تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف حل تمارين الدرس الثاني مفهوم النهاية
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

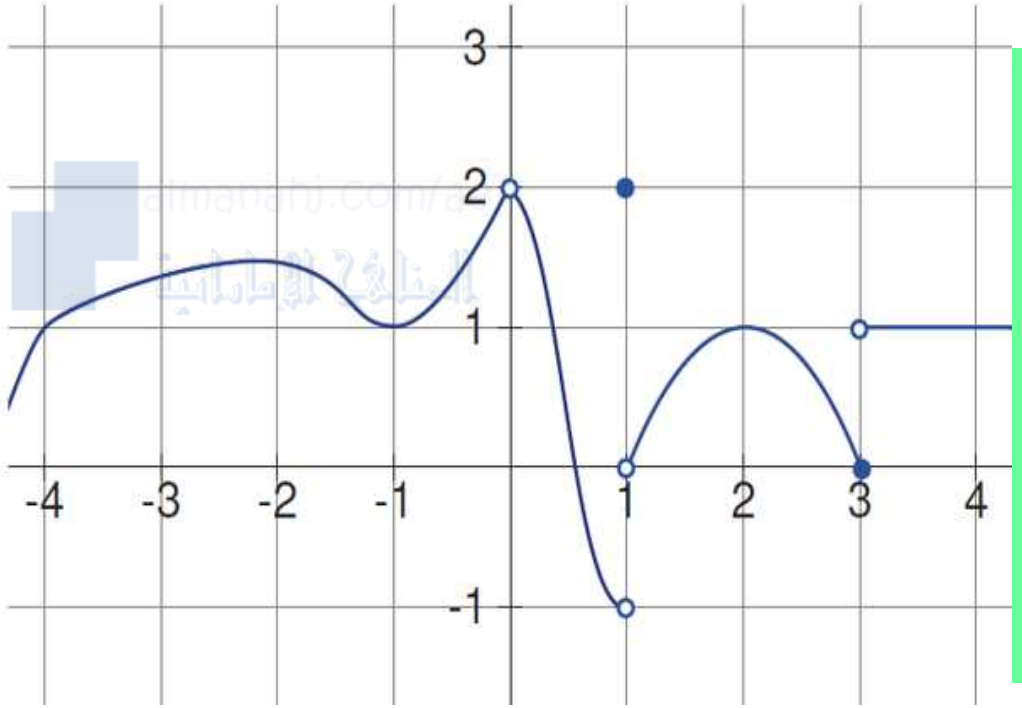
المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	رياضيات متكاملة دليل المعلم
2	دليل المعلم
3	الفصل الاول الوحدة الأولى المتباينات غير الخطية
4	جميع أوراق عمل
5	مراجعة نهائية قبل الامتحان

اليوم : الثلاثاء - الأربعاء

التاريخ : 00 – 00/ 9 / 2020 م

المادة : الرياضيات

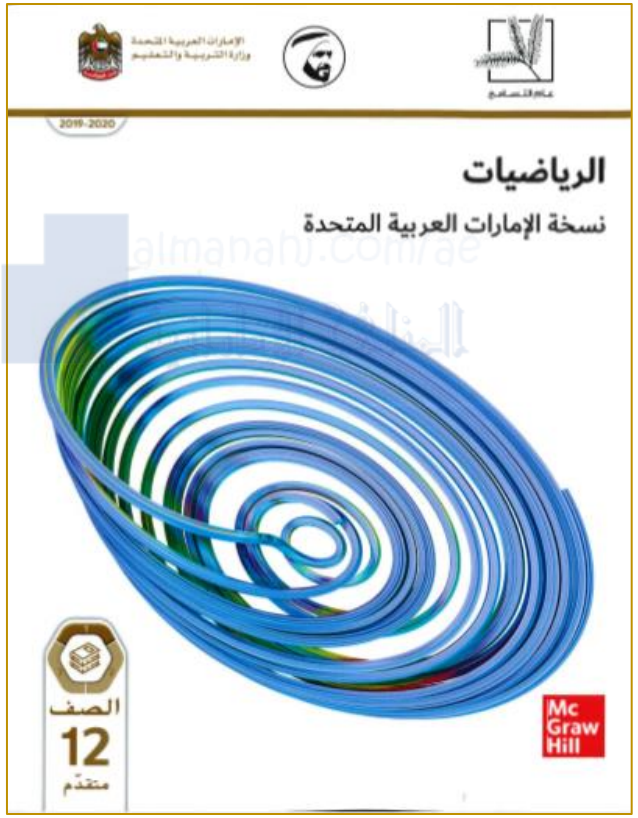
الصف : الثاني عشر/ المتقدم



عنوان الدرس :

2.2 مفهوم النهاية

تأكد من وجود جميع احتياجاتك بجانبك ☺



نواتج التعلم :

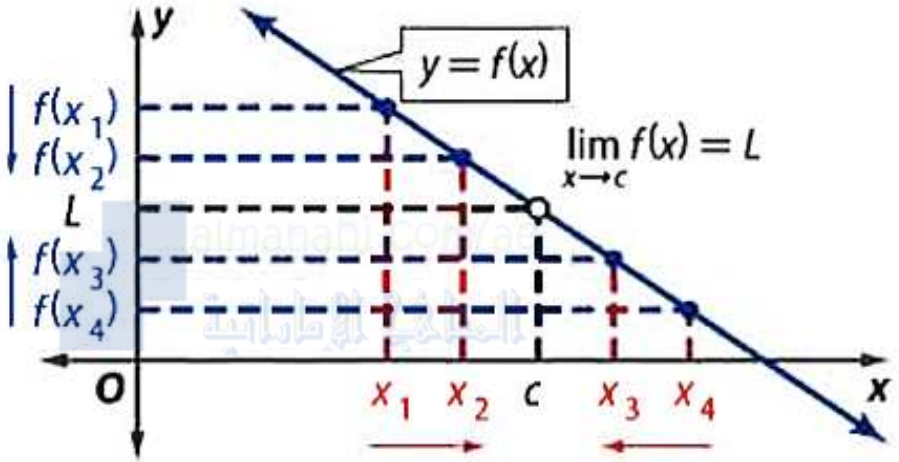
1. إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبريا وبيانيا، إن وجدت .
2. دراسة وجود نهاية ما عبر التحقق من النهايات أحادية الطرف .

