

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



الملف أوراق عمل الوحدة الثالثة التفاضل

[موقع المناهج](#) ← [المناهج الإماراتية](#) ← [الصف الثاني عشر المتقدم](#) ← [رياضيات](#) ← [الفصل الأول](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم



روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

<a href="#">رياضيات متكاملة دليل المعلم</a>	1
<a href="#">دليل المعلم</a>	2
<a href="#">الفصل الاول الوحدة الأولى المتباينات غير الخطية</a>	3
<a href="#">جميع أوراق عمل</a>	4
<a href="#">مراجعة نهائية قبل الامتحان</a>	5

# الرياضيات

فن وعلم

الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الأول

2022\2021

الوحدة الثالثة 1

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

التفاضل

إعداد الأستاذ

خالد ابوكف

## 3-1 + 3-2 المماسات والسرعة المتجهة + المشتقة

(1) ميل القاطع الواصل بين النقطتين  $(a, f(a))$  و  $(b, f(b))$  على منحنى  $f(x)$  يعطى بالقانون

$$m_{sec} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

• ميل القاطع = متوسط التغير (متوسط معدل التغير)

$$v_{avg} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$$

• السرعة المتوسطة (السرعة المتجهة المتوسطة)

(2) ميل المماس المرسوم لمنحنى الدالة  $f(x)$  عند  $x = a$  يعطى بالقانون

$$m_{tan} = f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

(3) ميل المماس (ميل المنحنى) = معدل التغير = قيمة المشتقة  $f'(a)$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

القانون البديل

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

دالة المشتقة

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(a+h) - s(a)}{h}$$

السرعة اللحظية

المشتقة = ميل المماس = ميل المنحنى = معدل التغير = السرعة اللحظية

ميل القاطع = متوسط التغير = السرعة المتوسطة

❖ مشتقة الدالة  $f(x)$  عند  $x = a$  تعرف بالقانون

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

بشرط وجود النهاية و عند ذلك نقول ان  $f(x)$  دالة قابلة للاشتقاق عند  $x = a$

❖ العلاقة بين الاتصال والاشتقاق

(1) إذا كانت  $f(x)$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$  فإنها تكون متصلة عند  $x = a$

(2) إذا كانت  $f(x)$  غير متصلة عند  $x = a$  فإنها غير قابلة للاشتقاق عند  $x = a$

(3) إذا كانت  $f(x)$  متصلة عند  $x = a$  فإن  $f'(a)$  ← ؟؟؟؟؟؟؟ ؟

(4) عندما تكون  $f(x)$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$  فإننا نستنتج أن

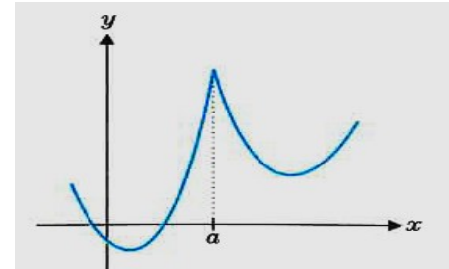
$$f'(a^+) = f'(a^-) = f'(a) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

(5) حالات عدم قابلية الاشتقاق

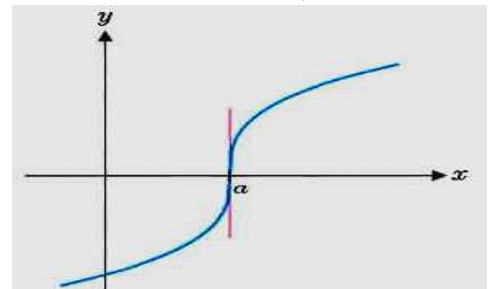
(1) عدم الاتصال

فجوة - قفزة - لانهايي - تذبذبي

(2) رأس مدبب



(3) مماس رأسي



أولاً :- الحل الجبري لإيجاد المشتقة باستخدام تعريف المشتقة

(1) أوجد  $f'(x)$  باستخدام تعريف المشتقة للدالة  $f(x) = x^2 - 3x$

(2) أوجد  $f'(1)$  باستخدام تعريف المشتقة للدالة  $f(x) = \sqrt{4x + 5}$

(3) أوجد  $f'(-1)$  باستخدام تعريف المشتقة للدالة  $f(x) = \frac{4}{x+3}$

(4) أوجد  $f'(2)$  باستخدام تعريف المشتقة للدالة  $f(x) = 5 + |x - 2|$ .

(5) إذا كانت  $f(x) = \begin{cases} 2x^3 & , x \geq 1 \\ 3x - 1 & , x < 1 \end{cases}$

(a) هل الدالة  $f(x)$  متصلة عند  $x = 1$ .

(b) ابحث قابلية الاشتقاق للدالة  $f(x)$  عند  $x = 1$ .

(6) أوجد  $f'(0)$  باستخدام تعريف المشتقة للدالة  $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x$

❖ إذا علمت أن  $f(3) = 2$  و  $f'(3) = 1$  و  $f''(3) = -2$  أوجد كلا من النهايات التالية

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{3 - x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{x - 3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(3)}}{2x - 6}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{f(x) - 2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^3(x) - 8}{x - 3}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) + f(x) - 6}{x - 3}$$

$$8) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$9) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(3+5h) - f'(3)}{h}$$

$$10) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 2}{h^2 - 4h}$$

$$11) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h}{f(3+h) - f(3)}$$

1) إذا كان  $f(x+h) - 3xh = xh^2 + f(x)$  حيث  $h$  التغير في  $x$  أوجد  $f'(x)$ .

2) لتكن  $y = f(x)$  دالة قابلة للاشتقاق وتغيرت  $x$  من 2 إلى  $2+h$  وكانت  $f(2+h) = f(2) + 4h - 5h^2$  أوجد  $f'(2)$



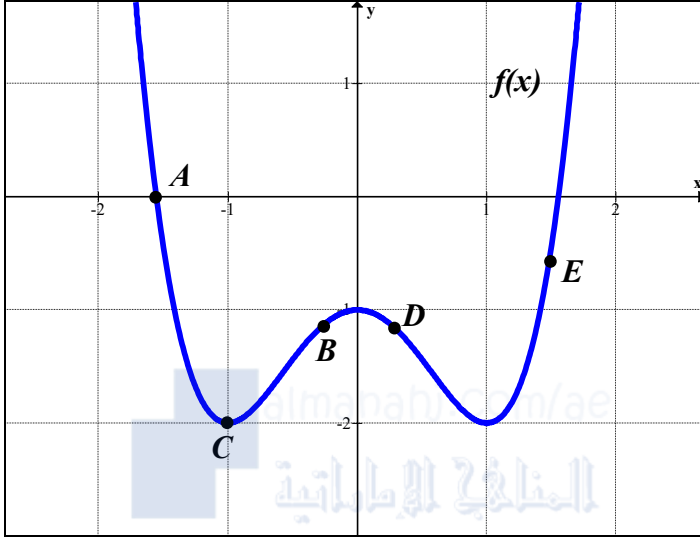
3) لتكن الدالة  $f(x) = (x-a)g(x)$  حيث  $g(x)$  دالة متصلة عند  $x = a$  بين باستخدام تعريف المشتقة أن  $f'(a) = g(a)$ .

4) بين أن  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h))^2 - (f(x))^2}{2h} = f'(x)f(x)$

5) بين أن  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(f(x))^2 - (f(a))^2}{x^2 - a^2} = \frac{1}{a} f'(a)f(a)$

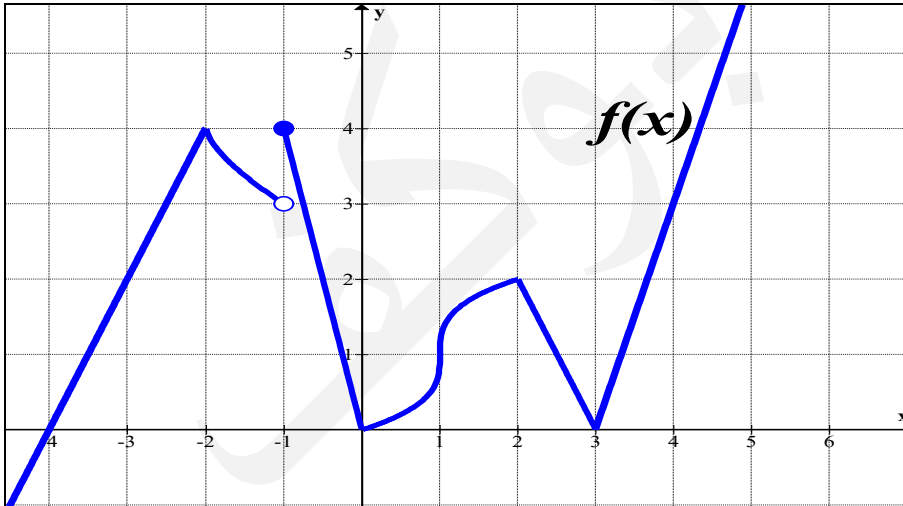


## ثانياً :- الرسم البياني والمشتقات

❖ بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل الدالة  $f(x)$ (1) ما هي قيم  $x$  والتي عندها  $f'(x) = 0$ (2) ما هي قيم  $x$  والتي عندها  $f'(x) > 0$ (3) ما هي قيم  $x$  والتي عندها  $f'(x) < 0$ 

(4) رتب الاحرف تصاعديا من حيث قيمة المشتقة عند كل حرف

❖ بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل الدالة



أوجد قيمة النهايات التالية

$$1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - 2}{x + 3} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{f(x) - 2} =$$

$$3) \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h)}{h} =$$

$$4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} =$$

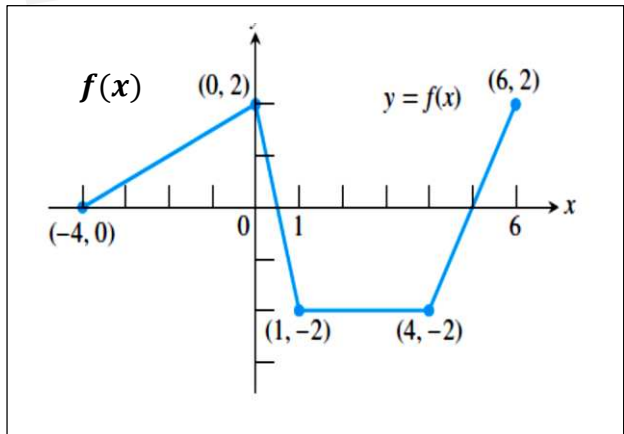
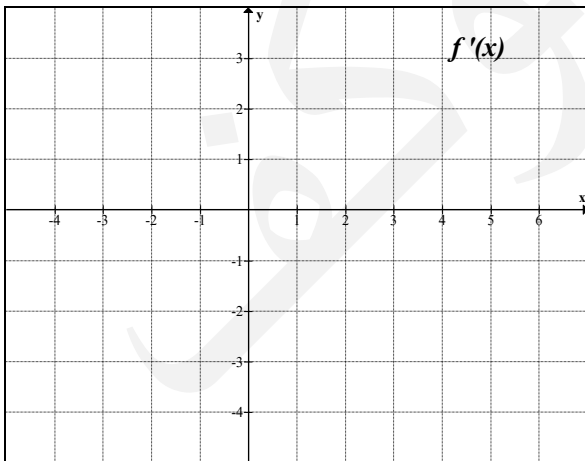
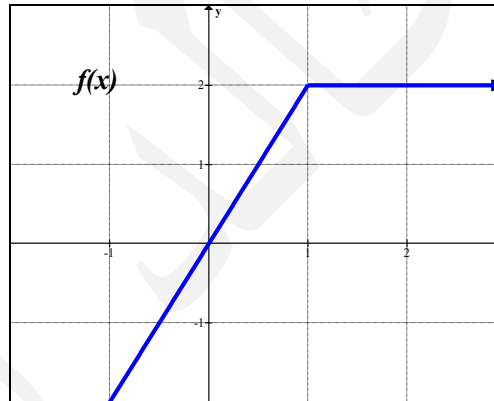
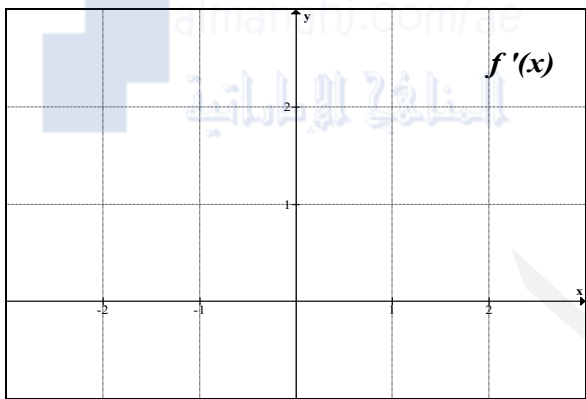
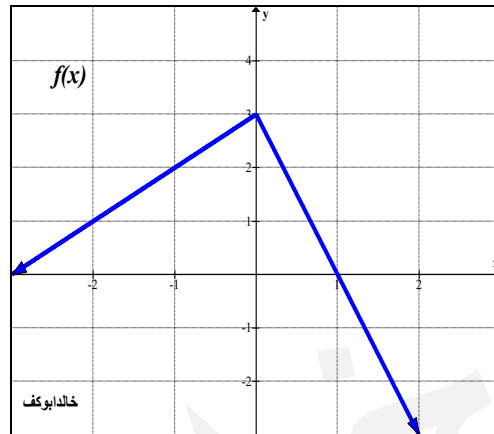
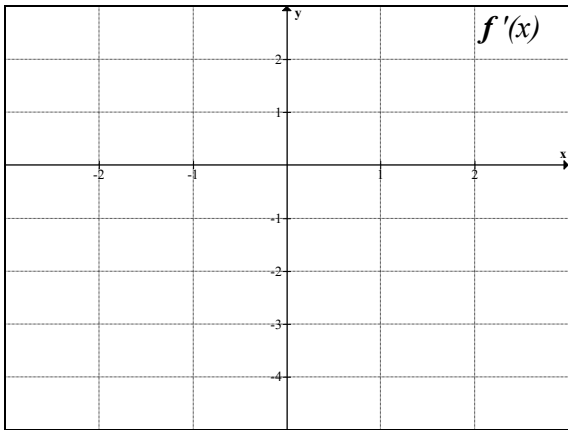
$$5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - 3}{h^2 + 5h} =$$

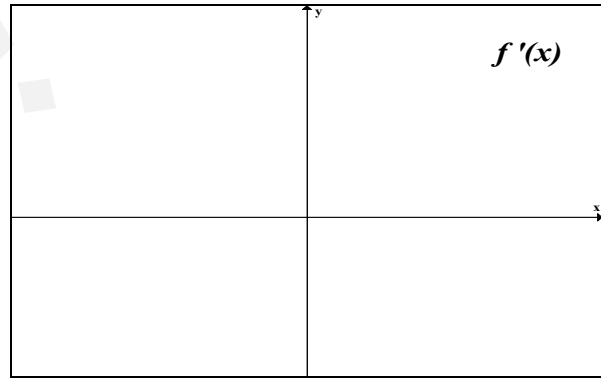
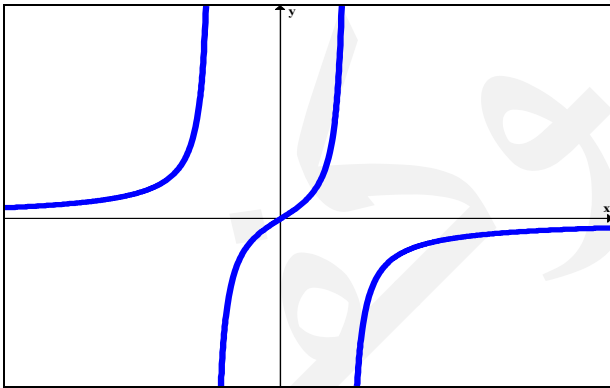
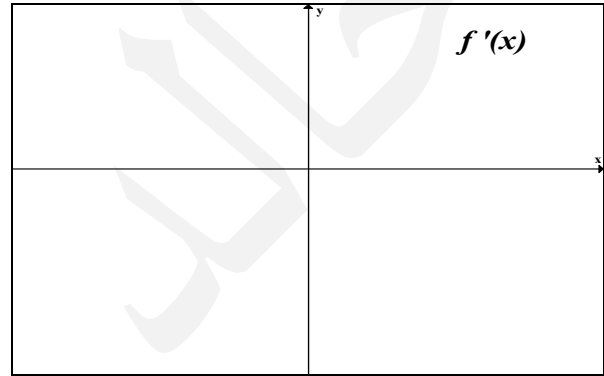
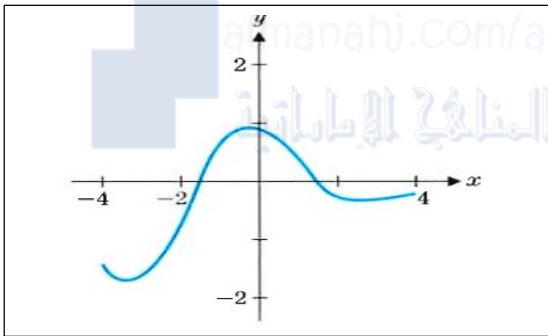
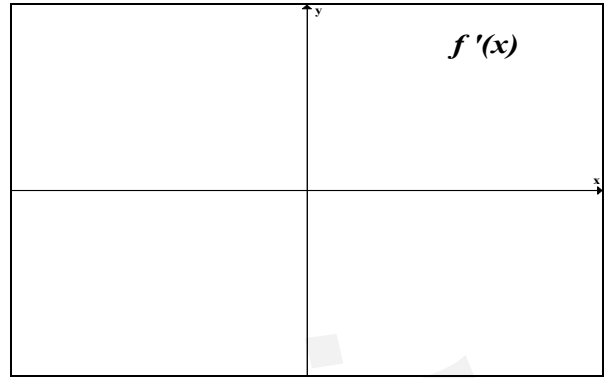
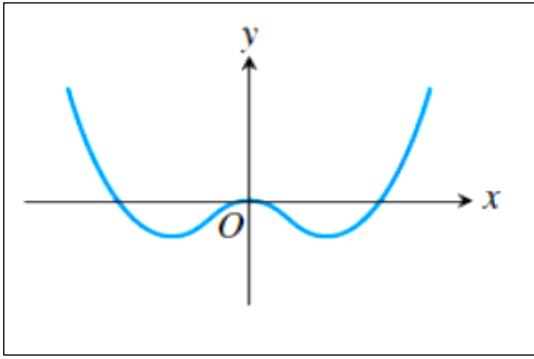
$$6) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x)}{x - 3} =$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{f(x) - 4}{x + 2} =$$

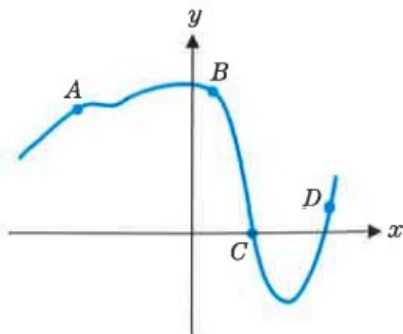
$$8) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} =$$

❖ ارسم المشتقة الاولى  $f'$  من الدالة  $f$

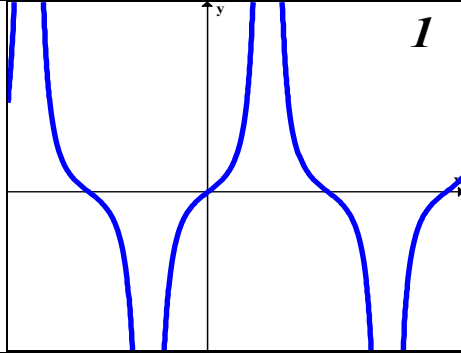
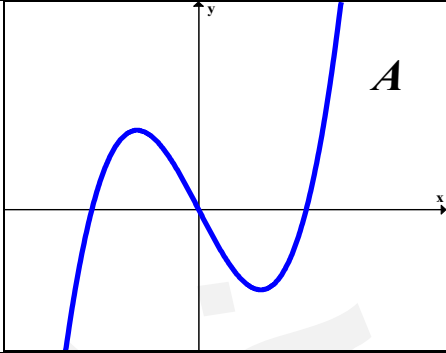
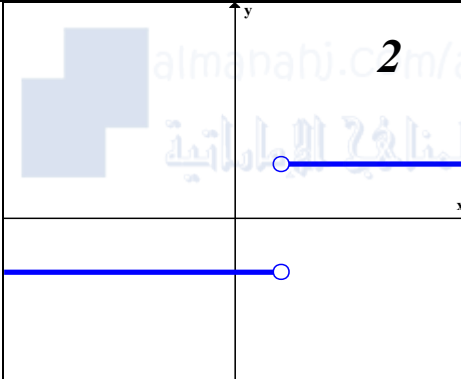
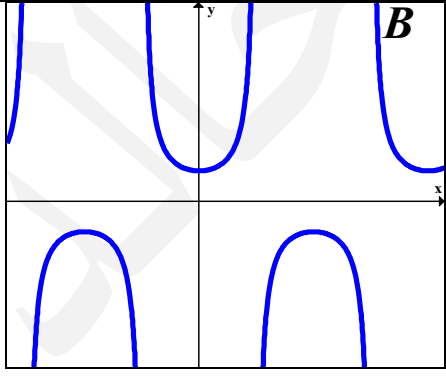
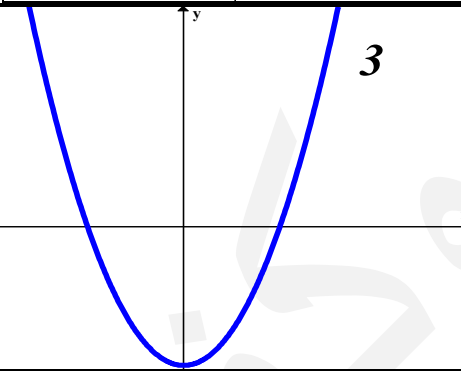
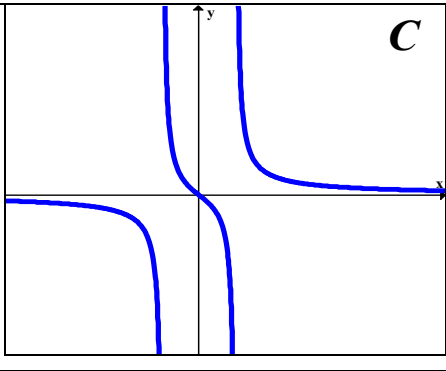
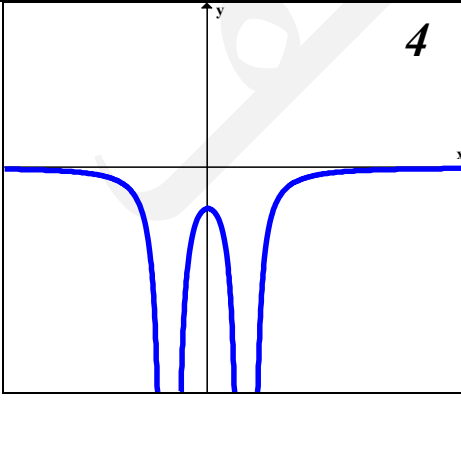
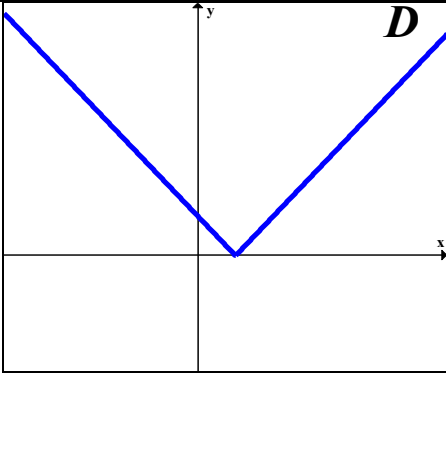


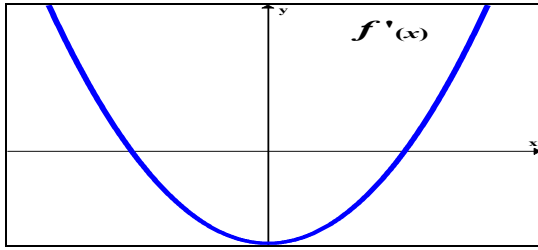
(1) أرسم المشتقة الأولى  $f'$  من الدالة  $f$ 

(2) رتب تصاعديا الاحرف التي على الرسم البياني للدالة بحسب قيم المشتقة عند كل حرف



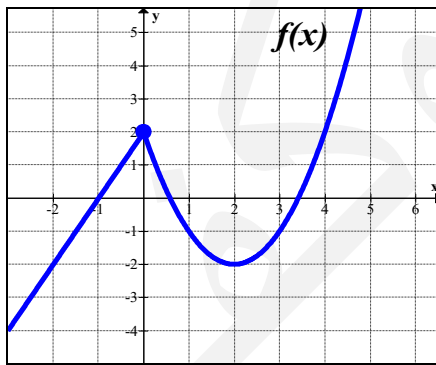
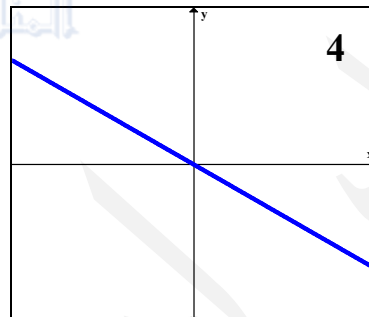
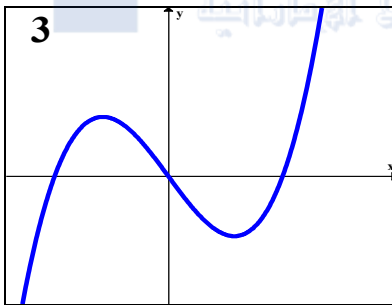
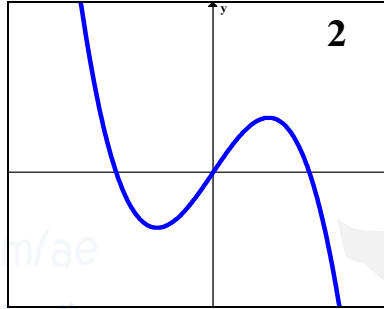
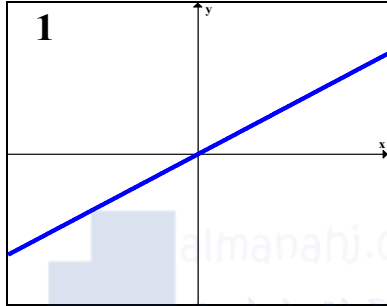
❖ قم بالتوصليل بين الدالة ومشتقتها

$f'(x)$	$f(x)$
<p><b>1</b></p> 	<p><b>A</b></p> 
<p><b>2</b></p> 	<p><b>B</b></p> 
<p><b>3</b></p> 	<p><b>C</b></p> 
<p><b>4</b></p> 	<p><b>D</b></p> 



