالة العكسية f^{-1}.

نموذج



نصيحة دراسية

الدوال العكسية والقيم القصوى

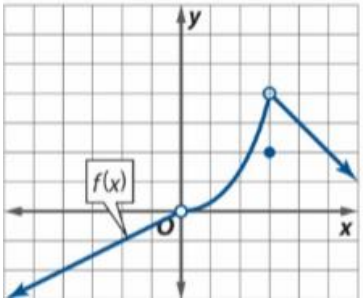
يكون للدالة المتصلة دالة عكسية إذا وفقط إذا لم يكن لها قيم عظمى أو قيم صغرى محلية. فإذا كانت لها قيم عظمى أو قيم صغرى محلية، فلن تجتاز إذًا اختبار المستقيم الأفقي ولن تكون دالة "واحد لواحد".

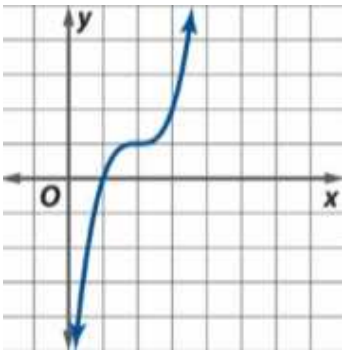
لاثبات أن الدالة واحد لواحد one –to – one

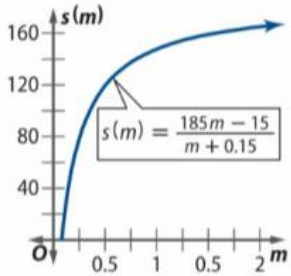
بيانياً : باستخدام اختبار الخط الأفقي

جبرياً : إذا كانت $f(a) = f(b)$ فإن $a = b$

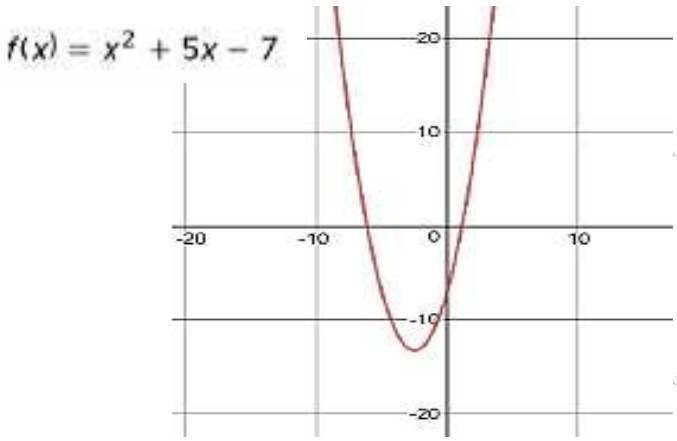
تمرين : أي من التمثيلات البيانية لا يمثل دالة واحد لواحد

