

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

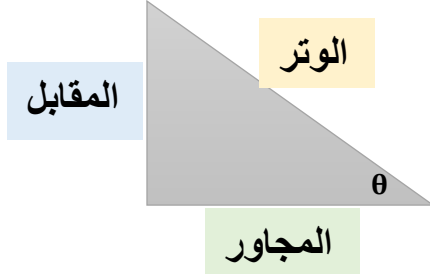
## النسب المثلثية

$\sin\theta$  ,  $\cos\theta$  ,  $\tan\theta$  ,  $\csc\theta$  ,  $\sec\theta$  ,  $\cot\theta$

المتطابقات المثلثية الأساسية (للحفظ)

$\sin\theta \cdot \csc\theta = 1$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$ $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$
$\cos\theta \cdot \sec\theta = 1$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$
$\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$
$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$		<u>لا تنسونا من الدعاء</u>
$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	

$Tan^2\theta + 1 = Sec^2\theta$	$Cos(-\theta) = Cos\theta$	<u>الزوايا الخاصة</u> $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ للتحويل الى راديان $30^\circ = \frac{30^\circ \times \pi}{180^\circ}$
$Cot^2\theta + 1 = Csc^2\theta$	$Tan(-\theta) = -Tan\theta$	



• في المثلث القائم الزاوية

$$Sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$Cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$Tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

مع تحياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

معلم المادة : أ. سرحان الجراح ( هاتف 0505435770 )

دائرة الوحدة

$(0, 1)$

$90^\circ = \frac{\pi}{2}$

**Sugar**

**Add**

$180^\circ - E$

$(\cos -, \sin +)$   
 $\tan -$

$(\cos +, \sin +)$   
 $\tan +$

$(1, 0)$

$180^\circ = \pi$

$(-1, 0)$

$0^\circ = 360^\circ = 2\pi$



$(\cos -, \sin -)$   
 $\tan +$

$(\cos +, \sin -)$   
 $\tan -$

$180^\circ + E$

$360^\circ - E$

**To**

**Coffee**

$(0, -1)$

$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$

# المتطابقات المثلثية الأساسية (الحفظ)

## مفهوم أساسي

### متطابقات المجموع والفرق

#### متطابقات الفرق

- $\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos (A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan (A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

#### متطابقات المجموع

- $\sin (A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos (A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan (A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

## مفهوم أساسي

### المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم  $\theta$  جميعها:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

## مفهوم أساسي

### المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

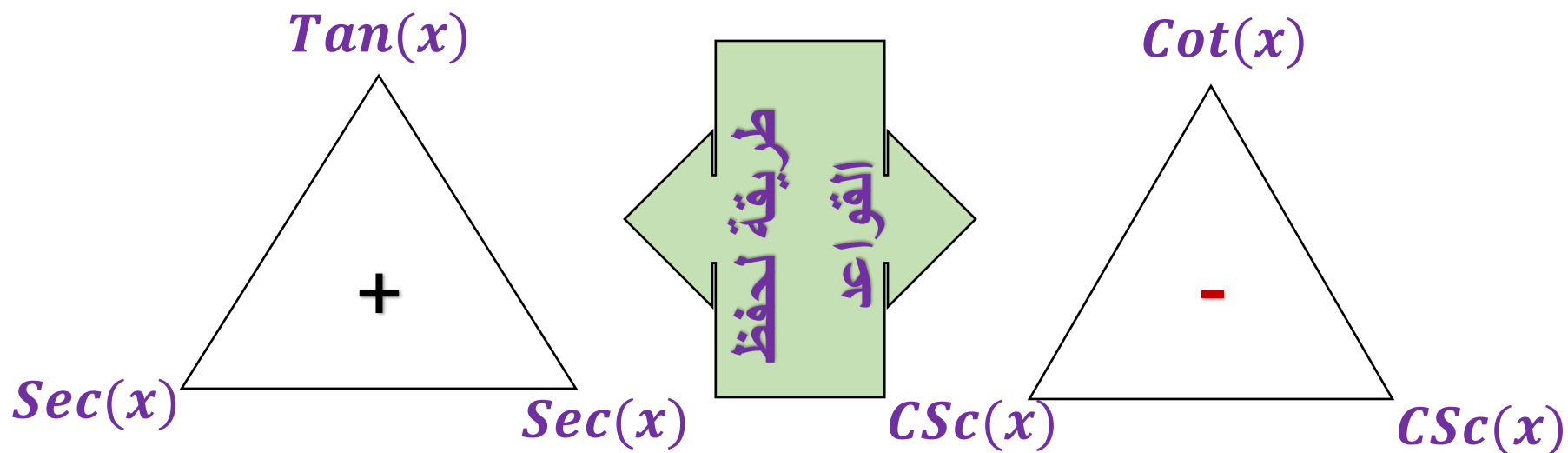
المتطابقات الآتية صحيحة لقيم  $\theta$  جميعها:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}, \cos \theta \neq -1$$