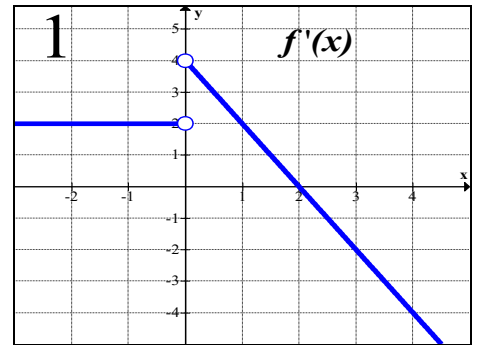
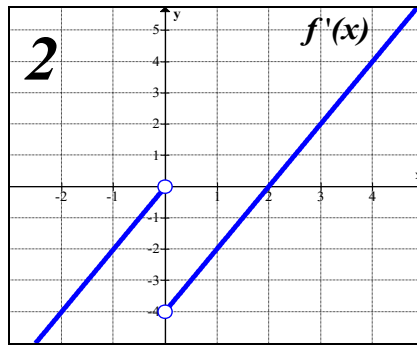
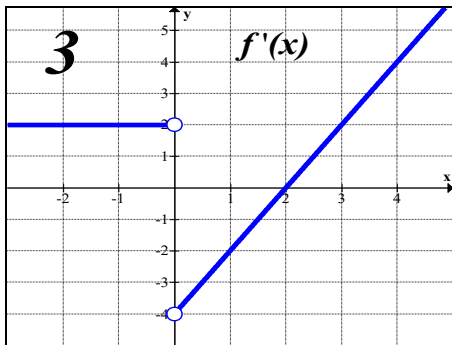
(1) إذا كان الشكل المجاور يمثل  $f'(x)$

أختر من الأشكال التالية الدالة التي تمثل  $f(x)$  و  
الدالة التي تمثل  $f''(x)$

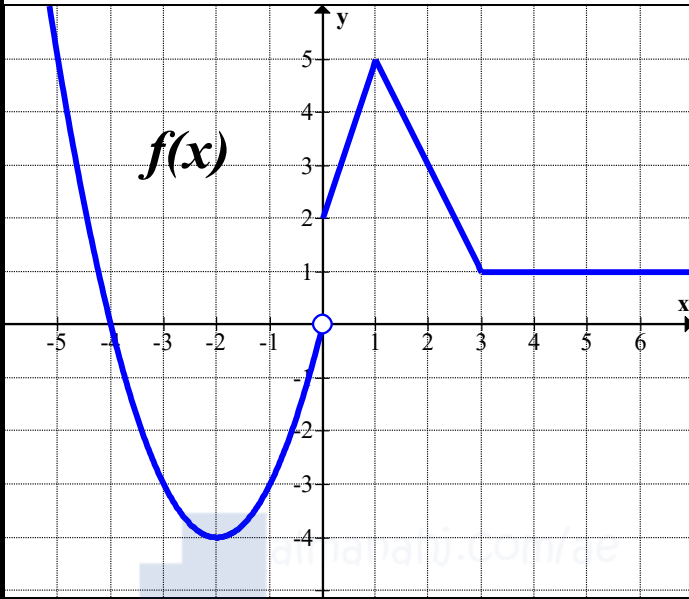


❖ الشكل المجاور يمثل الدالة  $f(x)$

اختر مشتقة الدالة (اختر  $f'(x)$ )



❖ إذا كان الشكل المجاور يمثل بيان الدالة  $f(x)$



(1) أوجد متوسط التغير في الفترة  $[0,3]$

(2) ما هي قيمة  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$

(3) ما هي قيم  $x$  والتي عندها  $f'(x) = 0$

-----

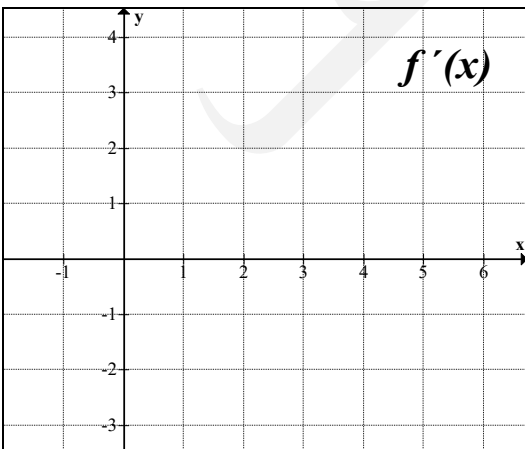
(4) ما هي قيم  $x$  والتي عندها  $f'(x)$  غير موجودة

-----

(5) ما هي قيمة  $f''(2) =$  -----

(6) أوجد معدل التغير عند  $x = \frac{\pi}{2}$  -----

(7) أرسم  $f'(x)$  في الفترة  $[0,5]$



**أولاً** :- للدالة  $f(x) = x^2 + 3x - 2$  اوجد مايلي

(1) متوسط التغير في الدالة في الفترة  $[-1,3]$

(2) معدل التغير في الدالة عند  $x = 2$

**ثانياً** :- استخدم دالة الموقع  $s(t) = 16 - t^2$  لإيجاد مايلي

(1) السرعة المتوسطة في الفترة  $[1,3]$ .

(2) السرعة المتوسطة في أول ثلاث ثوان.

(3) السرعة المتوسطة في الثانية الثالثة.

(4) السرعة اللحظية عند  $t = 5$

## حساب المشتقات (قاعدة القوة)

3-3

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

(1) مشتقة الثابت تساوي صفر

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

(2) مشتقة  $(x^n)$   $(nx^{n-1})$ 

$$\frac{d}{dx}(kf(x)) = kf'(x)$$

(3) مشتقة (ثابت  $\times$  دالة) تساوي الثابت  $\times$  مشتقة الدالة

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

(4) مشتقة مجموع تساوي مجموع مشتقات

(5) رموز المشتقة :-

$$\frac{dy}{dx} = y' = f'(x) \quad \text{المشتقة الاولى}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = f''(x) \quad \text{المشتقة الثانية}$$

$$\frac{d^ny}{dx^n} = y^{(n)} = f^{(n)}(x) \quad \text{المشتقة النونية}$$

(6) دالة الموقع  $s(t)$  و دالة السرعة اللحظية  $v(t)$  ودالة التسارع  $a(t)$  حيث

$$v(t) = s'(t) \quad \text{و} \quad a(t) = v'(t) = s''(t)$$

السرعة تساوي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة



❖ اوجد مشتقة الدوال التالية

1)  $f(x) = 3x^4 - 4x - \pi$  -----

2)  $f(x) = 3x^{-4} + x - e^5$  -----

3)  $f(x) = 8x^{0.5} - \frac{x}{5} - \sqrt{7}$  -----

4)  $f(x) = 2\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x} - \sqrt{\pi}$