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتي

1 تقدير النهاية عند نقطة

بتمحور حساب التفاضل والتكامل حول مسألتين مهمتين:

- إيجاد معادلة المماس بتمثيل بياني لدالة عند نقطة
- إيجاد المساحة الواقعة بين منحنى الدالة والمحور x.



يلزم لحل هاتين المسألتين استيعاب مفهوم النهاية. تذكر أنه إذا كانت $f(x)$ تقترب من القيمة الفريدة L عندما يقترب x من c من طرف واحد. فإن النهاية $f(x)$ عندما يقترب x من c تكون عبارة عن L. وتُكتب على صورة

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

يُمكنك تطبيق هذا الوصف لتقدير نهاية الدالة $f(x)$ عندما يقترب x من قيمة ثابتة لـ c أو $\lim_{x \to c} f(x)$ باستخدام تمثيل بياني أو إنشاء جدول بالقيم.

تكون النهاية موجودة اذا وفقط اذا كانت النهايتين أحاديتي الطرف موجودتين ومتساويتين.
أي إنّ.

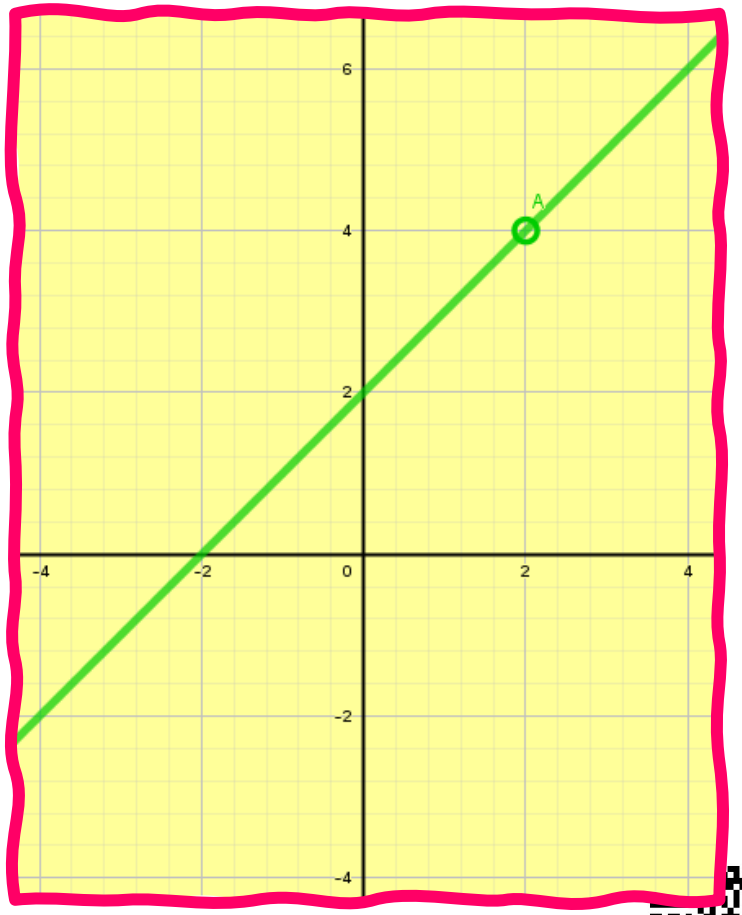
$$\lim_{x\to a} f(x) = L \text{ للعدد } L \text{. اذا وفقط اذا } \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = L$$

المثال 2.1 إيجاد قيمة النهايات

أوجد قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$.

x	$f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$
1.9	3.9
1.99	3.99
1.999	3.999
1.9999	3.9999

x	$f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$
2.1	4.1
2.01	4.01
2.001	4.001
2.0001	4.0001



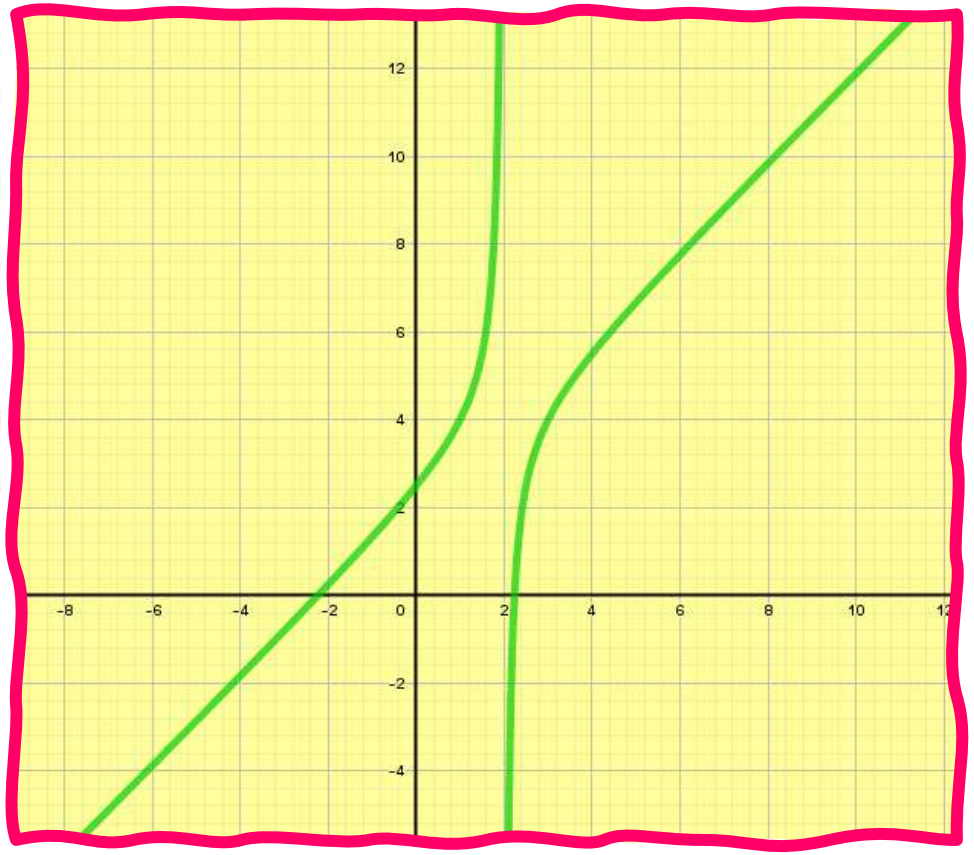
$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$$

