تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف حل أسئلة هيكل امتحان وزاري الفصل الثالث
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الحادي عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الحادي عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	أوراق عمل الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة
2	المتقدم، رياضيات، اختبار منتصف الفصل الثالث
3	مقررات الفصل الثالث
4	اسئلة مراجعة ل
5	نموذج اول امتحان نهاية العام

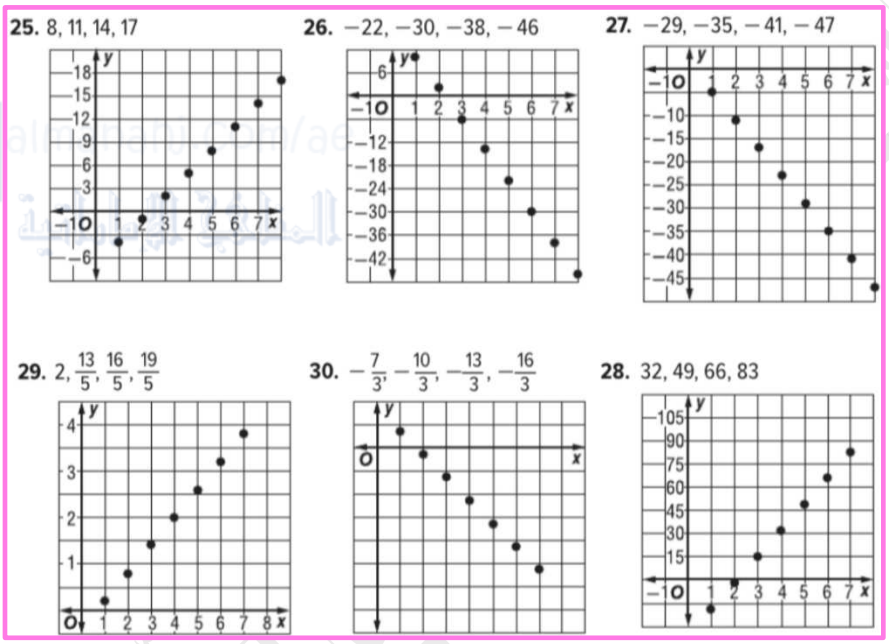
هيكل 11 متقدم ف3 -2022

1	ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. Relate arithmetic sequences to linear functions.	Exercises (25-30)	P545

جـد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مـثّـل المتتالية بيانيًا.

25. $-4, -1, 2, 5, \ldots$ **26.** $10, 2, -6, -14, \ldots$ **27.** $-5, -11, -17, -23, \ldots$

28. $-19, -2, 15, \ldots$ **29.** $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{5}, \ldots$ **30.** $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}$

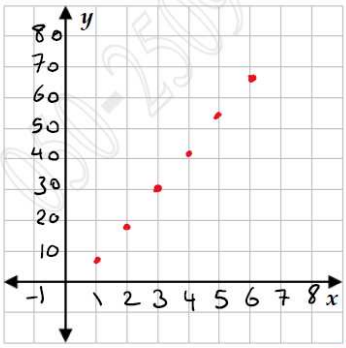


جد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

Find the next four terms of each arithmetic sequence. Then graph the

6, 18, 30, ... 42 ، 54 ، 66 ، 78

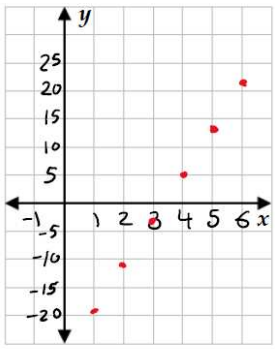
أولاً: نحسب الأساس
$d = 18 - 6 = 12$
في كل مرة نضيف 12 للحد السابق للحصول على الحد التالي. $d = 12$



القانون
$y = 12x - 6$

-19, -11, -3, ... 5 ، 13 ، 21 ، 29

أولاً/ نحسب الأساس:
$d = -11 - (-19) = 8$
في كل مرة نضيف 12 للحد السابق للحصول على الحد التالي. $d = 12$



القانون
$y = 8x - 27$

التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يستقر على خط مستقيم. وتعد المتتالية الحسابية دالة خطية، والفرق المشترك هو الميل.

2	ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية. Relate geometric sequences to exponential functions.	Exercises (14-17)	P545

جـد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مـثّـل المتتالية بيانيًا.

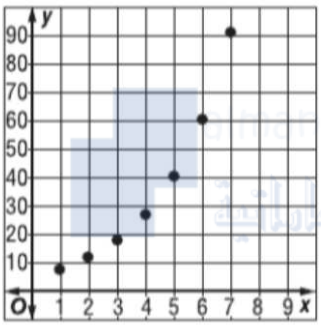
14. 8, 12, 18, 27, ...

15. 8, 16, 32, 64, ...

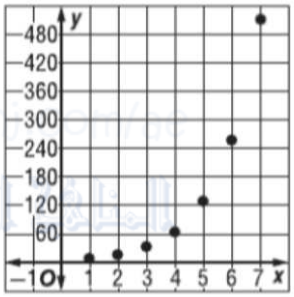
16. 250, 50, 10, 2, ...

17. 9, −3, 1, $-\frac{1}{3}$, ...

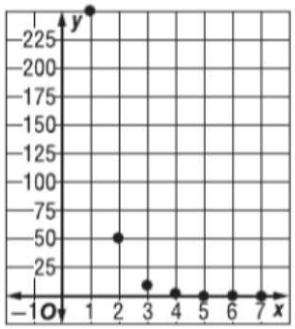
14. 40.5, 60.75, 91.125



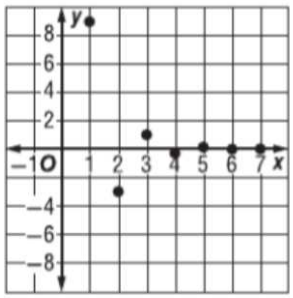
15. 128, 256, 512



16. $\frac{2}{5}, \frac{2}{25}, \frac{2}{125}$



17. $\frac{1}{9}, \frac{-1}{27}, \frac{1}{81}$



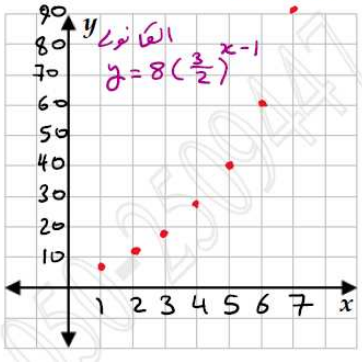
جد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

Find the next three terms of each geometric sequence. Then graph the sequence.

8, 12, 18, 27, ... 40.5 ، 60.75 ، 91.125

$r = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ نوجد النسبة الثابتة

للحصول على الحدود التالية نقترب في [٢]

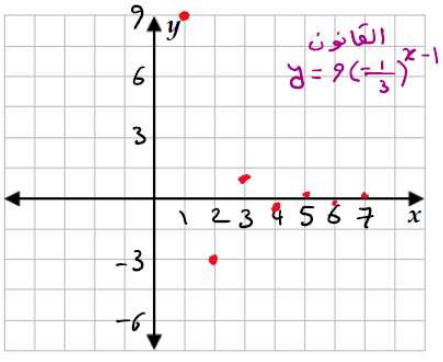


التمثيل البياني لحدود المتتالية الهندسية يكون أسيًا. وأساس الدالة الأسية هو النسبة المشتركة.

9, -3, 1, $-\frac{1}{3}$, ... $\frac{1}{9}$ ، $\frac{-1}{27}$ ، $\frac{1}{81}$

$r = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$ نوجد النسبة الثابتة

للحصول على الحدود التالية نقترب في [٢]



3	استكشاف عدة أنواع مختلفة من المتتاليات. Investigate several different types of sequences.	Exercises (12-15)	P553

جـد الحد المحدد لكل متتالية. (المثال 2)

12. الحد الرابع، $a_1 = 5$، $a_n = -3a_{n-1} + 10$، $n \geq 2$
13. الحد السابع، $a_1 = 14$، $a_n = 0.5a_{n-1} + 3$، $n \geq 2$
14. الحد الرابع، $a_1 = 0$، $a_n = 3^{a_{n-1}}$، $n \geq 2$
15. الحد الثالث، $a_1 = 3$، $a_n = (a_{n-1})^2 - 5a_{n-1} + 4$، $n \geq 2$

أوجد الحد المحدد لكل متتالية. (المثال 2)

12. الحد الرابع، $a_1 = 5$، $a_n = -3a_{n-1} + 10$، $n \geq 2$ **−65**
13. الحد السابع، $a_1 = 14$، $a_n = 0.5a_{n-1} + 3$، $n \geq 2$ **6.125**
14. الحد الرابع، $a_1 = 0$، $a_n = 3^{a_{n-1}}$، $n \geq 2$ **27**
15. الحد الثالث، $a_1 = 3$، $a_n = (a_{n-1})^2 - 5a_{n-1} + 4$، $n \geq 2$ **18**

مثال 2. جد الحد الخامس في المتتالية المعرفة إذا كان $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ **و** $a_1 = 2$ **حيث** $n \geq 2$.

$a_1 = 2$ معطى

$a_2 = a_{2-1} + 2(2) - 1 = a_1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$a_3 = a_2 + 2(3) - 1 = 5 + 5 = 10$

$a_4 = a_3 + 2(4) - 1 = 10 + 7 = 17$

$a_5 = a_4 + 2(5) - 1 = 17 + 9 = 26$

جد الحد السادس لكل متتالية فيما يلي:

2A. $a_1 = 3$, $a_n = (-2)a_{n-1}$, $n \geq 2$

$a_2 = -2a_1 = -2(3) = -6$

$a_3 = -2a_2 = -2(-6) = 12$

$a_4 = -2(a_3) = -2(12) = -24$

$a_5 = -2(a_4) = -2(-24) = 48$

$a_6 = -2(a_5) = -2(48) = -96$

2B. $a_1 = 8$, $a_n = 2a_{n-1} - 7$, $n \geq 2$

$a_2 = 2a_1 - 7 = 2(8) - 7 = 9$

$a_3 = 2a_2 - 7 = 2(9) - 7 = 11$

$a_4 = 2a_3 - 7 = 2(11) - 7 = 15$

$a_5 = 2a_4 - 7 = 2(15) - 7 = 23$

$a_6 = 2a_5 - 7 = 2(23) - 7 = 39$

4	استكشاف عدة أنواع مختلفة من المتتاليات. Investigate several different types of sequences.	Exercises (18-27)	P553

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي تقاربية أم تباعدية. (المثال 4)

18. $a_1 = 4, 1.5a_{n-1}, n \geq 2$

19. $a_n = \frac{5}{10^n}$

20. $a_n = -n^2 - 8n + 106$

21. $a_1 = -64, \frac{3}{4}a_{n-1}, n \geq 2$

22. $a_1 = 1, a_n = 4 - a_{n-1}, n \geq 2$

23. $a_n = n^2 - 3n + 1$

24. $a_n = \frac{n^2+4}{3+n}$

25. $a_1 = 9, a_n = \frac{a_{n-1}+3}{2}, n \geq 2$

26. $a_n = \frac{5n+6}{n}$

27. $a_n = \frac{5n}{5^n} + 1$

18. تباعدية
19. تقاربية
20. تباعدية
21. تقاربية
22. تباعدية
23. تباعدية
24. تباعدية
25. تقاربية
26. تقاربية
27. تقاربية

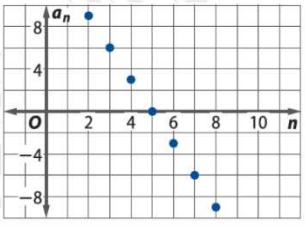
مثال 4. حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي تقاربية أم تباعدية.