5)  $f(x) = \frac{4}{x^3} - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt[3]{x}} - 5$

6)  $f(t) = 3t^4 - 4t$  -----

7)  $f(x) = \frac{2x^3 - 5x - 2}{x^2}$

8)  $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{5x}$

9)  $f(x) = (4x - 3)(3x - 2)$

10)  $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$  ,  $x \neq 4$

❖ اكتب معادلة المماس لكل من الدوال التالية عند النقطة المذكورة

1)  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  ,  $x = -2$

2)  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{8}{x}$  ,  $x = 4$

3)  $f(x) = x^3 + 2x + 1$  , عند نقطة تقاطع الدالة مع محور الصادات

4)  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  , عند نقاط تقاطع الدالة مع محور السينات

5)  $f(x) = x^2 - 2x + 5$  , حيث المماس افقي

6)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2}{x - 3} = 5$  , عند  $x = 3$

1) إذا كان المماس لمنحنى الدالة  $f(x) = x^2 - ax + 4$  عند  $x = -2$  يوازي المستقيم  $y = 4x - 5$  فاوجد قيمة الثابت  $a$ .

2) إذا كان المستقيم  $y = 2x + 3$  مماساً للدالة  $f(x) = x^2 - 4x - a$  فاوجد  $a$ .



3) أوجد قيم  $x$  والتي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  أفقي.

4) أوجد النقطة على منحنى الدالة  $f(x) = x^2 - 5x + 1$  والتي إذا رسم عندها مماس على منحنى الدال فإنه يصنع زاوية قياسها  $45^\circ$  مع محور  $x$ .

5) أوجد قيم  $x$  والتي يكون عندها مماسان على منحنىي الدالتين  $f(x) = x^2 - 9x + 15$  و  $g(x) = 3x - x^2$  متوازيين.

$$(1) \text{ إذا علمت أن } f(x) = ax^3 + x^2 - 5 \text{ وأن } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

فاوجد قيمة الثابت  $a$ .

(2) اوجد مساحة المثلث الذي يحدده  $x = 0, y = 0$  والمماس المرسوم لمنحنى الدالة  $f(x) = 4x - x^2$  عند  $x = 3$ .

(3) أكتب دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية  $f(x)$  يمر منحناها بالنقطة  $(-4, 1)$  ولها مماس أفقي

$$\text{عند } x = 4 \text{ وكانت } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} = 2$$

(1) ما المعدل اللحظي للتغير في حجم كرة عندما يكون طول نصف قطرها  $10 \text{ cm}$

(2) هل يمكن رسم مماس افقي للدالة  $f(x) = x^3 + 5x - 2$  فسر اجابتك , وما هي اصغر قيمة للميل.

(3) إذا كانت  $f(x) = \frac{x^3 - 125}{x - 5}$  , فإن  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$  تساوي

a) $3f'(5)$	b) $5f'(10)$	c) $5f'(3)$	d) $3f'(10)$
-------------	--------------	-------------	--------------

(4) اوجد النقاط على منحنى الدالة  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  والتي يكون عندها المماس افقي.

(5) إذا كان للدالتين  $f(x) = x^2 + ax + b$  و  $g(x) = cx - x^2$  مماسا مشتركا عند النقطة  $(1, 0)$  فاوجد قيم  $a, b, c$

(6) بين أن المنحنيين  $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$  و  $h(x) = 3x^2 + 5x + 5$  متماسان عند النقطة  $(-1, 3)$

❖ أوجد  $f'(x)$  لكل من الدوال التالية

$$1) f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , -2 \leq x < 0 \\ x^2 & , 0 \leq x < 2 \\ x^3 - 2x^2 + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$2) f(x) = |x - 3|$$

$$3) f(x) = |x^2 - 4|$$

$$4) f(x) = x|x|$$

$$5) f(x) = \frac{|x|}{x}$$

❖ أوجد الثوابت  $a$  ,  $b$  ,  $c$  في الحالات التالية

(1) إذا كانت الدالة  $f(x) = \begin{cases} x^3 & , x \leq 1 \\ 3x + a & , x > 1 \end{cases}$  قابلة للاشتقاق عند  $x = 1$

(2) إذا كانت الدالة  $f(x) = \begin{cases} bx^3 & , x \leq 1 \\ 6x^2 + a & , x > 1 \end{cases}$  قابلة للاشتقاق عند  $x = 1$

(3) إذا كانت الدالة  $f(x) = \begin{cases} ax^3 & , x \leq 1 \\ bx^2 + c & , x > 1 \end{cases}$  حيث  $f'(1) = 6$

(4) إذا كانت  $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + 3 & , x < 2 \\ ax + c & , x \geq 1 \end{cases}$  و كان متوسط التغير للدالة  $f(x)$  عندما تتغير

$x$  من  $x_1 = 1$  إلى  $x_2 = 5$  هو 3 و كانت  $f(x)$  قابلة للاشتقاق عند  $x = 2$

1) استخدم دالة الموقع المعطاة لإيجاد السرعة المتجهة والسرعة والتسارع

عند  $t = 2$  ,  $s(t) = t^3 - 4t^2 - 5$  1)

عند  $t = 4$  ,  $s(t) = t^2 - \sqrt{t}$  2)



2) إذا كان موضع جسيم يعطى بالدالة  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 3t - 4$  حيث  $t \geq 0$  فاوجد سرعة الجسم عندما يكون تسارعه  $-6m/sec^2$

3) قذف جسم رأسياً للأعلى بحيث أن ارتفاعه عن سطح الأرض يعطى بالعلاقة  $s(t) = 40t - 5t^2$  أوجد  
1) السرعة الابتدائية التي قذف بها الجسم .

2) أقصى ارتفاع يصله الجسم .

3) الزمن الذي يستغرقه الجسم ليعود للنقطة التي قذف منها .



## قواعد الضرب والقسمة

3-4

إذا كانت  $f(x)$  و  $g(x)$  دالتين قابلتين للاشتقاق فإن

$$1) \frac{d}{dx} (f(x) \times g(x)) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) \quad (\text{قاعدة الضرب})$$

$$2) \frac{d}{dx} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2} \quad (\text{قاعدة القسمة})$$

$$3) \frac{d}{dx} (f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \times f'(x) \quad (\text{مشتقة القوس})$$

$$4) \frac{d}{dx} \sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} \quad (\text{مشتقة الجذر التربيعي})$$

❖ أوجد المشتقات التالية

$$1) \frac{d}{dx} ((3x - 2)(x^2 + 3)) \text{-----}$$

$$2) \frac{d}{dx} \left( \frac{2x-6}{3x+1} \right) \text{-----}$$

$$3) \frac{d}{dx} ((x^2 - 3x + 2)^5) \text{-----}$$

$$4) \frac{d}{dx} (\sqrt{5 - 3x^6}) \text{-----}$$

$$5) \frac{d}{dx} (\sqrt[5]{2x - 7}) \text{-----}$$

$$6) \frac{d}{dx} ((x^2 - 1)^5(x^2 + 1)^5) \text{-----}$$

❖ بفرض أن  $g, f$  دالتان قابلتان للاشتقاق عند  $x = 1$  وأن  $g(1) = -2, g'(1) = 2$  و  $f(1) = 1, f'(1) = 3$  . أوجد مايلي عند  $x = 1$

$$1) \frac{d}{dx} (2f(x) - g(x) + x^2)$$

$$2) \frac{d}{dx} (f(x)g(x))$$

$$3) \frac{d}{dx} \left( \frac{5}{g(x)} \right)$$

$$4) \frac{d}{dx} (x^{-2}f(x))$$

$$5) \frac{d}{dx} (x^3f(x)g(x))$$

$$6) \frac{d}{dx} (f^2(x) + g^3(x))$$

$$7) \frac{d}{dx} ((2f(x) - 3g(x))^2)$$

$$8) \frac{d}{dx} (\sqrt{f(x) - g(x)})$$

1) إذا كانت الدالة  $f(x) = \frac{2x-3}{g(x)}$  حيث لمنحنى الدالة  $g(x)$  مماساً أفقياً عند النقطة  $(1, 3)$  فأوجد  $f'(1)$

2) إذا كانت  $f(x) = \frac{2x+k}{(x-1)^2} + a$  , أوجد قيمة الثابتين  $a, k$  التي تجعل للدالة مماساً أفقياً عند النقطة  $(0, 6)$  .

3) إذا كانت  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$  حيث  $f(x), g(x)$  دوال قابلة للاشتقاق عند  $x = a$  و علمت أن  $h'(a) = 0$  فإن  $\frac{g'(a)}{f'(a)}$  تساوي

a)  $h(a)$

b)  $h'(a)$

c)  $\frac{1}{2}h'(a)$

d)  $2h'(a)$

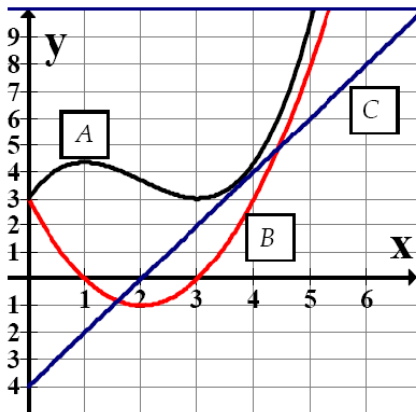
4) إذا كانت  $f'(x) = k\sqrt{f(x)}$  و  $f''(x) = 8$  حيث  $k > 0$  , أوجد قيمة  $k$

(5) يتحرك جسيم حسب العلاقة  $v(t) = 8\sqrt{s(t)}$  اثبت ان الجسيم يتحرك بتسارع ثابت

(6) جسيم يتحرك حيث  $s(t) = t\sqrt{t} + 6t$  أوجد التسارع عندما تكون سرعته  $9m/sec$ .



(7) جسيم يتحرك حيث  $s(t) = \sqrt{2t^2 + 18}$  المسافة بالأمتار ، و  $t$  الزمن بالثواني أوجد موضع الجسيم عندما تكون سرعته  $1m/sec$ .



(8) من الشكل المجاور حدد  
 (a) دالة الموقع  
 (b) دالة السرعة المتجهة  
 (c) دالة العجلة

1) قام أحد المصانع بطباعة شعار على القمصان التي ينتجها ويبيع هذا المصنع إنتاجه 150 ألف قميص سنويًا بسعر 25 درهم للقميص الواحد فإذا قرر مدير المصنع وضع خطة لزيادة الإيرادات وذلك بتخفيض إنتاج المصنع بمعدل 8 آلاف قميص سنويًا ورفع السعر بمعدل 2 درهم للقميص كل سنة، أوجد معدل التغير في إيرادات المصنع؟

2) على فرض أن السعر الحالي لقطعة واحدة هو 2.4 درهم وتم بيع 12000 قطعة بهذا السعر. إذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام الواحد وتقل الكمية المباعة بمعدل 1500 قطعة في العام فبأي معدل تزداد الإيرادات؟

3) شركة إنتاج ملابس تبيع إنتاجها البالغ 20,000 قطعة كل شهر بسعر 50 درهم للقطعة الواحدة فإذا قررت الشركة زيادة الإنتاج بمعدل 1,500 قطعة كل شهر وذلك لرفع إيراداتها بمعدل 90,000 درهم كل شهر، ما هو معدل تغير السعر الذي عليها أن تزيده عندئذ؟

4) مصنع لديه 200 آلة غزل ينتج 15 طن من القماش لكل آلة في السنة أراد مجلس الإدارة أن يوسع المصنع بمعدل 20 آلة كل سنة فكان المتوسط السنوي للإنتاج يتحسن بمعدل 2 طن لكل آلة فما هو المعدل اللحظي للإنتاج السنوي الكلي من القماش؟

(5) قسم اعضاء أحد النوادي ايجار الخيمة بالتساوي على عدد الاعضاء. فإذا كان هناك 20 عضوا وكان ايجار الخيمة 2500 درهم وإذا كانت قيمة الايجار تتزايد بمعدل 200 درهم كل سنة وأعضاء النادي يتزايدون بمعدل 10 اعضاء كل سنة ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل عضو الذي يدفعه لإيجار الخيمة

(6) لدى أحمد بستان برتقال به 180 شجرة تعطي محصولاً قدره 10 صناديق من البرتقال لكل شجرة، وأراد أن يوسع مزرعته بمعدل 15 شجرة كل سنة وقد كان المعدل السنوي للمحصول بعد التحسين يزداد بمقدار 2.5 صندوق لكل شجرة، ما المعدل اللحظي في الإنتاج السنوي الكلي من البرتقال؟

(7) لدى أم سعيد مزرعة دواجن فيها 290 دجاجة تبيض كل دجاجة 8 بيضات أسبوعياً أرادت أم سعيد أن تزيد من عدد دجاجات مزرعتها بمعدل 20 دجاجة كل أسبوع وكان المعدل الأسبوعي للبيض بعد التحسين يزداد بمعدل 3 بيضة لكل دجاجة ، أوجد المعدل اللحظي في الإنتاج الأسبوعي من البيض.

## المشتقة النونية

(1) إذا كانت  $f(x) = xg(x)$  فاوجد  $f^{(n)}(x)$



(2) إذا كانت  $f(x) = \frac{1}{x}$  فاوجد  $f^{(n)}(x)$

## قاعدة السلسلة

3-5

- إذا كانت  $g(x)$  قابلة للاشتقاق عند  $x$  وكانت  $f(x)$  قابلة للاشتقاق عند  $g(x)$  فإن

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

- $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

❖ أوجد  $\frac{dy}{dx}$  لما يلي

1)  $y = xf(x^2)$

2)  $y = f^2(x)$

3)  $y = f(f(g(\sqrt{x})))$

4)  $y = f(x^2 f(x))$

5)  $y = f\left(\frac{1}{f(x)}\right)$

6)  $y = f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

7)  $y = (1 + f(\sqrt{x}))^4$

8)  $y = f(g(x^2))$



$x$	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	-1	-1	3	-1
1	-2	3	1	-2

❖ بالاعتماد على الجدول التالي

أوجد  $h'(a)$  في الحالات التالية

1)  $h(x) = x^3 f(x) g(x)$  ,  $a = 1$

2)  $h(x) = \frac{f(x^2+1)}{g(x)-4}$  ,  $a = 0$

3)  $h(x) = \sqrt{2f(x) + 5g(x)}$  ,  $a = 1$

4)  $h(x) = f(x - g(x))$  ,  $a = 1$

(5) أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة  $h(x) = f(g(x) - 2)$  عند  $x = 0$

(1) إذا علمت أن  $f(x) = x^3 g(x) + h(g(x))$  حيث  $h(x) = 2x^2 + 1$  و  $g(1) = 1$  ،  $g'(1) = 4$  أوجد  $f'(1)$  .

(2) إذا كانت  $f(2) = 3$  ،  $f'(2) = -2$  و كان  $h(x) = 2x^2$  و علمت أن  $g(x) = f^3(x) + h(3x)$  أوجد  $g'(2)$  .

(3) لتكن  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & , x \leq 2 \\ x^3 & , x > 2 \end{cases}$  ،  $h(x) = (x^2 - 3)^4$  ، أوجد  $(f \circ h)'(2)$

(4) أوجد جميع النقاط على منحنى الدالة  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x}$  والتي تكون عندها  $f'(x)$  غير موجودة

(1) إذا كانت  $y = f(3x)$  ،  $\frac{dy}{dx} = 9x^2$  أوجد :

a)  $f''(3x)$

b)  $f''(6)$

(2) إذا علمت أن  $y = u^3 - 5u$  ،  $u = \frac{1}{f(x)} - 3$  و كان  $f'(1) = 2$  ،  $f(1) = 1$

أوجد  $\frac{dy}{dx}$  عند  $x = 1$  .



(3) إذا كانت  $y = x^2 - 3x$  ،  $x = 4t - 2$  ، أثبت أن  $\frac{dy}{dx} + 7 \frac{dx}{dt} - 21 = 8t$  .

(4) إذا كانت  $g(x) = 4x + 5$  ،  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & , x \geq 1 \\ 6x^2 - 1 & , x < 1 \end{cases}$  أوجد  $\frac{d}{dx}(f(g(x)))$  عند  $x = 1$

❖ أكمل الجدول التالي

الدالة	نقاط عدم قابلية الاشتقاق	السبب
1) $y =  2x - 6 $		
2) $y = 3 -  x $		
3) $y =  x^2 - 4x $		
4) $y =  x^2 + 4x - 5 $		
5) $y =  x^2 + 4 $		
6) $y = [x]$		
7) $y = \frac{5}{x-1}$		
8) $y = \sqrt[3]{x}$		
9) $y = \sqrt[3]{x^2}$		
10) $y = \sqrt[3]{x-2}$		
11) $y = \sqrt[5]{x^2 - 3x}$		
12) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 1}$		
13) $y = \sqrt[3]{(x^2 - 4)^2}$		
14) $y = \sqrt[3]{(x-1)^4}$		
15) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)(x+1)}}$		
16) $y = \sqrt{ x }$		
17) $y = \sqrt{ x-3 }$		
18) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$		
19) $y = \frac{\sin(3x)}{2x}$		

❖ إذا كانت  $f(x)$  قابلة للاشتقاق ولها دالة عكسية هي  $g(x)$   $(g(x) = f^{-1}(x))$

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \quad \text{فإن}$$

(1) إذا كانت الدالة  $g(x)$  هي معكوس الدالة  $f(x) = x^3 + 2x + 1$  فاوجد  $g'(-2)$

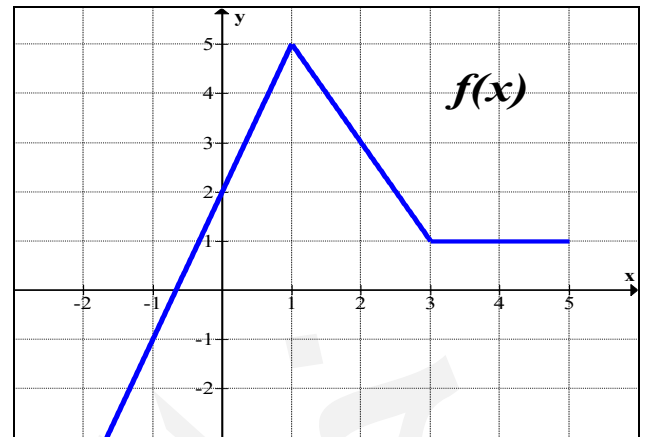
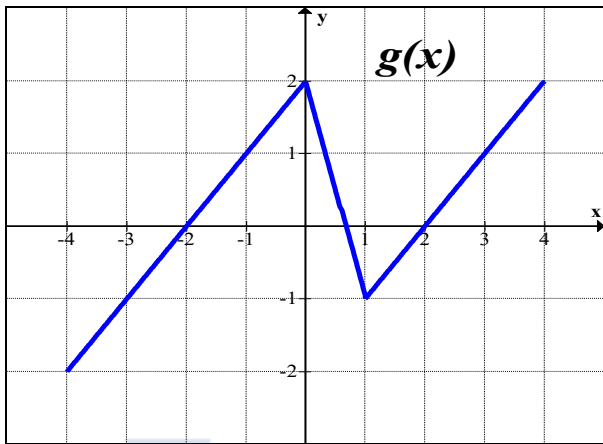
(2) إذا كانت الدالة  $g(x)$  هي معكوس الدالة  $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$  فاوجد  $g'(2)$

(3) إذا كانت الدالة  $g(x)$  هي معكوس الدالة  $f(x)$  بحيث ان  $f(3) = 5$  و  $f'(3) = 4$  فاوجد  $g'(5)$

(4) إذا كانت الدالة  $f(x) = x^3 + 2x + 1$  فاوجد  $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$  عند  $x = -2$

(5) إذا علمت ان منحنى الدالة  $f(x)$  يمر بالنقطة  $(0, -3)$  وان  $f'(0) = 6$  فاوجد  $(f^{-1})'(-3)$

❖ استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد  $\frac{dy}{dx}$  عند النقطة المذكورة



$$1) y = f(x)g(x) \quad , \quad x = 2$$

$$2) y = f(g(x)) \quad , \quad x = 2$$

$$3) y = g(f(x)) \quad , \quad x = 2$$

$$4) y = f(f(x)) \quad , \quad x = 0$$

$$5) y = f(x + f(x^3)) \quad , \quad x = 0$$