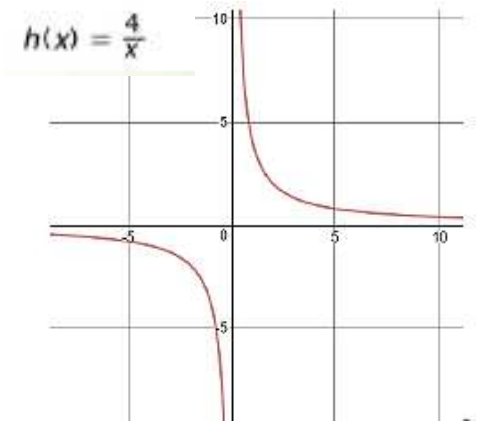






SAIF ALDEEN





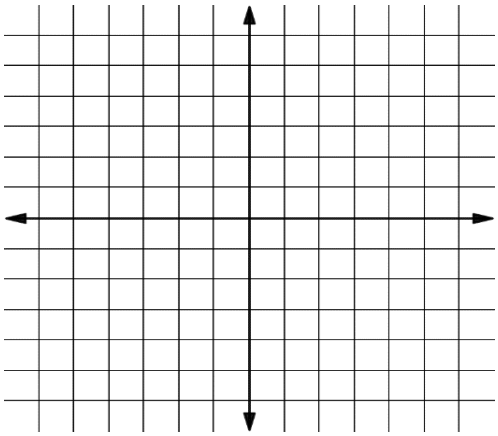
ALDEEN
ALDEEN

نظرية : يكون للدالة f دالة عكسية إذا و فقط إذا كانت واحد لواحد

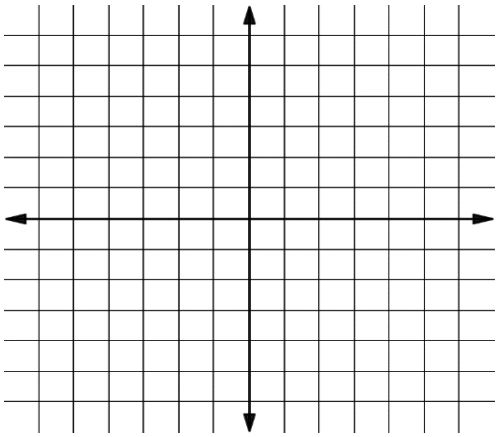
التمرين الثاني : استخدم تمثيلاً بيانياً لتحديد ما إن كانت الدالة دالة واحد لواحد ، ففي حال كانت كذلك ، مثّل الدالة الأصلية و الدالة العكسية ؟

In exercises 5–12, determine whether the function has an inverse (is one-to-one). If so, find the inverse and graph both the function and its inverse.

5) $f(x) = x^3 - 2$



6) $f(x) = x^2 + 1$



SAIF ALDEEN

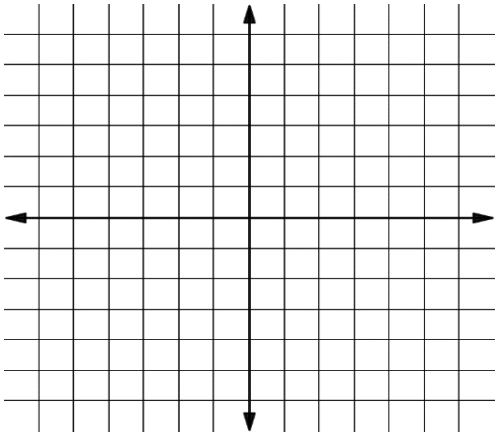
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

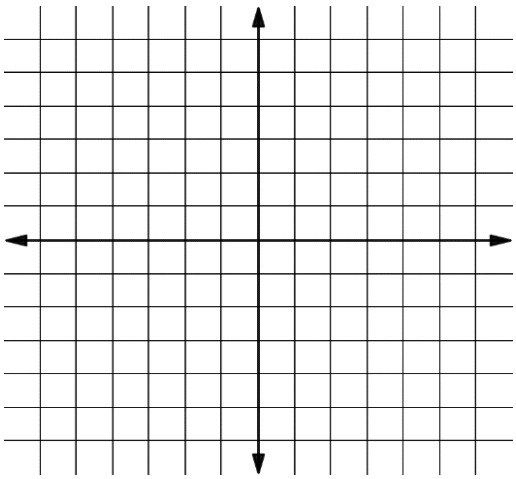
استخدم تمثيلاً بيانياً لتحديد ما إن كانت الدالة دالة واحد لواحد، ففي حال كانت كذلك ، مثّل الدالة الأصلية و الدالة لعكسية ؟

SAIF ALDEEN

$b*)\ f(x) = x^3 + 2x - 1$

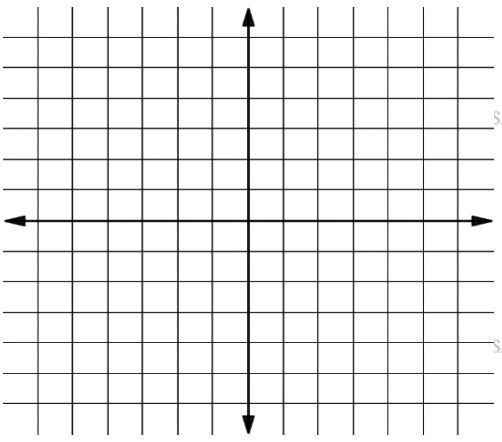


$11)\ f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$



$12)\ f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

SAIF ALDEEN



SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

الجزء الثاني

الأهداف

1. ايجاد قيم محددة للدالة العكسية
2. التمثيل البياني للدالة و معكوسها

SAIF ALDEEN

In exercises 13–18, assume that the function has an inverse. Without solving for the inverse, find the indicated function values.