## قواعد الاشتقاق للنسب المثلثية (الحفظ)



الدالة	المشتقة	الدالة	المشتقة
$Sin x$	$Cos x$	$Sec x$	$Sec x \cdot Tan x$
$Cos x$	$-Sin x$	$Csc x$	$-Csc x \cdot Cot x$
$Tan x$	$Sec^2 x$	$Cot x$	$-Csc^2 x$
$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$		$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	
$\sinh x$	$\cosh x$	$csch x$	$-Csch x \cdot Coth x$
$\cosh x$	$\sinh x$	$sech x$	$-Sech x \cdot Tanh x$
$\tanh x$	$Sech^2 x$	$coth x$	$-Csch^2 x$

قواعد الاشتقاق للدوال المثلثية المعكوسة و دوال القطع الزائد (للحفظ)

$$x^2 - 1$$

$$1 - x^2$$

$$1 + x^2$$

الدالة

$$\tan^{-1} x$$

$$\cot^{-1} x$$

$$\tanh^{-1} x$$

$$\coth^{-1} x$$

$$\frac{1}{1 + x^2} \quad (-)$$

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

$$\sin^{-1} x$$

$$\cos^{-1} x$$

$$\sinh^{-1} x$$

$$\cosh^{-1} x$$

المشتقة

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad (-)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\sec^{-1} x$$

$$\csc^{-1} x$$

$$\operatorname{sech}^{-1} x$$

$$\operatorname{csch}^{-1} x$$

$$\frac{1}{|x|\sqrt{x^2 - 1}} \quad (-)$$

$$(-) \frac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(-) \frac{1}{|x|\sqrt{1 + x^2}}$$

## قواعد الاشتقاق

الدالة	المشتقة	الدالة	المشتقة
$c$	$0$	قاعدة السلسلة	
$ax + b$	$a$	$y = f(u) , u = g(x)$	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
$x^n$	$nx^{n-1}$	$(f^n) = (f)^n$	$n \times (f)^{n-1} \cdot f'$
$f(x) \mp g(x)$	$f'(x) \mp g'(x)$	$f \circ g$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
$cf(x)$	$cf'(x)$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) \times g(x)$	$f(x) \times g'(x) + f'(x) \times g(x)$	مشتقة الجذر التربيعي = $\frac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{\text{الجذر نفسه} \times 2}$	
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$	$\ln(f)$	$\frac{f'}{f}$
$\frac{c}{g}$	$\frac{-c \cdot g'}{g^2}$	الدالة الأسية	
$\frac{c}{x^n}$	$\frac{-c \cdot n}{x^{n+1}}$	$e^x$	$e^x$
الدالة العكسية		$e^f$	$f' \cdot e^f$
$g = f^{-1}(x)$	$\frac{1}{f(g(x))}$	$a^x$	$a^x \cdot \ln a$
0505435770	مع تحيات الاستاذ: سرحان الجراح	$a^f$	$f' \cdot a^f \cdot \ln a$



• تعريف المشتقة الأولى :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

البديل

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

• ملاحظات حول التعريف

$$1) \quad -f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(a) - f(x)}{x - a}$$

$$2) \quad \frac{1}{f'(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{f(x) - f(a)}$$

$$1) \quad \frac{1}{f'(x)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(x+h) - f(x)}$$

$$2) \quad -f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{h}$$

$$3) \quad -\frac{1}{f'(x)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(x) - f(x+h)}$$

# الإشتقاق الضمني :

- نشتق اشتقاق عادي بالنسبة لـ  $x$ .
- نشتق اشتقاق عادي بالنسبة لـ  $y$  مع الضرب بـ  $y'$ .
- نفصل ( نجمع التي فيها  $y'$  في طرف والباقي في طرف آخر ثم نخرجه عامل مشترك ثم نجد  $y'$  .
- لا ننسى  $x^2 \cdot y^3$  تعامل حاصل ضرب .

