تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

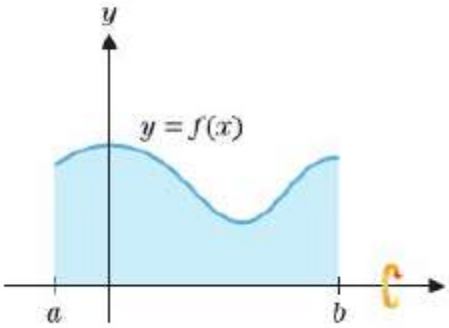
https://almanahj.com/ae/grade15

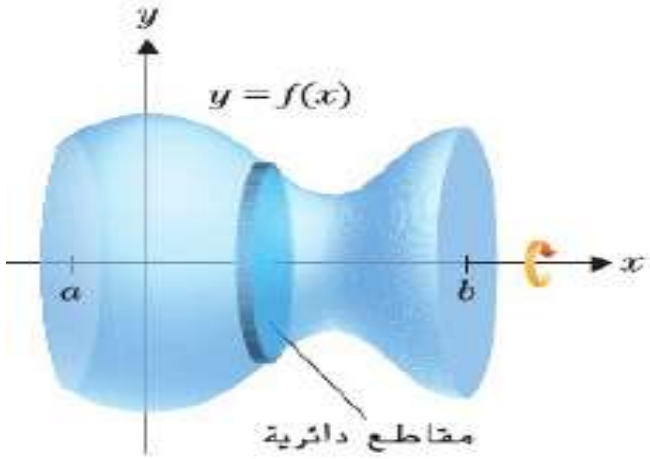
للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

الحجم : شرائح و أقراص و حلقات

حساب الحجم الأقراص و الحلقات حول محور أفقي ($y = c$)

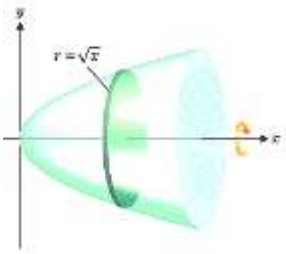


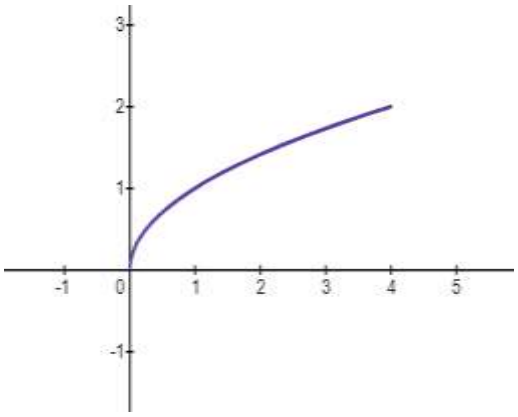


$$V = \int_a^b \underbrace{\pi[f(x)]^2}_{\text{مساحة مقطع عرضي} = \pi r^2}\, dx.$$

SAIF ALDE ALDEEN

تمرين 1 قم بدوران المنطقة تحت المنحنى $y=\sqrt{x}$ على الفترة $[0,4]$ حول المحور x ، و أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران





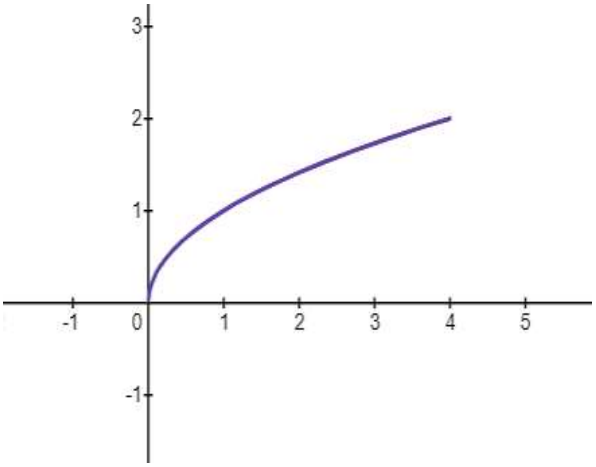
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

تمرين 2

قم بدوران المنطقة المحصورة بين المنحنيات $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $y=2$, حول المحور $y=2$