التمرين الثالث : افترض أن للدالة دالة عكسية ، أوجد قيم الدالة المحددة **بدون الحل** لايجاد الدالة العكسية.

13) $f(x) = x^3 + 4x - 1$,

$(a)\ f^{-1}(-1)$ $(b) f^{-1}(4)$

14) $f(x) = x^3 + 2x + 1$

$(a)\ f^{-1}(1)$ $(b) f^{-1}(13)$

SAIF ALDEEN

15) $f(x) = x^5 + 3x^3 + x,$ (a) $f^{-1}(-5),$ (b) $f^{-1}(5)$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

افترض أن للدالة دالة عكسية ، أوجد قيم الدالة المحددة بدون الحل لايجاد الدالة العكسية.

16) $f(x) = x^5 + 4x - 2,$ (a) $f^{-1}(38),$ (b) $f^{-1}(3)$

SAIF ALDEEN

17) $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4},$ (a) $f^{-1}(4),$ (b) $f^{-1}(2)$

SAIF ALDEEN

18) $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1},$ (a) $f^{-1}(3),$ (b) $f^{-1}(1)$

SAIF ALDEEN

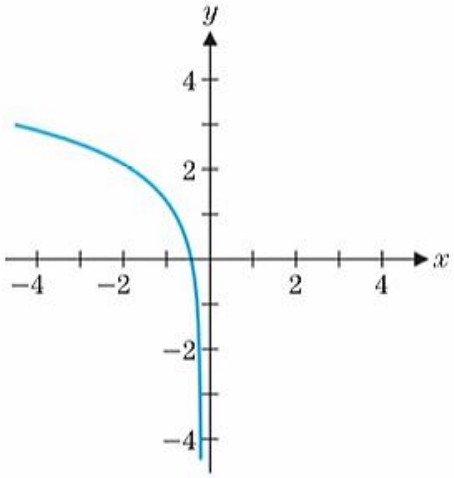
SAIF ALDEEN

التمرين الرابع : استخدم التمثيل البياني المعطى لتمثيل الدالة العكسية بيانياً .

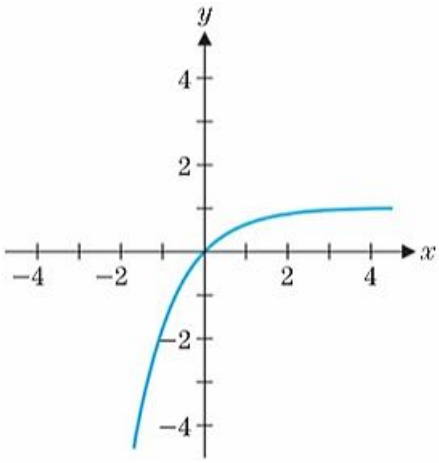
In exercises 19–22, use the given graph to graph the inverse function.

SAIF ALDEEN

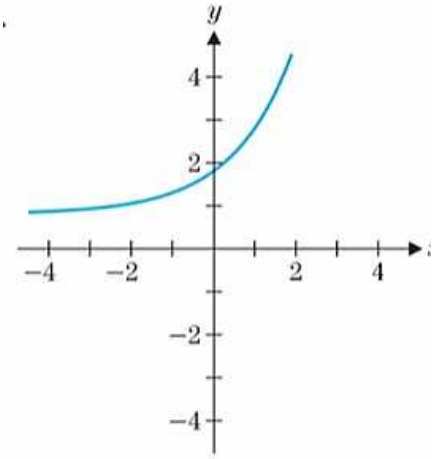
22)



21)



19)



التمرين الخامس : افترض أن للدالة f دالة عكسية أي من العبارات التالية خاطئة

23) إذا كان مدى الدالة f هو كل قيم $y > 0$ فإن مجال الدالة f^{-1} هو جميع قيم $x > 0$

24) إذا كان التمثيل البياني للدالة f يتضمن النقطة (a, b) فإن التمثيل البياني للدالة f^{-1} يتضمن النقطة (b, a)

SAIF ALDEEN

25) إذا كانت الدالة f غير معرفة عند $x = 3$ فإن الدالة f^{-1} غير معرفة عند $x = 3$

SAIF ALDEEN

D) إذا كان التمثيل البياني للدلة f لا يقطع المستقيم $y = 3$ إذاً f^{-1} ليست معرفة عند $x = 3$

