حل أسئلة الدرس الرابع طول القوس ومساحة السطح من الوحدة السادسة وفق الهيكل الوزاري

إعداد: علي عبد الله

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
4	حل تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل المسار النخبة
5	تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل المسار المتقدم

Part 3

الجزء الثالث - هيكل 12 متقدم

الفصل الدراسي الثالث 2023 / 2024

الدرس 6-4 | طول القوس ومساحة السطح

Lesson 6-4 | Arc Length and Surface Area

4	Find arc length in a given interval using definite integration. إيجاد طول قوس منحنى دالة في فترة معطاة باستخدام التكامل المحدود.	Exercises (5-14)	P446

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

5- $y = 2x + 1, 0 \leq x \leq 2$

$S = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$

$S = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2}\, dx$

A) 2

B) $2\sqrt{3}$

C) $2\sqrt{5}$ ✓

D) $s = \int_0^2 \sqrt{1 + (2x)^2}\, dx$

$y' = 2$

$S = \int_0^2 \sqrt{1 + 2^2}\, dx = \int_0^2 \sqrt{5}\, dx$

$= \sqrt{5}\, x \Big|_0^2$

$= \sqrt{5}(2 - 0)$

$= 2\sqrt{5}$

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

6- $y = \ln(\sec x)$ between $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$

Rad

$y' = \frac{\sec x \tan x}{\sec x} = \tan x$

A) $s = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1+\sec^2 x}\, dx$

B) $s = \int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$

C) $s = \ln(1+\sqrt{2})$

D) $s = \ln(1-\sqrt{2})$

$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1+\tan^2 x}\, dx \quad 1+\tan^2 x = \sec^2 x$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\sec^2 x}\, dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \, dx$

$= \ln|\sec x + \tan x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$= \ln|\sqrt{2}+1| - \ln|1+0|$

Mr. Ali Abdalla

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

7. $y = 4x^{3/2} + 1 \quad , 1 \le x \le 2$

$y' = 4\left(\frac{3}{2}\right) x^{\frac{1}{2}} + 0 = 6\sqrt{x}$

A) $s = \int_1^2 \sqrt{1+6x^2}\, dx$

B) $s = \int_1^2 \sqrt{1+36x}\, dx$

C) $s = \int_1^2 \sqrt{1+6x}\, dx$

D) $s = \int_1^2 \sqrt{1+(6x)^2}\, dx$

$S = \int_1^2 \sqrt{1+(6\sqrt{x})^2}\, dx$

$= \int_1^2 \sqrt{1+36x}\, dx$

Mr. Ali Abdalla

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

8. $y = \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x}) \quad , 0 \le x \le 1$

$y' = \frac{1}{4}\left[2e^{2x} - 2e^{-2x}\right]$

$= \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$

$S = \int_0^1 \sqrt{1 + \left[\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x}\right]^2}$

$= 1.8134$

A) $s = \frac{1}{4}\left(e^2 - \frac{1}{e^2}\right)$

B) $s = \frac{1}{4}\left(e^2 + \frac{1}{e^2}\right)$

C) $s = e^2 - \frac{1}{e^2}$

D) $s = e^2 + \frac{1}{e^2}$

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

9- $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x, 1 \le x \le 2$

$1 + \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2x}\right)^2$

$\frac{x}{2} \times \frac{1}{2x} \times 2$

$= 1 + \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^2}$

$= \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^2}$

$= \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2x}\right)^2$

$y' = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\frac{1}{x} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2x}$

$S = \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2x}\right)^2}\, dx$

$= 1.096573$

$S = \int_1^2 \sqrt{\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2x}\right)^2} = \int_1^2 \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x}\, dx$

$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln|x| \Big|_1^2$

A) $s = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\ln 2$

B) $s = \frac{3}{4} + \ln 2$

C) $s = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\ln 2$

D) $s = \frac{4}{3} + \frac{1}{2}\ln 2$

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

10- $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}, 1 \le x \le 3$

$\frac{1}{2}x^{-1}$

$-\frac{1}{2}x^{-2}$

$\frac{1}{x}$ $-\frac{1}{x^2}$

$y' = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2x^2}$

$S = \int_1^3 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2x^2}\right)^2}\, dx$

$= \int \sqrt{\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x^2}\right)^2}\, dx$

$= \int \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x^2}\, dx$

$= \frac{14}{3}$

$1 + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2x^2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^4}$

$= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x^4}$

$= \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x^2}\right)^2$

A) $\frac{14}{3}$

B) $\frac{13}{3}$

C) $\frac{14}{5}$

D) $\frac{24}{7}$

Compute the arc length exactly: احسب طول المنحنى بدقة

11. $x = \frac{1}{8}y^4 + \frac{1}{4y^2}$, $-2 \le y \le -1$

$g(y) = x = \frac{1}{8}y^4 + \frac{1}{4}y^{-2}$

$g'(y) = \frac{1}{2}y^3 + \frac{1}{4}(-2y^{-3}) = \frac{1}{2}y^3 - \frac{1}{2y^3}$

$S = \int_{-2}^{-1} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}y^3 - \frac{1}{2y^3}\right)^2}\, dy$

$= \int_{-2}^{-1} \sqrt{\left(\frac{1}{2}y^3 + \frac{1}{2y^3}\right)^2} = -\int_{-2}^{-1} \left(\frac{1}{2}y^3 + \frac{1}{2y^3}\right) dy$

$= \frac{33}{16}$

A) $\frac{33}{17}$

B) $\frac{33}{16}$

C) $\frac{34}{15}$

D) $\frac{23}{16}$

Compute the arc length exactly:

احسب طول المنحنى بدقة

12. $x = e^{y/2} + e^{-y/2}$, $-1 \le y \le 1$

A) $2\left(\frac{e+1}{\sqrt{e}}\right)$

B) $2\left(\frac{e-1}{\sqrt{e}}\right)$

C) $\frac{e-1}{2\sqrt{e}}$

D) $3\left(\frac{e-1}{\sqrt{e}}\right)$

If $y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$ then

$1 + (y')^2 = \frac{1}{4}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)^2$

$\sqrt{1 + (y')^2} = \frac{1}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$

$g(y) = e^{y/2} + e^{-y/2} \Rightarrow g'(y) = \frac{1}{2}e^{y/2} - \frac{1}{2}e^{-y/2}$

$S = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}e^{y/2} - \frac{1}{2}e^{-y/2}\right)^2}$

$-1 \quad 0 \quad 1$

$= \int_{-1}^{1} \sqrt{\left(\frac{1}{2}e^{y/2} + \frac{1}{2}e^{-y/2}\right)^2}\, dy = \int_{-1}^{1} \left|\frac{1}{2}e^{y/2} + e^{-y/2}\right| dy$

$= 2.084$

$1 + \left(\frac{1}{2}e^{y/2} - \frac{1}{2}e^{-y/2}\right)^2 \leftarrow \left(\frac{1}{2}e^{y/2} + \frac{1}{2}e^{-y/2}\right)^2$

$= \underline{1 + \frac{1}{4}e^{y} - \frac{1}{2}} + \frac{1}{4}e^{-y} = \underline{\frac{1}{4}e^{y} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-y}}$

Garde 12 Advanced
Easy math – Mr. Ali Abdalla

Compute the arc length exactly:

احسب طول المنحنى بدقة

13. $y = \frac{1}{3}x^{3/2} - x^{1/2}$, $1 \le x \le 4$

A) $\frac{15}{4}$

B) $\frac{13}{4}$

C) $\frac{10}{3}$

D) $\frac{11}{3}$

$y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} x^{1/2} - \frac{1}{2} x^{-1/2} = \frac{x^{1/2}}{2} - \frac{1}{2x^{1/2}}$

✓ $S = \int_{1}^{4} \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx$

$= \frac{10}{3}$

Mr. Ali Abdalla

Compute the arc length exactly:

احسب طول المنحنى بدقة

14. $y = 2\ln(4 - x^2)$, $0 \le x \le 1$

$y' = 2 \cdot \frac{-2x}{4-x^2} = \frac{-4x}{4-x^2}$

$S = \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{-4x}{4-x^2}\right)^2}\, dx$

$= 1.1972$

A) $\ln(3) - 1$

B) $\ln(3) + 1$

C) $2\ln(3) + 1$

D) $2\ln(3) - 1$

5	**Find surface area of a solid of revolution using definite integration.** حساب مساحة السطح الناتج عن دوران منطقة معينة باستخدام التكامل المحدود	**Exercises (29-36)**	**P447**

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

29. $y = x^2, 0 \le x \le 1$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

$y' = 2x$

$S = 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + (2x)^2}\, dx$

$= 2\pi \int_0^1 x^2 \sqrt{1 + 4x^2}\, dx$

A) $S = 2\pi \int_0^1 \sqrt{1 + 4x^2}\, dx$

B) $S = 2\pi \int_0^1 x^2\sqrt{1 + x^4}\, dx$

C) $S = 2\pi \int_0^1 x^2\sqrt{1 + 4x^2}\, dx$

D) $S = 2\pi \int_0^1 \sqrt{1 + 4x^2}\, dx$

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

30. $y = \sin x$, $0 \le x \le \pi$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \cos x\ dx$

C) $S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

D) $S = \pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

$y' = \cos x$

$S = 2\pi \int_0^{\pi} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

RAD

$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

31. $y = 2x - x^2$, $0 \le x \le 2$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = \int_0^{2} \sqrt{1 + (2 - 2x)^2}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_0^{2} (2x - x^2)\sqrt{5 - 8x + 4x^2}\ dx$

C) $S = 2\pi \int_0^{2} \sqrt{1 + (2 - 2x)^2}\ dx$

D) $S = \pi \int_0^{2} \sqrt{1 + (2 - 2x)^2}\ dx$

$y' = 2 - 2x$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$S = 2\pi \int_0^{2} (2x - x^2) \sqrt{1 + (2 - 2x)^2}\ dx$

$= 2\pi \int_0^{2} (2x - x^2) \sqrt{1 + 4 - 8x + 4x^2}\ dx$

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

32. $y = x^3 - 4x, -2 \le x \le 0$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = \int_{-2}^{0} \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_{-2}^{0} \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\ dx$

C) $S = 2\pi \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\ dx$

D) $S = \pi \int_{-2}^{0} \sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\ dx$

$y' = 3x^2 - 4$

$S = 2\pi \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\sqrt{1 + (3x^2 - 4)^2}\ dx$

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

33. $y = e^x, 0 \le x \le 1$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{2x}}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_{0}^{1} \sqrt{1 + e^{2x}}\ dx$

C) $S = \pi \int_{0}^{1} e^x \sqrt{1 + e^{2x}}\ dx$

D) $S = 2\pi \int_{0}^{1} e^x \sqrt{1 + e^{2x}}\ dx$

$y' = e^x$

$S = 2\pi \int_{0}^{1} e^x \sqrt{1 + (e^x)^2}\ dx$

$= 2\pi \int_{0}^{1} e^x \sqrt{1 + e^{2x}}\ dx$

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

34. $y = \ln x, 1 \leq x \leq 2$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = \int_1^2 \sqrt{1 + (\ln x)^2}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_1^2 \sqrt{1 + (1/x)^2}\ dx$

C) $S = \pi \int_1^2 \ln x\ \sqrt{1 + (1/x)^2}\ dx$

D) $S = 2\pi \int_1^2 \ln x\ \sqrt{1 + (1/x)^2}\ dx$

$y' = \frac{1}{x}$

$S = 2\pi \int_1^2 (\ln x) \sqrt{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2}\ dx$

$= 2\pi \int_1^2 \ln x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\ dx$

Mr. Ali Abdalla

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

35. $y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi/2$, revolved about the x-axis تم دورانها حول المحور x

A) $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos x\ \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

B) $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

C) $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos^2 x\ dx$

D) $S = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin x\ \sqrt{1 + \cos^2 x}\ dx$

$y' = -\sin x$

$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos x \sqrt{1 + (-\sin x)^2}\ dx$

$= 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos x\ \sqrt{1 + \sin^2 x}\ dx$

$\boxed{\text{RAD}}$

Mr. Ali Abdalla

ضع التكامل لمساحة السطح الناتج من الدوران وقرب التكامل باستخدام طريقة عددية

Set up the integral for the surface area of the surface of revolution and approximate the integral with a numerical method.

36. $y=\sqrt{x}$, $1 \le x \le 2$, revolved about the x-axis — تم دورانها حول المحور x

A) $S = 2\pi \int_1^2 \left(\frac{1}{2x}\right)\sqrt{1+x}\; dx$

B) $S = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{2x}}\; dx$

C) $S = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\; dx$ ✓

D) $S = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}\; dx$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$S = 2\pi \int_1^2 \sqrt{x}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\; dx$

$= 2\pi \int_1^2 \sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\; dx$

$x \times \frac{1}{4x}$

$\boxed{= 2\pi \int_1^2 \sqrt{x+\frac{1}{4}}\; dx}$

Mr. Ali Abdalla

18	**Find surface area of a solid of revolution using definite integration.** حساب مساحة السطح الناتج عن دوران منطقة معينة باستخدام التكامل المحدود	**Exercises (29-36)**	**P447**

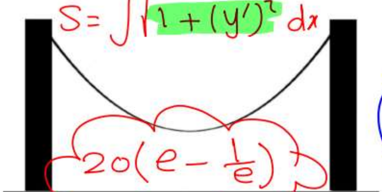
23. A rope is to be hung between two poles 40 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary

$y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20}), \quad -20 \le x \le 20,$

compute the length of the rope.

عند تعليق حبل بين عمودين البعد بينهما 40 ft. إذا كان الحبل يبدو أنّه يتخذ شكل سلسلة معادلته $y = 10(e^{x/20} + e^{-x/20})$، $-20 \le x \le 20$ فاحسب طول الحبل.

مقالي FRQ



$y' = 10\left(\frac{1}{20}e^{x/20} - \frac{1}{20}e^{-x/20}\right) = \frac{1}{2}e^{x/20} - \frac{1}{2}e^{-x/20}$

$1+[y']^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}e^{x/20} - \frac{1}{2}e^{-x/20}\right)^2 = 1 + \frac{1}{4}e^{x/10} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-x/10}$

$= \frac{1}{4}e^{x/10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-x/10} = \left(\frac{1}{2}e^{x/20} + \frac{1}{2}e^{-x/20}\right)^2$

$S = \int_{-20}^{20} \sqrt{\left(\frac{1}{2}e^{x/20} + \frac{1}{2}e^{-x/20}\right)^2}\, dx = \int_{-20}^{20} \left(\frac{1}{2}e^{x/20} + \frac{1}{2}e^{-x/20}\right) dx$

$= 10e^{x/20} - 10e^{-x/20} \Big|_{-20}^{20}$

$= (10e - 10e^{-1}) - (10e^{-1} - 10e)$

$= 20e - 20e^{-1}$

If $y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$ **then**

$1 + (y')^2 = \frac{1}{4}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)^2$

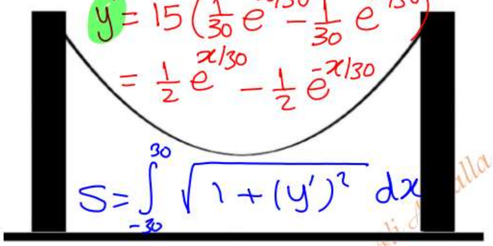
$\sqrt{1 + (y')^2} = \frac{1}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

Mr. Ali Abdalla

عند تعليق حبل بين عمودين البُعد بينهما 60 متر ، إذا كان الحبل يبدو أنه يتخذ شكل سلسلة معادلته $y = 15(e^{x/30} + e^{-x/30})$ ، $-30 \le x \le 30$ فاحسب طول الحبل.

A rope is to be hung between two poles 60 meters apart. If the rope assumes the shape of the catenary $y = 15(e^{x/30} + e^{-x/30})$, $-30 \le x \le 30$, compute the length of the rope.



$y' = 15\left(\frac{1}{30}e^{x/30} - \frac{1}{30}e^{-x/30}\right)$

$= \frac{1}{2}e^{x/30} - \frac{1}{2}e^{-x/30}$

$S = \int_{-30}^{30} \sqrt{1 + (y')^2}\, dx$

$1 + [y']^2 = 1 + \left(\frac{1}{2}e^{x/30} - \frac{1}{2}e^{-x/30}\right)^2$

$= 1 + \frac{1}{4}e^{x/15} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-x/15} = \frac{1}{4}e^{x/15} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-x/15}$

$1 + [y']^2 = \left(\frac{1}{2}e^{x/30} + \frac{1}{2}e^{-x/30}\right)^2$

$S = \int_{-30}^{30} \sqrt{\left(\frac{1}{2}e^{x/30} + \frac{1}{2}e^{-x/30}\right)^2}\, dx = \int_{-30}^{30} \left(\frac{1}{2}e^{x/30} + \frac{1}{2}e^{-x/30}\right) dx$

$= 15e^{x/30} - 15$

مقالي
FRQ

Example 4.4 **A cable is to be hung between two poles of equal height that are 20 feet apart. suppose that the cable takes the shape of $y = 5(e^{x/10} + e^{-x/10})$ for $-10 \le x \le 10$. How long is the cable?**

مقالي
FRQ

لربط كابل بين عمودين متساويين في الارتفاع والبعد بينهما 20 m على فرض أنّ الكابل يتخذ شكل $y = 5(e^{x/10} + e^{-x/10})$، لأجل $-10 \le x \le 10$ كم يبلغ طول هذا الكابل؟

Compute the "sag" in the cable-that is, the difference between the y-values in the middle ($x = 0$) and at the poles ($x = 10$). Given this, is the arc length calculation surprising.

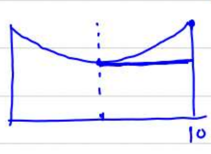
احسب قيمة "الارتخاء" الموجودة في الكابل - التي تشكل الفرق بين قيم y في الوسط $(x = 0)$ وعند العمودين $(x = 10)$. على أساس ذلك، هل كان حساب طول المنحنى مثيرا للدهشة؟

$y(0) = 5(e^0 + e^0) = 10$

$y(10) = 5(e + e^{-1}) =$

Sag $= y(10) - y(0)$

$= 5.4308$



$2\sqrt{(10)^2 + (5.43)^2} = 22.76$

23,