Example 4a. $a_n = -3n + 12$

$a_1 = -3(1) + 12 = 9$
$a_2 = -3(2) + 12 = 6$
$a_3 = -3(3) + 12 = 3$
$a_4 = -3(4) + 12 = 0$
$a_5 = -3(5) + 12 = -3$

$\Rightarrow 9, 6, 3, 0, -3, \ldots$

تباعدية، لا تقترب من قيمة محددة.

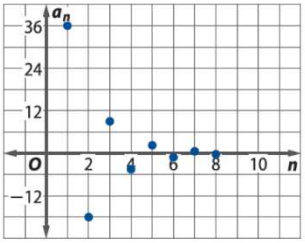


Example 4b. $a_1 = 36, a_n = -\frac{1}{2}a_{n-1}, a \geq 2$

$a_1 = 36$
$a_2 = -\frac{1}{2}(36) = -18$
$a_3 = -\frac{1}{2}(-18) = 9$
$a_4 = -\frac{1}{2}(9) = -4.5$
$a_5 = -\frac{1}{2}(-4.5) = 2.25$

$\Rightarrow 36, -18, 9, -4.5, 2.25, -1.125, 0.5625, -0.28125$

تقاربية تقترب من الصفر



Example 4c. $a_n = \frac{(-1)^n \cdot n}{4n+1}$

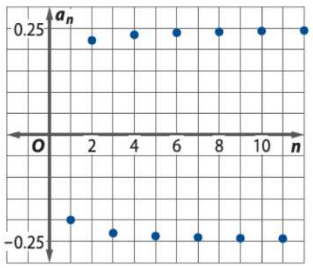
$a_1 = \frac{(-1)^1(1)}{4(1)+1} = -0.2$
$a_3 = -0.231$
$a_5 = -0.238$
$a_7 = -0.241$
$a_9 = -0.243$
$a_{11} = -0.244$

$a_2 = 0.222$
$a_4 = 0.235$
$a_6 = 0.24$
$a_8 = 0.242$
$a_{10} = 0.244$
$a_{12} = 0.245$

عندما n تكون فردية تقترب a_n من -0.25

عندما n تكون زوجية تقترب a_n من 0.25

ولكن بالرغم من ذلك فالمتتالية متباعدة لأن a_n لا تقترب من نفس الرقم.



5	استخدام الرمز سيجما في تمثيل مجموع المتسلسلات وحسابها. Use sigma notation to represent and calculate sums of series.	Exercises (36-45)	P553

جـد مجموع كل مما يلي.. (المثال 6).

36. $\sum_{n=1}^{8}(6n-11)$

37. $\sum_{n=4}^{11}(30-4n)$

38. $\sum_{n=1}^{7}[n^2(n-5)]$

39. $\sum_{n=2}^{7}(n^2-6n+1)$

40. $\sum_{n=8}^{15}\left(\frac{n}{4}-7\right)$

41. $\sum_{n=1}^{10}[(n-4)^2(n-5)]$

42. $\sum_{n=0}^{6}[(-2)^n-9]$

43. $\sum_{n=1}^{3}7\left(\frac{1}{10}\right)^{2n}$

44. $\sum_{n=1}^{\infty}5\left(\frac{1}{10^n}\right)$

45. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{10^n}$

أوجد مجموع كل مما يلي.. (المثال 6).

36. $\sum_{n=1}^{8}(6n-11)$ 128

37. $\sum_{n=4}^{11}(30-4n)$ 0

38. $\sum_{n=1}^{7}[n^2(n-5)]$ 84

39. $\sum_{n=2}^{7}(n^2-6n+1)$ −17

40. $\sum_{n=8}^{15}\left(\frac{n}{4}-7\right)$ −33

41. $\sum_{n=1}^{10}[(n-4)^2(n-5)]$ 300

42. $\sum_{n=0}^{6}[(-2)^n-9]$ −20

43. $\sum_{n=1}^{3}7\left(\frac{1}{10}\right)^{2n}$ $\frac{70,707}{1,000,000}$

44. $\sum_{n=1}^{\infty}5\left(\frac{1}{10^n}\right)$ $\frac{5}{9}$

45. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{10^n}$ $\frac{8}{9}$

جد مجموع كل مما يلي.

Example 6a. $\sum_{n=1}^{5}(4n-3)$

$= [4(1)-3]+[4(2)-3]+[4(3)-3]+[4(4)-3]+[4(5)-3]$

$= 1 + 5 + 9 + 13 + 17 = \boxed{45}$

Example 6b. $\sum_{n=3}^{7}\frac{6n-3}{2}$ $= \left[\frac{6(3)-3}{2}\right]+\left[\frac{6(4)-3}{2}\right]+\left[\frac{6(5)-3}{2}\right]$

$+\left[\frac{6(6)-3}{2}\right]+\left[\frac{6(7)-3}{2}\right]$

$= 7.5 + 10.5 + 13.5 + 16.5 + 19.5 = \boxed{67.5}$

Example 6c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{10^n}$ $= \frac{7}{10^1}+\frac{7}{10^2}+\frac{7}{10^3}+\frac{7}{10^4}+\frac{7}{10^5}+\cdots$

$= 0.7 + 0.07 + 0.007 + 0.0007 + 0.00007 + \cdots$

$= 0.777777\ldots$

$= 0.\overline{7} = \boxed{\frac{7}{9}}$

6A. $\sum_{n=1}^{5}\frac{n^2-1}{2}$ $= \left[\frac{(1)^2-1}{2}\right]+\left[\frac{(2)^2-1}{2}\right]+\left[\frac{(3)^2-1}{2}\right]+\left[\frac{(4)^2-1}{2}\right]+\left[\frac{(5)^2-1}{2}\right]$

$= 0 + 1.5 + 4 + 7.5 + 12$

$= \boxed{25}$

6B. $\sum_{n=7}^{13}(n^3-n^2)$ $= \left[(7)^3-(7)^2\right]+\left[(8)^3-(8)^2\right]+\left[(9)^3-(9)^2\right]+\left[(10)^3-(10)^2\right]$

$+\left[(11)^3-(11)^2\right]+\left[(12)^3-(12)^2\right]+\left[(13)^3-(13)^2\right]$

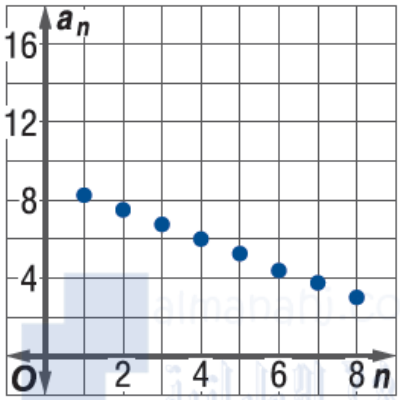
$= 294 + 448 + 648 + 900 + 1210 + 1584 + 2028$

$= \boxed{7112}$

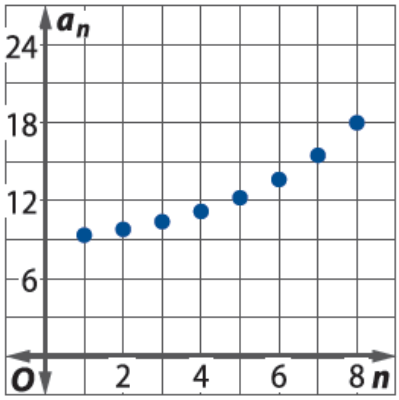
6	استكشاف عدة أنواع مختلفة من المتتاليات. Investigate several different types of sequences.	Exercises (67-72)	P554

صل كل متتالية بتمثيلها البياني.

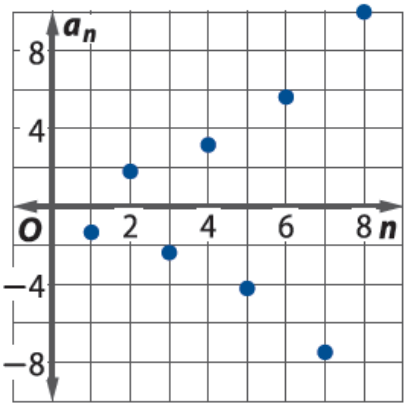
67. b



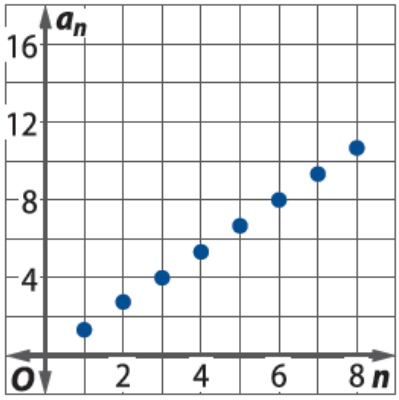
68. f



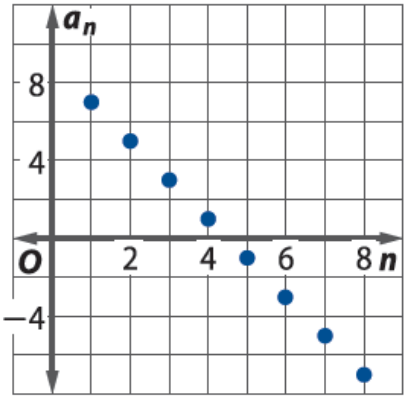
69. c



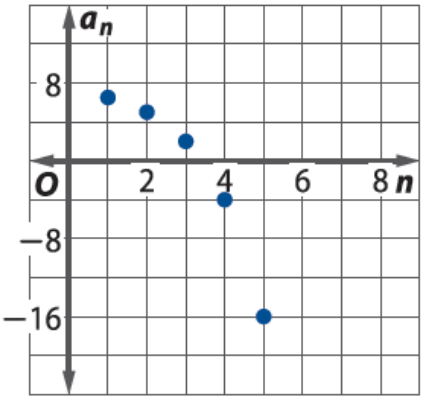
70. a



71. e



72. d



a. $a_n = \frac{4}{3}n$

b. $a_n = -\frac{3}{4}n + 9$

c. $a_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$

d. $a_n = 8 - \frac{3}{4}(2^n)$

e. $a_n = 9 - 2n$

f. $a_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n + 8$

7	إيجاد الحد النوني والأوساط الحسابية للمتتاليات. .Find the nth term and arithmetic means for arithmetic sequences	Exercises (20-28)	P562

اكتب معادلة للحد *النوني* لكل متتالية حسابية.

20. 24, 35, 46, ...

21. 31, 17, 3, ...

22. $a_9 = 45, d = -3$

23. $a_7 = 21, d = 5$

24. $a_4 = 12, d = 0.25$

25. $a_5 = 1.5, d = 4.5$

26. 9, 2, −5, ...

27. $a_6 = 22, d = 9$

28. $a_8 = -8, d = -2$

20. $a_n = 11n + 13$
21. $a_n = -14n + 45$
22. $a_n = -3n + 72$
23. $a_n = 5n - 14$
24. $a_n = 0.25n + 11$
25. $a_n = 4.5n - 21$
26. $a_n = -7n + 16$
27. $a_n = 9n - 32$
28. $a_n = -2n + 8$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

Write an equation for the nth term of each arithmetic sequence. **اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.**

13, 19, 25, ...

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 13 + (n-1)(6)$

$a_n = 13 + 6n - 6$

$a_n = 7 + 6n$

$d = 19 - 13 = 6$

$a_5 = -12$, $d = -4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$-12 = a_1 + (5-1)(-4)$

$-12 = a_1 + (-16)$

$a_1 = -12 + 16 = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 4 + (n-1)(-4)$

$a_n = 4 - 4n + 4$

$a_n = 8 - 4n$

8	إيجاد الحد النوني والأوساط الحسابية للمتتاليات. Find the nth term and arithmetic means for arithmetic sequences.	Exercises (14-19)	P562

جـد الحد المشار إليه في كل متتالية حسابية.

14. $a_1 = -18,\ d = 12,\ n = 16$

15. $a_1 = -12,\ n = 66,\ d = 4$

16. $a_1 = 9,\ n = 24,\ d = -6$

17. a_{15} بالنسبة لـ $-5, -12, -19, \ldots$

18. a_{10} بالنسبة لـ $-1, 1, 3, \ldots$

19. a_{24} بالنسبة لـ $8.25, 8.5, 8.75, \ldots$

14. $a_1 = -18,\ d = 12,\ n = 16$ **162**

15. $a_1 = -12,\ n = 66,\ d = 4$ **248**

16. $a_1 = 9,\ n = 24,\ d = -6$ **−129**

17. a_{15} for $-5, -12, -19, \ldots$ **−103**

18. a_{10} for $-1, 1, 3, \ldots$ **17**

19. a_{24} for $8.25, 8.5, 8.75, \ldots$ **14**

جد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

Find the indicated term of each arithmetic sequence.

$a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{11} = 14 + 10(9)$

$a_{11} = 104$

a_{18} for 12, 25, 38, …

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{18} = 12 + 17(13)$

$a_{18} = 233$

$d = 25 - 12$

$d = 13$

9	إيجاد الحد النوني والأوساط الهندسية للمتتاليات. Find the nth term and geometric means for geometric sequences.	Exercises (35-40)	P570

جـد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

35. 810, ?, ?, ?, 10

36. 640, ?, ?, ?, 2.5

37. $\frac{7}{2}$, ?, ?, ?, $\frac{56}{81}$

38. $\frac{729}{64}$, ?, ?, ?, $\frac{324}{9}$

39. جـد وسطين هندسيين بين 3 و 375.

40. جـد وسطين هندسيين بين 16 و −2.

35. 270, 90, 30 or
−270, 90, −30

36. 160, 40, 10 or
−160, 40, −10

37. $\frac{7}{3}, \frac{14}{9}, \frac{28}{27}$ or
$\frac{7}{3}, \frac{14}{9}, -\frac{28}{27}$

38. $\frac{243}{16}, \frac{81}{4}$, 27 or
$\frac{243}{16}, \frac{81}{4}, -27$

39. 15, 75

40. −8, 4

جد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

جد وسطين هندسيين بين 3 و 375. ⇐ a_1 , ? , ? , a_4 : 3, —, —, 375

Find two geometric means between 3 and 375.

$a_n = a_1 r^{n-1}$ ⇐ $a_1 = 3$ ، $a_4 = 375$ / المعلومات

$a_4 = 3 r^{4-1}$

$375 = 3r^3$

$r = \sqrt[3]{\frac{375}{3}} = 5$

$r = 5$ ⇐ للحصول على الحد التالي نضرب الحد في 5

3, 15, 75, 375 (×5 ×5 ×5)

Find the geometric means of each sequence.

a_1 a_5

0.25 , ? , ? , ? , 64

$a_n = a_1 r^{n-1}$ ⇐ $a_1 = 0.25$ ، $a_5 = 64$ / المعلومات

$a_5 = 0.25 (r)^{5-1}$

$64 = 0.25 r^4$

$r^4 = \frac{64}{0.25}$

$r = \pm\sqrt[4]{\frac{64}{0.25}} = \pm 4$

$r = \pm 4$ ⇐ للحصول على الحد التالي نضرب في ± 4

الحد في ± 4

0.25, 1, 4, 16, 64 (×4 ×4 ×4 ×4)

0.25, −1, 4, −16, 64 (×−4 ×−4 ×−4 ×−4)

10	إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية. .Find sums of geometric series	Exercises (47-50)	P570

جـد مجموع كل متسلسلة هندسية.

47. $\sum_{k=1}^{7} 4(-3)^{k-1}$ **48.** $\sum_{k=1}^{8} (-3)(-2)^{k-1}$ **49.** $\sum_{k=1}^{9} (-1)(4)^{k-1}$ **50.** $\sum_{k=1}^{10} 5(-1)^{k-1}$

47. $\sum_{k=1}^{7} 4(-3)^{k-1}$ 2188
48. $\sum_{k=1}^{8} (-3)(-2)^{k-1}$ 255
49. $\sum_{k=1}^{9} (-1)(4)^{k-1}$ −87, 381
50. $\sum_{k=1}^{10} 5(-1)^{k-1}$ 0

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

جد مجموع كل متسلسلة هندسية.

$$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

الحد الأول $\Rightarrow k=1 \Rightarrow a_1 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{1-1} = 4$

$n = (8-1)+1 = 8$, $r = \frac{1}{2}$ ← الأساس

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$$

$$= \frac{4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{255}{32} = 7.97$$

Find the sum of each geometric series.

$$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$$

الحد الأول $\Rightarrow k=1 \Rightarrow a_1 = 3(4)^{1-1} = 3$

$n = (6-1)+1 = 6$, $r = 4$ ← الأساس

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r}$$

$$= \frac{3 - 3(4)^6}{1-4}$$

$$= 4095$$

11	إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية اللا نهائية. Find sums of infinite geometric series.	Exercises (44-49)	P581

جـد مجموع كل متسلسلة لانهائية، إن وجد.

44. $\frac{7}{5}+\frac{21}{20}+\frac{63}{80}+\ldots$
45. $\frac{15}{4}+\frac{5}{2}+\frac{5}{3}+\ldots$
46. $-\frac{16}{9}+\frac{4}{3}-1+\ldots$
47. $\frac{15}{8}+\frac{5}{2}+\frac{10}{3}+\ldots$
48. $\frac{21}{16}+\frac{7}{4}+\frac{7}{3}+\ldots$
49. $-\frac{18}{7}+\frac{12}{7}-\frac{8}{7}+\ldots$

Find the sum of each infinite series, if it exists. 47, 48. No sum exists.

44. $\frac{7}{5}+\frac{21}{20}+\frac{63}{80}+\ldots$ $\frac{28}{5}$
45. $\frac{15}{4}+\frac{5}{2}+\frac{5}{3}+\ldots$ $\frac{45}{4}$
46. $-\frac{16}{9}+\frac{4}{3}-1+\ldots$ $-\frac{64}{63}$
47. $\frac{15}{8}+\frac{5}{2}+\frac{10}{3}+\ldots$
48. $\frac{21}{16}+\frac{7}{4}+\frac{7}{3}+\ldots$
49. $-\frac{18}{7}+\frac{12}{7}-\frac{8}{7}+\ldots$ $-\frac{54}{35}$

جد مجموع كل متسلسلة لانهائية، إن وجد. حدد ما إذا كانت كل متسلسلة هندسية لانهائية تقاربية أم تباعدية.

Example 2a. $\frac{2}{3}+\frac{6}{15}+\frac{18}{75}+\ldots$

$r=\frac{6}{15}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{5}=0.6$

لأن $|r|<1$ فإن المتسلسلة تقاربية أي لها مجموع

$S=\frac{a_1}{1-r}=\frac{\frac{2}{3}}{1-0.6}=\boxed{\frac{5}{3}}$

Example 2b. $6+9+13.5+20.25+\ldots$

$r=\frac{9}{6}=1.5$

لأن $|r|>1$ فإن المتسلسلة تباعدية أي ليس لها مجموع.

2A. $4-2+1-0.5+\ldots$

$r=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

لأن $|r|<1$ فإن المتسلسلة تقاربية أي لها مجموع

$S=\frac{a_1}{1-r}=\frac{4}{1-(-\frac{1}{2})}=\boxed{\frac{8}{3}}$

2B. $16+20+25+\ldots$

$r=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$

لأن $|r|>1$ فإن المتسلسلة تباعدية أي ليس لها مجموع

12	كتابة الكسور العشرية المتكررة في صورة كسور اعتيادية. Write repeating decimals as fractions.	Exercises (35-40)	P581

اكتب كل كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي.

35. $00.3\overline{21}$ **36.** $0.1\overline{45}$ **37.** $2.\overline{18}$

38. $4.\overline{96}$ **39.** $0.12\overline{14}$ **40.** $0.43\overline{36}$

Write each repeating decimal as a fraction.

35. $0.3\overline{21}$ $\frac{53}{165}$ **36.** $0.1\overline{45}$ $\frac{8}{55}$ **37.** $2.\overline{18}$ $\frac{24}{11}$

38. $4.\overline{96}$ $\frac{164}{33}$ **39.** $0.12\overline{14}$ $\frac{601}{4950}$ **40.** $0.43\overline{36}$ $\frac{477}{1100}$

اكتب كل كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي.

Example 4. $0.\overline{63}$

$0.\overline{63} = 0.63 + 0.0063 + 0.000063 + \dots$ الطريقة ①

$r = \frac{0.0063}{0.63} = \frac{1}{100}$ متسلسلة هندسية لا نهائية

$\Rightarrow 0.\overline{63} = S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{0.63}{1-\frac{1}{100}} = \boxed{\frac{7}{11}}$

الطريقة ②

نفترض $n = 0.6363\overline{63}\dots$ | $99n = 63$ نطرح المعادلتين

$\Rightarrow 100n = 63.6363\dots$ | $\Rightarrow n = \frac{63}{99} = \boxed{\frac{7}{11}}$

4A. $0.\overline{21}$

$0.\overline{21} = 0.21 + 0.0021 + 0.000021 + \dots$ الطريقة ①

$r = \frac{0.0021}{0.21} = \frac{1}{100}$ متسلسلة هندسية لا نهائية

$\Rightarrow 0.\overline{21} = S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{0.21}{1-\frac{1}{100}} = \boxed{\frac{7}{33}}$

الطريقة ②

نفترض $n = 0.21212121\dots$ | $99n = 21$ نطرح المعادلتين

$\Rightarrow 100n = 21.212121\dots$ | $n = \frac{21}{99} = \boxed{\frac{7}{33}}$

15. $0.\overline{642}$

$0.\overline{642} = 0.642 + 0.000642 + 0.000000642 + \dots$ الطريقة ①

$r = \frac{0.000642}{0.642} = \frac{1}{1000}$ متسلسلة هندسية لا نهائية

$0.\overline{642} = S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{0.642}{1-\frac{1}{1000}} = \boxed{\frac{214}{333}}$

الطريقة ②

نفترض $n = 0.642642642\dots$ | $999n = 642$ نطرح المعادلتين

$\Rightarrow 1000n = 642.642642\dots$ | $n = \frac{642}{999} = \boxed{\frac{214}{333}}$

13	التعرف على المتتاليات الخاصة واستخدامها. Recognize and use special sequences.	Exercises (24-30)	P589

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية.

24. 16, 10, 7, 5.5, 4.75, ...

25. 32, 12, 7, 5.75, ...

26. 4, 15, 224, 50,175, ...

27. 1, 2, 9, 730, ...

28. 9, 33, 129, 513, ...

29. 480, 128, 40, 18, ...

30. 393, 132, 45, 16, ...

24. $a_{n+1} = 0.5a_n + 2; a_1 = 16$
25. $a_{n+1} = 0.25a_n + 4; a_1 = 32$
26. $a_{n+1} = (a_n)^2 - 1; a_1 = 4$
27. $a_{n+1} = (a_n)^3 + 1; a_1 = 1$
28. $a_{n+1} = 4a_n - 3; a_1 = 9$
29. $a_{n+1} = 0.25a_n + 8; a_1 = 480$
30. $a_{n+1} = \frac{a_n}{3} + 1; a_1 = 393$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

اكتب صيغة تكرارية لكل متتالية مما يلي.

Example 2a. 2, 10, 18, 26, 34, ...

نلاحظ أن المتتالية حسابية لأن $d = 10 - 2 = 8$

الصيغة التكرارية للمتتالية الحسابية

$a_n = a_{n-1} + d$

$a_n = a_{n-1} + 8$, $a_1 = 2$, $n \geq 2$

Example 2b. 16, 56, 196, 686, 2401, ...

نلاحظ أن المتتالية هندسية لأن $r = \frac{56}{16} = \frac{7}{2}$

الصيغة التكرارية للمتتالية الهندسية

$a_n = a_{n-1} \times r$

$a_n = a_{n-1} \times \left(\frac{7}{2}\right)$, $a_1 = 16$, $n \geq 2$

Example 2c. $a_4 = 108$ and $r = 3$

المتتالية هندسية

الصيغة الصريحة

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

$a_4 = a_1 \times 3^3$

$108 = a_1 \times 27$

$\Rightarrow a_1 = \frac{108}{27} = 4$

الصيغة التكرارية

$a_n = a_{n-1} \times r$

$a_n = a_{n-1} \times (3)$, $a_1 = 4$, $n \geq 2$

2C. $a_3 = 16$ and $r = 4$

المتتالية هندسية..

الصيغة الصريحة

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

$a_3 = a_1 \times 4^2$

$16 = a_1 \times 16$

$\Rightarrow a_1 = \frac{16}{16} = 1$

الصيغة التكرارية :-

$a_n = a_{n-1} \times r$

$a_n = a_{n-1} \times (4)$, $a_1 = 1$, $n \geq 2$

14	التعرف على دوال التكرار. Recognize recursive functions.	Exercises (8-11)	P589

جـد التكرارات الثلاثة الأولى لكل دالة بالنسبة للقيمة الأولية المعطاة.

8. $f(x) = 5x + 2, x_0 = 8$
9. $f(x) = -4x + 2, x_0 = 5$
10. $f(x) = 6x + 3, x_0 = -4$
11. $f(x) = 8x - 4, x_0 = -6$

Find the first three iterates of each function for the given initial value.

8. $f(x) = 5x + 2, x_0 = 8$ 42, 212, 1062
9. $f(x) = -4x + 2, x_0 = 5$ −18, 74, −294
10. $f(x) = 6x + 3, x_0 = -4$ −21, −123, −735
11. $f(x) = 8x - 4, x_0 = -6$ −52, −420, −3364

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

جد الإعادات الثلاث الأُول لكل دالة بالنسبة للقيمة الأولية المعطاة.

33. $f(x) = 12x + 8, x_0 = 4$

$x_1 = f(x_0) = f(4)$
$= 12(4) + 8 = 56$

$x_2 = f(x_1) = f(56)$
$= 12(56) + 8 = 680$

$x_3 = f(x_2) = f(680)$
$= 12(680) + 8 = 8168$

38. $f(x) = 4x^2 + 5, x_0 = -2$

$x_1 = 4(-2)^2 + 5 = 21$

$x_2 = 4(21)^2 + 5 = 1769$

$x_3 = 4(1769)^2 + 5 = 12517449$

41. $f(x) = x^2 + 2x + 3, x_0 = \frac{1}{2}$

$x_1 = (\frac{1}{2})^2 + 2(\frac{1}{2}) + 3 = 4.25$

$x_2 = (4.25)^2 + 2(4.25) + 3 = 29.5625$

$x_3 = (29.5625)^2 + 2(29.5625) + 3$
$= 936.0664$

39. $f(x) = 2x^2 - 5x + 1, x_0 = 6$

$x_1 = 2(6)^2 - 5(6) + 1 = 43$

$x_2 = 2(43)^2 - 5(43) + 1 = 3484$

$x_3 = 2(3484)^2 - 5(3484) + 1$
$= 24259093$

15	استخدام نظرية ذات الحدّين لكتابة وإيجاد معاملات حدود معينة في التعابير ذات الحدّين. Use the Binomial Theorem to write and find the coefficients of specified terms in binomial expansions.	Exercises (23-28)	P596

جـد الحد المشار إليه لكل تعبير.

23. الحد الثالث لـ $(x + 2z)^7$

24. الحد الرابع لـ $(y - 3x)^6$

25. الحد السابع لـ $(2a - 2b)^8$

26. الحد السادس لـ $(4x + 5y)^6$

27. الحد الخامس لـ $(x - 4)^9$

28. الحد الرابع لـ $(c + 6)^8$

Find the indicated term of each expression.

23. third term of $(x + 2z)^7$ $84x^5z^2$

24. fourth term of $(y - 3x)^6$ $-540y^3x^3$

25. seventh term of $(2a - 2b)^8$ $7168a^2b^6$

26. sixth term of $(4x + 5y)^6$ $75{,}000xy^5$

27. fifth term of $(x - 4)^9$ $32{,}256x^5$

28. fourth term of $(c + 6)^8$ $12{,}096c^5$

Find the indicated term of each expression. **جد الحد المشار إليه لكل تعبير.**

23. third term of $(x + 2z)^7$

$= {}_7C_2 \ (x)^5 (2z)^2$

$= 84 \ x^5 \ z^2$

26. sixth term of $(4x + 5y)^6$

$= {}_6C_5 \ (4x)^1 (5y)^5$

$= 75000 \ x \ y^5$

16	تصنيف وتحديد أنواع الدراسات. Classify study types.	Exercises (1-4)	P635

حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم *تجربة* أم *دراسة مسحيّة*، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعًا إحصائيًا يمكن اختيارها منه.

هل توافق على قواعد الغداء الجديدة؟
- ☐ أوافق
- ☐ لا أوافق
- ☐ لا أهتم

1. **المدرسة** تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح. استطلاع؛ العينة: الطلاب المشاركون في الدراسة؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب المدرسة

2. **تصميم** تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. تختار 20 مشاركًا وترصد نقاشهم بشأن الشعار.

الفرضيات **حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء *استطلاعٍ* أم *تجربةً* أم *دراسة مسحيّة*. اشرح استنتاجك.**

3. **محو الأمية** تريد إحدى مجموعات محو الأمية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأخير قد حصلوا على درجات أعلى في الاختبار المعياري أم لا مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج.

4. **البيع بالتجزئة** يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبهت بعد 50 غسلة أم لا.

2. دراسة مسحية؛ العينة: المشاركون في الدراسة؛ المجتمع الإحصائي: العملاء المحتملون

3. دراسة مسحية؛ الإجابة النموذجية: تتم ملاحظة النقاط التي يحرزها المشاركون ومقارنتها بدون تأثرهم بالدراسة.

4. تجربة؛ الإجابة النموذجية: سوف تدعو الحاجة إلى اختبار عينة من القمصان المصبوغة، مما يعني أن أفراد العينة سوف يتأثرون بالدراسة.

050-2509447 عمل المدرس مصطفى أسامة علام

17	إعداد دراسة إحصائية. Design statistical studies.	Exercises (18-23)	P636

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزًا أم غير متحيز. وإن كان متحيزًا، فاشرح استنتاجك.

18. هل تعتقد أن المدرسة بحاجة إلى صالة رياضية وملعب لكرة القدم جديدين؟

19. ما فريق كرة القدم الذي تشجعه، برشلونة أم ريال مدريد؟

20. هل تمارس أي رياضة غير مدرسية؟

21. ألا توافق بأنه ينبغي مرافقة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

22. **الدراسة الجامعية** تريد منطقة تعليمية إجراء استطلاع لتحديد عدد الشباب في المنطقة الذين يخططون للالتحاق بالجامعة بعد المدرسة الثانوية. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح المجتمع الإحصائي، ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع.

23. حدد أية أخطاء في إعداد التجربة، ثم صِف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى سلاسل المتاجر الكبرى تحديد ما إذا كان هناك احتمال أكبر لشراء المتسوقين واقيًا من الشمس إذا كان موجودًا بالقرب من صف المحاسبة عن المشتريات. كانت المجموعة التجريبية تتألف من عدة متاجر في الغرب الأوسط حيث نُقل واقي الشمس إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات، والمجموعة الضابطة تتألف من متاجر في أريزونا لم يُنقل واقي الشمس فيها إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات.

النتائج: حققت متاجر أريزونا مبيعات أكبر من واقي الشمس عن متاجر الغرب الأوسط، وخلصت الشركة إلى أن نقل الواقي الشمسي إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات لم يزد المبيعات.

18. تحيز: الإجابة النموذجية: يستفسر السؤال عن قضيتين: هل تحتاج المدرسة إلى صالة رياضية جديدة و هل تحتاج المدرسة إلى مضمار سباق وملعب جديد أو لا.

19. متحيز: الإجابة النموذجية: يطرح السؤال خيارين فقط. وبالتالي يشجع على إجابة محددة.

20. غير متحيز

21. متحيز: الإجابة النموذجية: يشجع السؤال على إجابة محددة. فعبارة "ألا توافق" تقترح على الأشخاص في استطلاع الرأي أن يوافقوا.

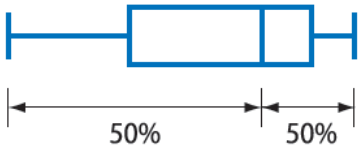
22. الهدف: تحديد عدد الشباب في المقاطعة الراغبين في الالتحاق بالكلية بعد المرحلة الثانوية؛ المجتمع الإحصائي: جميع الشباب في المقاطعة؛ أسئلة استطلاع رأي العينة: في أي صف دراسي أنت؟ هل تخطط للالتحاق بالكلية بعد التخرج؟

23. الإجابة النموذجية: يكمن الخطأ في أن المجموعات التجريبية تتكون من محلات في الغرب الأوسط. والمجموعة الضابطة تتكون من محلات في أريزونا. وفي المتوسط. ترتفع درجة الحرارة في أريزونا عن الغرب الأوسط. ويستخدم الناس في أريزونا الكريم الواقي من الشمس أكثر. وبالتالي. فإن مبيعات كريمات الوقاية من الشمس في المحلات الموجودة في هذه المناطق على الأرجح ستكون مختلفة ولا ينبغي المقارنة بينها في تجربة.

18	استخدام منحنيات التوزيعات لتحديد الاحصاء المناسب. Use the shapes of distributions to select appropriate statistics.	Shapes	P643

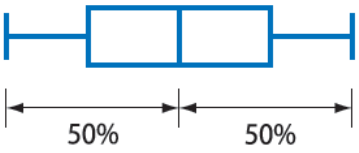
المفهوم الأساسي استخدام مخططات الصندوق ذو العارضين في التوزيعات

ملتوٍ نحو اليسار



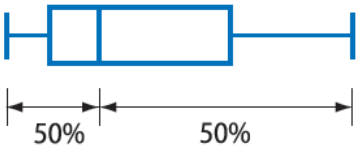
البيانات الواقعة إلى يسار الوسيط موزعة على نطاق أوسع من البيانات الواقعة إلى اليمين. لذا، فالبيانات لها طرف إلى اليسار.

متماثل



البيانات موزعة بالتساوي إلى يسار الوسيط ويمينه.

ملتوٍ نحو اليمين



البيانات الواقعة إلى يمين الوسيط موزعة على نطاق أوسع من البيانات الواقعة إلى اليسار. لذا، فالبيانات لها طرف إلى اليمين.

5) أي مما يلي هو سمة من سمات التوزيع ذو الالتواء السالب (إلى اليسار)؟
Which of the following is a characteristic of a negatively skewed distribution?

A)	The majority of the data are on the left of the mean.	تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط
B)	The mean and median are approximately equal.	المتوسط والوسيط متساويان تقريباً
C)	The mean is greater than the median.	المتوسط أكبر من الوسيط
D)	The mean is less than the median.	المتوسط أقل من الوسيط

6) أي مما يلي هو سمة من سمات التوزيع ذو الالتواء الموجب (إلى اليمين)؟
Which of the following is a characteristic of a positively skewed distribution?

A)	The majority of the data are on the left of the mean.	تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط
B)	The mean and median are approximately equal.	المتوسط والوسيط متساويان تقريباً
C)	The majority of the data are on the right of the mean.	تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط
D)	The mean is less than the median.	المتوسط أقل من الوسيط

7) أي مما يلي هو سمة من سمات التوزيع المتماثل؟
Which of the following is a characteristic of a symmetric distribution?

A)	The majority of the data are on the left of the mean.	تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط
B)	The mean and median are approximately equal.	المتوسط والوسيط متساويان تقريباً
C)	The majority of the data are on the right of the mean.	تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط
D)	The mean is less than the median.	المتوسط أقل من الوسيط

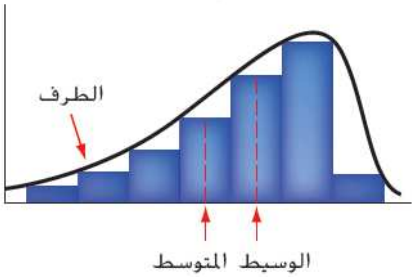
18) لمقارنة توزيعين متماثلين، تحتاج إلى استخدام
To compare two symmetric distributions, you need to use

A)	Standard deviation only.	الانحراف المعياري فقط
B)	The mean only.	المتوسط فقط
C)	The mean and standard deviation.	المتوسط والانحراف المعياري.
D)	The five-number summaries.	ملخص الأعداد الخمسة.

19	استخدام منحنيات التوزيعات لتحديد الاحصاء المناسب. Use the shapes of distributions to select appropriate statistics.	Shapes	P641

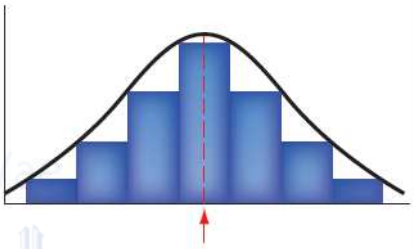
المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

توزيع ملتوٍ نحو اليسار



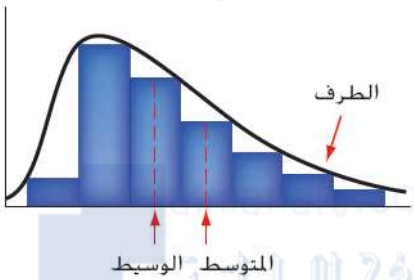
- المتوسط أقل من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط.

توزيع متماثل



- المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا.
- البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.

توزيع ملتوٍ نحو اليمين



- المتوسط أكبر من الوسيط.
- تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط.

عندما يكون التوزيع متماثلاً، فإن المتوسط والانحراف المعياري سيعكسان مركز البيانات وانتشارها بدقة. ولكن عندما يكون التوزيع ملتويًا، فإن هذه الإحصائيات لن تكون موثوقة تمامًا. تذكّر أن القيم المتطرفة لها تأثير بالغ على متوسط مجموعة البيانات، بينما يكون الوسيط أقل تأثرًا. وعلى غرار ذلك، عندما يكون التوزيع ملتويًا، فإن المتوسط سيقع بعيدًا عن غالبية البيانات متجهًا نحو الطرف. وبما أن الوسيط أقل تأثّرًا، فإنه سيقع بالقرب من غالبية البيانات.

عند اختيار إحصاء مناسب لتمثيل مجموعة بيانات، فحدد أولاً التواءات التوزيع.

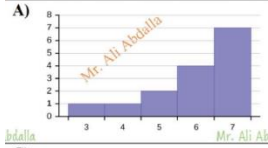
- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فيمكن استخدام المتوسط الحسابي والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو له قيم متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف المركز وانتشار البيانات.

18)	To compare two symmetric distributions, you need to use	لمقارنة توزيعين متماثلين، تحتاج إلى استخدام
A)	Standard deviation only.	الانحراف المعياري فقط
B)	The mean only.	المتوسط فقط
C)	The mean and standard deviation.	المتوسط والانحراف المعياري.
D)	The five-number summaries.	ملخص الأعداد الخمسة.

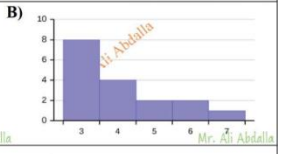
Which of the following charts displays a data set that is positively (right)skewed?

أي من المخططات التالية يعرض مجموعة بيانات ذات التواء موجب (إلى اليمين)؟

A)

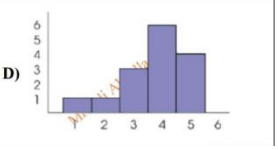


B)



C)

D)



P655	Exercises (1-4) و(6-9)	إنشاء توزيع احتمالي. Construct a probability distribution.	20

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

1. عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب
2. عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية
3. مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريًا
4. عدد السيارات التي تمر عبر تقاطع طرق خلال فترة زمنية معينة

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنِّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

6. عدد الرسائل المستلمة كل أسبوع
7. عدد الإعجابات بصفحة الويب
8. طول نبات بعد فترة زمنية معينة
9. عدد الملفات المتضررة من فيروس الكمبيوتر

1. المتغير العشوائي X هو عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب معينة. والصفحات قابلة للعد. إذًا المتغير X منفصل.
2. المتغير العشوائي X هو عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية. المحطات التلفزيونية قابلة للعد. لذا فإن المتغير X منفصل.
3. المتغير العشوائي X هو مقدار المشاركة في مدينة معينة شهريًا. وبما أن المشاركة يمكن أن تكون في أي مدى محدّد. إذًا المتغير X متصل.
4. المتغير العشوائي X هو عدد السيارات المارة عبر تقاطع معين. السيارات قابلة للعد. إذًا المتغير X منفصل.
6. المتغير العشوائي X هو عدد النصوص أسبوعيًا. وبما أن النصوص قابلة للعد. إذًا المتغير X منفصل.
7. المتغير العشوائي X هو عدد الإعجابات بصفحة ويب. الإعجابات يمكن عدها. إذًا المتغير X منفصل.
8. المتغير العشوائي X هو طول نبتة ما. يمكن للطول أن يكون بأي مكان ضمن مدى محدد. إذًا. المتغير X متصل.
9. المتغير العشوائي X هو عدد الملفات التي أُصيبت بفيروس خاص بأجهزة الكمبيوتر. الملفات يمكن عدها. إذًا المتغير X منفصل.

21	تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الاحصاءات ذات الصلة. Analyze a probability distribution and its summary statistics.	Exercises (11-15)	P655 P656

11. **أيام تساقط الثلج** يوضح التوزيع الاحتمالي التالي عدد أيام تساقط الثلج خلال العام الدراسي في مدرسة النهضة الثانوية. استخدم هذه المعلومات لتحديد العدد المتوقع لأيام الثلج في العام. 3.34

عدد أيام تساقط الثلج في العام									
الأيام	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	0.1	0.1	0.15	0.15	0.25	0.1	0.08	0.05	0.02

12. **بطاقات فهرسة** مجموعة من بطاقات الفهرسة تتكون من 52 بطاقة، مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة هي الأحمر والأصفر والأخضر والأزرق، وكل لون مرقم من 1 إلى 13.
   a. ما قيمة التوقع لبطاقة تم سحبها عشوائيًا من المجموعة؟ 7
   b. إذا وزعت 7 مع الاستبدال، فما العدد المتوقع للبطاقات الحمراء؟ 1.75

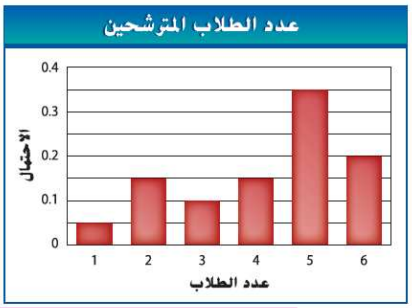
13. **مسابقة** يوضح الجدول التوزيع الاحتمالي لمسابقة إذا بيعت 100 بطاقة مقابل 5 AED للبطاقة الواحدة. توجد جائزة واحدة قيمتها 100 AED، و 5 جوائز قيمة كل منها 50 AED، و 10 جوائز قيمة كل منها 25 AED.

توزيع الجوائز				
الجائزة	AED 25	AED 50	AED 100	بدون جائزة
الاحتمال	0.10	0.05	0.01	0.84

   a. مثّل التوزيع الاحتمالي النظري بيانيًا.
   b. جـــد قيمة التوقع. AED 6
   c. فسّر النتائج التي وجدتها في الجزء b. ما الذي يمكنك استنتاجه حول السحب؟

13c. الإجابة النموذجية: قيمة التوقع موجبة. إذًا الشخص المشتري للتذكرة يتوقع الفوز بمبلغ AED 0.20 حتى بعد احتساب مبلغ التذكرة. وبالتالي، قد يرغب الشخص بالاشتراك في هذه اللعبة. على الجانب الآخر، تضمن هذه اللعبة خسارة المنظمين للنقود وينبغي عليهم تغيير توزيع الجوائز أو عدم إجراء اللعبة.

14. **أدوات** بناءً على البيانات السابقة، يوضح الشكل على الجانب الأيسر التوزيع الاحتمالي لعدد الطلاب المرشحين لرئاسة الصف الدراسي.
   a. حدد العدد المتوقع للطلاب الذين سيترشحون. فسر نتائجك.
   b. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
   c. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.



14a. 4.2؛ الإجابة النموذجية: العدد المتوقّع هو 4.2. إذًا يمكننا أن نتوقّع أن هناك 4 طلاب مرشحين. وبما أنه لا يمكن أن يكون هناك 0.2 شخصًا، لذا سنقرّب إلى أقرب عدد كلي.

15. **كرة السلة** يوضح التوزيع أدناه احتمال عدد مرات التغيرات المفاجئة في النتائج خلال الجولة الأولى من بطولة كرة السلة لكل عام.

عدد التغيرات في العام									
التغيرات	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

   a. حدد العدد المتوقع للتغيرات. فسر نتائجك.
   b. جـــد الانحراف المعياري. 1.90
   c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
   d. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

15a. 4.34؛ الإجابة النموذجية: العدد المتوقع هو 4.34. إذًا يمكننا أن نتوقع أن هناك 4 تغيرات. وبما أنه لا يمكن أن يكون هناك 0.34 شخصًا، لذا سنقرّب إلى أقرب عدد كلي.

جوائز ربح حارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكروالتكرارات النسبية المرتبطة بها. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

المجموع 5132

$P(X)$ $\frac{5000}{5132}$ $\frac{100}{5132}$ $\frac{25}{5132}$ $\frac{5}{5132}$ $\frac{1}{5132}$ $\frac{1}{5132}$

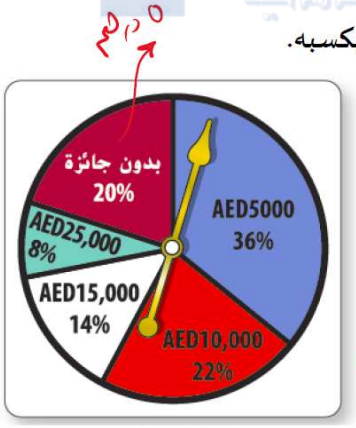
$E(X) = \sum[X \cdot P(x)]$

$= 1\left(\frac{5000}{5132}\right) + 10\left(\frac{100}{5132}\right) + 100\left(\frac{25}{5132}\right) + 1000\left(\frac{5}{5132}\right) + 5000\left(\frac{1}{5132}\right) + 25000\left(\frac{1}{5132}\right)$

$= 8.48$ درهم

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه حارب هو 8.48 درهم.

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. جد قيمة التوقع لما سيكسبه.



$E(X) = \sum[X \cdot P(x)] = 0\,(20\%) + 25000\,(8\%) + 15000(14\%)$

$+ 10000\,(22\%) + 5000\,(36\%)$

$= 8100$ درهم

قيمة توقع المبلغ الذي يكسبه هذا المتسابق هو 8100 درهم

050-2509447

22	إيجاد الاحتمالات باستخدام التوزيع ذي الحدين. Find probabilities using binomial distributions.	Exercises (13-19)	P665

13. **بطاقات الفهرسة** أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة تحمل العدد 11 أو 12 أو 13 من مجموعة البطاقات في التمرين 2. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

14. **مشغلات الوسائط الشخصية** استنادًا إلى استطلاع أُجري مؤخرًا، فإن 85% من طلاب المدارس الثانوية يمتلكون مشغلاً شخصيًا لتشغيل الوسائط. ما احتمال أن يمتلك 6 طلاب من كل 10 طلاب عشوائيًا في المدرسة الثانوية مشغلاً شخصيًا لتشغيل الوسائط؟ **0.04 أو 4%**

15. **سيارات** في استطلاع أُجري مؤخرًا، اتضح أن 92% من طلاب السنة النهائية في المدارس الثانوية يمتلكون سياراتهم الخاصة. فما احتمال أن يمتلك 10 طلاب من كل 12 طالبًا عشوائيًا في المدرسة الثانوية سياراتهم الخاصة؟ **0.183 أو 18.3%**

16. **حفل التخرج** في استطلاع أُجري مؤخرًا، يعتقد 25% من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية أن حفل التخرج هو أهم حدث في العام الدراسي. فما احتمال أن يوافق 3 طلاب من كل 15 طالبًا عشوائيًا في المدرسة الثانوية على تلك الفكرة؟ **0.225 أو 22.5%**

17. **كرة القدم** ربح أحد فرق كرة القدم 75.7% من مبارياته. جـــد احتمال أن يربح 7 مباريات من عدد المباريات القادمة البالغ 12. **0.096 أو 9.6%**

18. **زراعة الحدائق** يزرع زياد 24 زهرة من زهور السوسن في فنائه الأمامي. وكانت الزهور التي اشتراها عبارة عن خليط من لونين هما الأحمر والأزرق. لم تُزهر الورود بعد، ولكن زياد يعرف أن احتمال الحصول على زهور زرقاء تساوي 75%. فما احتمال أن تكون 20 زهرة لونها أزرق؟ **0.132 أو 13.2%**

19. **كرة الرجبي** يحقق لاعبٌ يختص بضربات الجزاء هدفًا في 75% من ضرباته داخل منطقة الـ 35 m. ما احتمال أن يحقق بالضبط 7 من ضرباته القادمة داخل منطقة الـ 35 m؟ **0.25 أو 25%**

المنطقة (m)	الدقة (%)
0–35	75
35–45	62
45+	20

13. الإجابة النموذجية:

الخطوة 1 المحاولة هي سحب بطاقة من مجموعة من بطاقات اللعب. وستتألف المحاكاة من 20 محاولة.

الخطوة 2 يكون النجاح بسحب بطاقة عليها صورة وجه. واحتمال النجاح هي $\frac{3}{13}$ واحتمال الفشل هي $\frac{10}{13}$.

الخطوة 3 المتغير العشوائي X يمثّل عدد البطاقات التي عليها صورة وجه والتي تم سحبها في 20 محاولة.

الخطوة 4 استخدم مولد أعداد عشوائي. افترض أن 0–2 تمثّل سحب بطاقة عليها صورة وجه. وافترض أن 3–12 تمثّل جميع النتائج الأخرى. أعدّ جدولاً تكراريًا وسجّل النتائج وأنت تستخدم المولّد.

النتيجة	الإحصاء	التكرار
ورقة عليها صورة	||	2
البطاقات الأخرى	𝍸 𝍸 𝍸 |||	18

الاحتمال التجريبي هو $\frac{2}{20}$ أو 10%. يعدّ هذا أقل من الاحتمال النظري وهو $\frac{3}{13}$ أو 23.1% تقريبًا.

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة فهرسة ذات عدد فردي من مجموعة بطاقات فهرسة تتألف من 52 بطاقة مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة، وكل لون مرقم من 1 إلى 13. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

الخطوة ① المحاولة هي سحب بطاقة من المجموعة/عدد المحاولات يمكن أن يكون أي عدد أكبر من 0. لكن عدد المحاولات 52.

الخطوة ② المحاولة الناجحة هي سحب بطاقة ذات عدد فردي/ الأعداد الفردية في المجموعة هي 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13 وهي تتكرر 4 ألوان. ولذلك 7(4) = 28 بطاقة ذات عدد فردي في المجموعة/ احتمال النجاح من احتمال سحب بطاقة عدد فردي = $\frac{28}{52}$ أو $\frac{7}{13}$ / احتمال الفشل = $1 - \frac{7}{13} = \frac{6}{13}$.

الخطوة ③ المتغير العشوائي X يمثل عدد البطاقات ذات العدد الفردي التي تم سحبها في 52 محاولة.

الخطوة ④ أستخدم برنامج توليد الأعداد العشوائية على الحاسبة أو قرصان البرامج مثل برنامج سكرسونة Excel لتحديد الأعداد من 1 إلى 13 في التوليد. ثم نشئ جدول تكراري ونسجل النتائج من برنامج مولد الأعداد.

النتيجة	الإحصاء	التكرار
بطاقات ذات عدد فردي	𝍸 𝍸 𝍸 ||	17
بطاقات أخرى	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	35

سحب بطاقة ذات عدد فردي 17 مرة ← الاحتمال التجريبي $\frac{17}{52}$ ≈ 32.7٪

وهذا الاحتمال أكل من الاحتمال النظري الذي يساوي $\frac{7}{13}$ ≈ 53.8٪

يبيع خميس أصنافًا معروضة في فهرس مصور ليجمع أموالاً للمدرسة. لديه فرصة نسبتها 40% لإتمام صفقة بيع في كل مرة يحاول فيها إقناع عميل محتمل بالشراء. يعرض خميس على 10 أشخاص أن يشتروا أحد المنتجات. جـــد احتمال أن يشتري منه 6 أشخاص.

A 8.6% B 11.1% C 24% D 40%

عدد المحاولات 10

X عدد مرات النجاح (إتمام الصفقة)

احتمال النجاح P = 0.40

احتمال الفشل q = 1 - 0.40 = 0.60

المطلوب احتمال النجاح 6 مرات من أصل 10 | يعني 6 مرات نجاح من أصل 10 / يعني 4 مرات فشل من أصل 10

$${}_{10}C_6\ P^6\ q^4 = {}_{10}C_6\ (0.40)^6\ (0.60)^4 = 0.1114 = 11.14\%$$

التسويق عبر الهاتف تعمل خولة في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. ما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%

عدد المحاولات 20

X عدد مرات النجاح (تحقيق البيع)

احتمال النجاح P = 0.15

احتمال الفشل q = 1 - 0.15 = 0.85

المطلوب احتمال النجاح 5 مرات من أصل 20 | يعني 5 مرات نجاح من أصل 20 / يعني 15 مرات فشل من أصل 20

$${}_{20}C_5\ P^5\ q^{15} = {}_{20}C_5\ (0.15)^5\ (0.85)^{15} = 0.1028 = 10.28\%$$

23	إيجاد الاحتمالات باستخدام التوزيع ذي الحدين. .Find probabilities using binomial distributions	Exercises (20-26)	P665 P666

20. **الأطفال** يخطط السيد سالم وزوجته لإنجاب 3 أطفال. واحتمال أن يكون كل طفل ولدًا تساوي 50%. ما احتمال أن ينجبوا ولدين؟ **0.375 أو 37.5%**

21. **الاستنتاج المنطقي** بناء على استطلاع أُجري مؤخرًا، يمتلك 52% من طلاب المدارس الثانوية جهاز كمبيوتر محمولاً. تم اختيار عشرة طلاب عشوائيًا.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الطلاب الذين يمتلكون جهاز كمبيوتر محمولاً عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال أن يمتلك 8 طلاب على الأقل من كل 10 طلاب جهاز كمبيوتر محمولًا؟ **نحو 7%**

c. كم طالبًا تتوقع أن يمتلك جهاز كمبيوتر محمولاً؟ **5**

22. **ألعاب القوى** أُجري استطلاع لمعرفة النسبة المئوية للطلاب الذين يشاركون في الألعاب الرياضية في مدرستهم. تم اختيار ستة طلاب عشوائيًا.

الرياضيون من الطلاب	
0 رياضة	20%
رياضة واحدة	55%
رياضتين	20%
أكثر من 3 ألعاب رياضية	5%

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الطلاب الذين يلعبون رياضة واحدة على الأقل عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال ألا يشارك أكثر من طالبين في أحد الألعاب الرياضية؟ **0.01696 أو 1.696%**

c. كم طالبًا ينبغي أن تتوقع مشاركتهم في رياضة واحدة على الأقل؟ **5**

21a. 0 لديه جهاز كمبيوتر محمول، 0.0006 أو 0.06%؛ 1 لديه جهاز كمبيوتر محمول، 0.007 أو 0.7%، 2 لديهما جهاز كمبيوتر محمول، 0.0343 أو 3.43%؛ 3 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.0991 أو 9.91%؛ 4 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.1878 أو 18.78%؛ 5 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.2441 أو 24.41%؛ 6 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.2204 أو 22.04%؛ 7 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.1364 أو 13.64%؛ 8 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.0554 أو 5.54%؛ 9 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.0133 أو 1.33%؛ 10 لديهم جهاز كمبيوتر محمول، 0.0014 أو 0.14%

22a. 0 يمارس رياضة واحدة على الأقل، 0.00006 أو 0.006%؛ 1 يمارس رياضة واحدة على الأقل، 0.00154 أو 0.154%؛ 2 يمارسان رياضة واحدة على الأقل، 0.01536 أو 1.536%؛ 3 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.08192 أو 8.192%؛ 4 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.24576 أو 24.576%؛ 5 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.39322 أو 39.322%؛ 6 يمارسون رياضة واحدة على الأقل، 0.26214 أو 26.214%

23. **تمثيل النماذج** أظهر تصويت على الإنترنت أن 57% من البالغين لا تزال لديهم أسطوانات الفينيل. أجرى سعيد استطلاعًا مع 8 بالغين عشوائيًا من المجتمع الإحصائي.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد البالغين الذين لا يزالون يمتلكون أسطوانات الفينيل عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي. **انظر الهامش.**

b. ما احتمال أن ما لا يقل عن 6 أشخاص من المشاركين في الاستطلاع لا تزال لديهم أسطوانات الفينيل؟ **0.256 أو 25.6%**

c. كم شخصًا ينبغي أن يتوقع سعيد بأنهم لا يزالون يمتلكون أسطوانات الفينيل؟ **5**

تصل نسبة نجاح التوزيع ذي حدين إلى 60%. وهناك 18 محاولة.

24. ما احتمال نجاح 12 محاولة على الأقل؟ **0.374 أو 37.4%**

25. ما احتمال فشل 12 محاولة؟ **0.015 أو 1.5%**

26. ما العدد المتوقع للمحاولات الناجحة؟ **11**

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

23a. 0 لديه أسطوانات الفينيل، 0.001 أو 0.1%؛ 1 لديه أسطوانات الفينيل، 0.012 أو 1.2%؛ 2 لديهما أسطوانات الفينيل، 0.058 أو 5.8%؛ 3 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.152 أو 15.2%؛ 4 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.253 أو 25.3%؛ 5 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.268 أو 26.8%؛ 6 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.178 أو 17.8%؛ 7 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.067 أو 6.7%؛ 8 لديهم أسطوانات الفينيل، 0.011 أو 1.1%

050-2509447 عمل المدرس مصطفى أسامة علام

المفهوم الأساسي المتوسط الحسابي للتوزيع ذي الحدين

المتوسط μ في التوزيع ذي الحدين يُعطى بالعلاقة $\mu = np$ ، حيث تمثل n عدد المحاولات وتمثل p احتمال النجاح.

حل الاختبار نسيت حورية أن تُذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة اختيار من متعدد، وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. اختارت حورية إجابة عشوائية لكل سؤال. لنيل علامة النجاح، يجب عليها الإجابة عن أربعة أسئلة على الأقل بشكلٍ صحيح.

a. حدد الاحتمالات المرتبطة بعدد الأسئلة التي أجابتها حورية بشكلٍ صحيح عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.

إذا كان للسؤال أربعة خيارات فإن احتمال الإجابة الصحيحة = $\frac{1}{4} = 0.25$ واحتمال الخطأ = $1 - 0.25 = 0.75$

إذا كان $n = 5$ (5 أسئلة) / $p = 0.25$ / $q = 0.75$

$(p+q)^5$

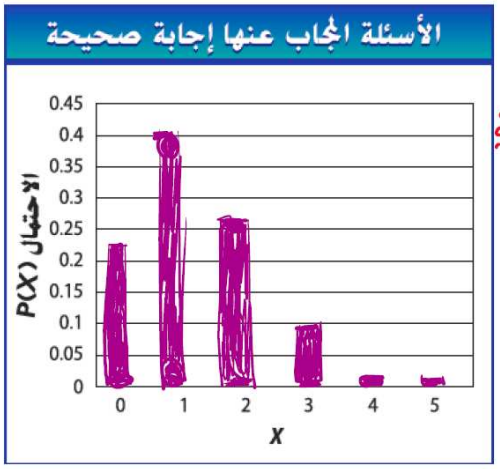
$= {}_5C_0\, p^5 q^0 + {}_5C_0\, p^4 q^1 + {}_5C_0\, p^3 q^2 + {}_5C_0\, p^2 q^3 + {}_5C_0\, p^1 q^4 + {}_5C_0\, p^0 q^5$

$= 1(0.25)^5(0.75)^0 + 5(0.25)^4(0.75)^1 + 10(0.25)^3(0.75)^2 + 10(0.25)^2(0.75)^3 + 5(0.25)^1(0.75)^4 + 1(0.25)^0(0.75)^5 =$

$\approx 0.001 + 0.015 + 0.089 + 0.264 + 0.396 + 0.237 = 1$

5 صحيحة | 4 صحيحة | 3 صحيحة | 2 صحيحة | 1 صحيحة | 0 صحيحة

يوضح التمثيل البياني توزيعاً ذا حدين لعدد الأسئلة التي أجابت عنها حورية إجابة صحيحة.



b. ما احتمال أن تنجح حورية في الاختبار؟

لكي تنجح حورية عليها أن تجيب عن أربعة أسئلة على الأقل إجابة صحيحة

أي إما أن تجيب عن 4 أسئلة أو 5 أسئلة إجابة صحيحة

احتمال نجاح حورية = احتمال 4 صحيح + احتمال 5 صحيح

$= 0.015 + 0.001 = 0.016$

يعني فرصة نجاحها = $0.016 = 1.6\%$ يعني أن نجاحها غير محتمل.

c. كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع حورية الإجابة عنه إجابة صحيحة؟

المتوسط الحسابي للتوزيع = $\mu = np$

$= 5(0.25) = 1.25$

ينبغي أن تتوقع حورية الإجابة عن سؤال واحد إجابة صحيحة عندما تختبر في خمسة أسئلة.

24	إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع. .Find area under normal distribution curves	Exercises (3-8)	P675

جـــد كلاً مما يلي (المثال 2)

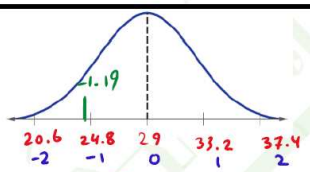
3. z إذا كان $X = 19$ و $\mu = 22$ و $\sigma = 2.6$ **−1.15**
4. X إذا كان $z = 2.3$ و $\mu = 64$ و $\sigma = 1.3$ **66.99**
5. z إذا كان $X = 52$ و $\mu = 43$ و $\sigma = 3.7$ **2.43**
6. X إذا كان $z = 2.5$ و $\mu = 27$ و $\sigma = 0.4$ **28**
7. z إذا كان $X = 32$ و $\mu = 38$ و $\sigma = 2.8$ **−2.14**
8. X إذا كان $z = 1.7$ و $\mu = 49$ و $\sigma = 4.1$ **55.97**

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. حيث X هي قيم البيانات. و μ هو الوسط. و σ هو الانحراف المعياري.

شرح السؤال بالفيديو

جد كلاً مما يلي.



a. z if $X = 24$, $\mu = 29$, and $\sigma = 4.2$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{24 - 29}{4.2} = \frac{-25}{21} = -1.19$$

b. X if $z = -1.73$, $\mu = 48$, and $\sigma = 2.3$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow -1.73 = \frac{X - 48}{2.3}$$

$$\Rightarrow -1.73(2.3) = X - 48 \Rightarrow X = -1.73(2.3) + 48 = 44.021$$

2A. z if $X = 32$, $\mu = 28$, and $\sigma = 1.7$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{32 - 28}{1.7} = \frac{40}{17} = 2.35$$

2B. X if $z = 2.15$, $\mu = 39$, and $\sigma = 0.4$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow 2.15 = \frac{X - 39}{0.4}$$

$$\Rightarrow 2.15(0.4) = X - 39 \Rightarrow X = 2.15(0.4) + 39 = 39.86$$

25	إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات. Find probabilities for normal distributions, and find data values given probabilities	Exercises (9-10) (17-20)	P675

9. **علم الأسماك** خلال مشروعٍ علمي، درس أسامة معدل نمو 797 سمكة سلّور ذهبية خضراء وتوصّل إلى المعلومات التالية. افترض أن البيانات موزّعة توزيعًا طبيعيًا. (مثال 3)

a. حدّد عدد الأسماك التي طولها أقل من 4.5 mm عند الولادة.
184

b. حدّد عدد الأسماك التي طولها أكبر من 5 mm عند الولادة.
92

10. **قطار الملاهي** متوسط وقت انتظار ركوب القطار لعدد 16,000 راكبًا لقطار الملاهي في اليوم يساوي 72 دقيقة بانحرافٍ معياريٍ يساوي 15 دقيقة. افترض أن البيانات موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا. (مثال 3)

a. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أقل من 60 دقيقةً لركوب قطار الملاهي. حوالي 3392

b. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أكثر من 90 دقيقةً لركوب قطار الملاهي. حوالي 1840

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447

17. **البطاريات** العمر الافتراضي لنوعٍ محددٍ من البطاريات موزّع توزيعًا طبيعيًا حيث $\mu = 8$ ساعات و $\sigma = 1.5$ ساعة. جـــد احتمال كل مما يلي. (مثال 5)

a. سوف تستمر البطارية لأقل من 6 ساعات. **9%**

b. ستعمل البطارية أكثر من 12 ساعة. **0.4%**

c. ستعمل البطارية بين 8 و 9 ساعات. **25%**

18. **الصحة** المستوى الوسطي لكوليسترول الدم لدى الإماراتيين البالغين يساوي 203 mg/dL (ميليجرام في الديسيلتر) عند انحرافٍ معياري قيمته 38.8 mg/dL. جـــد احتمال كل مما يلي. وافترض أن البيانات موزعة توزيعًا طبيعيًا. (مثال 5)

a. مستوى كوليسترول الدم ما دون 160 mg/dL، والذي يعدّ منخفضًا ويمكن أن يؤدي إلى خطر مرتفع للإصابة بجلطة **13%**

b. مستوى كوليسترول الدم فوق 240 mg/dL، والذي يعدّ مرتفعًا ويمكن أن يؤدي إلى خطورة مرتفعة للإصابة بمرض القلب **17%**

c. مستوى كوليسترول الدم بين 180 و 200 mg/dL، والذي يعدّ طبيعيًا **19%**

19. **هطول الثلج** يتوزّع هطول الثلج الوسطي بالسنتيمترات في منطقة الولايات المتحدة وكندا الواقعتين بين الخطين 45°N و 55°N توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 260$ و $\sigma = 27$. (المثال 6)

a. حدّد الكمية الصغرى لهطول الثلج المتشكّلة ضمن نسبة 15% العليا من التوزيع. **288.0 cm**

b. حدّد الكمية القصوى لهطول الثلج المتشكّلة في نسبة 30% الدنيا. **245.8 cm**

c. ما هو مدى هطول الثلج الذي يتشكّل عند نسبة 60% الوسطى؟ **237.3 cm – 282.7 cm**

20. **سرعة حركة المرور** تتوزع سرعة حركة المرور بالكيلومترات في الساعة في الشارع الشمالي توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 60$ و $\sigma = 9$. (المثال 6)

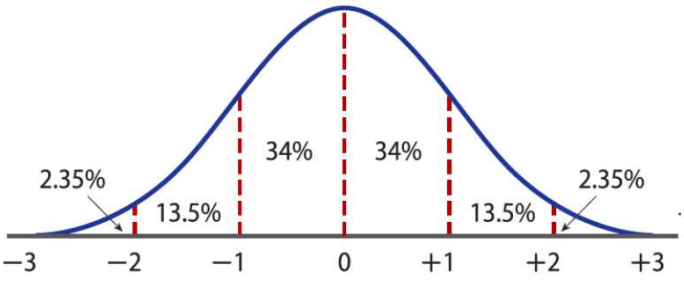
a. حدّد السرعة القصوى لأبطأ 10% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. **40 km/h**

b. حدّد السرعة الصغرى لأسرع 5% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. **75 km/h**

c. ما مدى سرعة السيارات ضمن النسبة الوسطى 25% التي تعبر الشارع الشمالي؟ **57 km/h – 63 km/h**

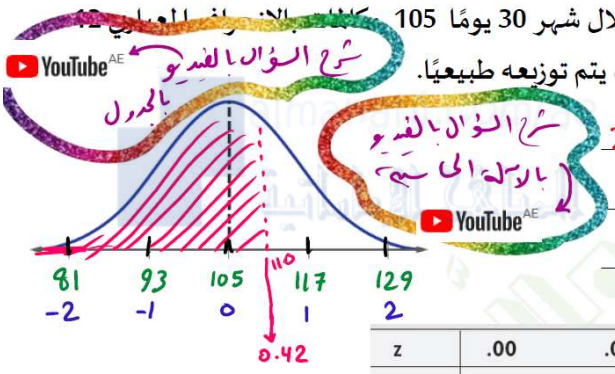
almanahj.com/ae المناهج الإماراتية
050-2509447

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الكّلية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

الاتصالات بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات بالانحراف المعياري 12. جد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا.



نوجد z المقابلة $z = \frac{110-105}{12} = 0.42$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

نجد المساحة على يسار 0.42 هي 0.6628

z	.00	.01	.02
0.0	.5000	.5040	.5080
0.1	.5398	.5438	.5478
0.2	.5793	.5832	.5871
0.3	.6179	.6217	.6255
0.4	.6554	.6591	.6628

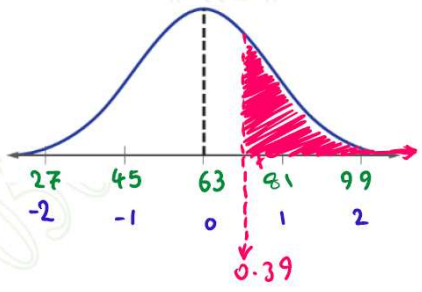
الجدول كامل في آخر الصفحات بهذا الملف

عدد الأيام = 0.6628 (30)

= 19.884 يوم

يوجد تقريبًا 20 يوم تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات

كرة السلة بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرزفيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا.



نوجد z المقابلة $z = \frac{70-63}{18} = 0.39$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

نجد المساحة على يسار 0.39 هي 0.6141

النسبة المئوية للمباريات أكثر من 70 نقطة = $1 - 0.6141 = 0.3483 = 34.83\%$

$\approx 35\%$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517

الأرصاد الجوية يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81°$ و $\sigma = 6°$. جد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المقابلة الواقعة تحت المنحنى.

a. P(70° < X < 90°)

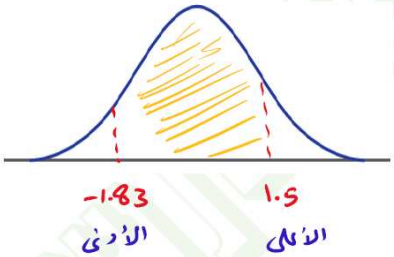
$X = 70 \Rightarrow Z = \frac{70-81}{6} = -1.83$

$X = 90 \Rightarrow Z = \frac{90-81}{6} = 1.5$

المطلوب بحسب الحالة (باللون الأصفر)

بالآلة الحاسبة 0.8995 ≈ 90٪ = 0.9

تقريباً 90٪ من درجات الحرارة كانت تقع بين 70, 90



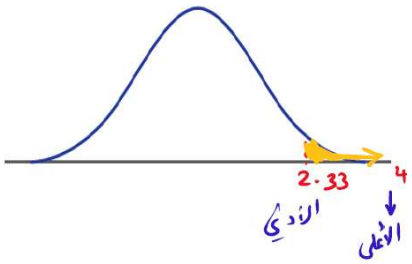
b. P(X ≥ 95°)

$X = 95 \Rightarrow Z = \frac{95-81}{6} = 2.33$

المطلوب بحسب الحالة (باللون الأصفر)

بالآلة الحاسبة 0.00987 ≈ 1٪ = 0.01

⇐ احتمال أن تساوي درجة الحرارة 95 أو أكثر = 1٪ تقريباً.



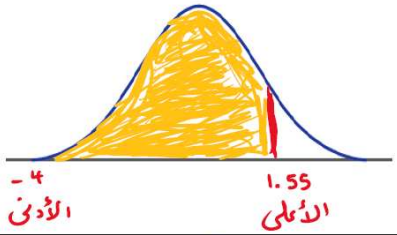
الاختبار توزع درجات اختبارٍ معياريٍ توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. جد كل احتمالٍ مما يلي واستخدم حاسبةً التمثيل البياني أو الجداول لإيجاد المساحة تحت المنحنى.

A. P(X < 89)

$X = 89 \Rightarrow Z = \frac{89-72}{11} = 1.55$

المطلوب الحالة (باللون الأصفر) ← بالآلة الحاسبة 0.9394 ≈ 93.9٪

⇐ احتمال أن تكون درجة الاختبار أقل من 89 هو 93.9٪



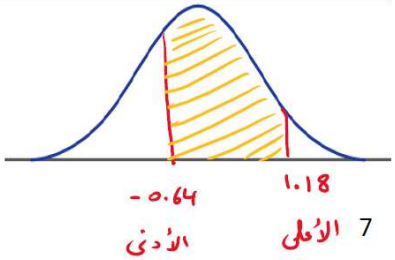
B. P(65 < X < 85)

$X = 65 \Rightarrow Z = (65-72)/11 = -0.64$

$X = 85 \Rightarrow Z = (85-72)/11 = 1.18$

الحالة الصفراء بالآلة الحاسبة هي 0.6199 ≈ 62٪

تقريباً 62٪ من الدرجات كانت بين 65, 85



7

الدراسة الجامعية تتوزع درجات اختبارقبول الجامعة في قسم الرياضيات طبيعيًا حيث $\mu = 65$ و$\sigma = 8$.

شرح السؤال بالفيديو

a. إذا أرادت فاطمة أن تكون ضمن ال 20 % الأوائل، فما الدرجة التي يجب عليها تحقيقها؟

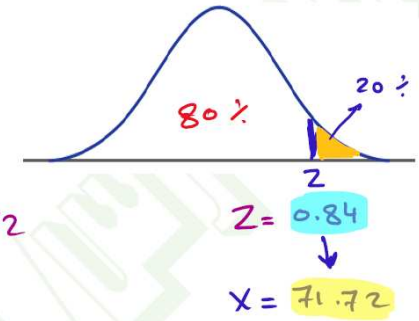
نحسب Z عندما تكون الى يمين ٪80 من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	.00	.01	.02	.03	.04
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995

80٪ ← $z = 0.84$

نوجد قيمة X المقابلة لـ $Z = 0.84$

$$0.84 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X = 0.84(8) + 65 = 71.72$$



يجب على فاطمة الحصول على درجة 71.72 فما فوق لكي تكون ضمن الـ 20٪ الأوائل

b. تتوقع فاطمة أن تحصل على درجة ضمن النسبة الوسطى 90 % في التوزيع. فما مدى الدرجات الذي يقع ضمن هذه الفئة؟

نوجد قيمتي Z_1, Z_2 من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495

5٪ ← $Z_1 = -1.645 \approx -1.65$

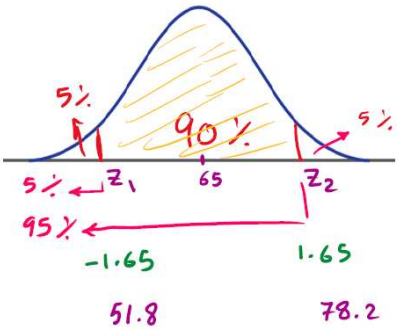
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505

95٪ ← $Z_2 = 1.645 \approx 1.65$

$$Z_1 = -1.65 \Rightarrow -1.65 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X_1 = -1.65(8) + 65 = 51.8$$

$$Z_2 = 1.65 \Rightarrow 1.65 = \frac{X - 65}{8} \Rightarrow X_2 = 1.65(8) + 65 = 78.2$$

نتوقع فاطمة أن تكون درجتها بين 78.2 , 51.8 لكي تكون ضمن ٪90 الوسطى.



البحث يختارباحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعةً للدراسة وسط وزنها 86 kg وانحرافها المعياري 5.5 kg . افترض أن الأوزان موزعةٌ طبيعيًا.

شرح السؤال بالفيديو

A. إذا كانت الدراسة ستركز بصورةٍ رئيسةٍ على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى 80 % من مجموعة البيانات، فما مدى الاوزان الذي سيتضمنه ذلك؟

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003

$Z_1 = -1.28$

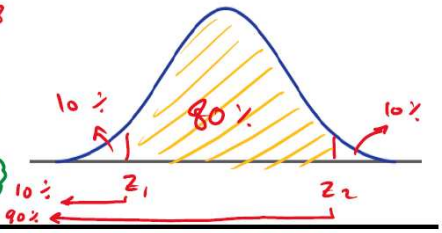
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997

$Z_2 = 1.28$

$$Z_1 = -1.28 \Rightarrow -1.28 = (X - 86)/5.5 \Rightarrow X_1 = 78.96$$

$$Z_2 = 1.28 \Rightarrow 1.28 = (X - 86)/5.5 \Rightarrow X_2 = 93.04$$

$79 < X < 93$



B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية 5 % من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى أوزان الأشخاص الذين سيجري الاتصال بهم؟

z	.04	.05
−1.6	.0505	.0495

5٪ ← $Z_1 = -1.65$

z	.04	.05
1.6	.9495	.9505

95٪ ← $Z_2 = 1.65$

$$Z_1 = -1.65 \Rightarrow -1.65 = \frac{X - 86}{5.5} \Rightarrow X = 76.9$$

$$Z_2 = 1.65 \Rightarrow 1.65 = \frac{X - 86}{5.5} \Rightarrow X = 95.1$$

$X < 76.9$ OR $X > 95.1$