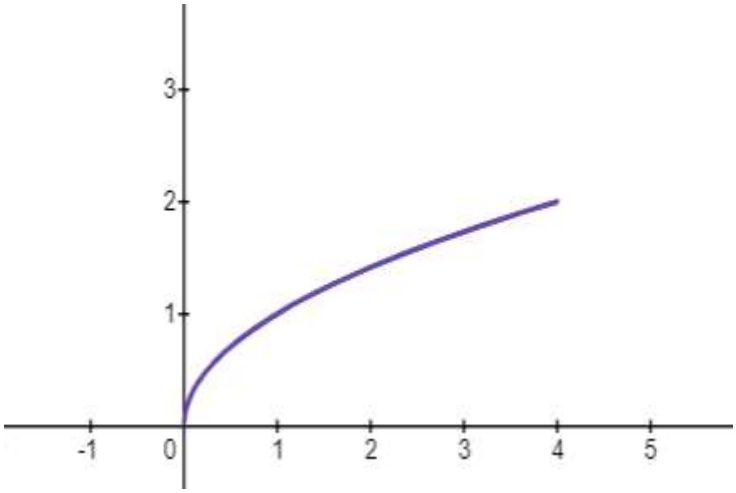
و أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران



SAIF ALDEEN

تمرين 3 قم بدوران المنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[0\,,4]$ حول المحور $y = 3$

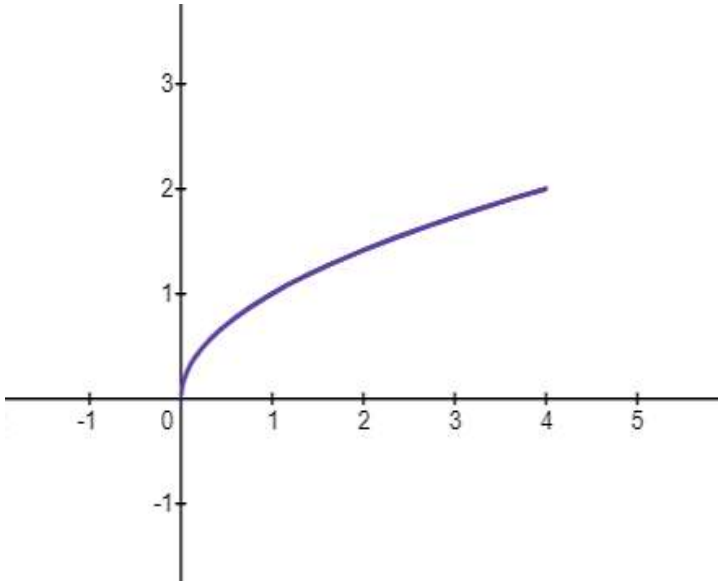
و أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران



SAIF ALDEEN

تمرين 4 قم بدوران المنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[0\,,4]$ حول المحور $y = -1$

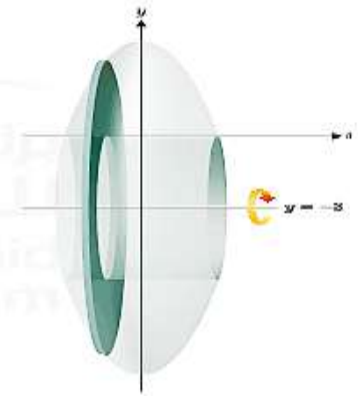
و أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران

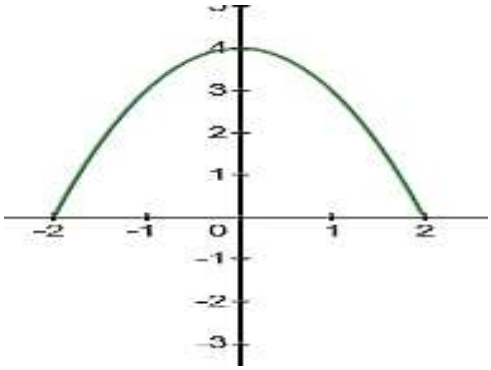


SAIF ALDEEN

تمرين 5 لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - x^2$, و $y = 0$

أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $y = -3$



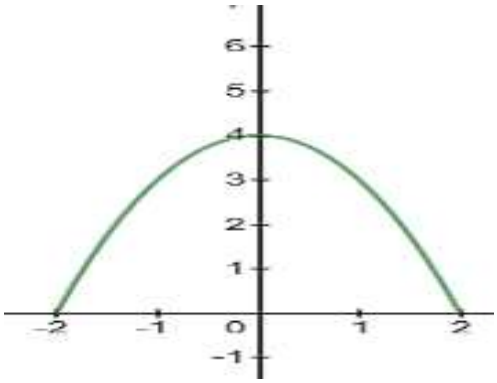


SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

تمرين 6 لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - x^2$, و $y = 0$

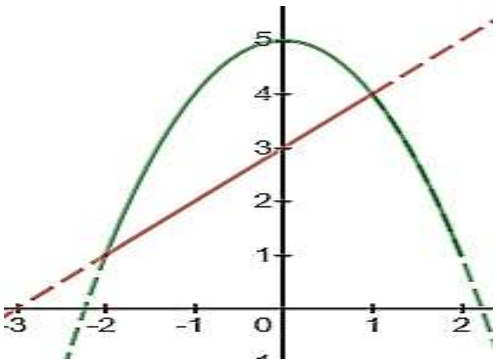
أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $y = 5$

SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN



تمرين 7 لتكن R هي المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 5 - x^2$, و $y = x + 3$ ،

أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $y = 0$

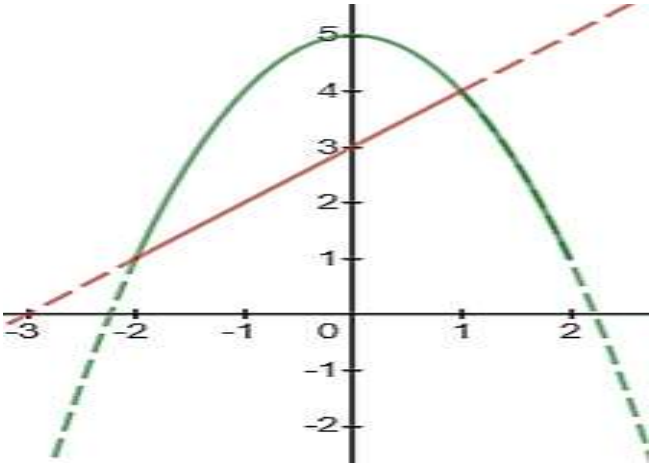


SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

تمرين 8 لتكن R هي المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 5 - x^2$, و $y = x + 3$ ،

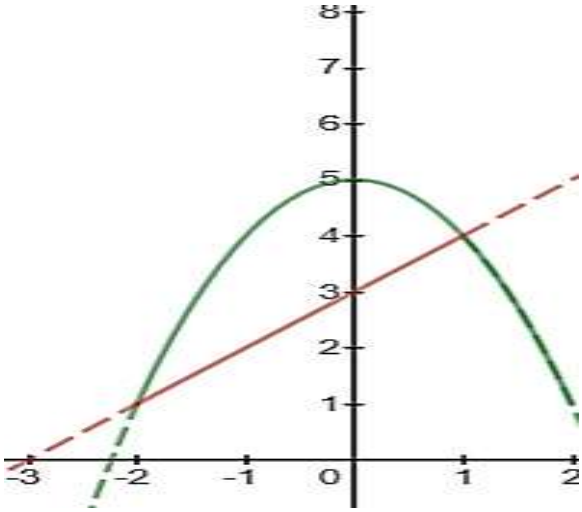
أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $y = -2$



SAIF ALDEEN

تمرين 9 لتكن R هي المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 5 - x^2$, و $y = x + 3$

أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $y = 7$



SAIF ALDEEN

احسب حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$, $y = 8 - x^2$

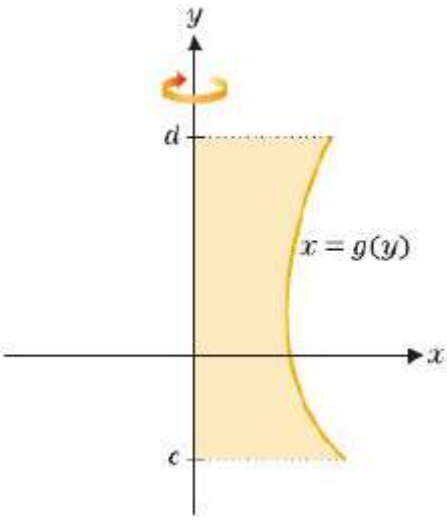
1. حول المحور x
2. حول المحور $y = -1$
3. حول المحور $y = 10$

SAIF ALDEEN

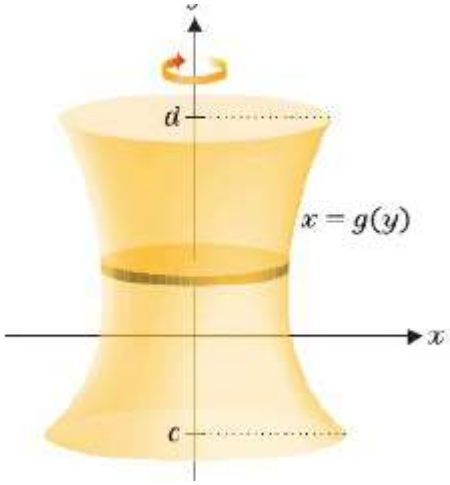
SAIF ALDEEN

حساب الحجم الأقراص و الحلقات حول محور

على فرض أنّ $g(y) \geq 0$ و g متصلة على الفترة $[c, d]$.



المجسم الناتج عن الدوران



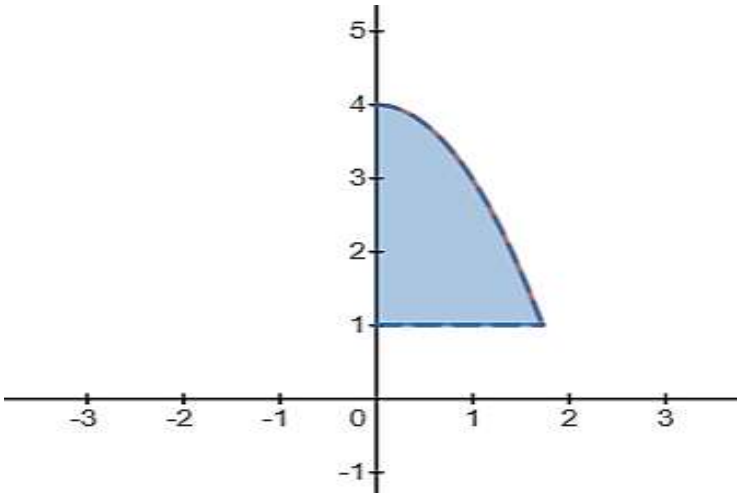
$$V = \int_c^d \underbrace{\pi[g(y)]^2}_{\text{مساحة مقطع عرضي} = \pi r^2} dy.$$

SAIF ALDEEN

حساب الحجم الأقراص و الحلقات حول محور رأسي (x=c)

تمرين 1 أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y = 4 - x^2$ و $y = 1$ و $x = 0$

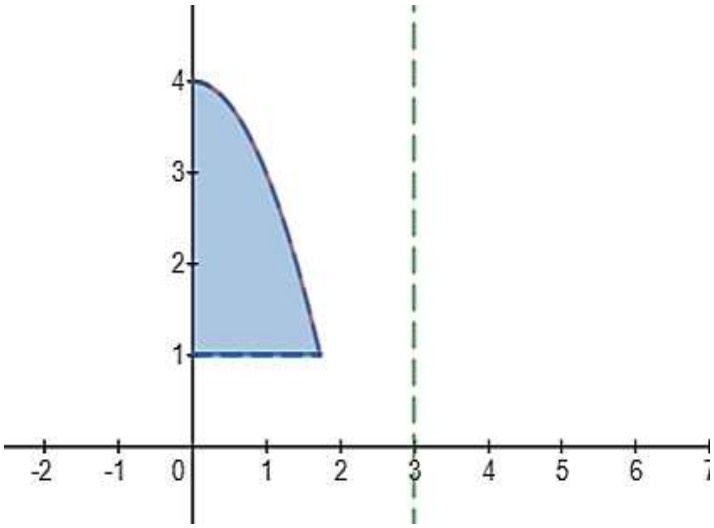
حول المحور y



SAIF ALDEEN

تمرين 2 أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y = 4 - x^2$ و $y = 1$ و $x = 0$

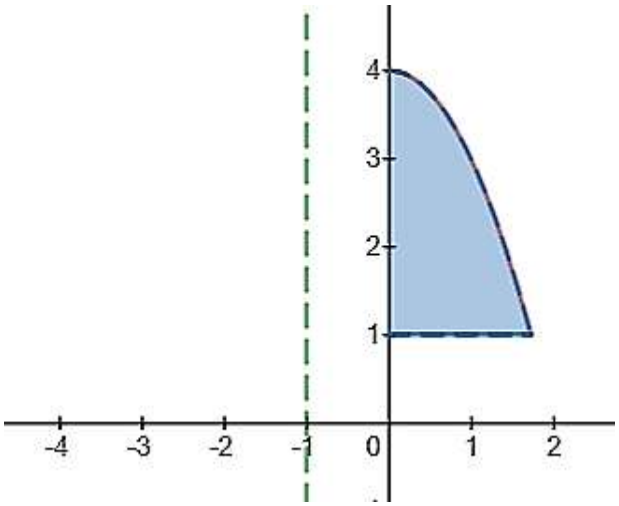
حول المحور $x = 3$



SAIF ALDEEN

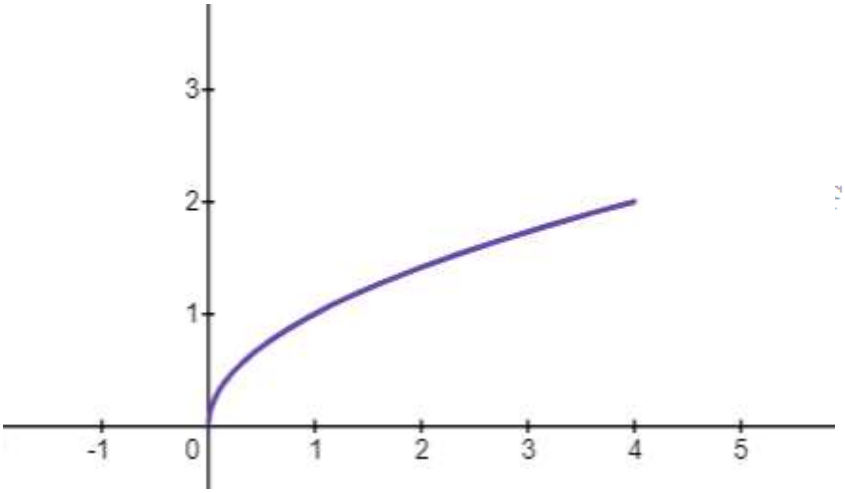
تمرين 3 أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y = 4 - x^2$ و $y = 1$ و $x = 0$

حول المحور $x = -1$



SAIF ALDEEN

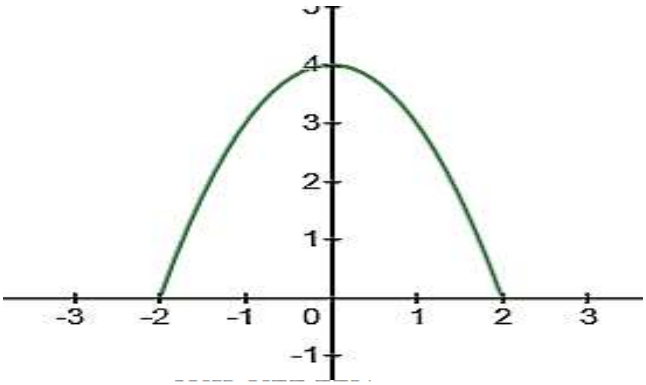
تمرين 4 قم بدوران المنطقة تحت المنحنى $y = \sqrt{x}$ على الفترة $[0, 4]$ **حول المحور** $x=4$ **و أوجد حجم المجسم الناتج عن الدوران**



ALDEEN

تمرين 5 لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - x^2$, و $y = 0$

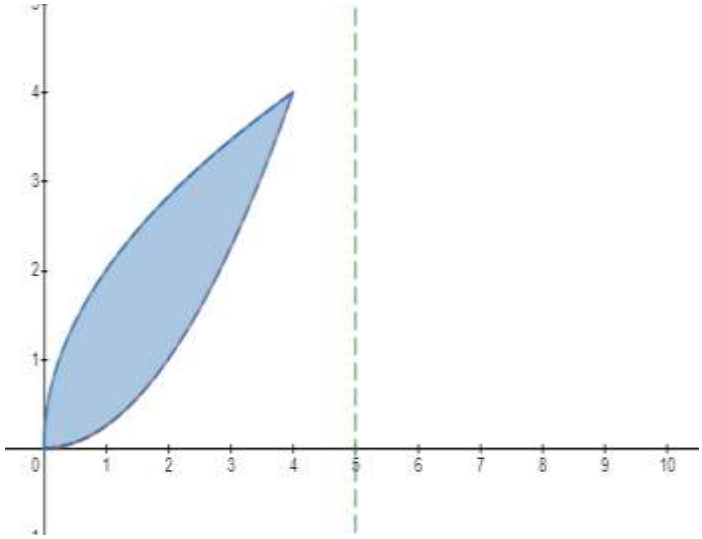
أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $x = 3$



SAIF ALDEEN

تمرين 6 لتكن R هي المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 0.25x^2$, و $y = 2\sqrt{x}$ ،

أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة R حول المستقيم $x = 5$



SAIF ALDEEN

تمرين 7 استخدم جدول القيم المعطى لتقدير حجم المجسم الذي تكون بدوران $0 \leq x \leq 3$ و $y = f(x)$ حول المحور x

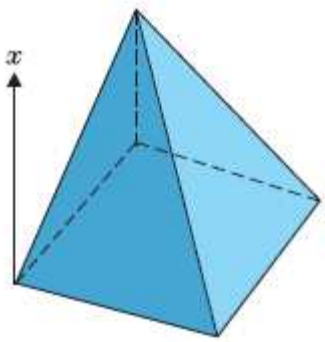
x	0	0.5	1	1.5	2.0	2.5	3.0
$f(x)$	2.0	1.2	0.9	0.4	1.0	1.4	1.6

SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

حساب الحجم : شرائح

مثال 2.1 : حساب الحجم من مساحات المقاطع العرضية

للهرم في ممفيس قاعدة مربعة يبلغ طول ضلعها $180m$ و ارتفاعها $100\ m$ تقريباً أوجد حجم الهرم باستخدام المقاطع العرضية



هرم

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

6 . **جد حجم هرم ارتفاعه $160\ ft$ بقاعدة مربعة طول ضلعها $300\ ft$.**

مثال 2.3 : تقدير الحجم من بيانات المقطع العرضي

في التصوير الطبي ، مثل التصوير المقطعي بالحاسوب CT و التصوير بالرنين المغناطيسي MRI ، يؤخذ العديد من القياسات و تتم معالجتها بواسطة حاسوب لإنشاء صورة ثلاثية الأبعاد للأنسجة التي يرغب الطبيب في دراستها ، تشبه هذه العملية عملية التجزئة إلى شرائح التي استخدمناها لإيجاد حجم مجسم ، و لكن في هذه الحالة ، يتم دمج التمثيلات في الرياضيات للشرائح المختلفة من الأنسجة لإنتاج صورة ثلاثية الأبعاد ، يقوم الأطباء باستعراضها لتحديد مدى صحة الأنسجة ، على فرض أن التصوير بالرنين المغناطيسي أظهر أنّ مساحات المقطع العرضي لشرائح متجاورة لورم ما معطاة بالقيم المذكورة في الجدول

$x(cm)$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$A(x)cm^2$	0.0	0.1	0.4	0.3	0.6	0.9	1.2	0.8	0.6	0.2	0.1

قدّر حجم الورم

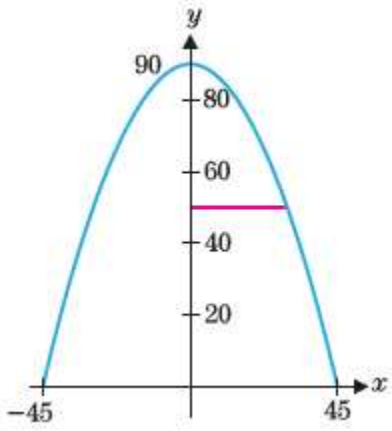
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

مثال 2.3 حساب حجم قبة

على فرض أنّ للقبة مقاطع عرضية دائرية ، لها رسم تخطيطي يعطى بالعلاقة $y = -\frac{2}{45}x^2 + 90$ لكل $-45 \le x \le 45$

(بالسنتيمترات) جد حجم القبة .

SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN



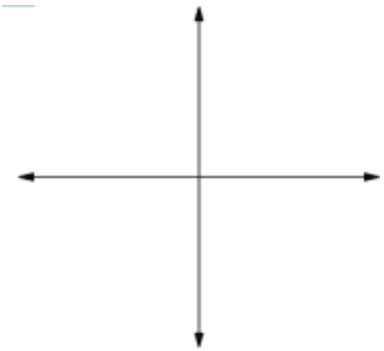
جد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$

1. $A(x) = x + 2$, $-1 \le x \le 3$

2. $A(x) = 10\, e^{0.01\,x}$, $0 \le x \le 10$

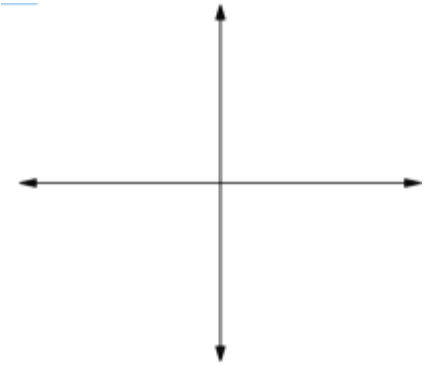
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

39. (a) إنّ قاعدة المجسّم V هي الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مربّعة متعامدة مع المحور x

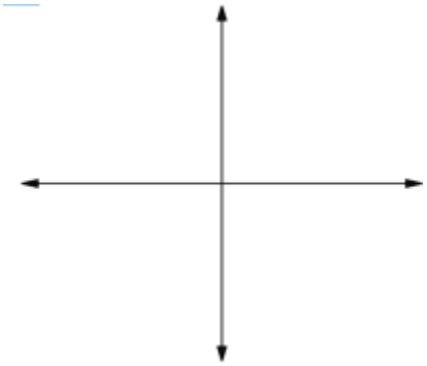


SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

. (b) إنّ قاعدة المجسّم V هي الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة على المحور x



40. (a) **إنّ قاعدة المجسّم** V **هي مثلث رؤوسه** $(1,0),(0,1),(-1,0)$ **، جد الحجم إذا كان لدى** V **مقاطع عرضية مربّعة متعامدة مع المحور** x



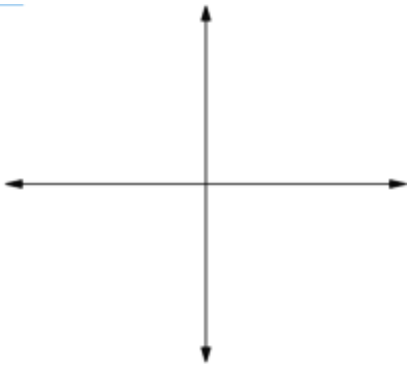
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

. (b) **إنّ قاعدة المجسّم** V **هي مثلث رؤوسه** $(1,0),(0,1),(-1,0)$ **، جد الحجم إذا كان لدى** V **مقاطع عرضية نصف دائرية متعامدة مع المحور** x

SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

41. (a) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2 \ and \ y = 2 - x^2$ ،

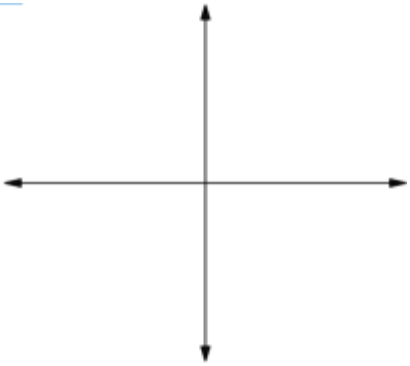
جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مربّعة متعامدة على المحور x



SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

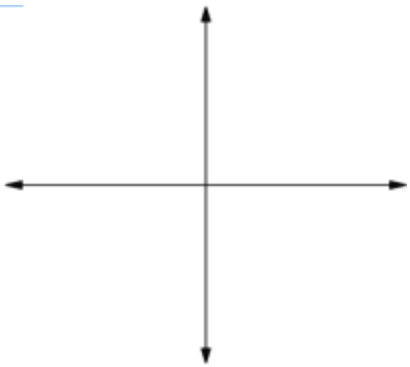
(b) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2 \ and \ y = 2 - x^2$ ،

جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية على شكل أنصاف دوائر متعامدة مع المحور x



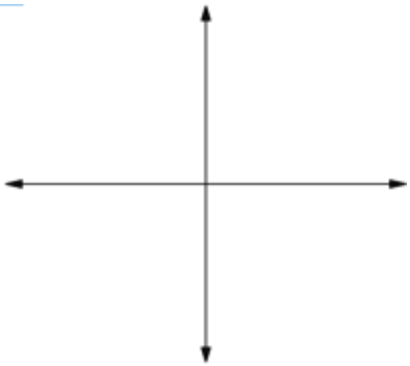
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

(c) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2 \ and \ y = 2 - x^2$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على المحور x



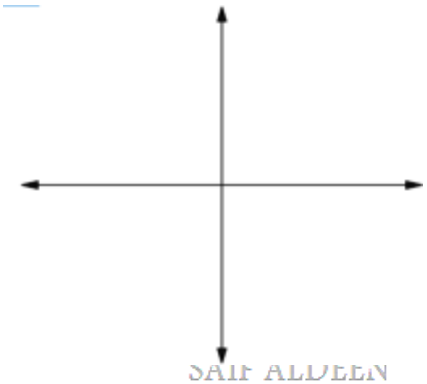
.42

(a) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0, y = \ln x \; and \; x = 2$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مربّعة متعامدة على المحور x



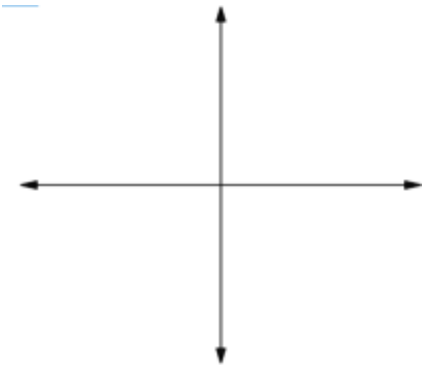
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

(b) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0, y = \ln x \; and \; x = 2$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة مع المحور x



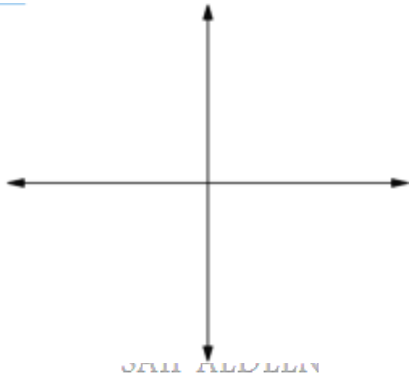
SAIF ALDEEN SAIF ALDEEN

(c) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 0, y = \ln x \; and \; x = 2$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على المحور x



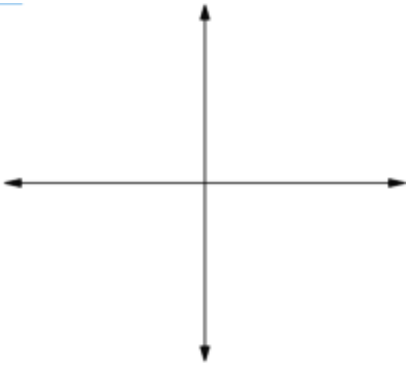
43.

. . (a) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $x=0$, $x=\ln 5$, $y=0$, $y=e^{-2x}$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية مربّعة متعامدة على المحور x



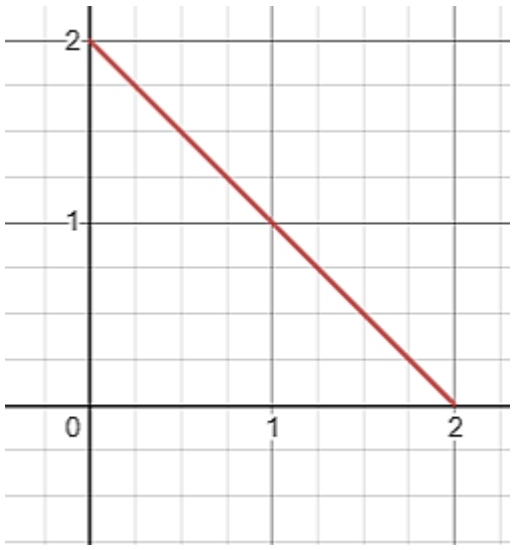
SAIF ALDEEN

(b) إنّ قاعدة المجسّم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $x=0$, $x=\ln 5$, $y=0$, $y=e^{-2x}$ ، جد الحجم إذا كان لدى V مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة مع المحور x



SAIF ALDEEN

أوجد حجم المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين على المحور x عند $x = 0 \; and \; x = 2$ و المقاطع العرضية العمودية على المحور x في الفترة $[\,0\,,2\,]$ هي أنصاف دوائر تقع أقطارها بين المستقيم $y = 2 - x$ و المحور x

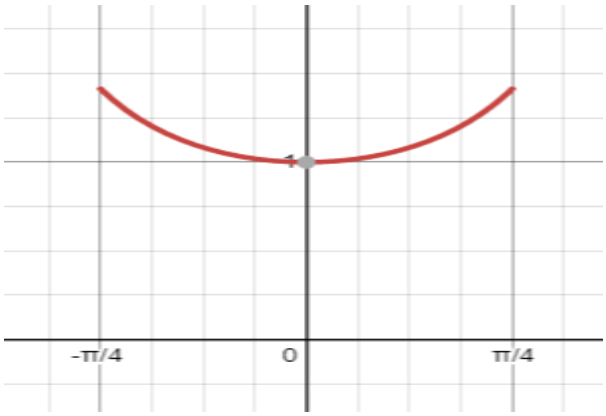


SAIF ALDEEN

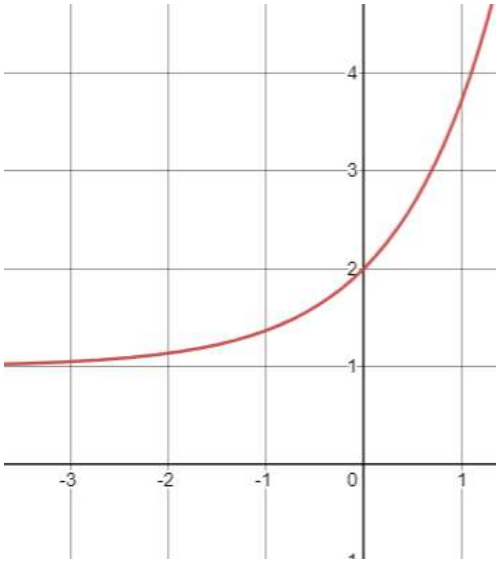
أوجد حجم المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين على المحور السيني عند $x = \frac{\pi}{4} \; and \; x = -\frac{\pi}{4}$ و المقاطع العرضية عمودية على المحور x في الفترة $[\,-\frac{\pi}{4}\,,\frac{\pi}{4}\,]$ هي مثلثات قائمة ، ضلعي القائمة فيها متطابقين ، و يقع أحد ضلعي القائمة بين المنحنى $y = \sec x$ و المحور x

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



أوجد حجم المجسم الذي يقع بين مستويين عموديين على المحور x عند $x = -2$, $x = 0$, و المقاطع العرضية العمودية على المحورx في الفترة $[-2, 0]$ هي مثلثات متطابقة الأضلاع و يقع أحد ضلعيه بين المنحنى $y = e^x + 1$ و المحور x



SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN
SAIF ALDEEN