المثال 2.2 النهايات غير الموجودة

أوجد قيمة $\lim_{x\to 2} = \frac{x^2-5}{x-2}$.

x	$g(x)=\frac{x^2-5}{x-2}$
1.9	13.9
1.99	103.99
1.999	1003.999
1.9999	10,003.9999

x	$g(x)=\frac{x^2-5}{x-2}$
2.1	−5.9
2.01	−95.99
2.001	−995.999
2.0001	−9995.9999



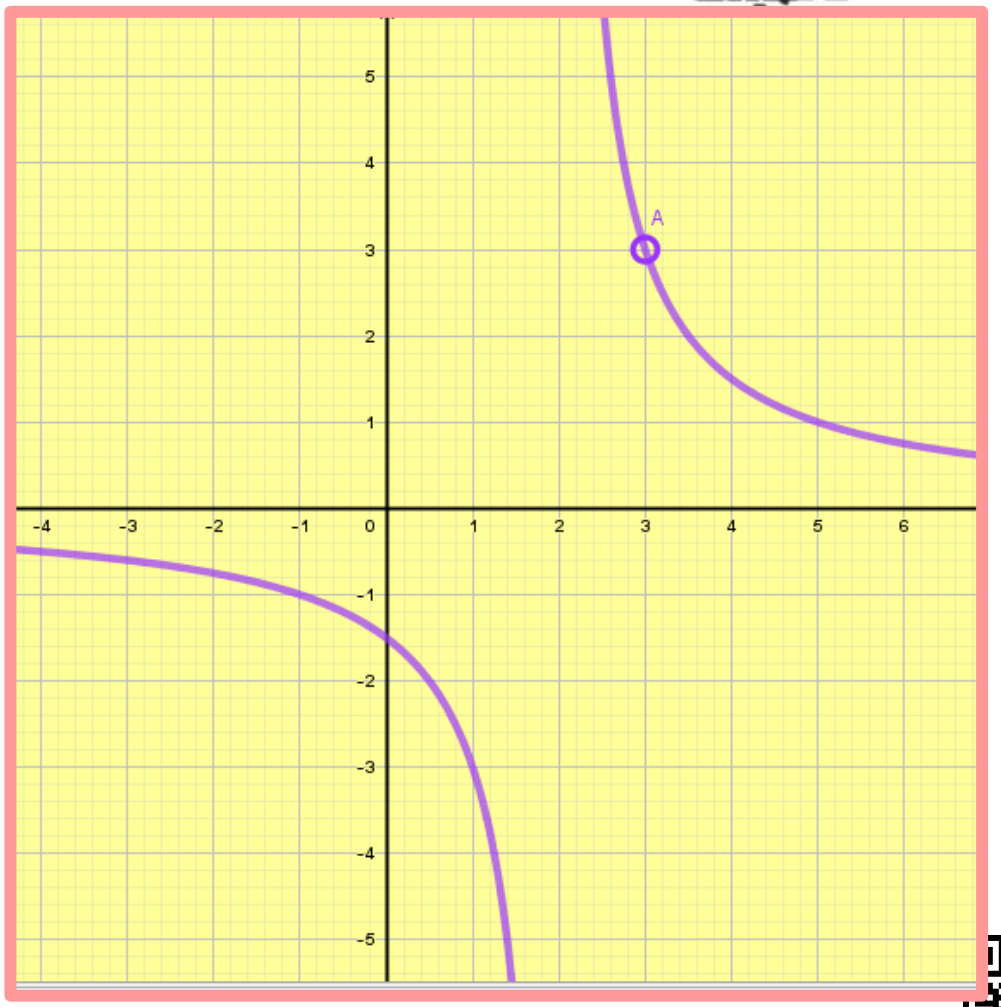
$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-5}{x-2}$ غير موجودة

في التمارين من 1 إلى 6، استخدم الدليل العددي والبياني لتخمين القيم لكل نهاية. وإذا أمكن، استخدم التحليل إلى العوامل للتحقق من صحة تخمينك

5. $\lim_{x\to 3} \dfrac{3x-9}{x^2-5x+6}$

x	f(x)
2.9	3.3333
2.99	3.0303
2.999	3.003
2.9999	3.0003

x	f(x)
3.1	2.7273
3.01	2.9703
3.001	2.997
3.0001	2.9997



$$\lim_{x\to 3} \frac{3x-9}{x^2-5x+6} = 3$$

المثال 2.3 تحديد النهايات بيانيًا

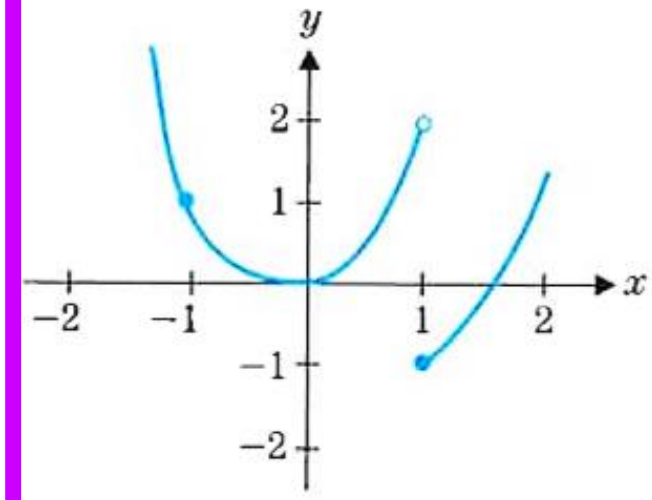
استخدم التمثيل البياني في الشكل 2.8 لتحديد $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ ، $\lim_{x\to 1} f(x)$ و $\lim_{x\to -1} f(x)$.

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 1} f(x) =$$

$$\lim_{x\to -1} f(x) =$$



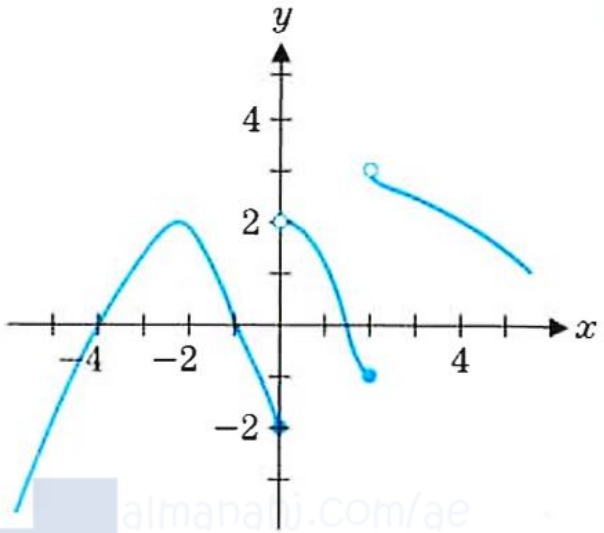
الشكل 2.8

$y = f(x)$

تحققي من فهمك

https://www.liveworksheets.com/1-jt1212273fi

في التمرينين 7 و8، حدد كل نهاية أو اذكر عدم وجودها في كلٍ مما يلي:



7. (a) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(d) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to -2} f(x)$

(g) $\lim_{x\to -1} f(x)$ (h) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

8. (a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$

(d) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to 2} f(x)$

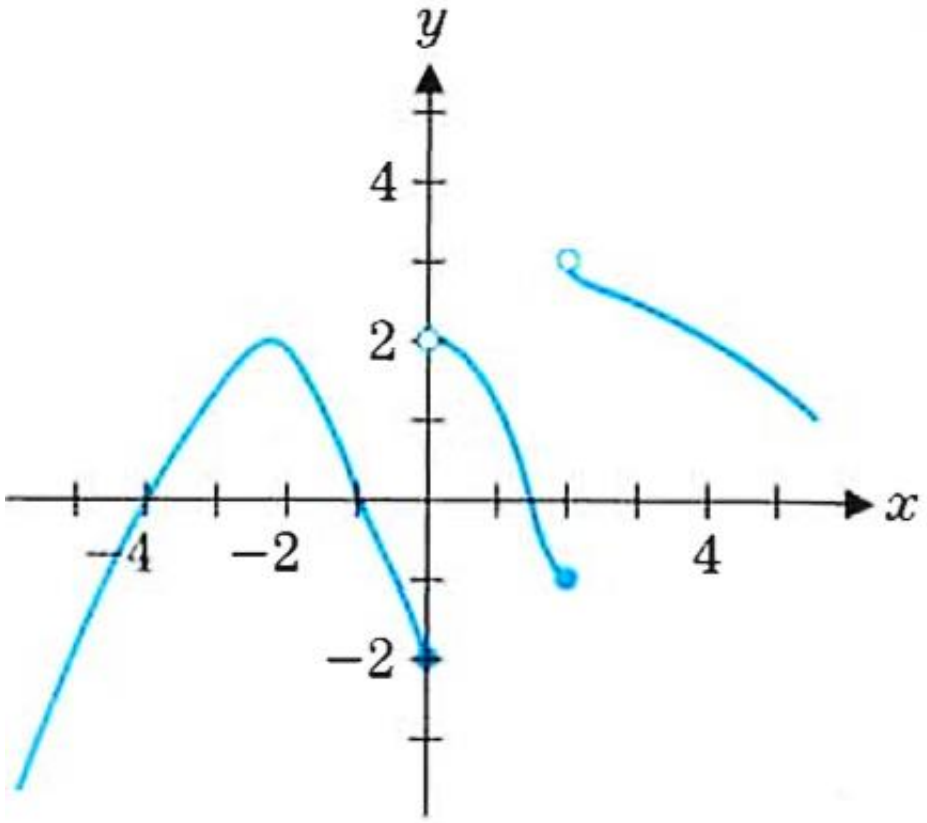
(g) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ (h) $\lim_{x\to -3} f(x)$

في التمرينين 7 و8، حدد كل نهاية أو اذكر عدم وجودها في كلٍ مما يلي:

7. (a) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 0} f(x)$

(d) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to -2} f(x)$

(g) $\lim_{x\to -1} f(x)$ (h) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$



8. (a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ (c) $\lim_{x\to 1} f(x)$

(d) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ (e) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$ (f) $\lim_{x\to 2} f(x)$

(g) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ (h) $\lim_{x\to -3} f(x)$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

المثال 2.4 النهايات التي يختصر فيها عاملين

أوجد قيمة $\lim_{x\to -3} \frac{3x+9}{x^2-9}$.

