تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

الملف طريقة حساب النهايات مع أمثلة محلولة

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	رياضيات متكاملة دليل المعلم
2	دليل المعلم
3	الفصل الاول الوحدة الأولى المتباينات غير الخطية
4	جميع أوراق عمل
5	مراجعة نهائية قبل الامتحان

حساب النهايات

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

تتوزع على الجمع – الطرح –الضرب

ولكن في القسمة المقام $x \neq 0$

يكون فيها تعويض مباشر

- كثيرات الحدود
- $|g(x)|$
- دالة أسية او لوغاريتمية
- دالة مثلثية $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\sqrt[3]{g(x)}$

مثال : (تعويض مباشر)

$$\lim_{x\to 1}(4x^3 - \frac{1}{x} + |x|)$$

$$\lim_{x\to 1}(4(1)^3 - \frac{1}{1} + |1|)$$

$$\lim_{x\to 1} = 4$$

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$$

(تعويض مباشر)

R

$\frac{\text{اي عدد}}{\text{اي عدد غير } 0}$

النهاية موجوده وتساوي عدد الناتج

(النهاية غير موجودة)

$\frac{\text{اي عدد غير } 0}{\text{صفر}}$

(نشطب)

$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$

تكون النهاية موجوده

نغير شكل الدالة حتى نتمكن من التعويض وايجاد النهاية

الطرق :

1) التحليل
2) الضرب في المرافق
3) توحيد المقامات

1) أخراج عامل مشترك
2) الفرق بين مربعين
3) تقدير المقدار الثلاثي
4) الفرق ومجموع مكعبين

مثال :

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 3} 2+2 = 4$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-3)}{(x-3)(x+3)}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{3-3}{3+3} = \frac{0}{6} = 0$$

مثال :

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+5}{x-1} = \frac{7}{0}$$

النهاية غير موجوده

مثال :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+1}{x-5} = \frac{1}{-5}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x+5} = \frac{0}{6} = 0$$

حساب النهايات

$$f(x)=\sqrt{g(x)}$$

دالها فيها جذر

يكون فيها تعويض مباشر

$\sqrt{+}$

الناتج هو الحل

مثال :

$$\lim_{x\to 4}(\sqrt{2x-5})$$

$$\lim_{x\to 4}=\sqrt{3}$$

$\sqrt{=}$

لا توجد نهاية

مثال :

$$\lim_{x\to 0}(\sqrt{x^2-5})$$

$$\lim_{x\to 0}=\sqrt{-5}$$

النهاية غير موجوده

$\sqrt{0}$

نبحث عن المجال

ونحدد النهاية

مثال :

$$\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-4})$$

$$\lim_{x\to 2}=\sqrt{0}$$

$$2x-4\geq 0$$

$$x\geq 2$$

النهاية غير موجوده

لان النهاية من اليمين لا

تساوي النهاية من اليسار

$$\lim_{x\to 2-}(\sqrt{2x-4})$$

النهاية غير موجوده

$$\lim_{x\to 2+}(\sqrt{2x-4})$$

$$\lim_{x\to 2+}=0$$

$$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{f(x)}}{g(x)}$$

(عندما يكون هناك كسر و جذر)

نغير شكل الداله و

نستخدم الضرب في المرافق

مثال :

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{x-1}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(1-\sqrt{x})}{(x-1)}\times\frac{(1+\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{(x-1)(1+\sqrt{x})}=\frac{(1-x)}{(x-1)(1+\sqrt{x})}$$

نستخرج السالب عامل مشترك

$$\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)}{(x-1)(1+\sqrt{x})}=\frac{-(-1+x)}{(x-1)(1+\sqrt{x})}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{-1}{(1+\sqrt{1})}=-\frac{1}{2}$$

(ملاحظه)

$(x-y)^2$ (الفرق بين مربعين)

$(x^2-2xy+y^2)$

$(x-y)^3$ (الفرق بين مكعبين)

$(x-y)(x^2+xy+y^2)$

الدوال المثلثية

حساب النهايات

(قواعد)

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{x}=\frac{1}{0}$$ تكون النهاية دائما غير موجوده

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin kx}{mx}=\frac{k}{m} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{kx}=\frac{m}{k}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\sin mx)^n}{x^n}=m^n$$

أمثله :

1)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=\frac{0}{0} \longrightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{x}{1}}$$ نحول القسمة الى ضرب ونقلب المقسوم عليه

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\frac{1}{x} \longrightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x\cos x} \longrightarrow \lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos x}$$

تعويض مباشر !!

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos 0}=\frac{1}{1} \longrightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$$

2)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{7x}=\frac{5}{7}$$

3)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 10x}{9x}=\frac{10}{9}$$

(عندما يكون هناك مطلق)

نعيد تعريف المطلق

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{x} \longrightarrow |x|=\begin{cases} x>0 \\ x<0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=1$$ لان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin -x}{x}=-1$$ النهاية غير موجوده

$$\lim_{x\to a}=\sin a$$

$$\lim_{x\to a}=\cos a$$

$$\lim_{x\to a}=\tan a$$

تعويض مباشر

حيث ان a ليس من أصفار المقام

(ملاحظه)

(متطابقات فيثاغورس) يمكن استخدامها بالحل

$$\cos^2 x+\sin^2 x=1$$
$$1+\tan^2 x=\sec^2 x$$
$$\cot^2 x+1=\csc^2 x$$

عندما تكون عندنا دالة متعددت التعريف :

1) نرسم خط الاعداد

2) نوجد النهاية لكل معادله

3) مقارنه النهايات ونحدد

النهاية موجده – النهاية غير موجوده

النهاية عند نقطة جبريا

$$\lim f(x)$$

$$L(x)\le f(x)\le g(x)$$

$$\lim_{x\to a}L(x)=k \qquad \lim_{x\to a}g(x)=k$$

$$\boxed{\lim_{x\to a}f(x)=k}$$

مثال :

$$\lim_{x\to 0}x^2\cos\frac{1}{x^2}$$

$$-1\le\cos\frac{1}{x^2}\le 1$$ الضرب ب x^2

$$-x^2\le x^2\cos\frac{1}{x^2}\le x^2$$

$L(x)$ $\qquad$ $g(x)$

$$\lim_{x\to 0}x^2=0$$

$$\lim_{x\to 0}-x^2=0$$

النهاية تساوي 0