## التفسير الفيزيائي للمشتقة

الزمن :  $t$  , التسارع اللحظي :  $a(t)$  , السرعة اللحظية :  $v(t)$  , موقع الجسم :  $S(t)$  ,

$$v(t) = S'(t)$$
$$a(t) = v'(t) = S''(t)$$

## التفسير الهندسي للمشتقة

- كلمة يوازي أو موازياً (  $\parallel$  ) تعني أن  $m_1 = m_2$  .
- كلمة عمودي أو يعامد (  $\perp$  ) تعني أن  $m_1 \times m_2 = -1$  .
- معادلة المماس :  $y = m(x - x_1) + y_1$  .
- معادلة العمودي :  $y = \frac{-1}{m}(x - x_1) + y_1$  .

## ملاحظات هامة :

• تكون النهاية موجودة عند  $x = c$  ، إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$

• تكون الدالة متصلة عند  $x = c$  ، إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = f(c)$

• تكون قابلة للاشتقاق عند  $x = c$  ، إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f'(x)$

• مشتقة دالة عند نقطة = ميل المماس عند تلك النقطة .

## ما هي العلاقة بين الاتصال والاشتقاق

• إذا كانت  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $x = a$  فإنها تكون متصلة عند  $x = a$  .

• إذا كانت  $f$  غير متصلة عند  $x = a$  فإنها تكون غير قابلة للاشتقاق عند  $x = a$  .

## أنواع عدم الاتصال ( الانفصال )

• فجوة      قفزي      لا نهائي      تذبذبي      رأس المدبب      مماس رأسي

## المشتقات العليا

• رموز المشتقة الأولى :

$$y' , \quad f'(x) , \quad \frac{dy}{dx} , \quad \frac{d}{dx}(f(x)) , \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} , \quad f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

• رموز المشتقة الثانية :

$$y'' , \quad f''(x) , \quad \frac{d^2 y}{dx^2} , \quad \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) , \quad f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} , \quad f''(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x) - f'(a)}{x - a}$$

• رموز المشتقة الثالثة :

$$y''' , \quad f'''(x) = f^{(3)} , \quad \frac{d^3 y}{dx^3} , \quad \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) , \quad f'''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x+h) - f''(x)}{h} , \quad f'''(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f''(x) - f''(a)}{x - a}$$

• رموز المشتقة النونية :

$$y^{(n)} , \quad f^{(n)}(x) , \quad \frac{d^n y}{dx^n} , \quad \frac{d^n}{dx^n}(f(x)) , \quad f^{(n)}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{(n-1)}(x+h) - f^{(n-1)}(x)}{h} , \quad f^{(n)}(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(a)}{x - a}$$

## نظرية القيم المتوسطة للمشتقة

• إذا كانت الدالة  $y = f(x)$  تحقق الشروط التالية :

(1) الدالة متصلة على الفترة المغلقة  $[a, b]$  .

(2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة  $(a, b)$  .

فإنه توجد نقطة واحدة على الأقل مثل  $c$  في الفترة المفتوحة  $(a, b)$  بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

### نظرية رول :

في نظرية القيمة المتوسطة إذا كانت  $f(a) = f(b)$

فإنه توجد نقطة واحدة على الأقل مثل  $c$  في الفترة المفتوحة  $(a, b)$  بحيث

$$f'(c) = 0$$

# اللوغاريتمات

اللوغاريتم  
الطبيعي

$$\ln_e x$$

$$\log_{10} x$$

اللوغاريتم  
المعتاد

$$1) \quad \ln(a \times b) = \ln a + \ln b$$

$$2) \quad \ln(a \div b) = \ln a - \ln b$$

$$3) \quad \ln(a^n) = n \cdot \ln a$$

$$4) \quad \ln e = 1, \ln 1 = 0, \ln e^n = n$$

$$5) \quad e^{\ln x} = x, \quad e^{\ln(fx)} = f(x)$$

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{\log b}{\log a}$$

$$1) \quad \log(a \times b) = \log a + \log b$$

$$2) \quad \log(a \div b) = \log a - \log b$$

$$3) \quad \log(a^n) = n \cdot \log a$$

$$4) \quad \log 10 = 1, \log 100 = 2, \log 10^n = n, \log_a a = 1$$

$$5) \quad 10^{\log x} = x, \quad 10^{\log(fx)} = f(x)$$

قاعدة تغيير الاساس

$$b^x = a \leftrightarrow \log_b a = x$$