SAIF ALDEEN

الجزء الثالث

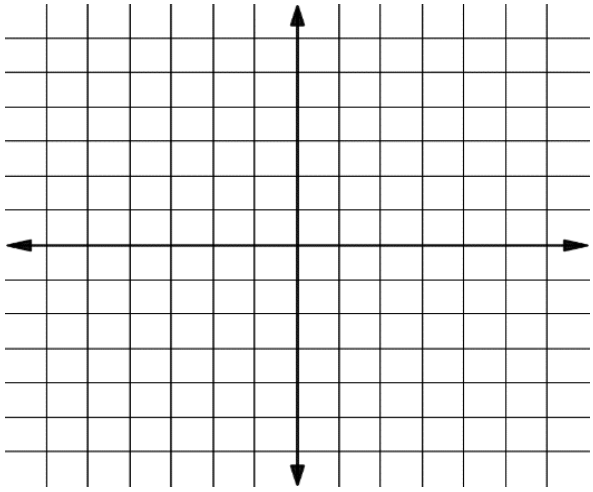
1. الدوال المعكوسة على مجالات مقيدة
2. تقييد مجال الدالة لتصبح واحد لواحد

SAIF ALDEEN

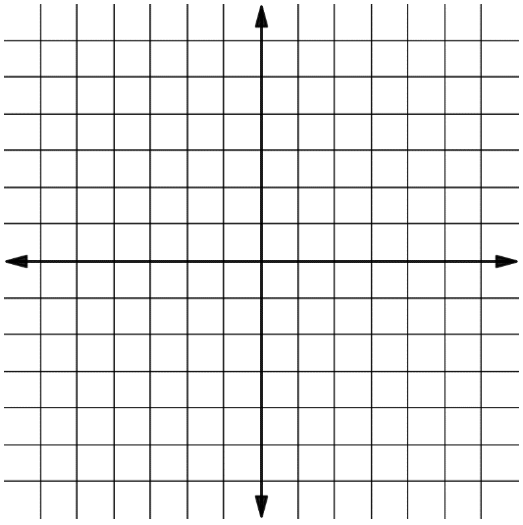
التمرين الخامس :

Exercises37–46involveinversefunctionsonrestricteddomains.

37) وضّح أن $f(x) = x^2\ (x \geq 0)\ and\ g(x) = \sqrt{x}\ (x \geq 0)$ **دالتان متعاكستان ، و مثل كلتا الدالتين بيانياً .**

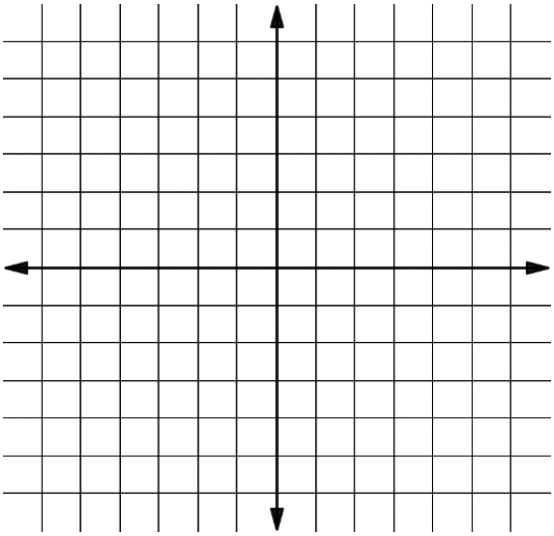


38) وضح أن $(x \geq -1)\ f(x) = x^2 - 1\ (x \geq 0)\ and\ g(x) = \sqrt{x+1}$ **دالتان متعاكستان و مثّل كلتان الدالتين بيانياً**



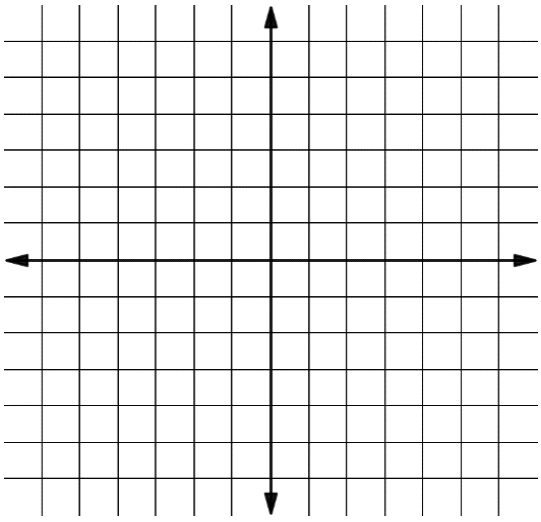
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

41) مثل الدالة $f(x) = (x-2)^2$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً .



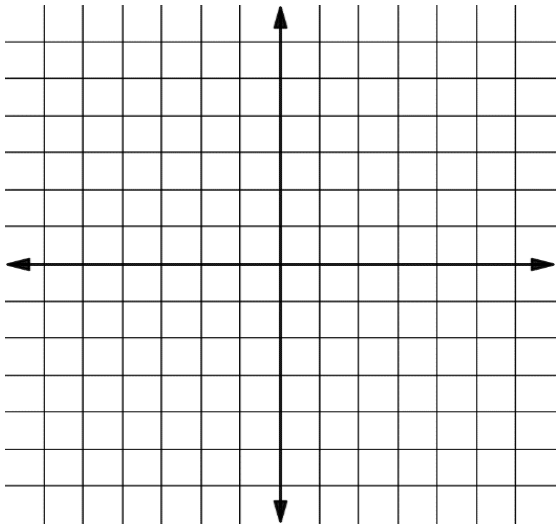
SAIF ALDEEN

4) مثل الدالة $f(x) = x^2 - 2$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً



SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

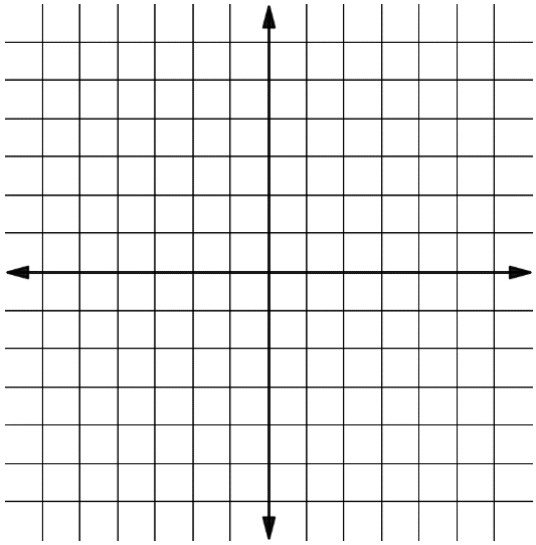
43) مثل الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً



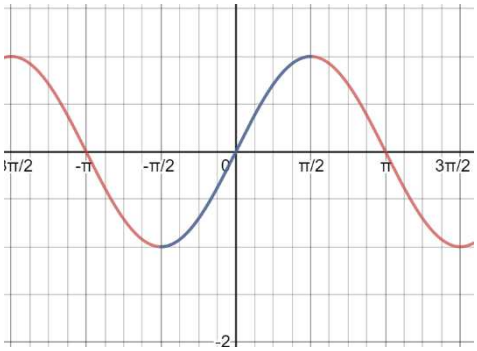
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

44) مثل الدالة $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً

SAIF ALDEEN



45) مثّل الدالة $f(x)=\sin x$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً



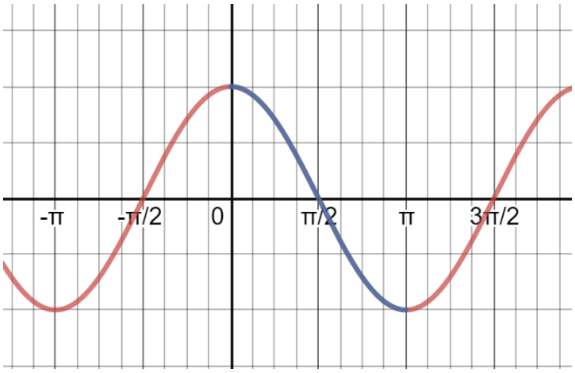
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

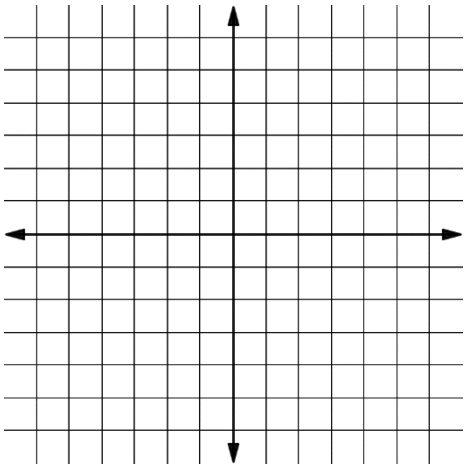
SAIF ALDEEN

46) مثل الدالة $f(x) = \cos x$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً

SAIF ALDEEN



B*) مثل الدالة $f(x) = \tan x$ بيانياً ، و أوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد ، أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ، و مثّل كلتا الدالتين بيانياً



SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

التمرين السادس :

1) افترض أن أحد الموظفين نال زيادةً في الراتب بنسبة 6% مع علاوة قدرها 500 درهم ، أوجد مقلوب هذا الأجر في الحالات التالية

أ) أتت الزيادة بنسبة 6% قبل العلاوة .

ب) أتت الزيادة بنسبة 6% بعد العلاوة .

2) أي من الدوال الموصوفة لها دالة عكسية (اختر جميع الأجوبة الصحيحة)

A) يتغير دخل أحدى الشركات مع الزمن

B) يتغير طول شخص مع الزمن

C) عند اسقاط كرة ، يتغير ارتفاعها مع الزمن

D) عند رمي كرة إلى أعلى ، يتغير ارتفاعها مع الزمن

E) يعتمد عدد السعرات الحرارية المحروقة على مدى سرعة جريان الشخص

الدالة العكسية للدالة $f(x)=\frac{2x-1}{x}$

$a)\ f^{-1}(x)=\frac{1}{2+x}$

$b)\ f^{-1}(x)=\frac{x}{2x-1}$

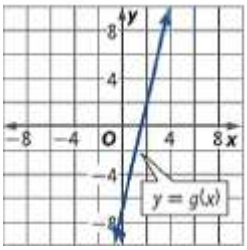
$c)\ f^{-1}(x)=\frac{1}{2-x}$

$d)\ f^{-1}(x)=\frac{-1}{2+x}$

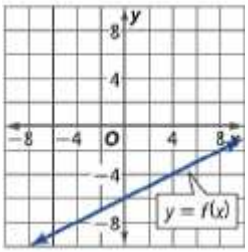
أي من الدوال التالية ليست واحد – لواحد

SAIF ALDEEN

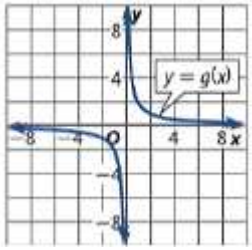
a



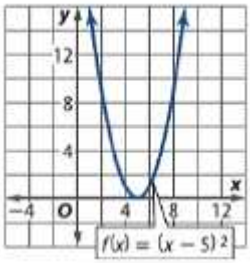
b



c



d



لتكن الدالة $f(x) = x^3 - ax$ ، و كانت النقطة $(-1,2)$ تقع على منحنى الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ فإن قيمة a تساوي

$a)\ a = \frac{-9}{2}$

$b)\ a = 3$

SAIF ALDEEN

$c)\ a = \frac{9}{2}$

$d)\ a = 5$

SAIF ALDEEN
ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

بعض الدوال الشهيرة التي تكون واحد لواحد في مجالها

1) $f(x) = a\,log\,(bx + c) + d$

2) $f(x) = a\,e^{bx+c} + d$

3) $f(x) = ax + b$

4) $f(x) = \dfrac{a}{bx + c} + d$

5) $f(x) = a\sqrt[3]{bx + c} + d$

6) $f(x) = a\,(bx + c)^3 + d$

SAIF ALDEEN

جميع الدوال المثلثية العكسية

$f(x) = a\,sin^{-1}(bx + c) + d,\quad f(x) = a\,cos^{-1}(bx + c) + d,\quad f(x) = a\,tan^{-1}(bx + c) + d$

$f(x) = a\,csc^{-1}(bx + c) + d\quad,\quad f(x) = a\,sec^{-1}(bx + c) + d\quad,\quad f(x) = a\,cot^{-1}(bx + c) + d$

SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN

1) أوجد كل قيم k التي تجعل الدالة $f(x) = x^3 + kx + 1$ دالة واحد لواحد .

SAIF ALDEEN

2) أوجد كل قيم k التي تجل $f(x) = x^3 + 2x^2 + kx - 1$ دالة واحد لواحد.

SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN