تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل الوحدة التاسعة المتتاليات والمتسلسلات
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الحادي عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الحادي عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	أوراق عمل الاحداثيات القطبية والأعداد المركبة
2	المتقدم، رياضيات، اختبار منتصف الفصل الثالث
3	مقررات الفصل الثالث
4	اسئلة مراجعة ل
5	نموذج اول امتحان نهاية العام

سوف أضع إجابات هذه الأوراق هنا

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتي

الوحدة 9

المتتاليات والمتسلسلات

عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم

9-1 المتتاليات كدوال

Sequences As Functions

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. 2– ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية.

المتتالية هي مجموعة من الأعداد بترتيب أو نمط معين. وكل عدد في المتتالية يُسمى حدًا. وقد تكون المتتالية **متتالية منتهية** وتحتوي على عدد محدود من الحدود، مثل {6 , 4 , 2 , 0 , -2 }، أو تكون **متتالية لانهائية** والتي تستمر بلا نهاية، مثل {... , 3 , 2 , 1 , 0}، ويتم التعبير عن الحد الأول من متتالية بـ a_1 ، بينما يتم التعبير عن الحد الثاني بـ a_2 ، وهكذا.

في **المتتالية الحسابية**، يتحدد كل حد من خلال إضافة قيمة ثابتة إلى الحد السابق. ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **الفرق المشترك**.

وفي **المتتالية الهندسية**، يتحدد كل حد من خلال ضرب ثابت غير صفري في الحد السابق. ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **النسبة المشتركة**.

التمثيل البياني لحدود المتتالية **الحسابية** يستقر على خط مستقيم. وتعد المتتالية الحسابية **دالة خطية**، والفرق المشترك هو الميل.

التمثيل البياني لحدود المتتالية **الهندسية** يكون أسيًا. وأساس **الدالة الأسية** هو النسبة المشتركة.

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية. اكتب نعم أو لا.

Determine whether each sequence is arithmetic. Write yes or no.

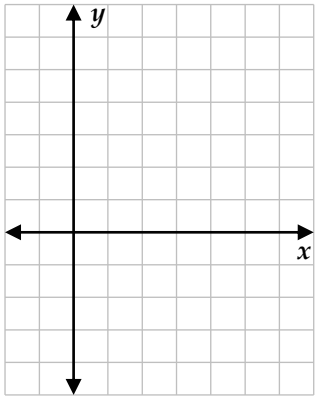
0.6, 0.9, 1.2, 1.8, ...

8, -2, -12, -22, ...

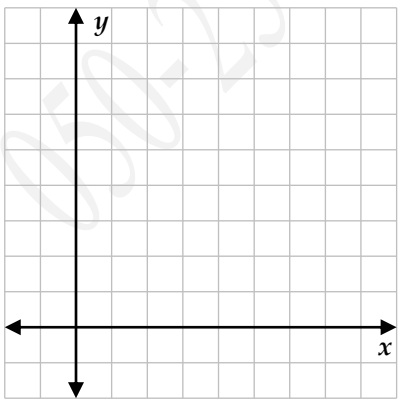
جد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

Find the next four terms of each arithmetic sequence. Then graph the

-19, -11, -3, ...



6, 18, 30, ...



المعرفة المالية تدخر خديجة من أموالها لشراء سيارة. وهي تمتلك AED 250، وتخطط لادخار AED 75 في الأسبوع من عملها.

a. كم ستكون خديجة قد ادخرت بعد 8 أسابيع؟

b. إذا كانت السيارة تكلف AED 2000، فكم من الزمن ستستغرق لادخار مالٍ كافٍ بهذا المعدل؟

FINANCIAL LITERACY Khadija is saving her money to buy a car. She has AED 250, and she plans to save AED 75 per week from her job.

a. How much will Khadija have saved after 8 weeks? AED 850

b. If the car costs AED 2000, how long will it take her to save enough money at this rate? 24 wk

---

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي هندسية. اكتب نعم أو لا.

Determine whether each sequence is geometric. Write yes or no.

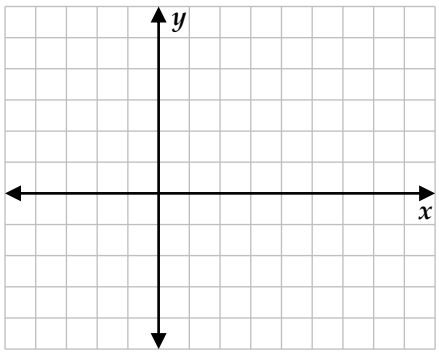
4, 12, 36, 108, …

-8, -5, -1, 4, …

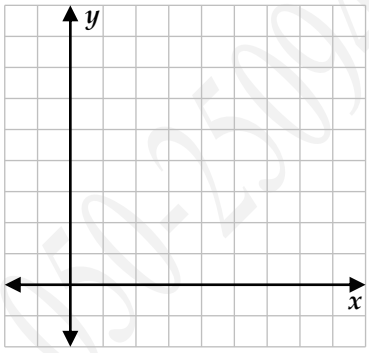
جد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

Find the next three terms of each geometric sequence. Then graph the sequence.

9, -3, 1, $-1/3$, …



8, 12, 18, 27, …



حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح استنتاجك.

Determine whether each sequence is arithmetic, geometric, or neither. Explain your reasoning.

12, 16, 20, 24, …

200, -100, 50, -25, …

5, 1, 7, 3, 9, …

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– استكشاف عدة أنواع مختلفة من المتتاليات. 2– استخدام الرمز سيجما في تمثيل وحساب مجموع المتسلسلات W.

ويوجد عدد لا نهائي من المتتاليات التي لها نفس الحدود القليلة الأولى، ولتعريف متتالية بأنها وحيدة بدرجة كافية، يجب وضع صيغة للحد النوني أو يجب تقديم معلومات أخرى. وعند تعريفها بوضوح، تُعطي الصيغة الصريحة الحد النوني a_n في صورة دالة n.

إيجاد حدود المتتاليات

جد الحدود الأربعة التالية في كل متتالية.

Example 1a. 2, 7, 12, 17, ...

Example 1b. 2, 5, 10, 17, ...

Example 1c. of the sequence given by $a_n = 2n(-1)^n$.

1A. 32, 16, 8, 4, ...

1B. 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

1C. of the sequence given by $a_n = n^3 - 10$.

يمكن أيضًا تعريف المتتالية بالتكرار. تنتج المتتاليات المعرفة بالتكرار حدًا واحدًا أو أكثر من الحدود القليلة الأولى، ثم تُعرّف الحدود التالية باستخدام تلك الحدود السابقة. تُسمى الصيغة التي تعرف الحد النوني في المتتالية باسم **الصيغة التكرارية أو الصيغة الضمنية** أو علاقة التكرار.

المتتالية المُعرفة بالتكرار

مثال 2. جد الحد الخامس في المتتالية المُعرفة إذا كان $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ **و** $a_1 = 2$. **حيث** $n \geq 2$.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

جد الحد السادس لكل متتالية فيما يلي:

2A. $a_1 = 3,\ a_n = (-2)a_{n-1},\ n \geq 2$

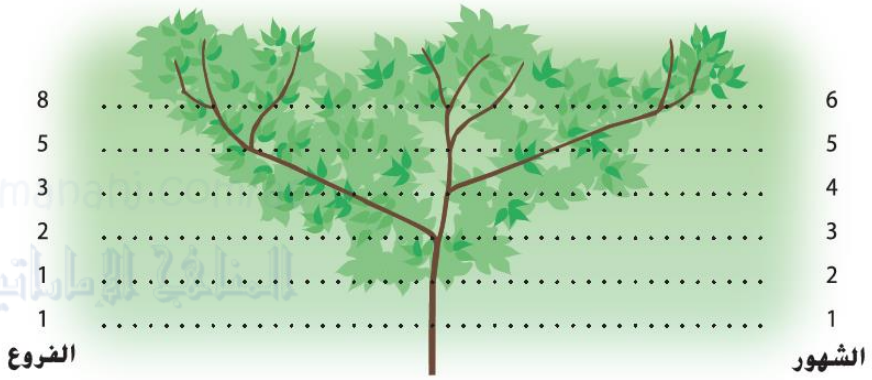
2B. $a_1 = 8,\ a_n = 2a_{n-1} - 7,\ n \geq 2$

050-2509447 عمل المدرس/ مصطفى علام

تصف **متتالية فيبوناتشي** العديد من الأنماط الموجودة في الطبيعة، وغالبًا ما تُعرف بالتكرار.

متتالية فيبوناتشي

مثال 3. الطبيعة على فرض أنه عندما بدأ النبات في النمو، ينبغي أن ينمو الجذر أولاً لمدة شهرين ليصبح قويًا بما يكفي لحمل الفروع. نبت فرع جديد في نهاية الشهر الثاني وسينبت فرع جديد كل شهر. ثم ينمو كل فرع من الفروع الجديدة لمدة شهرين ثم ينبت فرع جديد مع كل شهر. إذا استمر هذا النمط، فكم فرعًا سيكون في النبات بعد 10 شهور؟



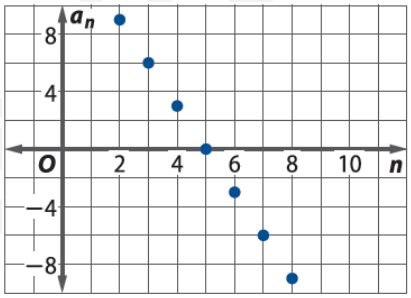
تمرين موجَّه 3. الطبيعة كم فرعًا سيكون في نبات مثل ذلك المذكور في المثال 3 بعد مرور 15 شهرًا إذا لم تتم إزالة أية فروع؟

استكشفت في درس سابق , السلوك الطرفي للتمثيلات البيانية للدوال. وتعلمت أنه عندما يقترب مجال بعض الدوال من ∞، فإن المدى يقترب من عدد وحيد يُسمى النهاية. ومثل الدالة، يمكن أن يكون للمتتالية اللانهائية نهاية. وإذا كان للمتتالية نهاية بحيث تقترب الحدود من عدد وحيد، فستوصف المتتالية بأنها تقاربية. وإذا لم تكن كذلك، فستوصف المتتالية بأنها تباعدية.

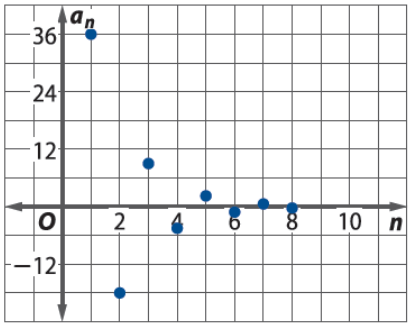
المتتاليات التقاربية والتباعدية

مثال 4. حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي تقاربية أم تباعدية.

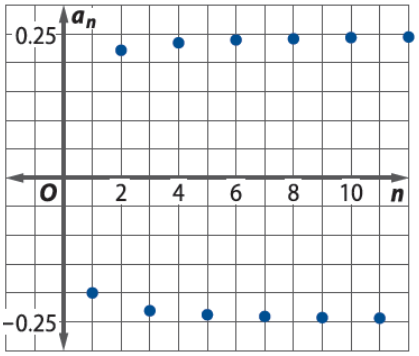
Example 4a. $a_n = -3n + 12$



Example 4b. $a_1 = 36,\ a_n = -\frac{1}{2}a_{n-1},\ n \geq 2$



Example 4c. $a_n = \frac{(-1)^n \cdot n}{4n+1}$



المتسلسلة هي مجموع جميع حدود المتتالية. وكالمتتالية، يمكن أن تكون المتسلسلة منتهية أو لانهائية. **المتسلسلة المنتهية** هي مجموع جميع حدود المتتالية المنتهية، بينما **المتسلسلة اللانهائية** هي مجموع جميع حدود المتتالية اللانهائية.

	متتالية	متسلسلة
منتهية	1, 3, 5, 7, 9	1 + 3 + 5 + 7 + 9
لانهائية	1, 3, 5, 7, 9, ...	1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ...

يسُمى مجموع الحدود النونية الأولى في المتسلسلة بالمجموع الجزئي **النوني** ويرُمز إليه بـ S_n. ويمكن إيجاد المجموع الجزئي النوني لأي متسلسلة بحساب كل حد وصولاً إلى الحد النوني، ثم إيجاد مجموع تلك الحدود.

المجموع الجزئي للحد النوني

مثال 5a. جد المجموع الجزئي الرابع لـ $a_n = (-2)^n + 3$.

مثال 5b. *Find* S_3 *of* $a_n = \frac{4}{10^n}$.

5A. Find the sixth partial sum of $a_1 = 8$, $a_n = 0.5(a_{n-1})$, $n \geq 2$.

5B. Find the seventh partial sum of $a_n = 3\left(\frac{1}{10}\right)^n$.

بما أن المتسلسلة اللانهائية ليس لها عدد نهائي من الحدود، فقد تفترض أن المتسلسلة اللانهائية ليس لها مجموع S. وهذا صحيح بالنسبة للمتسلسلة الموضحة أدناه.

متتالية لانهائية	متسلسلة لانهائية	متتالية المجاميع الجزئية الأربعة الأولى
1, 4, 7, 10, ...	1 + 4 + 7 + 10 + ...	1, 5, 12, 22, ...

لكن بعض المتسلسلات اللانهائية لها مجاميع. وليكون للمتسلسلة اللانهائية مجموع محدد S، يجب أن تقترب المتتالية اللانهائية المرتبطة بتلك المتسلسلة من 0. ولاحظ أنه يبدو أن متتالية المجاميع الجزئية في المتسلسلة اللانهائية الموضحة أدناه تقترب من مجموع $0.\overline{1}$ أو $\frac{1}{9}$.

متتالية لانهائية	متسلسلة لانهائية	متتالية المجاميع الجزئية الأربعة الأولى
0.1, 0.01, 0.001, ...	0.1 + 0.01 + 0.001 + ...	0.1, 0.11, 0.111, ...

يتم غالبًا ترميز المتسلسلات باستخدام الحرف اليوناني الكبير سيجما Σ. ومن المعروف أن المتسلسلة المكتوبة باستخدام هذا الحرف يمكن التعبير عنها باستخدام رمز المجموع أو الرمز سيجما.

قراءة في الرياضيات

الرمز سيجما $\sum_{n=1}^{k} a_n$ يُقرأ المجموع من $n = 1$ إلى k من a إلى n.

المفهوم الأساسي الرمز سيجما

في أي متتالية ... a_1, a_2, a_3, a_4، يرمز لمجموع الحدود k الأولى بـ

$$\sum_{n=1}^{k} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_k$$

حيث n هي مؤشر المجموع، و k هي الحد العلوي للمجموع و 1 هو الحد السفلي للمجموع.

يشير الحد السفلي في هذا الرمز إلى موقع بدء تجميع حدود المتتالية، ويشير الحد العلوي إلى موقع انتهاء المجموع. وإذا أُعطي الحد العلوي بالشكل ∞، فإن الرمز سيجما يمثل متسلسلة لانهائية.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$$

جد مجموع كل مما يلي.

Example 6a. $\sum_{n=1}^{5}(4n-3)$

Example 6b. $\sum_{n=3}^{7}\frac{6n-3}{2}$

Example 6c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{10^n}$

6A. $\sum_{n=1}^{5}\frac{n^2-1}{2}$

6B. $\sum_{n=7}^{13}(n^3-n^2)$

المناهج الإماراتية
almanahj.com/ae
عمل المدرس/ مصطفى علام 0502509447

Arithmetic Sequences and Series

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم

9-3 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

مشاهدة الدرس YouTube 1

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- استخدام المتتاليات الحسابية. 2- إيجاد مجاميع المتسلسلات الحسابية.

الحد النوني a_n لمتتالية حسابية $a_n = a_1 + (n-1)d$

يُطلق على الحدود الموجودة بين أي حدين غير متتابعين لمتتالية حسابية اسم **أوساط حسابية**.

المتسلسلة تتكون عند جمع حدود متتالية ما. **والمتسلسلة الحسابية** هي مجموع حدود متتالية حسابية. ويطلق على مجموع الحدود النونية الأولى اسم **المجموع الجزئي**، ويُعبَّر عنه بـ S_n.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \quad , \quad S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

جد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

Find the indicated term of each arithmetic sequence.

a_{18} for 12, 25, 38, ...

$a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

Write an equation for the nth term of each arithmetic sequence.

$a_5 = -12,\ d = -4$

13, 19, 25, ...

جد الأوساط الحسابية في كل متتالية.

Find the arithmetic means in each sequence.

-4 , ? , ? , ? , 8

6 , ? , ? , ? , 42

Find the sum of each arithmetic series.

جد مجموع كل متسلسلة حسابية.

$4 + 8 + 12 + \ldots + 200$

the first 50 natural numbers

$a_1 = 12,\ a_n = 188,\ d = 4$

$a_n = 145,\ d = 5,\ n = 21$

Find the first three terms of each arithmetic series.

جد الحدود الثلاثة الأولى لكل متسلسلة حسابية.

$a_1 = 8,\ a_n = 100,\ S_n = 1296$

$n = 18,\ a_n = 112,\ S_n = 1098$

يمكن كتابة مجموع المتسلسلة باختصار عن طريق استخدام الرمز سيجما.

$\sum_{k=1}^{n} f(k)$ ← صيغة حدود المتسلسلة
$k=1$ ← أول قيمة لـ k
n ← آخر قيمة لـ k

MULTIPLE CHOICE Find $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$.

A 45

B 78

C 342

D 410

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

جد مجموع كل متسلسلة حسابية.

Find the sum of each arithmetic series.

$\sum_{k=5}^{16} (2k + 6)$

$\sum_{k=0}^{12} (-3k + 2)$

0502509447 عمل المدرس/ مصطفى علام

Geometric Sequences and Series

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم — 9-4 المتتاليات والمتسلسلات الهندسية — مشاهدة الدرس YouTube 1

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– استخدام المتتاليات الهندسية. 2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية.

الحد النوني a_n لمتتالية هندسية $a_n = a_1\, r^{n-1}$

يُطلق على الحدود الموجودة بين أي حدين غير متتابعين لمتتالية هندسية اسم **أوساط هندسية**.

المتسلسلة تتكون عند جمع حدود متتالية ما. **والمتسلسلة الهندسية** هي مجموع حدود متتالية هندسية. ويطلق على مجموع الحدود النونية الأولى اسم **المجموع الجزئي**، ويُعبَّر عنه بـ S_n.

$$S_n = \frac{a_1 - a_n\, r}{1 - r}\ , r \neq 1 \quad , \quad S_n = \frac{a_1 - a_1\, r^n}{1 - r}\ , r \neq 1$$

الانتظام يصنع أحمد شجرة عائلة لجده. وقد تمكن من تتبع العديد من الأجيال. وإذا استطاع أحمد تتبع 10 أجيال سابقة من عائلته، بدءًا من والديه، فكم عدد الأسلاف الذين سيتمكن من تتبعهم؟

REGULARITY Ahmed is making a family tree for his grandfather. He was able to trace many generations. If Ahmed could trace his family back 10 generations, starting with his parents how many ancestors would there be? 2046

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية هندسية.

Write an equation for the nth term of each geometric sequence.

- 4, 16, - 64, …

18, 6, 2, …

$a_2 = -96,\ r = -8$

$a_6 = \frac{1}{8}\ ,\ r = \frac{3}{4}$

050-2509447 مصطفى علام

جد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

Find the geometric means of each sequence.

$0.25 \ , \ \underline{?} \ , \ \underline{?} \ , \ \underline{?} \ , \ 64$

جد وسطين هندسيين بين 3 و 375.

Find two geometric means between 3 and 375.

الألعاب ترتب شيماء بعض صفوف قطع الدومينو بحيث عندما تضرب أول قطعة منها، تتساقط كل قطعة على قطعتين أخريين عندما تسقط. وإذا كان هناك عشرة صفوف، فكم عدد قطع الدومينو التي ستستخدمها شيماء؟

GAMES Shaima arranges some rows of dominoes so that after she knocks over the first one, each domino knocks over two more dominoes when it falls. If there are ten rows, how many dominoes does Shaima use? 1023

جد مجموع كل متسلسلة هندسية.

Find the sum of each geometric series.

$$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

$$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$$

جد a_1 لكل متسلسلة هندسية موصوفة.

Find a_1 for each geometric series described.

$S_n = 1020 \ , \quad a_n = 4 \ , \quad r = \frac{1}{2}$

$S_n = 85\frac{5}{16} \ , \quad r = 4 \ , \quad n = 6$

Infinite Geometric Series

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم

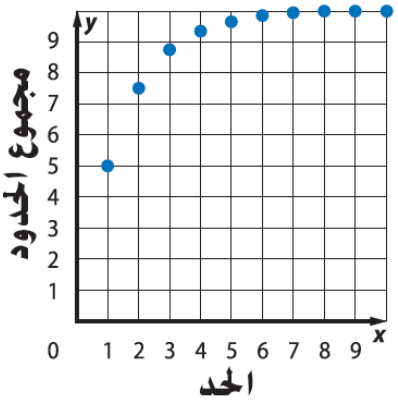
9-5 المتسلسلة الهندسية اللانهائية

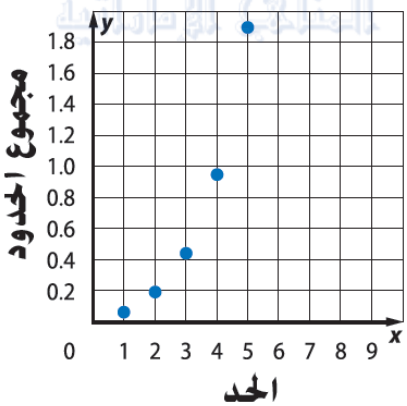
في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية اللانهائية. 2– كتابة الكسور العشرية الدورية في صورة كسور.

يوجد لدى **المتسلسلة الهندسية اللانهائية** عدد لا يحصى من الحدود. ويطلق على المتسلسلة التي لها مجموع **متسلسلة تقاربية**، وذلك لأن مجموعها يقترب من قيمة محددة. أما المتسلسلة التي ليس لها مجموع، فيطلق عليها **متسلسلة تباعدية**.

المفهوم الأساسي المتسلسلات التقاربية والتباعدية

متسلسلة تقاربية	متسلسلة تباعدية
الشرح يقترب المجموع من قيمة نهائية.	**الشرح** لا يقترب المجموع من قيمة نهائية.
النسبة $\|r\| < 1$	**النسبة** $\|r\| \geq 1$
مثال $5 + 2.5 + 1.25 + \ldots$	**مثال** $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \ldots$





المتسلسلات التقاربية والتباعدية

حدد ما إذا كانت كل متسلسلة هندسية اللانهائية تقاربية أم تباعدية.

Example 1a. $54 + 36 + 24 + \ldots$

Example 1b. $8 + 12 + 18 + \ldots$

1A. $2 + 3 + 4.5 + \ldots$

1B. $100 + 50 + 25 + \ldots$

عندما يكون $|r| < 1$، فإن قيمة r^n سوف تقترب من الصفر مع زيادة n. وبهذا ستقترب المجاميع الجزئية للمتسلسلات الهندسية اللانهائية من $\frac{a_1}{1-r}$ أو $\frac{a_1-a_1(0)}{1-r}$

المفهوم الأساسي مجموع المتسلسلات الهندسية اللانهائية

يُمكن إيجاد مجموع S لمتسلسلة هندسية لانهائية عند $|r| < 1$ باستخدام $S = \frac{a_1}{1-r}$.

إذا كان $|r| \geq 1$، فإن المتسلسلة لا يوجد لها مجموع.

مجموع متسلسلة هندسية لانهائية

جد مجموع كل متسلسلة لانهائية، إن وجد. حدد ما إذا كانت كل متسلسلة هندسية لانهائية تقاربية أم تباعدية.

Example 2a. $\frac{2}{3} + \frac{6}{15} + \frac{18}{75} + \ldots$

Example 2b. $6 + 9 + 13.5 + 20.25 + \ldots$

2A. $4 - 2 + 1 - 0.5 + \ldots$

2B. $16 + 20 + 25 + \ldots$

يُمكن استخدام الرمز سيجما لتمثيل المتسلسلات اللانهائية. إذا كانت متتالية لانهائية، فإنها تستمر دون نهاية. ويوضع رمز اللانهاية ∞ فوق رمز Σ لتوضيح أن المتسلسلة لانهائية.

المتسلسلة اللانهائية في الرمز سيجما

جد مجموع كل متسلسلة لانهائية، إن وجد. حدد ما إذا كانت كل متسلسلة هندسية لانهائية تقاربية أم تباعدية.

Example 3. Find $\sum_{k=1}^{\infty} 18\left(\frac{4}{5}\right)^{k-1}$

3A. Find $\sum_{k=1}^{\infty} 12\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447 مصطفى علام عمل المدرس

اكتب كل كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي.

Example 4. $0.\overline{63}$

4A. $0.\overline{21}$

15. $0.\overline{642}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 0502509447

Recursion and Iteration

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم

9-6 التكرار والإعادة

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1– التعرف على المتتاليات الخاصة واستخدامها. 2– التعرف على دوال التكرار.

تولد أنثى نحل العسل عندما تتزاوج الملكة مع ذكر نحل، ويكون للأنثى والدين وهما الأب والأم. إلا أن ذكر نحل العسل يولد من بيض الملكة غير المخصب، وبذلك يكون لديه والد واحد فقط وهو الأم. وتتبع شجرة عائلة نحل العسل متتالية خاصة.

الجيل	1	2	3	4	5	6
الآباء	1	1	2	3	5	8

لاحظ أن كل حد موجود في قائمة الآباء يساوي مجموع الحدين السابقين. ويطلق على هذه المتتالية الخاصة **متتالية فيبوناتشي**، وتوجد في العديد من الأمثلة الطبيعية. وتعد متتالية فيبوناتشي مثالاً على **المتتالية التكرارية**. في المتتالية التكرارية، يتم تحديد كل حد باستخدام حد واحد أو أكثر من الحدود السابقة.

تندرج الصيغ التي استخدمتها حتى الآن في المتتاليات تحت الصيغ الصريحة. تنتج **الصيغة الصريحة** a_n في صورة دالة لـ n، مثل $a_n=3n+1$. تُعد الصيغة التي تصف متتالية فيبوناتشي، $a_n=a_{n-2}+a_{n-1}$ **صيغة تكرارية أو صيغة ضمنية**، وهذا يعني أن كل حد سيتم تحديده باستخدام حد واحد أو أكثر من الحدود السابقة. ويجب أن نحصل على الحد الأولي في الصيغة التكرارية أو الضمنية.

المفهوم الأساسي الصيغ التكرارية / الضمنية للمتتاليات

المتتالية الحسابية	$a_n = a_{n-1} + d$، حيث d هو الفرق المشترك
المتتالية الهندسية	$a_n = r \cdot a_{n-1}$، حيث r هو النسبة المشتركة

	المتتالية الحسابية	المتتالية الهندسية
صيغة الحد النوني (الصريحة)	$a_n = a_1 + (n-1)\,d$	$a_n = a_1\, r^{n-1}$
الصيغة التكرارية (الضمنية)	$a_n = a_{n-1} + d$, $a_1 =$ --- , $n \geq 2$	$a_n = r \cdot a_{n-1}$, $a_1 =$ --- , $n \geq 2$

استخدام صيغة تكرارية/ ضمنية

جد الحدود الخمسة الأولى لكل متتالية موضحة.

1. $a_1 = 16, a_{n+1} = a_n + 4$

4. $a_1 = -4, a_{n+1} = 2a_n - 6$

لإيجاد صيغة تكرارية، حدد أولاً الحد الأولي. ثم قيّم النمط لإيجاد الحدود التالية. ولا تشتمل الصيغة التكرارية التي تنتج متتالية على قيمة الحد الأولي.

استخدام صيغة تكرارية/ ضمنية

اكتب صيغةً تكراريةً لكل متتالية مما يلي.

Example 2a. 2, 10, 18, 26, 34, ...

Example 2b. 16, 56, 196, 686, 2401, ...

Example 2c. $a_4 = 108$ *and* $r = 3$

2C. $a_3 = 16$ *and* $r = 4$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447 مصطفى علام

مثال 3. المعرفة المالية كان لدى ناصر AED 15,000 في مديونية البطاقة الائتمانية عندما تخرج من الكلية. وقد ازداد الرصيد بمقدار 2% كل شهر بفعل نسبة المرابحة، ولا يُمكن لناصر أن يسدد سوى AED 400 كل شهر. اكتب صيغة تكرارية لرصيد حسابه لكل شهر. ثم حدد الرصيد بعد مرور خمسة أشهر.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

تمرين موجّه 3. المعرفة المالية اكتب صيغة تكرارية لدين يبلغ AED 10,000، ونسبة المرابحة بقيمة % 2.5 كل شهر، مع سداد مبلغ AED 600 كل شهر. ثم جد المبالغ الخمس الأولى التي كانت متوفرة في الرصيد.

عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

الإعادة هي عملية تركيب دالة بشكل متكرر من نفسها. تأمل الدالة x_0 الإعادة الأولى هي $f(x_0)$، والإعادة الثانية هي $f(f(x_0))$، والإعادة الثالثة هي $f(f(f(x_0)))$، وهكذا.

يُمكن استخدام الإعادة في إنتاج متتالية بشكل تكراري. ابدأ بالقيمة الأولية x_0. افترض أن $x1 = f(x_0)$ و $x2 = f(f(x_0))$ ، وهكذا.

إعادة الدالة

جد التكرارات الثلاثة الأولى لكل دالة بالنسبة للقيمة الأولية المعطاة.

33. $f(x) = 12x + 8, x_0 = 4$

38. $f(x) = 4x^2 + 5, x_0 = -2$

41. $f(x) = x^2 + 2x + 3, x_0 = \frac{1}{2}$

39. $f(x) = 2x^2 - 5x + 1, x_0 = 6$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447 مصطفى علام

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1- استخدام مثلث باسكال لكتابة التعابير ذات الحدّين.

2- استخدام نظرية ذات الحدّين لكتابة و إيجاد معاملات حدود معينة في التعابير ذات الحدّين.

ذات الحدين هو تعبير جبري يتضمن مجموع حدَّين غير متشابهين. يتم إنتاج متسلسلة من خلال تفكيك ذي حدَّين تم رفعه لقوة أسية من عدد صحيح. افحص السلسلة الناتجة عن تفكيك $(a+b)^n$ للعديد من القيم الصحيحة غير السالبة لـ n.

$$(a+b)^0 = 1a^0b^0$$
$$(a+b)^1 = 1a^1b^0 + 1a^0b^1$$
$$(a+b)^2 = 1a^2b^0 + 2a^1b^1 + 1a^0b^2$$
$$(a+b)^3 = 1a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1a^0b^3$$
$$(a+b)^4 = 1a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1a^0b^4$$
$$(a+b)^5 = 1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1a^0b^5$$

لاحظ الأنماط التالية في تفكيكات $(a+b)^n$ أعلاه:

- **في كل تفكيك $n+1$ حدّ.**
- **الحد الأول هو a^n، والحد الأخير هو b^n.**
- **في الحدود المتتابعة، يتناقص أس a بمقدار 1، ويتزايد أس b بمقدار 1.**
- **مجموع الأسين في كل حد هو n.**
- **المعاملات - الموضحة أعلاه باللون الأحمر - تتزايد ثم تتناقص وفق نمط متماثل.**

إذا استُخرجت معاملات عمليات التفكيك هذه - والتي تعرف باسم معاملات ذات الحدّين، وتم ترتيبها وفق مصفوفة مثلثية الشكل، فستُشكّل نموذجًا يدعى مثلث باسكال، والذي سمي هكذا على اسم عالم الرياضيات الفرنسي بليز باسكال.

من خلال تفكيك مثلث باسكال واستخدام الأنماط التي لوحظت فيه يمكنك تفكيك ذات حدّين مرفوعة إلى أي قوة أسية قوامها عدد كلي.

الصف الصفري			1				
الصف الأول		1		1			
الصف الثاني		1	2	1			
الصف الثالث		1	3	3	1		
	1	4	6	4	1		
	1	5	10	10	5	1	
	1	6	15	20	15	6	1

استخدم مثلث باسكال لتفكيك كل ذات حدّين. Use Pascal's triangle to expand each binomial.

1A. $(c + d)^9$

مثال 1. جد احتمال ترقية 6 من كبار الموظفين و 2 من صغار الموظفين من خلال توسيع $(m + f)^8$

20. $(3a - 4b)^5$

7. علم الوراثة إذا كانت فرصة أن تُرزق امرأة بولد أو ببنت متساوية، فاستخدم مفكوك ذات الحدين لتحديد احتمال أن تُرزق بخمس بنات من إجمالي أطفالها الستة. ولا تضع التوائم المتماثلة في الاعتبار.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 0502509447

المفهوم الأساسي نظرية ذات الحدين

تذكر أن ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن $(a+b)^n =$

$${}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_nC_n\, a^0 b^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

Use the Binomial Theorem to expand each binomial. **استخدم نظرية ذات الحدّين لتفكيك كل ذات حدّين.**

16. $(c - d)^7$

19. $(2a + 4b)^4$

Find the indicated term of each expression. **جد الحد المشار إليه لكل تعبير.**

23. third term of $(x + 2z)^7$

26. sixth term of $(4x + 5y)^6$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
مدرس مصطفى علام 0502509447

ملخص المفهوم نظرية ذات الحدين

في مفكوك ذات الحدين لـ $(a + b)^n$،

- يوجد $n + 1$ من الحدود
- n هو أس a في الحد الأول وأس b في الحد الأخير.
- في الحدود المتتابعة، يتناقص أس a بمقدار 1، ويتزايد أس b بمقدار 1.
- مجموع الأسس في كل حد يساوي n.
- المعاملات متماثلة.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
050-2509447 مصطفى علام

في هذا الدرس سوف أتعلم:

1– استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل الجمع التي تشتمل على العدد

2 – استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل خصائص قابلية القسمة التي تشتمل على العدد

مبدأ الاستقراء الرياضي هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلِّقة بالأعداد الطبيعة.

مفهوم أساسيٌّ

أضف الى مطويتك

مبدأ الاستقراء الرياضيّ

لبرهنة أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n، اتبع الخطوات الآتية :

الخطوة 1: برهن أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$. **[خطوة الأساس أو (خطوة المرتكز)]**

الخطوة 2: افترض أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي k. وهذا الفرض يُسمّى **فرضية الاستقراء**.

الخطوة 3: برهن أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي التالي $k + 1$. **[خطوة استقرائية]**

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

Example 1. Prove that $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

GuidedPractice

1. Prove that $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 0502509447

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

13. $3 + 7 + 11 + \cdots + (4n - 1) = 2n^2 + n$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

18. $9^n - 1$ **يقبل القسمة على 8.**

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 0502509447

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

19. $12^n + 10$ **يقبل القسمة على 11.**

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

مستخدمًا الاستقراء الرياضي: برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

Use mathematical induction to prove that each conjecture is true for all positive integers n.

26. $7^n + 5$ **يقبل القسمة على 6.**

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
عمل المدرس/ مصطفى علام 050-2509447

يمكن البرهنة على خطأ العبارات باستخدام الاستقراء الرياضي. وهناك طريقة أسهل من خلال إيجاد مثال مضاد، وهو عبارة عن حالة معينة تكون فيها العبارة خاطئة.

جد مثالاً مضاداً لدحض كل عبارة. Find a counterexample to disprove each statement.

6. $3^n + 1$ يقبل القسمة على 4.

7. $2^n + 3^n$ يقبل القسمة على 4.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية
مصطفى علام / المدرس
050-2509447