جبريا

$$\lim_{x\to -3} \frac{3(x+3)}{(x-3)(x+3)}$$

$$\lim_{x\to -3} \frac{3}{x-3} = \frac{3}{-3+3} = -\frac{1}{2}$$

عوض

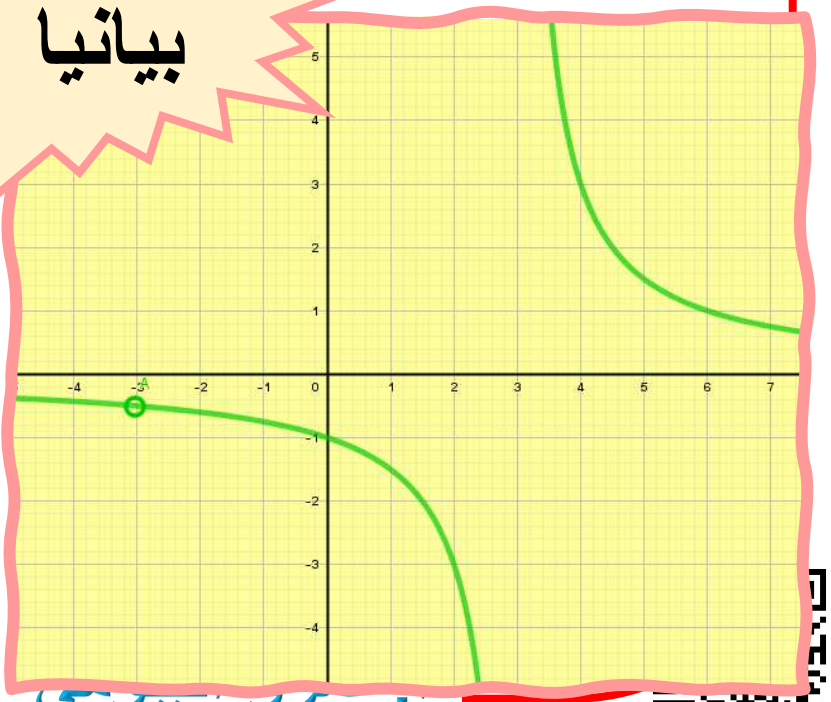
عدديا

x	$\frac{3x+9}{x^2-9}$
−3.1	−0.491803
−3.01	−0.499168
−3.001	−0.499917
−3.0001	−0.499992

x	$\frac{3x+9}{x^2-9}$
−2.9	−0.508475
−2.99	−0.500835
−2.999	−0.500083
−2.9999	−0.500008

$$\lim_{x\to -3} \frac{3x+9}{x^2-9} = -\frac{1}{2}$$

بيانيا



المثال 2.5 النهاية غير الموجودة

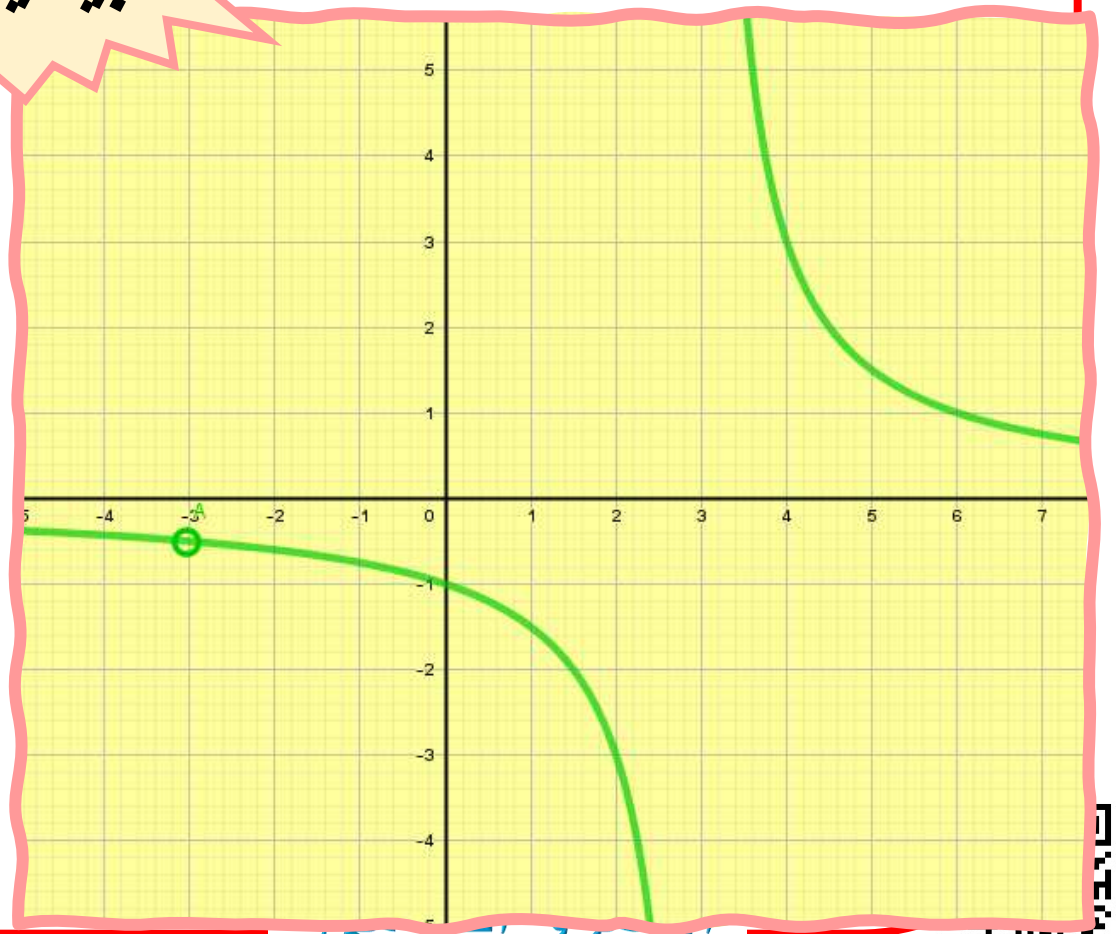
حدّد ما إذا كانت $\lim_{x\to 3}\frac{3x+9}{x^2-9}$ موجودة أم لا.

عدديا

x	$\frac{3x+9}{x^2-9}$
2.9	−30
2.99	−300
2.999	−3000
2.9999	−30,000

x	$\frac{3x+9}{x^2-9}$
3.1	30
3.01	300
3.001	3000
3.0001	30,000

بيانيا



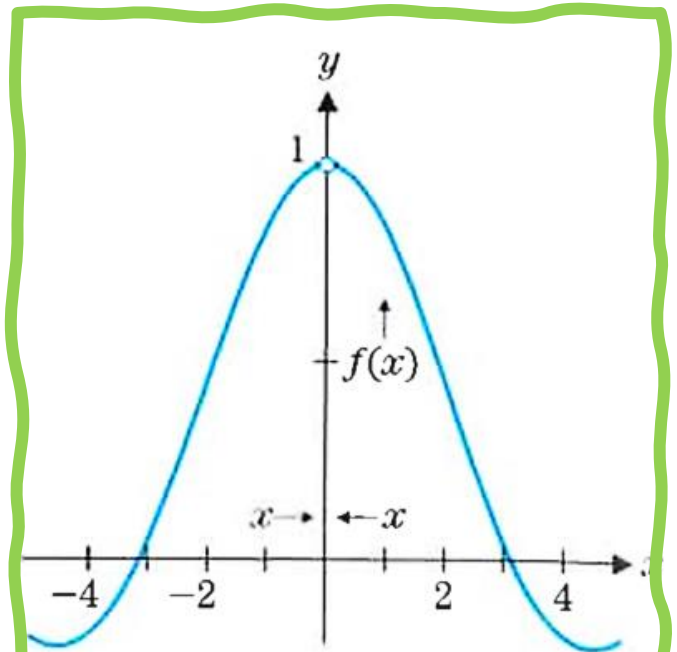
غير موجودة $\lim_{x\to 3}\frac{3x+9}{x^2-9}$

