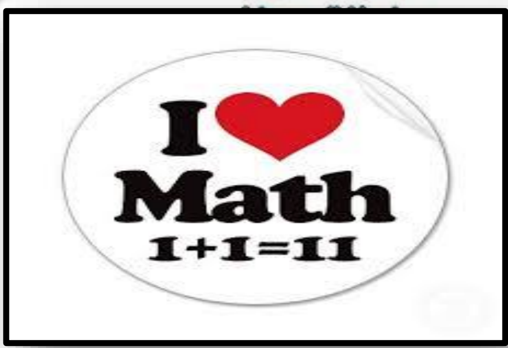
المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني	
شرح الدرس الثالث Angles of Difference and Sum Identities عشرة الحادية الوحدة من	5

ASHBAL AL QUDS PRIVATE SECONDARY SCHOOL

مدرسة أشبال القدس الثانوية الخاصة



الوحدة الخامسة انظمة المعادلات والمصفوفات للصف الحادي عشر متقدم

(للفصل الدراسي الثاني للعام2023-2022)

هذه الأوراق لا تغني عن كتاب الطالب

اعداد المعلمة: ماجدة علي خلف الله

5-2 ضرب المصفوفات والمعكوسات والمحددات

نواتج التعلم :

1) تحديد رتبة المصفوفة 2) إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين.

3) استنتاج المصفوفتين العكسيتين. 4) ايجاد محدد ومعكوس المصفوفات 2×2 , 3×3

مثال 1 رتبة مصفوفة ناتج الضرب

هل يمكن إيجاد $\underline{A}\cdot\underline{B}$ في كلٍّ مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

a) $\underline{A}_{3\times4}\cdot\underline{B}_{4\times2}$

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$3\times4 \quad 4\times2 \quad 3\times2$$

بما أن عدد أعمدة المصفوفة $\underline{A}$ يساوي عدد صفوف المصفوفة $\underline{B}$، فإن مصفوفة حاصل الضرب $\underline{A}\cdot\underline{B}$ معرّفة، ورتبتها 3×2 .

b) $\underline{A}_{5\times3}\cdot\underline{B}_{5\times4}$

$$\underline{A} \cdot \underline{B}$$

$$5\times3 \quad 5\times4$$

بما أن عدد أعمدة المصفوفة $\underline{A}$ لا يساوي عدد صفوف المصفوفة $\underline{B}$، فإن مصفوفة حاصل الضرب $\underline{A}\cdot\underline{B}$ غير معرّفة.

إرشادات للدراسة

رمز المصفوفة

أحيانًا تكتب $\underline{A}_{m\times n}$ لتعبر عن مصفوفة $\underline{A}$ رتبتها m×n .

تمارين تحقق من فهمك

1) اذا كانت $B=\begin{bmatrix}5\\1\end{bmatrix}$ $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\1 & -1\end{bmatrix}$ فإن ابعاد $A\times B$

a) 1×1 b) 2×1 c) 1×2 d) 2×2

2) ما أبعاد المصفوفة التي تنتج عن عملية الضرب الموضحة؟

$$\begin{bmatrix} a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} j\\ k\\ l\end{bmatrix}$$

F 1×3 **H** 3×3

G 3×1 **J** 4×3

تحقق من فهمك

ما أبعاد المصفوفة التي تنتج عن عملية الضرب الموضحة؟

1A) $\underline{A}_{4\times 6}\cdot\underline{B}_{6\times 2}$ 1B) $\underline{A}_{3\times 2}\cdot\underline{B}_{3\times 2}$

استيراتيجية فكر زاوج شارك (تعلم تعاونى)

اختيار من متعدد : إذا كانت المصفوفة $\underline{XY}$ من النوع 2×3 ، والمصفوفة $\underline{X}$ من النوع 3×4، فما رتبة المصفوفة $\underline{Y}$؟

A 2×3 C 3×4

B 3×2 D 4×2

تدريب على الاختبار 2016-2017

إذا كانت A مصفوفة أبعادها 2×3 ، وكانت B مصفوفة أبعادها 3×2 فإن أبعاد $A \times B$ هو

a) 3×2 b) 3×3 c) 2×2 d) غير محدد

ضرب المصفوفات: يمكنك ضرب مصفوفتين إذا وفقط إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية. وعند ضرب المصفوفة $\underline{A}$ ذات الرتبة $m \times r$ في المصفوفة $\underline{B}$ ذات الرتبة $r \times t$ ، فإن الناتج هو المصفوفة $\underline{AB}$ ذات الرتبة $m \times t$.

$$\underset{m \times r}{\underline{A}} \quad \cdot \quad \underset{r \times t}{\underline{B}} \quad = \quad \underset{m \times t}{\underline{AB}}$$

متساويان

رتبة AB

يمكنك إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في عناصر أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج.

مفهوم أساسي — ضرب المصفوفات

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: العنصر في الصف m والعمود r من المصفوفة $\underline{AB}$ هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف m من المصفوفة $\underline{A}$ ، بعناصر العمود r من المصفوفة $\underline{B}$ بالترتيب.

الرموز:

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\times5+3\times7 & 2\times6+3\times8 \\ 1\times5+4\times7 & 1\times6+4\times8 \end{bmatrix}$$

انتبه للشرح ودون ملاحظاتك

مثال 2 ضرب المصفوفات المربعة

أوجد XY إذا كانت $Y = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$

$$XY = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

خطوات الحل

تأكد من حلك باستخدام الآلة

جمع وطرح وضرب المصفوفات بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

1) كتابة المصفوفة A: $\boxed{1}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\text{MODE}}$

واختر رتبة المصفوفة، وأدخل كل عنصر متبوعًا بـ $\boxed{=}$ وبعد الانتهاء من كافة العناصر اضغط $\boxed{\text{AC}}$

2) كتابة المصفوفة B: $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$

واختر رتبة المصفوفة، وأدخل كل عنصر متبوعًا بـ $\boxed{=}$ وبعد الانتهاء من كافة العناصر اضغط $\boxed{\text{AC}}$

3) اجراء العمليات:

$\boxed{=}$ $\boxed{4}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{+ \text{ أو } - \text{ أو } \times}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$

تحقق من فهمك

2) إذا كانت $\underline{V} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{U} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $\underline{U}\,\underline{V}$.

التدريب على الاختبار 2022 تمرين 1 (فكر زاوج شارك)

ضرب المصفوفات 1

إذا كان

$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

أوجد AB إن وُجدت.

If

$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

find AB if it exists.

a. $\begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ 15 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 7 & 15 & -4 \end{bmatrix}$

c. غير موجودة
does not exist

d. $\begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ -4 \end{bmatrix}$

استراتيجية ابحث عن صديق (صحح اجابتك)

1)اوجد ناتج ضرب $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ان امكن **(امتحان 12 عام 2017-2018)**

a) $\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 3 & -6 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$ d)$\begin{bmatrix} -6 & 3 \end{bmatrix}$

2) اوجد ناتج ضرب $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ان امكن

a) $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ d)$\begin{bmatrix} -4 & 3 \end{bmatrix}$

3) اذا كانت B=$\begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ A=$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ اوجد A B

a) $\begin{bmatrix} -2 \\ 17 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 14 & 41 \end{bmatrix}$ c) لا يوجد d)$\begin{bmatrix} 2 & 17 \end{bmatrix}$

(امتحان 12 عام 2019-2020) تعليم كبار

4) اذا كانت A=$\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ B=$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ اوجد A B

a)لا يمكن b) $\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 4 & 24 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ d)$\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$

ربط المادة بالحياة (قراءة صامته للحل دون ملاحظاتك ثم مناقشة جماعية)

مثال 3 من واقع الحياة — ضرب المصفوفات

سباحة: في مسابقة للسباحة بين أربع فرق سجلت 7 نقاط لمن يحل في المركز الأول، و 4 نقاط لمن يحل في المركز الثاني، ونقطتان لمن يحل في المركز الثالث. استعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج مسابقة السباحة لكل فريق لتحديد الفريق الفائز في المسابقة.

الفريق	المركز الأول	المركز الثاني	المركز الثالث
A	4	7	3
B	8	9	1
C	10	5	3
D	3	3	6

اكتب كلًّا من النتائج والنقاط التي تم الحصول عليها في مصفوفتين، ورتب المصفوفتين على أن يكون عدد الصفوف في مصفوفة النقاط يساوي عدد الأعمدة في مصفوفة النتائج.

النقاط

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

النتائج

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

اضرب المصفوفتين. $\underline{RP}$

$$\underline{RP} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(7)+7(4)+3(2) \\ 8(7)+9(4)+1(2) \\ 10(7)+5(4)+3(2) \\ 3(7)+3(4)+6(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62 \\ 94 \\ 96 \\ 45 \end{bmatrix}$$

تبين مصفوفة حاصل الضرب عدد النقاط التي أحرزها كلٌّ من الفرق A, B, C, D على الترتيب؛ لذا فالفريق C هو الفائز في المسابقة؛ لأنه حصل على أكبر مجموع من النقاط وهو 96 نقطة.

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكّر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلٌّ منهما نظيرًا ضربيًّا للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مفهوم أساسي

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها $\underline{I}$ هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة $\underline{A}$ لها رتبة مصفوفة الوحدة $\underline{I}$ نفسها، فإن $\underline{A} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \underline{A} = \underline{A}$.

الرموز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، وَ $\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

مثال:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفتان $\underline{A}, \underline{B}$ مربعتين ولهما الرتبة نفسها، وكان $\underline{A}\underline{B} = \underline{B}\underline{A} = \underline{I}$ فإن المصفوفة $\underline{B}$ تُسمى **نظيرًا ضربيًا للمصفوفة** $\underline{A}$، وكذلك تُسمى المصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًا للمصفوفة $\underline{B}$. وإذا كان للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز $\underline{A}^{-1}$، حيث $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{I}$

مثال 1 التحقق من النظير الضربي

حدِّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى أم لا فيما يأتي:

a) $\underline{A} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

كل من المصفوفتين $\underline{A}, \underline{B}$ تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى إذا وفقط إذا كان $\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{B} \cdot \underline{A} = \underline{I}$.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$ اكتب المعادلة

$$= \begin{bmatrix} -1+1 & 2-2 \\ -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} & 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$ اضرب المصفوفتين

بما أن $\underline{A} \cdot \underline{B} \neq I$، فإن أيًا منهما لا تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى.

$$F=\begin{bmatrix}3 & -5\\ -2 & 6\end{bmatrix},\ G=\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & \frac{5}{8}\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}$$ (b

كلٌّ من المصفوفتين F, G تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى إذا وفقط إذا كان $\underline{F}\cdot\underline{G}=\underline{G}\cdot\underline{F}=\underline{I}$

اكتب المعادلة
$$\underline{F}\cdot\underline{G}=\begin{bmatrix}3 & -5\\ -2 & 6\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & \frac{5}{8}\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{9}{4}-\frac{5}{4} & \frac{15}{8}-\frac{15}{8}\\ -\frac{6}{4}+\frac{6}{4} & -\frac{10}{8}+\frac{18}{8}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$
اضرب المصفوفتين

اكتب المعادلة
$$\underline{G}\cdot\underline{F}=\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & \frac{5}{8}\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & -5\\ -2 & 6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{9}{4}-\frac{10}{8} & -\frac{15}{4}+\frac{30}{8}\\ \frac{3}{4}-\frac{6}{8} & -\frac{5}{4}+\frac{18}{8}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$
اضرب المصفوفتين

بما أن $\underline{F}\cdot\underline{G}=\underline{G}\cdot\underline{F}=\underline{I}$، فإن كلًّا من المصفوفتين $\underline{F}, \underline{G}$ نظير ضربي للأخرى.

إرشادات للدراسة

التحقق من النظير الضربي

بما أن عملية ضرب المصفوفات ليست عملية إبدالية، فمن الضروري التأكد من الضرب في الاتجاهين.

وضح اذا كانت كلا من المصفوفتين التاليين عكسيتين ام لا

(b $\underline{F} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}, \underline{G} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$

كلٌّ من المصفوفتين F, G تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى إذا وفقط إذا كان $\underline{F} \cdot \underline{G} = \underline{G} \cdot \underline{F} = \underline{I}$

$$\underline{F} \cdot \underline{G} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

اكتب المعادلة

$$= \begin{bmatrix} \frac{9}{4} - \frac{5}{4} & \frac{15}{8} - \frac{15}{8} \\ -\frac{6}{4} + \frac{6}{4} & -\frac{10}{8} + \frac{18}{8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اضرب المصفوفتين

$$\underline{G} \cdot \underline{F} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{5}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

اكتب المعادلة

$$= \begin{bmatrix} \frac{9}{4} - \frac{10}{8} & -\frac{15}{4} + \frac{30}{8} \\ \frac{3}{4} - \frac{6}{8} & -\frac{5}{4} + \frac{18}{8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اضرب المصفوفتين

بما أن $\underline{F} \cdot \underline{G} = \underline{G} \cdot \underline{F} = \underline{I}$، فإن كلًّا من المصفوفتين $\underline{F}, \underline{G}$ نظير ضربي للأخرى.

المصفوفة المحايدة

تحقق من فهمك

1) حدد اذاكانت المصفوفتان A ,B مصفوفتين متعاكستين (امتحان 11 م 2018-2019)

$$A=\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}$$

2) حدد اذاكانت المصفوفتان A ,B مصفوفتين عكسيتين (امتحان 12 عام 2016-2017)

$$B=\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix} \qquad A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

3) اذا كان كل من A,B مصفوفتين متعاكستين 2×2 فما المصفوفة التي تمثل ناتج ضرب A,B

(امتحان 12 عام 2017-2018)

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

تحقق من فهمك

4) إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ ، فهل $\underline{A}\underline{B} = \underline{B}\underline{A}$ ؟

المحدِّدات: كل مصفوفة مربعة لها **محدِّدة**، وتسمى محدِّدة المصفوفة من النوع 2×2 **محدِّدة الدرجة الثانية**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

محدِّدة الدرجة الثانية

التعبيراللفظي: يرمز لمحدِّدة المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحًا منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

بالرمــوز: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$

القطر الرئيس

مثال: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-3)(5) = 39$

محددة الدرجة الثانية:

وهي على الصورة:

المحددة | قيمة المحددة

$$\begin{vmatrix} a & b \\ C & d \end{vmatrix} = a\,d - Cb$$

حاصل ضرب عنصري القطر الرئيسي

حاصل ضرب عنصري القطر الآخر

قراءة الرياضيات

المحدِّدات:

يرمز لمحدِّدة المصفوفة $\underline{A}$ بالرمز $|\underline{A}|$

مثال 1 محدِّدة الدرجة الثانية

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

(a $\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 5(9) - 8(-4)$$ تعريف محدِّدة الدرجة الثانية

$$= 45 + 32$$ بسّط

$$= 77$$

(b $\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 4 & -11 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 4 & -11 \end{vmatrix} = 0(-11) - 4(6)$$ تعريف محدِّدة الدرجة الثانية

$$= 0 - 24$$ بسّط

$$= -24$$

<u>اوجد محدد (det) كل مصفوفة ان وجد</u>

b) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

a) $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 8 & -12 \end{bmatrix}$

يمكنك استعمال المحدِّدات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

مفهوم أساسي النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

أضف إلى مطويتك

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$،
وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$.

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محدِّدة مصفوفةٍ ما تساوي صفرًا، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

إرشادات للدراسة

لاحظ تبديل موضعي عنصري القطر الرئيس، وتغيير إشارتي عنصري القطر الآخر عند حساب A^{-1}.

إرشادات للدراسة

خطوات إيجاد النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A}$ من الرتبة 2×2.

1) أوجد قيمة $|\underline{A}|$، فإذا كان $|\underline{A}| = 0$ ، فإنه ليس للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي، وإذا كان $|\underline{A}| \neq 0$ ، فإن للمصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًا نجده كما في الخطوات $4 - 2$.

2) بادل بين موضعي عنصري القطر الرئيس.

3) غيِّر إشارتي عنصري القطر الآخر.

4) اضرب المصفوفة الناتجة بعد إجراء الخطوتين $2, 3$ في العدد $\frac{1}{|\underline{A}|}$، فتحصل على $\underline{A}^{-1}$.

إيجاد المعكوس الضربي (النظير) للمصفوفة

لإيجاد النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، نتبع الخطوات التالية:

1) نوجد محددة A.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

فإن كانت تساوي صفراً فمعنى ذلك أنه لا يوجد نظير ضربي للمصفوفة، أما إذا كانت لا تساوي صفراً ننتقل للخطوة الثانية.

2) نبدل موقعي العنصرين $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ثم نغير إشارات $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. فتصبح كما يلي:

$$\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

3) نضرب المصفوفة $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ بالعدد $\frac{1}{bc - ad}$ فنحصل على نظير المصفوفة المعطاة.

محدد ومعكوس المصفوفة 2×2 بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

1) اضغط 5 1 6 MODE

2) أدخل عناصر المصفوفة وبعد كل عنصر اضغط = وبعد الانتهاء من كافة العناصر اضغط AC

3) اضغط 7 4 SHIFT

4) اضغط = 3 4 SHIFT

إيجاد المحدد

5) اضغط = x^{-1} 3 4 SHIFT إيجاد المعكوس

ملاحظة:

عناصر المعكوس تظهر على شاشة الآلة الحاسبة على صورة كسر عشري

يمكنك المرور باستخدام  على كل عنصر ليظهر على صورة عدد كسري

1) اذا كانت $A=\begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ فأوجد A^{-1} ان وجدت (امتحان 12 عام 2017-2018)

a) $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ d) لايمكن ايجاد الناتج

2) اوجد معكوس $A=\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ ان وجدت

a) $\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ d) لايمكن ايجاد الناتج

3) اذا كان $A=\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ اوجد A^{-1} ان وجدت

a) لايوجد b $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

امتحان 2019-2020 11م

أوجد A^{-1} إن وجدت. $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\-2 & -3\end{bmatrix}$

A	$A^{-1}=\begin{bmatrix}-3 & -2\\5 & 3\end{bmatrix}$
B	$A^{-1}=\begin{bmatrix}-3 & 5\\-2 & 3\end{bmatrix}$
C	A ليس لها معكوس
D	$A^{-1}=\begin{bmatrix}-3 & -5\\2 & 3\end{bmatrix}$

التدريب على الاختبار 2016-2017

14) المصفوفة العكسية للمصفوفة $A=\begin{pmatrix}-3 & -3\\4 & 4\end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & \frac{3}{20}\\ \frac{-1}{5} & \frac{1}{10}\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & \frac{3}{10}\\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10}\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & \frac{3}{10}\\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10}\end{pmatrix}$

d) لا يمكن ايجادها

التدريب على الاختبار 2022

إيجاد معكوس المصفوفات 1

Find the Inverse $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$, if it exists.

أوجد معكوس $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$، إن وُجد.

a. $\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$

d. غير موجود

does not exist

1) اوجد قيم n بحيث لايمكن حل نظام الذي تعبر عنه المصفوفة الموسعة $\left[\begin{array}{cc:c} n & 6 & 8 \\ 1 & -2 & 3 \end{array}\right]$

a)3 b)1 c)-6 d)-3

2) اوجد قيم n بحيث لايمكن حل نظام الذي تعبر عنه المصفوفة الموسعة $\left[\begin{array}{cc:c} n & 8 & 8 \\ 1 & -2 & 3 \end{array}\right]$

a)8 b)4 c)-4 d)-8

3) حدد المصفوفة المنفردة في المصفوفات الآتية

a) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

محدد المصفوفة 3×3

مثال اوجد محدد المصفوفة ان وجد **(امتحان 11 م 2018-2019)**

$$A=\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

خطوات الحل

(امتحان 12 عام 2017-2018)

1)اذا كانت $A=\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة محدد $|A|$ **(امتحان 12 عام 2017-2018)**

a) 20 b) 19 c) -19 d) 21

محدد ومعكوس المصفوفة 3×3 بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

1) اضغط $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\text{MODE}}$

2) أدخل عناصر المصفوفة وبعد كل عنصر اضغط $\boxed{=}$ وبعد الانتهاء من كافة العناصر اضغط $\boxed{\text{AC}}$

3) اضغط $\boxed{7}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$

4) اضغط $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$

إيجاد المحدد

5) اضغط $\boxed{=}$ $\boxed{x^{-1}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ إيجاد المعكوس

ملاحظة:

عناصر المعكوس تظهر على شاشة الآلة الحاسبة على صورة كسر عشري

يمكنك المرور باستخدام  **على كل عنصر ليظهر على صورة عدد كسري**

2) اذا كانت $A=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ فأوجد قيمة محدد $|A|$

a) 2 b) 1 c) 0 d) -1

(امتحان 11 م 2018-2019)

أوجد محدد المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & -5 & 2 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

5-3 حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر

أهداف الدرس: 1) حل أنظمة المعادلات باستخدام المصفوفات العكسية .

2- تطبيق قاعدة كرامر لحل انظمة المعادلات الخطية

1 استخدام المصفوفات العكسية

إذا تساوى عدد المعادلات مع المتغيرات في نظام المعادلات الخطية فإن مصفوفة المعاملات الخاصة به تكون مربعة ويقال حينئذ إن النظام **نظام مربع**. وإذا كانت مصفوفة المعاملات المربعة هذه لها معكوس فحينها يكون للنظام حل وحيد.

المفهوم الأساسي الأنظمة الخطية المربعة التي لها معكوس

لنفرض أن A هو مصفوفة المعاملات لنظام n من المعادلات الخطية في n من المتغيرات تحددها المعادلة $AX = B$، حيث X هو مصفوفة المتغيرات و B هو مصفوفة الثوابت. إذا كانت A لها معكوس، يكون لنظام المعادلات حل وحيد تحدده المعادلة $X = A^{-1}B$.

$$AX = B \quad \Rightarrow \quad X = A^{-1}B$$

استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات، إن أمكن.

1B. $-3x + 9y = 36$
$7x - 8y = -19$

اكتب النظام في مصفوفة بالشكل $AX = B$.

$$\begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 7 & -8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ -19 \end{bmatrix}$$

استخدم هذه الصيغة مع معكوس مصفوفة 2×2 لإيجاد المعكوس A^{-1}.

$$A^{-1} = \frac{1}{-39} \begin{bmatrix} -8 & -9 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{8}{39} & \frac{3}{13} \\ \frac{7}{39} & \frac{1}{13} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} \times B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{39} & \frac{3}{13} \\ \frac{7}{39} & \frac{1}{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 36 \\ -19 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{39} \times 36 + \frac{3}{13} \times -19 \\ \frac{7}{39} \times 36 + \frac{1}{13} \times -19 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x = 3 \quad , y = 5$$

أنظمة المعادلات و المصفوفات
بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

حل نظام معادلات (معادلتين في متغيرين) بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

قبل الآلة:

1) ضع نظام المعادلات على الصورة: $ax + by = c$

2) اكتب المصفوفة الموسعة:

$$\left[\begin{array}{cc|c} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{array}\right]$$

الآلة:

1) اضغط $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{MODE}}$

2) اكتب عناصر المصفوفة الموسعة وبعد كل عنصر اضغط $\boxed{=}$

3) اضغط $\boxed{=}$ تنتج قيمة x ، ثم اضغط $\boxed{=}$ تنتج قيمة y

تمرين1 استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات ان امكن

$$2x - 3y = -1$$

$$-3x + 5y = 3$$

تمرين2 استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات ان امكن

$x + y = -8$

$-4x - 5y = -12$

المفهوم الأساسي قاعدة كرامر

لنفرض أن A هو مصفوفة المعاملات في نظام n من المعادلات الخطية في n من المتغيرات، وتحددها المعادلة $AX = B$. فإذا كان $\det(A) \neq 0$. فإن الحل الوحيد للنظام تعبر عنه المعادلة

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|},\ x_2 = \frac{|A_2|}{|A|},\ x_3 = \frac{|A_3|}{|A|},\ \ldots,\ x_n = \frac{|A_n|}{|A|},$$

حيث يتم الحصول على A_i باستبدال العمود ith الخاص بـ A بعمود الحدود الثابتة B. وإذا كان المحدد $0 = (A)$. فإن $AX = B$ إما ليس لها حل أو لها عدد لا نهائي من الحلول.

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

$2x - y = 4$

$5x - 3y = -6$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$|A| = -6 - (-5)$$

$$|A| = -1$$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix}$$

$$|A_x| = -12 - 6$$

$$|A_x| = -18$$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$$

$$|A_y| = -12 - 20$$

$$|A_y| = -32$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} \rightarrow x = \frac{-18}{-1} \rightarrow x = 18$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} \rightarrow y = \frac{-32}{-1} \rightarrow y = 32$$

تمرين 1(نظام 2 $\times$ 2) استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطيةإن وجد

$3x + 2y = 6$

$-4x - y = -13$

تمرين2

$$2x - y = 4$$

$$5x - 3y = -6$$

تطبيق حياتي على حل نظام معادلات خطية 1

On Sunday, Ahmed raised AED 29.50 by selling 4 burgers and 7 sandwiches. On Monday, he raised AED 21.50 by selling 3 burgers and 5 sandwiches. What was the selling price of one sandwich?

جمع أحمد يوم الأحد AED 29.50 من خلال بيع 4 قطعة لحم و7 شطيرة. وجمع يوم الاثنين AED 21.50 من خلال بيع 3 قطعة لحم و5 شطيرة. ما سعر بيع الشطيرة الواحدة؟

a. AED 3.25

b. AED 2.50

c. AED 2.75

d. AED 3.00

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

3C. $12x - 9y = -5$

$4x - 3y = 11$

$$\begin{vmatrix} 12 & -9 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$|A| = -36 - (-36)$$

$$|A| = 0$$

إما ليس لها حلول أو يوجد عدد لا نهائي من الحلول وبالتالي ليس لها حل و حيد

استخدام قاعدة كرامر لحل نظام 3×3

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل وحيد.

4B.
$$-2x + 4y - z = -3$$
$$3x + y + 2z = 6$$
$$x - 3y = 1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & -1 & -3 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$|A| = -2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = -12 + 8 + 10 \Rightarrow |A| = 6$$

$$|A_x| = -3\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow |A_x| = -18 + 8 + 19 \Rightarrow |A_x| = 9$$

$$|A_y| = -2\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow |A_y| = 4 - 6 + 3 \Rightarrow |A_y| = 1$$

$$|A_z| = -2\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow |A_z| = -38 + 12 + 30 \Rightarrow |A_z| = 4$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{1}{6}$$

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تمرين (نظام 3 $\times$ 3)

1)استخدم قاعدة كرامرلإيجاد حل نظام المعادلات الخطية

$$-x - 2y = -4z + 12$$
$$3x - 6y + z = 15$$
$$2x + 5y + 1 = 0$$

خطوات الحل

2)لديك نظام المعادلات الخطية **(امتحان 12 عام 2017-2018)**

$$-x - 2y = -4z + 12$$
$$3x - 6y + z = 15$$
$$2x + 5y + 1 = 0$$

وعلمت ان $|A| = 109$, $|Az| = 327$, $|Ax| = 218$, $|Ay| = -109$ اوجد y

a) -1 b) 3 c) 1 d) 2

حل نظام معادلات (3معادلات في 3 متغيرات) بالآلة الحاسبة 991 ES PLUS

قبل الآلة:

1) ضع نظام المعادلات على الصورة: $ax + by + cz = d$

2) اكتب المصفوفة الموسعة:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{array}\right]$$

الآلة:

1) اضغط $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{MODE}}$

2) اكتب عناصر المصفوفة الموسعة وبعد كل عنصر اضغط $\boxed{=}$

3) اضغط $\boxed{=}$ تنتج قيمة x ، ثم اضغط $\boxed{=}$ تنتج قيمة y ، ثم اضغط $\boxed{=}$ تنتج قيمة z

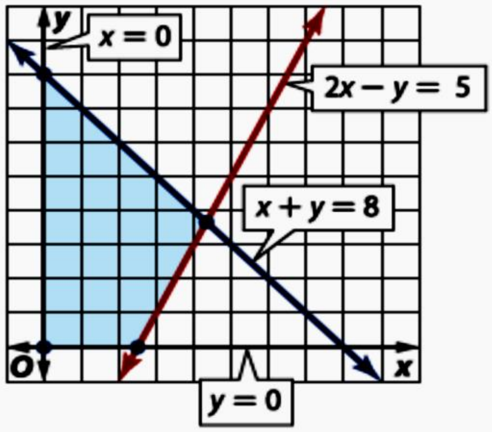
5-5 البرمجة الخطية

نواتج التعلم 1) استخدام البرمجة الخطية لحل التطبيقات.

2) التعرف على الحالات التي لا يكون لها حلول أو لها أكثر من حل واحد لتطبيق البرمجة الخطية

أوجد القيمتين العظمى والصغرى لدالة الهدف $f(x, y) = x + 3y$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحققان عندهما، مع مراعاة القيود التالية.

$x + y \leq 8$
$2x - y \leq 5$
$x \geq 0$
$y \geq 0$



تمرين 1

أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف $f(x, y) = 4x + 2y$ وحدد قيمتي كل من x وy اللتين تتحقق عندهما هذه القيمة، مع مراعاة القيود التالية.

$y + 2x \leq 18$

$y \leq 6$

$x \leq 8$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

واجب

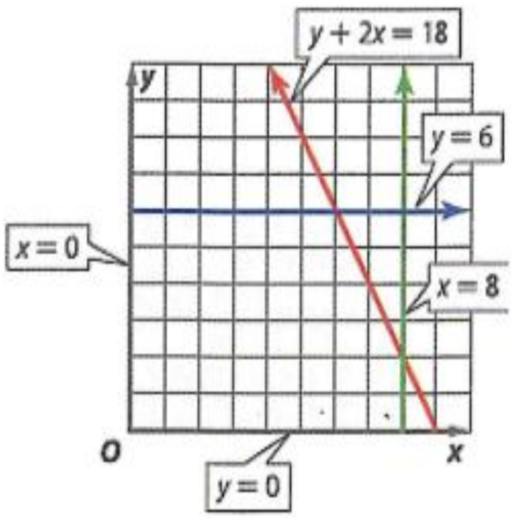
أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف $f(x, y) = 4x + 2y$ وحدد قيمتي كل من x وy اللتين تتحقق عندهما هذه القيمة، مع مراعاة القيود التالية.

$y + 2x \le 18$
$y \le 6$
$x \le 8$
$x \ge 0$
$y \ge 0$

تدريب على الاختبار 2016-2017

) إذا كان التمثيل البياني المجاور يبين المنطقة المحددة بالقيود الآتية

$x \le 0 \quad y \ge 0 \quad y \le 6 \quad y + 2x \le 18$



فإن القيمة العظمى للدالة الهدف $f(x,y) = 4x + 2y$ تساوي

a) 36 b) 112

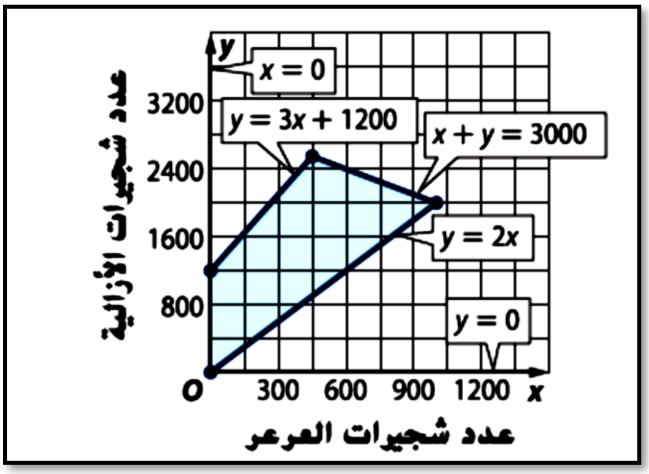
c) 64 d) 12

مسائل كلامية

الأعمال يزرع مركز أشجار بساتين فقط نباتات العرعر والأزالية في دفيئة زراعية تسع ما يصل إلى 3000 شجيرة. ونظرًا لتكاليف العمالة، يجب أن يكون عدد شجيرات الأزالية المزروعة أقل من أو يساوي 1200 زائد ثلاث مرات عدد شجيرات العرعر. ويشار إلى أن طلب السوق على الأزالية يعادل مرتين على الأقل من الطلب على العرعر. ويحقق المركز ربحًا قدره 2 AED لكل شجيرة عرعر و AED 1.50 لكل شجيرة أزالية.

a. اكتب دالة هدف، وقائمة بالقيود التي تمثل الحالة المبينة.

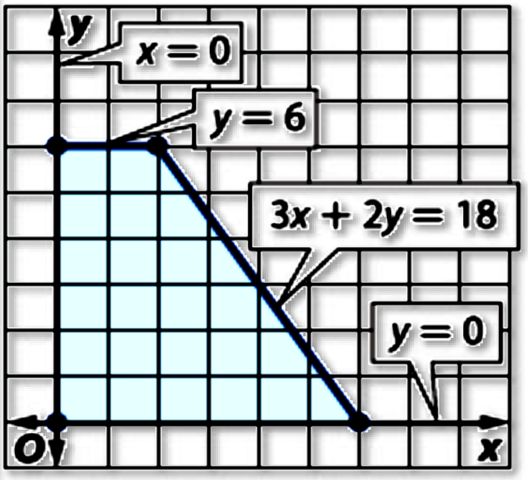
b. ارسم تمثيلاً بيانيًا للمنطقة المحددة بواسطة القيود المستمدة من الجزء (a) لإيجاد عدد الشجيرات لكل نبتة يجب على الشركة زراعتها لتحقيق أقصى ربح ممكن.



مثال محلول

أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف $f(x, y) = 2x + 6y$ وحدد قيمتي كل من x وy اللتين تتحقق عندهما هذه القيمة، مع مراعاة القيود التالية.

$y \geq 0, x \geq 0, y \leq 6, 3x + 2y \leq 18$



مثّل المنطقة المحدودة بالقيود المذكورة بيانيًا. أوجد قيمة دالة الهدف $f(x, y) = 2x + 6y$ عند كل رأس.

$f(0, 0) = 0 + 0$ أو 0

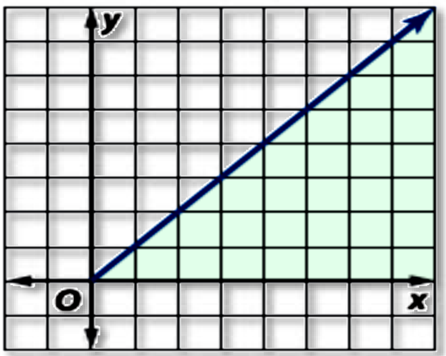
$f(0, 6) = 0 + 36$ أو 36

$f(6, 0) = 12 + 0$ أو 12

$f(2, 6) = 4 + 36$ أو 40

إذًا، القيمة العظمى لـ f هي 40 عندما يكون $x = 2$ و$y = 6$.

الاختيار من متعدد يعرض التمثيل البياني قيود دالة الهدف. فأي مما يلي لا يمكن أن يكون أحد هذه القيود؟



A $y \geq 0$

B $x \geq 0$

C $x - y \leq 0$

D $x - y \geq 0$

اشترى أحمد كرة سلة وكرة طائرة وكان إجمالي تكلفتهما AED 67 . إذا كانت تكلفة كرة السلة x أكبر من ثلاثة أضعاف تكلفة كرة الطائرة y بمقدار AED 4 ، أي أنظمة المعادلات الخطية يمكن استخدامها لتحديد تكلفة كل كرة؟

A	$x+y=67$ $x=3y-4$
B	$x+y=4$ $x=3y-67$
C	$x+y=67$ $x=3y+4$
D	$x+y=67$ $x=3y+67$

انتهت الوحدة الخامسة لا تنسونا بالدعاء معلمتكم ماجدة علي

أبوظبي – هاتف الإدارة: 025861440 – ص.ب: 46287 – دولة الإمارات العربية المتحدة
Abu Dhabi – Tel. Admin: 025861440 – P.O Box: 46287 – United Arab Emirates
E-mail: 9019@adek.gov.ae