المثال 2.6 تقريب قيمة النهاية

أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$.

x	$\frac{\sin x}{x}$
−0.1	0.998334
−0.01	0.999983
−0.001	0.99999983
−0.0001	0.9999999983
−0.00001	0.999999999983

x	$\frac{\sin x}{x}$
0.1	0.998334
0.01	0.999983
0.001	0.99999983
0.0001	0.9999999983
0.00001	0.999999999983



الشكل 2.11

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin x}{x}=1 \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

المثال 2.7 الحالات التي لا تتساوى فيها النهايات أحادية الطرف

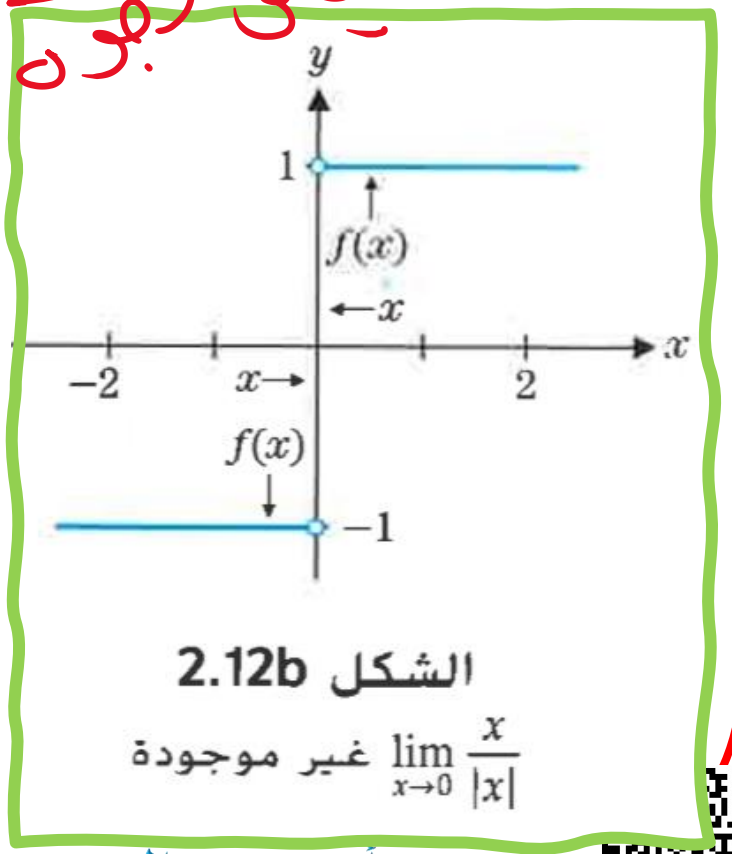
أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}$.

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{-x}=-1$$

$$\lim_{x\to 0^+}\neq\lim_{x\to 0^-}$$

$\lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}$ غير موجودة



الشكل 2.12b

$\lim_{x\to 0}\frac{x}{|x|}$ غير موجودة

أ.عمرو البيومي

تمارين ص 77:

10. ارسم التمثيل البياني لـ

$$f(x)=\begin{cases} x^3-1 & , \quad x<0 \\ 0 & , \quad x=0 \\ \sqrt{x+1}-2 & , \quad x>0 \end{cases}$$

$f(x)=x^3-1$, $x<0$

x			
$f(x)$			

$f(x)=\sqrt{x+1}-2$, $x>0$

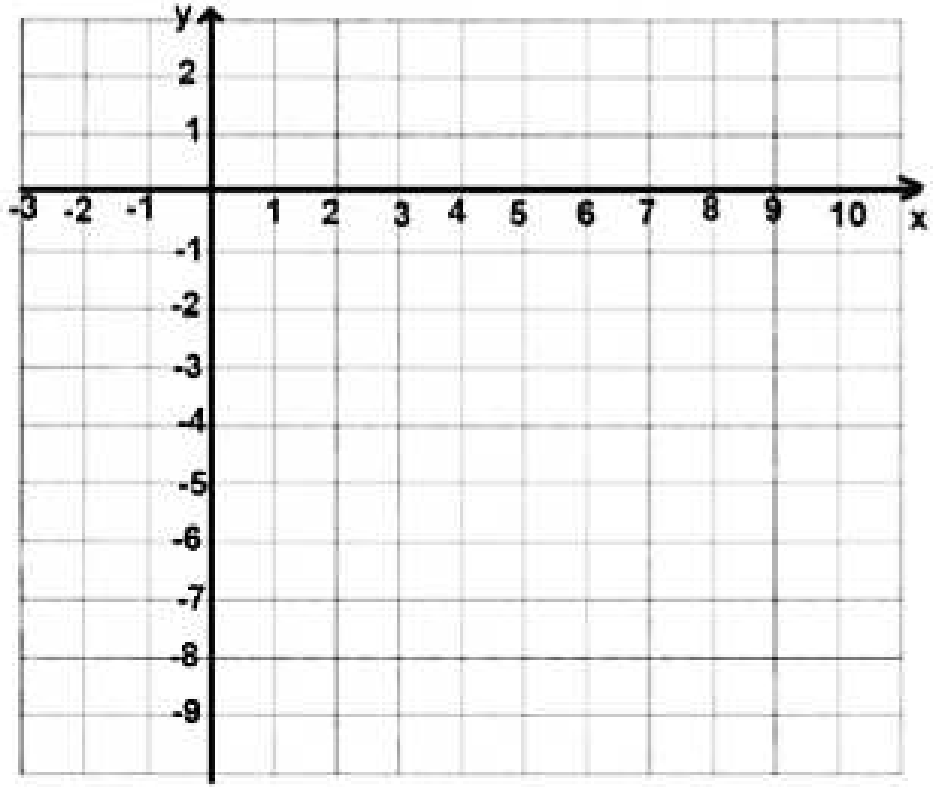
x			
$f(x)$			

وحدد كل نهاية فيما يلي:

(a) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) =$ .....

(b) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) =$ .....

$\Rightarrow$ (c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) =$ .....

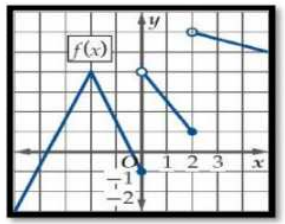


(d) $\lim\limits_{x\to -1} f(x) =$ .....

(e) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) =$ .....

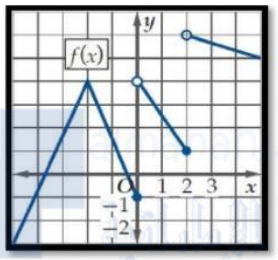
الدرس 1-2 مفهوم النهاية

ورقة عمل تعزيزية(2)



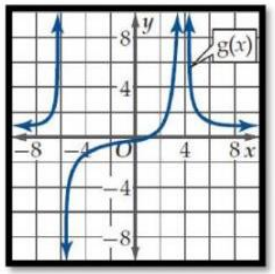
من الشكل المقابل $\lim_{x\to 0} f(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
4	−1	0	غير موجودة



من الشكل المقابل $\lim_{x\to -2} f(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
4	−1	0	غير موجودة



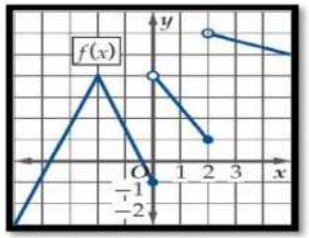
من الشكل المقابل $\lim_{x\to -6} g(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
∞	−∞	−4	غير موجودة

https://www.liveworksheets.com/1-mj1245111pn

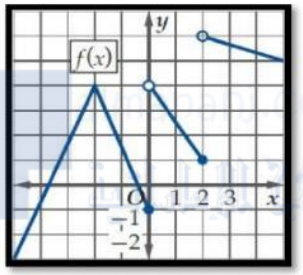
الدرس 1-2 مفهوم النهاية

ورقة عمل تعزيزية(2)



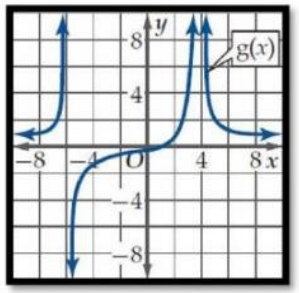
من الشكل المقابل $\lim_{x\to 0} f(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
4	−1	0	غير موجودة



من الشكل المقابل $\lim_{x\to -2} f(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
4	−1	0	غير موجودة



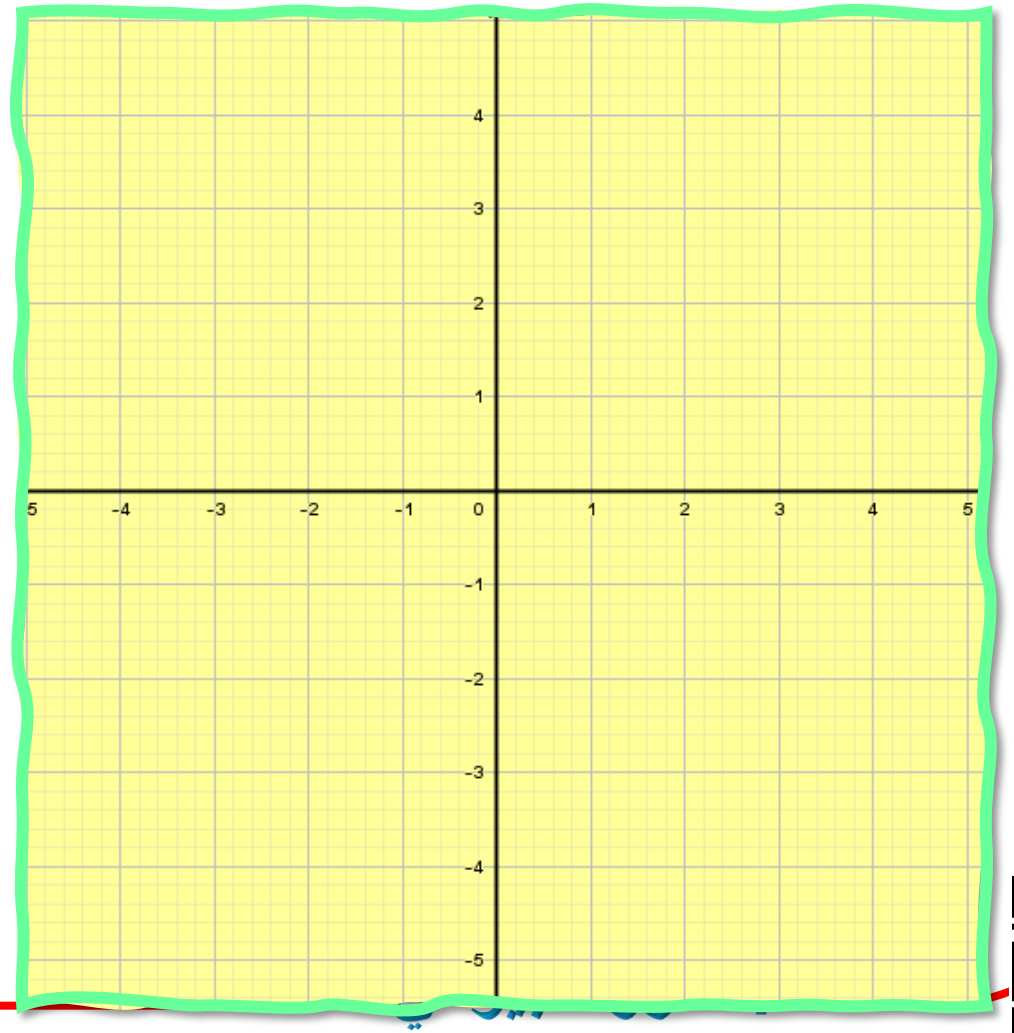
من الشكل المقابل $\lim_{x\to -6} g(x)$ تساوي

أ	ب	ج	د
∞	−∞	−4	غير موجودة

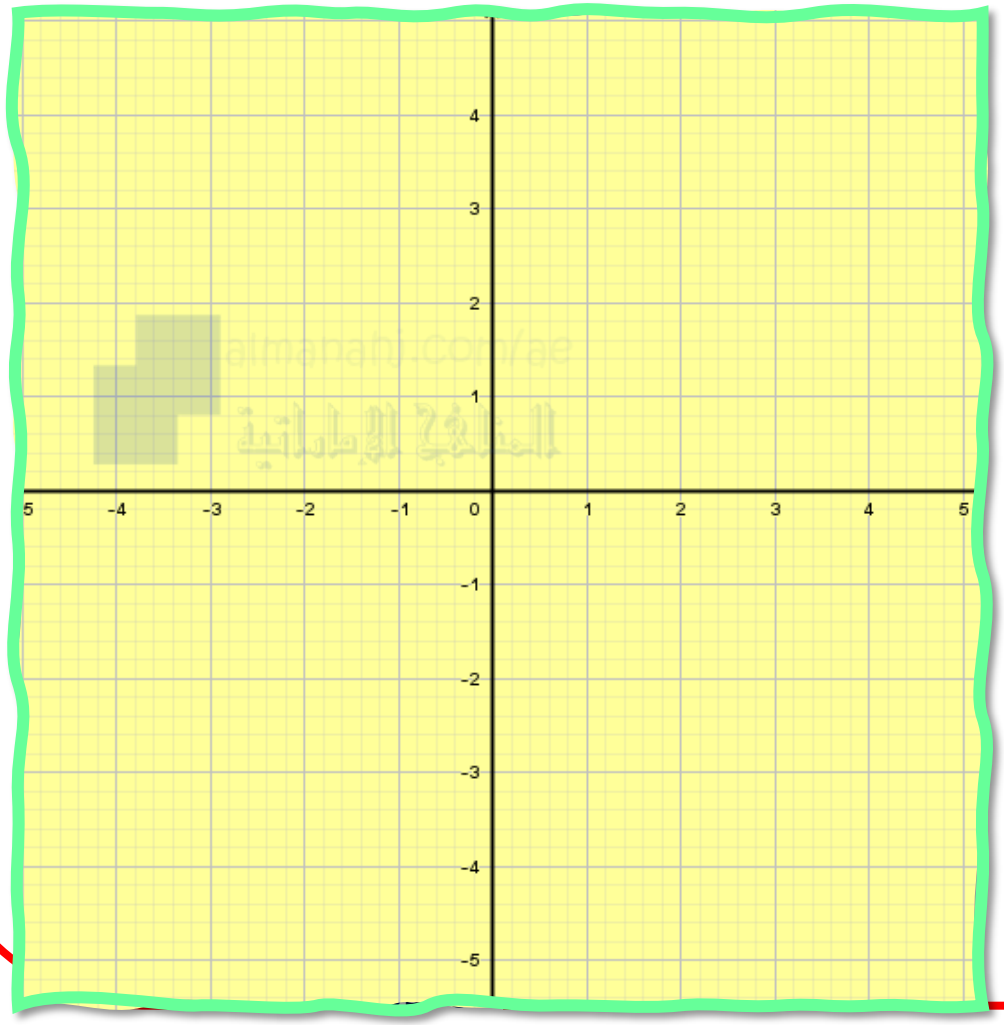
مفهوم النـ

في التمارين من 23 إلى 26، ارسم التمثيل البياني للدالة — بالخواص المذكورة.

24. $f(x) = 1$ لـ $-2 \le x \le 1$، $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$ و $\lim_{x \to -2} f(x) = 1$.



23. $f(-1) = 2, f(0) = -1, f(1) = 3$ و $\lim_{x \to 1} f(x)$ غير موجودة.



a) $\lim_{x\to 2}(x^2-4)$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{x^3-4x}{2x^2+3x}$

c) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3}{(x+1)^2}$

d) $\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)^2(x-1)}{x^3+1}$

e) $\lim_{x\to 0}\frac{x^3-2x^2+x}{2x^3+x^2-2x}$

f) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x+3}{(x-1)^2}$

g) $\lim_{x\to 0}\frac{x^4-4x^3+x^2}{x^3+x^2+x}$

h) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3+x^2+x+1}{x^4+x^2-2}$

i) $\lim_{x\to 2}\frac{(x+1)^2}{2-x}$

j) $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2-3x+2}$

k) $\lim_{x\to 0}\frac{3x+2x^{-1}}{x+4x^{-1}}$

l) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-2x}$

m) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$

n) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-2x}$

o) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+5}{x^2-3}$

p) $\lim_{x\to 1}\frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2}$

q) $\lim_{x\to -2}\frac{3x+6}{x^3+8}$

r) $\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x-1}$

s) $\lim_{x\to -2}\frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$

t) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x^3-x}$

u) $\lim_{x\to 4}\frac{x^2+7x-44}{x^2-6x+8}$

v) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

w) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-5x+4}{x^3-1}$

x) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

y) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

z) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x^2-1}-\frac{2}{x^4-1}\right)$

Z) $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-5x+6}$

a) 0

b) $-\frac{4}{3}$

c) $\varnothing$

d) 0

e) $-\frac{1}{2}$

f) $\varnothing$

g) 0

h) $-\frac{1}{3}$

i) $\varnothing$

j) 1

k) $\frac{1}{2}$

l) $\frac{1}{2}$

m) -1

n) $\frac{3}{2}$

o) 9

p) 6

q) $\frac{1}{4}$

r) 3

s) $-\frac{2}{5}$

t) 0

u) $\frac{15}{2}$

v) $\varnothing$

w) $-\frac{2}{3}$

x) 4

y) 4

z) $\frac{1}{2}$

Z) 1

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتي