تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل الوحدة الأولى التمهيدات متبوعة بمفاتيح الحل
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
1	الدرس الأول المشتقات العكسية والتكامل غير المحدود.
2	ملخص وأوراق عمل الوحدة السابعة: التكامل وتطبيقاته
3	إختبار تدريبي في التكامل
4	مقررات الفصل الثالث
5	نموذج تجريبي2

الريـــــاضـــــــيات

الفصل الدراسي الأول

almanahj.com
المناهج الإماراتية

2021/ 2022

إعداد

د : حيدر عامر السعافين

الوحدة الأولى : التمهيدات

1-1 كثيرات الحدود والدوال النسبية

2-1 الدوال العكسية

3-1 الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية

4-1 الدوال الأسية واللوغاريتمية

5-1 تحويلات الدوال

الوحدة الثانية : النهايات والاتصال

1-2 المماسات وطول المنحنى

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الأتصال ونتائجه

5-2 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

6-2 التعريف الرسمي للنهاية

الوحدة الثانية : التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية

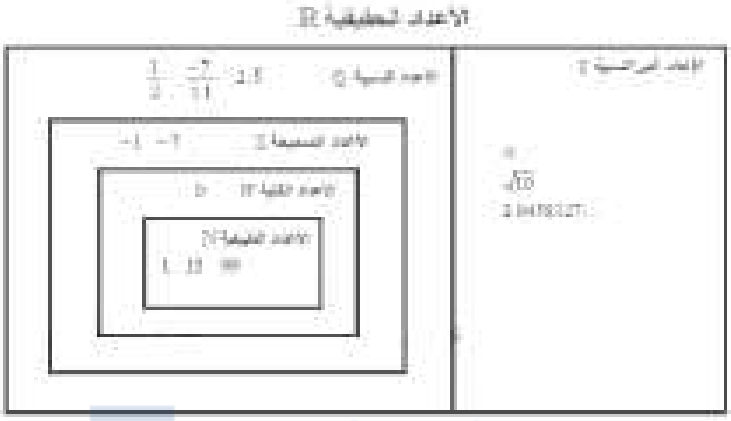
8-3 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

9-3 دوال القطع الزائد

10-3 نظرية القيمة المتوسطة

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

الأعداد الحقيقية



وصف المجموعات الجزئية للأعداد الحقيقية $R=(-\infty,\infty)$

almanahj.com/ae المناهج الإماراتية

اذا كانت a,b إعداد حقيقية حيث $a<b$ فان:

	رمز بناء المجموعة	المتباينة	الفترة	التمثيل البياني على خط الأعداد
1	$\{x \mid a<x<b, x\in R\}$	$a<x<b$	(a,b)	
2	$\{x \mid a\le x\le b, x\in R\}$	$a\le x\le b$	$[a,b]$	
3	$\{x \mid a<x\le b, x\in R\}$	$a<x\le b$	$(a,b]$	
4	$\{x \mid a\le x<b, x\in R\}$	$a\le x<b$	$[a,b)$	
5	$\{x \mid a<x, x\in R\}$	$a<x$	(a,∞)	
6	$\{x \mid a\le x, x\in R\}$	$a\le x$	$[a,\infty)$	
7	$\{x \mid x<b, x\in R\}$	$x<b$	$(-\infty,b)$	
8	$\{x \mid x\le b, x\in R\}$	$x\le b$	$(-\infty,b]$	
9	$\{x \mid -\infty<x<\infty, x\in R\}$	$-\infty<x<\infty$	$(-\infty,\infty)$	

اكمل الجدول التالي .

	رمز بناء المجموعة	المتباينة	الفترة	التمثيل البياني على خط الأعداد
1	$\{x \mid -1<x<1, x\in R\}$			
2		$-2\le x<5$		
3			$[3,\infty)$	
4	$\{x \mid x<-1 or\ 2\le x, x\in R\}$			

المنهج الإماراتية

المتباينات:

حل المتباينات التالية:

(1) $2x-4\le 5x+8$

(2) $-2<2x-4\le 2$

(3) $5\le 2-3x \quad , \quad 2x+7>9$

المسافة والميل ومعادلة الخط المستقيم

لتكن $P_1(-1,3)$ ، $P_2(2,7)$ اوجد

(1) المسافة بين النقطتين

$$d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(2) احداثي منتصف القطعة المستقيمة

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

(3) ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(4) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

(5) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة P_1 ويوازي المستقيم الذي معادلته $2x+y+5=0$

$m_1=m_2$ ⟷ يكون المستقيمان $\overline{L_1},\overline{L_2}$ متوازيان

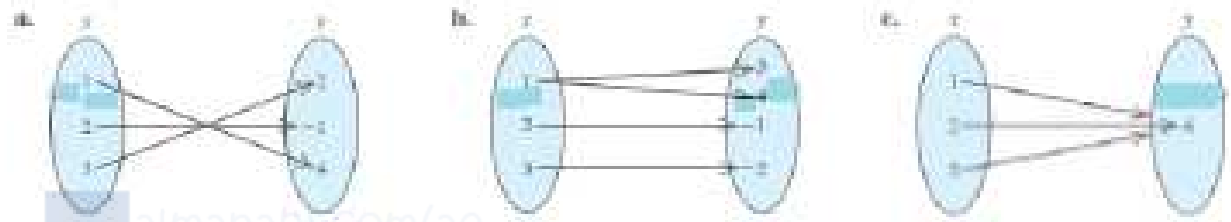
$m_1=\frac{-1}{m_2}$ ⟷ يكون المستقيمان $\overline{L_1},\overline{L_2}$ متعامدان

(6) معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي يمر بالنقطتين عند احداثي المنتصف

الدالة:

الدالة: هي علاقة بحيث ان لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المدى .

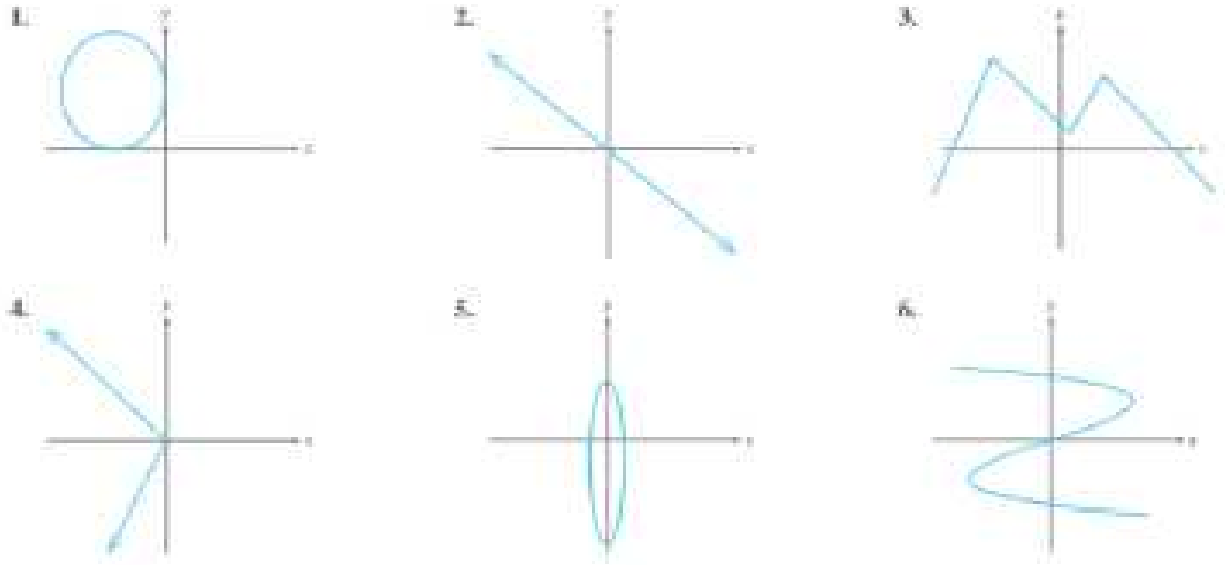
(1) اي من العلاقات التالية هي دالة



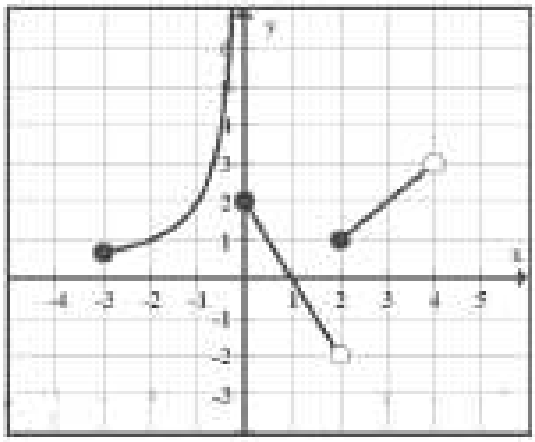
اختبار الخط العمودي (الرأسي)

اذا قطع اي خط رأسي العلاقة في نقطة واحدة فان العلاقة تكون دالة .

(2) اي من العلاقات التالية هي دالة :



(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



(a) $f(-1) =$

(b) $f(3) =$

(c) $f(0) =$

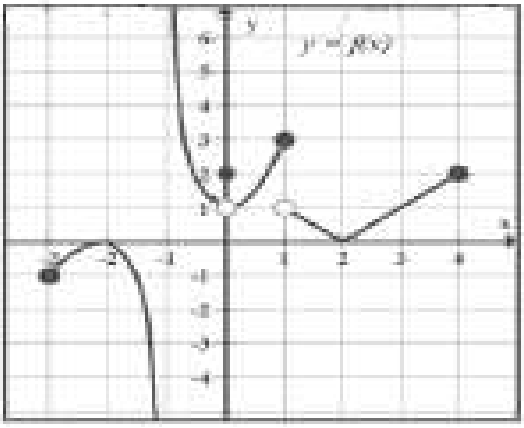
(d) $f(2) =$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(e) مجال الدالة $f(x)$

(f) مدى الدالة $f(x)$

(2) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :



(a) $f(2) =$

(b) $f(0) =$

(c) $f(1) =$

(d) هل الدالة $f(x)$ معرفة عند $x=-1$

(e) مجال الدالة $f(x)$

(f) مدى الدالة $f(x)$

(1) إذا كانت : $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & ,-5\le x<1 \\ 2x+3 & ,x\ge 1 \end{cases}$ فأوجد :

(a) $f(-2)=$

(b) $f(4)=$

(c) $f(1)=$

(d) مجال الدالة $f(x)$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) اذا كانت دالة التكلفة لشراء عدد من الاقلام x تعطى بالدالة : $c(x)$ حيث

$$c(x)=\begin{cases} 5x & 1\le x\le 75 \\ 4x+75 & 75<x\le 150 \\ 3x+225 & x>150 \end{cases}$$

أ) أوجد إجمالي تكلفة شراء 60 قلم

ب) أوجد إجمالي تكلفة شراء 100 قلم

ت) أوجد إجمالي تكلفة شراء 150 قلم

ث) أوجد إجمالي تكلفة شراء 200 قلم

ج) اكتب مجال الدالة $c(x)$

دوال كثيرات الحدود

تذكر أن دالة كثيرة الحدود تكون على الصورة

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

حيث الأسس اعداد صحيحة غير سالبة والمعاملات تنتمي الى مجموعة الاعداد الحقيقية

الدوال النسبية

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

تذكر أن الدالة النسبية تكون على الصورة

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

حيث $p(x), q(x)$ كثيرات حدود

ملاحظات:

(1) مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية . ما لم يذكر غير ذلك

(2) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{g(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق $g(x) \geq 0$

(3) مجال الدالة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة

بين مجال $g(x)$ و مجال $h(x)$ عدا اصفار المقام

اوجد مجال كل من الدوال التالية:

(1) $f(x)=x^2-5x+3$

(2) $f(x)=\frac{1}{x-3}$

(3) $f(x)=\frac{x+2}{2x+8}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(4) $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(5) $f(x)=\sqrt{2x-6}$

(6) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-2x-15}$

اوجد مجال كل من الدوال التالية:

(1) $f(x)=\frac{\sin x}{x}+\frac{x}{x-2}$

(2) $f(x)=\begin{cases} e^x+2 & ,-5\le x\le 1 \\ \sin x & ,x>1 \end{cases}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

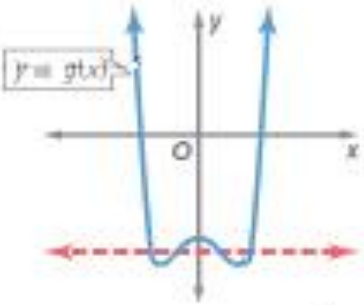
(3) $f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{x-1}}$

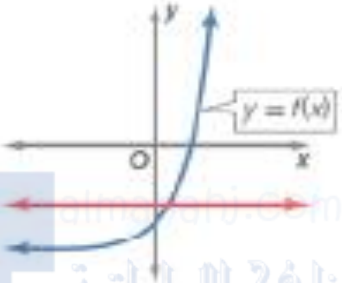
(4) $f(x)=\frac{\log(5-x)}{\sqrt{x-1}}$

الدالة واحد لواحد

اختبار الخط الافقي

تكون الدالة $y=f(x)$ دالة واحد لواحد اذا كان كل خط افقي يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط





الدالة العكسية

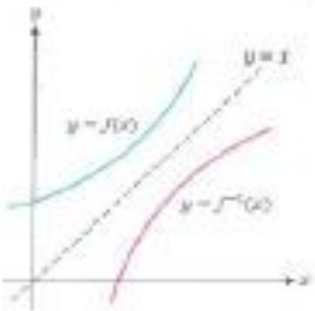
تسمى الدالة $g(x)$ دالة عكسية للدالة $f(x)$ اذا تحقق الشرطان

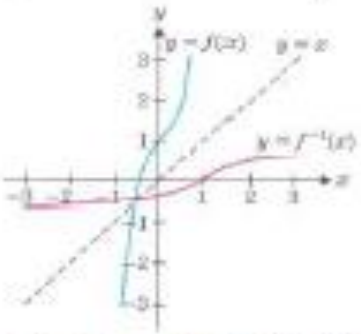
(1) الدالة $f(x)$ دالة واحد لواحد

(2) $g(f(x))=x \quad , \quad f(g(x))=x$

ويرمز للدالة العكسية للدالة $f(x)$ بالرمز $f^{-1}(x)$

التمثيل البياني للدالة ومعكوسها (الدالة $f(x)$ والدالة العكسية لها متماثلة حول المستقيم $y=x$)





ملاحظة: (1) مجال الدالة $f^{-1}(x)$ هو نفس مدى الدالة $f(x)$ ومدى الدالة $f^{-1}(x)$ هو مجال الدالة $f(x)$

(2) حتى نجد القيد على الدالة العكسية يجب ان نجد مدى الدالة الاصلية

اذا علمت ان الدالة f هي دالة واحد لواحد فاوجد f^{-1} في كل مما يلي مع تحديد اي قيود.

(1) $f(x)=2x-3$

(2) $f(x)=x^3-8$

alnanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(3) $f(x)=\sqrt{x-2}$

اذا علمت ان الدالة f هي دالة واحد لواحد فاوجد f^{-1} في كل مما يلي مع تحديد اي قيود.

(1) $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) $f(x)=x^2-4 \quad , \quad x\geq 0$

(3) $f(x)=x^2-4 \quad , \quad x\leq 0$

الدوال الدورية

تكون الدالة $f(x)$ دالة دالة دورية وزمنها الدوري T اذا كان:

$$f(x+T)=f(x)$$

حيث T اصغر عدد حقيقي موجب يحقق الخاصية

ومن اهم الدوال الدورية هي الدوال المثلثية.

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(1) بين ان الدالة $g(x)=\sqrt{x-[x]}$ هي دالة دورية زمنها الدوري 1

(2) بين ان الدالة $g(x)=\cos x$ هي دالة دورية زمنها الدوري 2π

النسب المثلثية والمتطابقات المهمة

متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$
$$\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$$
$$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$$

متطابقات النقيض

$$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$$
$$\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}$$
$$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$$

متطابقات النسبة

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$\cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$=2\cos^2\alpha-1$$
$$=1-2\sin^2\alpha$$
$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

متطابقات الفرق

$$\sin(\alpha-b)=\sin\alpha\cos b-\cos\alpha\sin b$$
$$\cos(\alpha-b)=\cos\alpha\cos b+\sin\alpha\sin b$$
$$\tan(\alpha-b)=\frac{\tan\alpha-\tan b}{1+\tan\alpha\tan b}$$

متطابقات المجموع

$$\sin(\alpha+b)=\sin\alpha\cos b+\cos\alpha\sin b$$
$$\cos(\alpha+b)=\cos\alpha\cos b-\sin\alpha\sin b$$
$$\tan(\alpha+b)=\frac{\tan\alpha+\tan b}{1-\tan\alpha\tan b}$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$
$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$
$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$
$$=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

متطابقات الإشارة

$$\sin(-\theta)=-\sin\theta$$
$$\cos(-\theta)=\cos\theta$$
$$\tan(-\theta)=-\tan\theta$$
$$\csc(-\theta)=-\csc\theta$$
$$\sec(-\theta)=\sec\theta$$
$$\cot(-\theta)=-\cot\theta$$

متطابقات متممة

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$$
$$\cot\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$$
$$\csc\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sec\theta$$
$$\sec\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\csc\theta$$

متطابقات الضرب الى الضعف

$$\sin\alpha\sin b=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-b)-\cos(\alpha+b)\right]$$
$$\cos\alpha\cos b=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-b)+\cos(\alpha+b)\right]$$
$$\sin\alpha\cos b=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+b)+\sin(\alpha-b)\right]$$
$$\cos\alpha\sin b=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+b)-\sin(\alpha-b)\right]$$

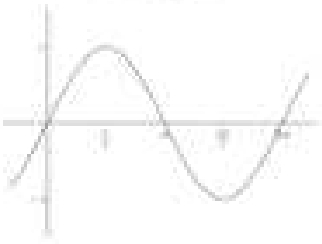
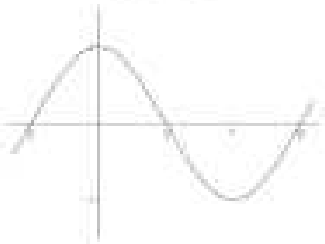
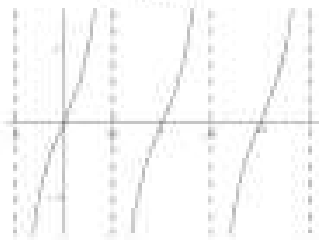
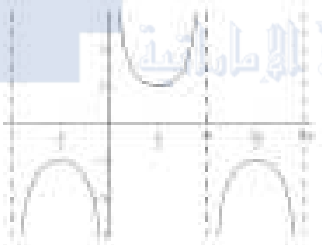
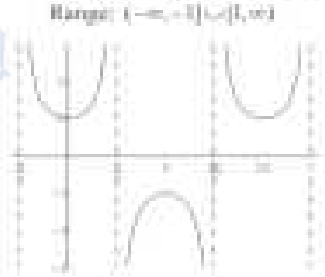
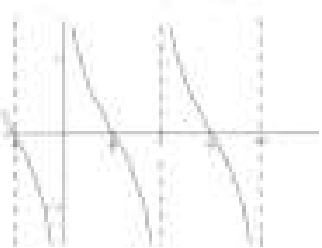
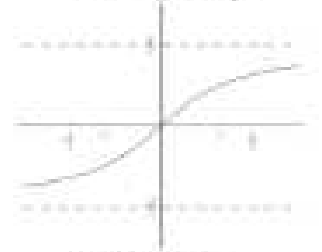
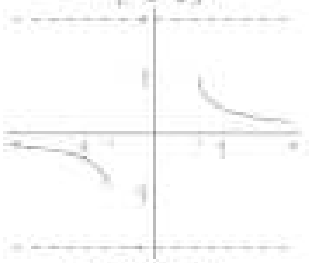
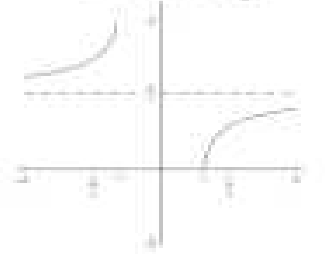
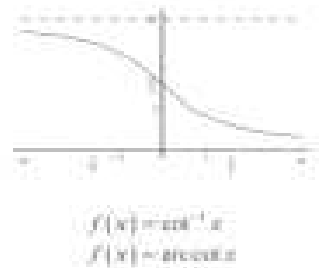
متطابقات المجموع الى الضرب

$$\sin\alpha+\sin b=2\sin\left(\frac{\alpha+b}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-b}{2}\right)$$
$$\sin\alpha-\sin b=2\sin\left(\frac{\alpha-b}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+b}{2}\right)$$
$$\cos\alpha+\cos b=2\cos\left(\frac{\alpha+b}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-b}{2}\right)$$
$$\cos\alpha-\cos b=-2\sin\left(\frac{\alpha+b}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-b}{2}\right)$$

ملاحظة مهمة ⇦

$$\csc^{-1}x=\sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)\quad,\quad\sec^{-1}x=\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)\quad,\quad\cot^{-1}x=\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

التمثيل البياني للدوال المثلثية ومعكوساتها

Domain: $(-\infty,\infty)$ Range: $[-1,1]$ Period: 2π  $f(x)=\sin x$	Domain: $(-\infty,\infty)$ Range: $[-1,1]$ Period: 2π  $f(x)=\cos x$	Domain: $\left(\left(k-\frac{1}{2}\right)\pi,\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi\right)$ Range: $(-\infty,\infty)$ Period: π  $f(x)=\tan x$
Domain: $((k-1)\pi,k\pi)$ Range: $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$  $f(x)=\csc x=\frac{1}{\sin x}$	Domain: $\left(\left(k-\frac{1}{2}\right)\pi,\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi\right)$ Range: $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$  $f(x)=\sec x=\frac{1}{\cos x}$	Domain: $((k-1)\pi,k\pi)$ Range: $(-\infty,\infty)$  $f(x)=\cot x=\frac{1}{\tan x}$
Domain: $[-1,1]$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ $f(x)=\sin^{-1}x$ $f(x)=\arcsin x$	Domain: $[-1,1]$ Range: $[0,\pi]$ $f(x)=\cos^{-1}x$ $f(x)=\arccos x$	Domain: $(-\infty,\infty)$ Range: $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$  $f(x)=\tan^{-1}x$ $f(x)=\arctan x$
Domain: $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right],y\neq 0$  $f(x)=\csc^{-1}x$ $f(x)=\operatorname{arccsc} x$	Domain: $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ Range: $[0,\pi],y\neq\frac{\pi}{2}$  $f(x)=\sec^{-1}x$ $f(x)=\operatorname{arcsec} x$	Domain: $(-\infty,\infty)$ Range: $(0,\pi)$  $f(x)=\cot^{-1}x$ $f(x)=\operatorname{arccot} x$

السعة والدورة والتكرار لبعض الدوال الدورية

(1) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = -3\sin 2x$

$y = A\sin Bx$

$y = A\cos Bx$

السعة: $|A|$

الدورة : $\frac{2\pi}{|B|}$

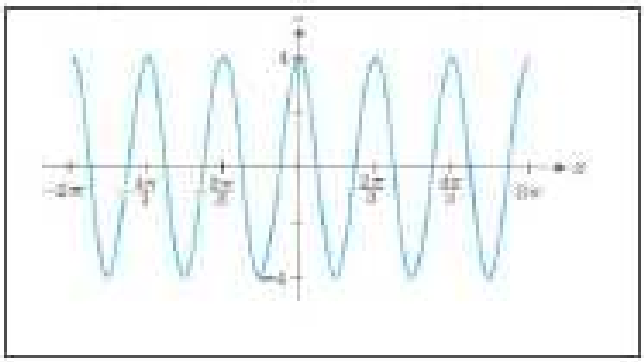
التكرار : $\frac{|B|}{2\pi}$

(2) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = 4\cos(6\pi x - \frac{\pi}{2})$

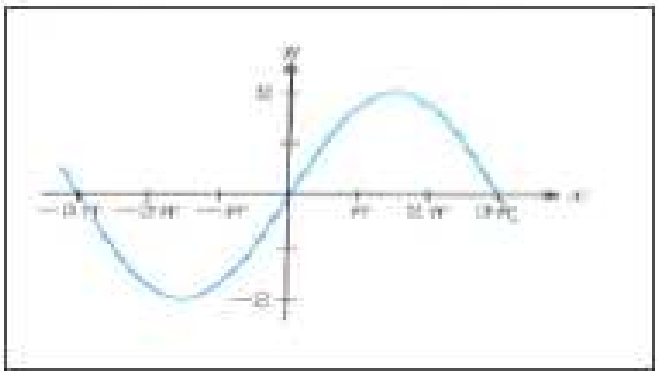
almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(3) اوجد السعة والدورة للدالة : $y = A\cos Bx$

ثم اكتب قاعدة الدالة.



(4) اعتمد على الشكل المجاور لكتابة قاعدة الدالة.



الدوال المثلثية العكسية

ملاحظة:

(1) راجع الرسومات البيانية للتعرف على مجال ومدى الدوال المثلثية العكسية

(2) كل الزوايا يجب ان تكون بالراديان

(1) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = 3\sin(2x - \pi)$ ثم اوجد مجالها ومداها

$$\sin(\sin^{-1} x) = x \quad , \quad x \in [-1,1]$$

$$\sin^{-1}(\sin x) = x \quad , \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

(2) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = -2\cos^{-1}(x+1)$ ثم اوجد مجالها ومداها

$$\cos(\cos^{-1} x) = x \quad , \quad x \in [-1,1]$$

$$\cos^{-1}(\cos x) = x \quad , \quad x \in [0, \pi]$$

اوجد قيمة كل مما يأتي

(1) $\sin^{-1}-\frac{1}{2}$

(2) $\cos^{-1}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan^{-1}1$

(4) $\sec^{-1}\sqrt{2}$

(5) $\cos(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}})$

(6) $\csc(\sin^{-1}\frac{2}{3})$

(7) $\tan(\cos^{-1}\frac{1}{4})$

(8) $\sin(\cot^{-1}-1)$

(9) $\sin^{-1}1-\sin^{-1}-1$

(10) $\sin 2\cos^{-1}(-\frac{3}{5})$

(11) $\cos 2\sin^{-1}(-\frac{3}{5})$

بسط كل مما يأتي

(1) $\tan(\sin^{-1} x)$

(2) $\sin(\cos^{-1} x)$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(3) $\cos(\cot^{-1} x)$

(4) $\sin 2(\cos^{-1} x)$

(5) $\sin(\sin^{-1} x - \cos^{-1} x)$

المعادلات المثلثية

حل المعادلات المثلثية التالية (جميع الحلول)

(1) $2\sin x - 1 = 0$

(2) $3\tan x + 4 = 1$

(3) $\sin 2x = 1$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(4) $\cos^2 x + \cos x = 0$

(5) $\sin 2x + \cos x = 0$

(6) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$

خواص الأسس

1. $a^m a^n = a^{m+n}$	2. $(a^m)^n = a^{mn}$	3. $(ab)^m = a^m b^m$
4. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$	5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$	6. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$
7. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	8. $a^0 = 1, a \neq 0$	9. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

almanahj.com/ae

الدالة الأسية:

هي الدالة التي تكون على الشكل التالي: $f(x) = a \times b^x$ حيث a عدد حقيقي غير الصفر

وأن $b \neq 1, b > 0$

الدالة الأسية الطبيعية

$$f(x) = e^x$$

حيث e يسمى العدد الطبيعي وهو عدد غير نسبي يساوي تقريبا $e \approx 2.718$

$$e = \lim_{x \to \infty}(1+\frac{1}{x})^x = 2.718281828... \quad , \quad e^a = \lim_{x \to \infty}(1+\frac{a}{x})^x$$

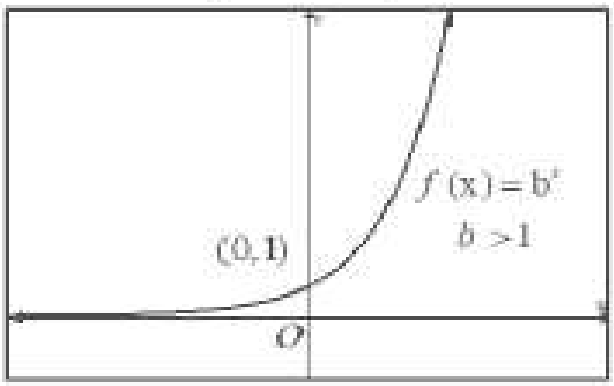
اوجد قيمة

$$(1) \lim_{x \to \infty}(1+\frac{2}{x}) =$$

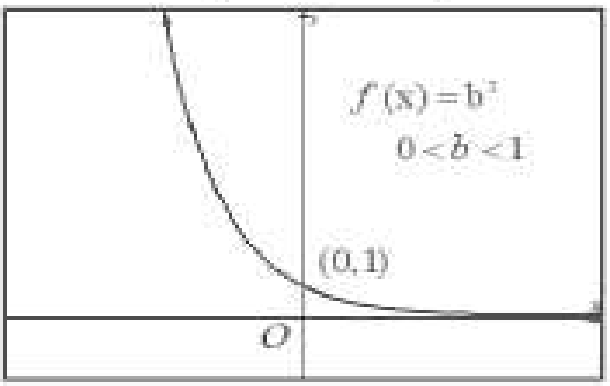
$$(2) \lim_{x \to \infty}(1-\frac{1}{x}) =$$

التمثيل البياني للدوال الأسية

النمو الأسي



التضاؤل الأسي

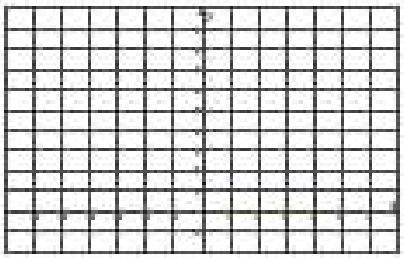


الدالة	$f(x)=b^x$ $b>1$
المجال :	
المدى	
التقاطع مع محور السينات	
التقاطع مع محور الصادات	

الدالة	$f(x)=b^x$ $0<b<1$
المجال :	
المدى	
التقاطع مع محور السينات	
التقاطع مع محور الصادات	

مثل الدالة $f(x)=2^x$ بيانيا . موضحاً المجال والمدى ونقاط التقاطع مع المحاور

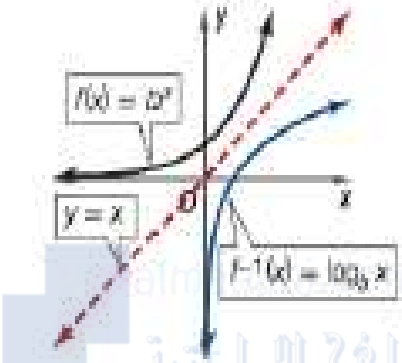
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							



الدالة اللوغارتمية

الدالة الوغاريتمية : هي معكوس (الدالة العكسية) للدالة الاسية $f(x)=b^x$ ويرمز لها الرمز $log_b x$

$$f(x)=b^x \quad ,b>0, b\neq 1 \Leftrightarrow f^{-1}(x)=log_b x$$



نلاحظ من التمثيل البياني أن الدالتين

تمثل انعكاسا لبعضهما البعض حول

المستقيم

اللوغاريتمي والأسي

خواص اللوغارتمات

اذا كانت $x, y > 0, a \neq 1$ فان

1. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$
2. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y.$
3. $\log_a x^r = r \log_a x.$
4. $\log_a 1 = 0.$
5. $\log_a(a^x) = x.$
6. $a^{\log_a x} = x.$
7. $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x.$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

اذا كانت $x, y > 0$ فان

1. $\ln(xy) = \ln x + \ln y.$
2. $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y.$
3. $\ln x^r = r \ln x.$
4. $\ln 1 = 0.$
5. $\ln(e^x) = x.$
6. $e^{\ln x} = x.$
7. $\ln x = y \Leftrightarrow e^y = x.$

اذا كانت $a, b, c > 0, b, c \neq 1$ فان

(1) $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ (2) $a^x = e^{x \ln a}$

ملاحظة:

مجال الدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$ هو $(0, \infty)$ حيث $b > 0, b \neq 1$

(1) اوجد مجال كل من الدوال التالية:

(1) $y = log_2 x^2 + \sqrt{x+1}$

(2) $y = log\ (\ln(x-1))$

(3) $y = \sqrt{\ln x - 1}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(4) $y = \dfrac{x}{\ln x - 1}$

(5) $y = \dfrac{\ln(x-2}{\log(5-x)}$

(2) اوجد قاعدة الدالة الأسية التي تمر بالنقطتين $(1,2), (0,5)$ هي

المعادلات الأسية واللوغارتمية

حل المعادلات التالية

(1) $e^{2x}-5=0$

(2) $e^{2\ln x}-4=0$

(3) $x^2e^x-e^x=0$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(4) $2\ln x+8=0$

(5) $\ln x+\ln(x-1)=\ln 2$

(6) $\log_2(x^2-1)-\log_2(x-1)=1$

حل المعادلات التالية

(1) $e^{2x}-5=0$

(2) $e^{2\ln x}-4=0$

(3) $x^2e^x-e^x=0$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

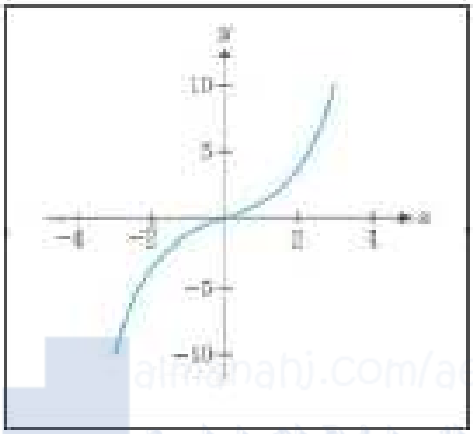
(4) $2\ln x+8=0$

(5) $\ln x+\ln(x-1)=\ln 2$

(6) $\log_2(x^2-1)-\log_2(x-1)=1$

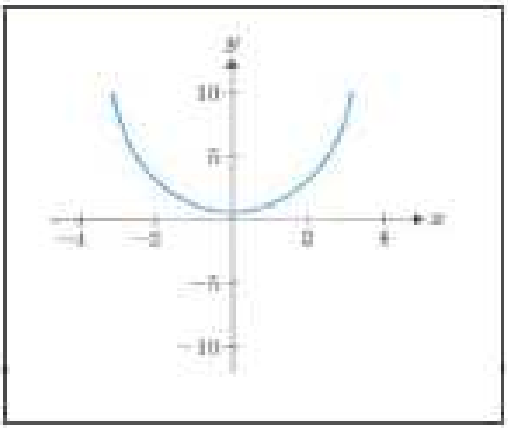
1) $\sinh x = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{2}$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \sinh x$ ثم اوجد $f(0)$



2) $\cosh x = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \cosh x$ ثم اوجد $f(0)$



(1) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(2) $\sinh(-x) = -\sinh x$

(3) $\cosh(-x) = \cosh x$

ملاحظة:

كل المتطابقات المثلثية التي تنطبق على الدوال الدائرية تنطبق على الدوال الزائدية ولكن يتم وضع اشارة سالب امام كل دوال $\sinh x$ ذات القوى الزوجية

يقوم خبراء الطب الشرعي بعمليات التشريح لتحديد وقت وسبب الوفاة . يمكن حساب الوقت t بالساعات منذ الوفاة بواسطة المعادلة $t = -10\ln(\frac{T-R}{98.6-R})$

حيث T تمثل درجة حرارة الجسم و R درجة حرارة الغرفة

(1) إذا قام خبير الطب الشرعي بقياس درجة حرارة الجسم ووجد أنها $93^{\circ}F$ في غرفة درجة حرارتها $72^{\circ}F$ ، فما وقت الوفاة ؟

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) توفي مريض في مستشفى منذ 4 ساعات . فإذا علمت أن متوسط درجة حرارة الغرفة في المستشفى $75^{\circ}F$ فما درجة حرارة الجسم ؟

(3) كانت درجة حرارة مريض $89^{\circ}F$ بعد 3.5 ساعات من وفاته . حدد درجة حرارة الغرفة ؟

اذا كان عدد الاشخاص الذين يصابون بفيروس معين هو $p(t)=\frac{53}{1+0.03e^{0.75t}}$ حيث t تمثل عدد الايام

اوجد

(1) اوجد عدد الاشخاص الذين اصيبوا بالفيروس بعد 5 ايام

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) حل المعادلة بالنسبة الى t

(3) بعد كم يوم يصبح عدد المصابين واحد فقط

يقيس مقياس ريختر للزلازل شدة الزلزال M (بالرختر) المتولد عن الطاقة الناتجة عنه E (بالجول) بالعلاقة التالية:

$$M = \frac{2}{3} log \frac{E}{10^{4.4}}$$

اجب عما يلي

(1) اوجد شدة زلازال طاقة 7.47×10^{11} جول

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) اوجد طاقة زلازال شدتة 9 ريختر

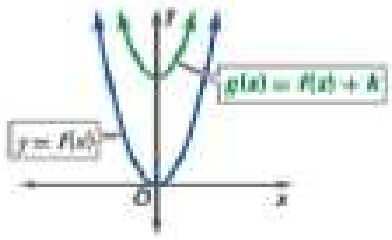
التحويلات الهندسية

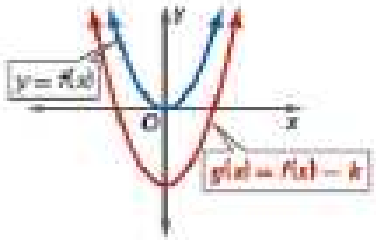
(1) الأزاحات الافقية والراسية

الإزاحة الرأسية

الرسم البياني للدالة $g(x)=f(x)+k$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مزاحاً

- تُزاح k الرسم للأعلى، عندما تكون $k>0$ ،
- تُزاح k الرسم للأسفل، عندما $k<0$

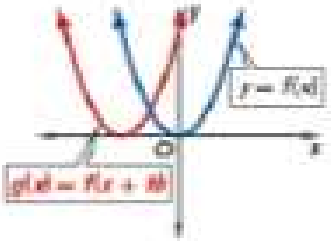




الإزاحات الأفقية

الرسم البياني للدالة $g(x)=f(x-h)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مزاحاً

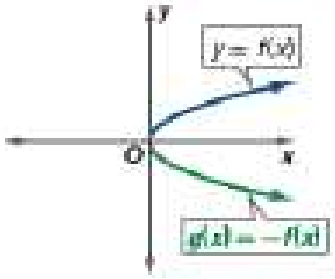
- تُزاح h الرسم لليمين، عندما تكون $h>0$
- تُزاح h الرسم لليسار، عندما تكون $h<0$



(2) الانعكاس في المحاور الافقية والرأسية

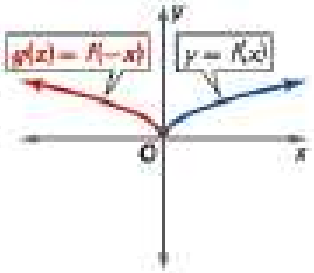
الإنعكاس حول المحور الأفقي x

الرسم البياني للدالة $g(x)=-f(x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ منعكساً في المحور الأفقي x



الانعكاس في المحور الرأسي y

الرسم البياني للدالة $g(x)=f(-x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ منعكساً في المحور الرأسي y

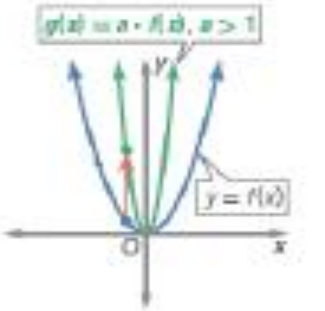


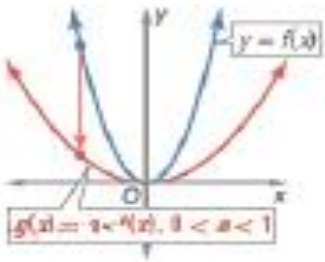
(3) الانكماش والتمدد

تغيير الأبعاد بمقياس بشكل رأسي

إذا كان a عدد حقيقي موجب، و $g(x) = a \cdot f(x)$ فإن

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سيتوسع رأسياً إذا كان $a > 1$
- سينضغط الرسم البياني للدالة $f(x)$ رأسيا إذا كان $0 < a < 1$

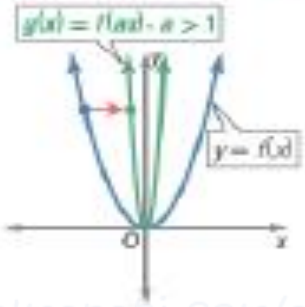


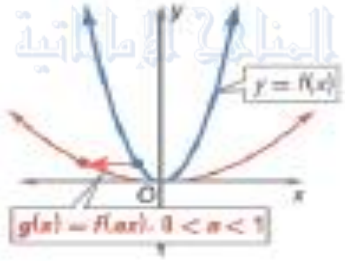


تغيير الأبعاد بمقياس بشكل أفقي

إذا كان a عدداً حقيقياً موجباً، و $g(x) = f(ax)$ فإن

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سينضغط أفقياً إذا كان $a > 1$
- سيتوسع الرسم البياني أفقياً للدالة $f(x)$ إذا كان $0 < a < 1$

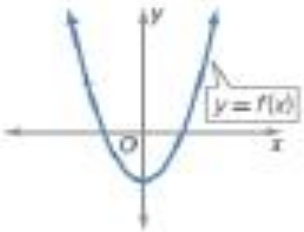


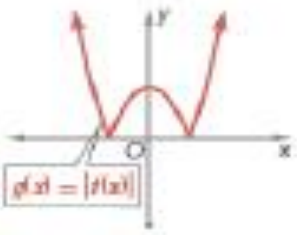


(4) التحويلات بالقيمة المطلقة

$g(x) = |f(x)|$

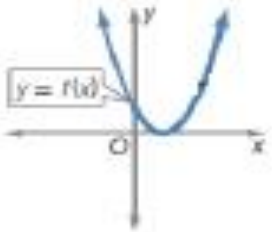
يعكس هذا التحويل كل جزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ تحت المحور الأفقي x فيصبح فوق المحور الأفقي x.

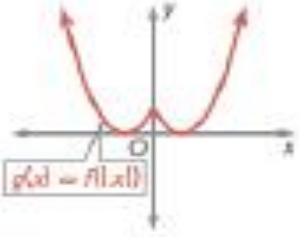




$g(x) = f(|x|)$

يستبدل هذا التحويل الجزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ لليسار من المحور الرأسي y بانعكاس الجزء الموجود لليمين من المحور الرأسي y.



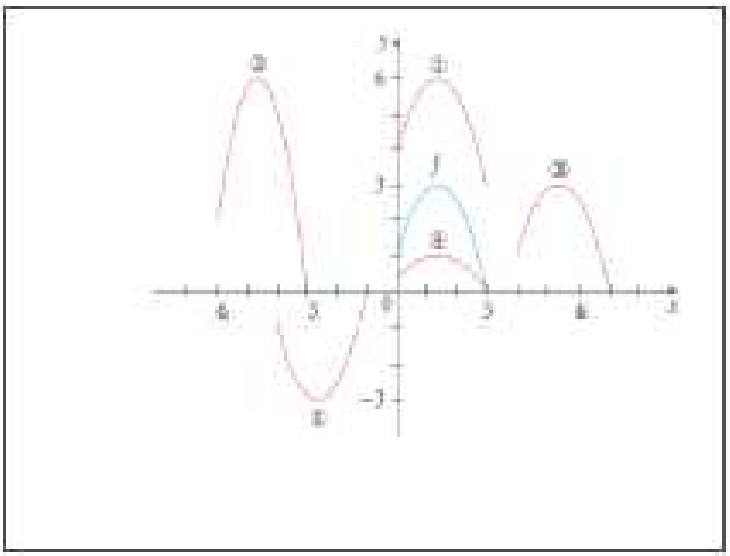


almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

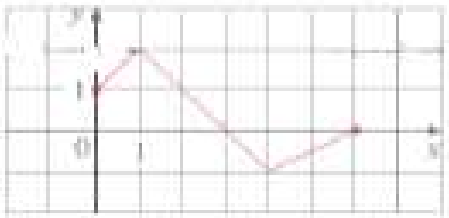
(1) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ وبعض التحويلات الهندسية للدالة $f(x)$

في اكمال الجدول التالي

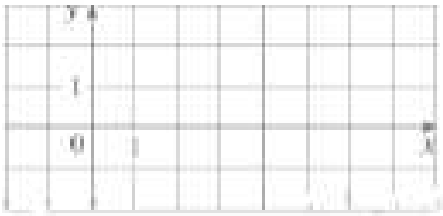
رقم الدالة	الدالة
	$f(x-4)$
	$f(x)+3$
	$-f(x+4)$
	$2f(x+6)$
	$\frac{1}{3}f(x)$



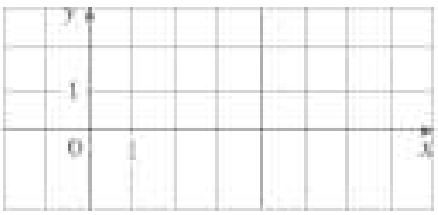
(2) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في رسم الدالة $g(x)$ في الحالات التالية:



(1) $g(x)=\frac{3}{2}f(x-1)$



(2) $g(x)=f(2x)+1$



(1) اعتمد على الدالة $f(x)=x^2$ في وصف كل من الدوال التالية:

(a) $g(x)=x^2+2$

(b) $g(x)=(x-2)^2-1$

(c) $g(x)=2x^2+3$

(d) $g(x)=-x^2+1$

(e) $g(x)=|x^2-1|$

(2) اعتمد على الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ في وصف كل من الدوال التالية:

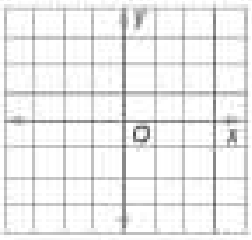
(a) $h(x)=\frac{1}{x-1}+3$

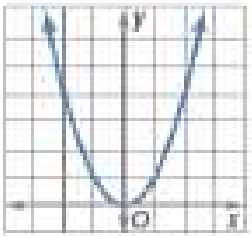
(b) $h(x)=\frac{-3}{x}$

(c) $h(x)=\frac{1}{|x|}+2$

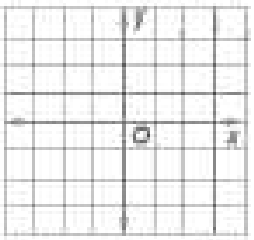
اعتمد على الرسم المجاور للدالة $f(x)$ لترسم بيان الدالة $g(x)$ في كل مما يلي:

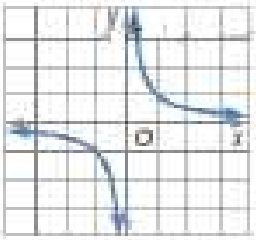
(1) $g(x)=x^2-4$





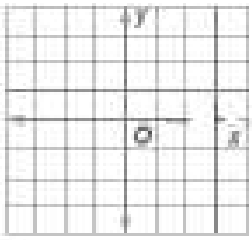
(2) $g(x)=\dfrac{1}{x-2}$

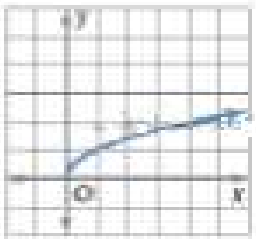




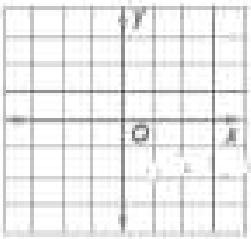
almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

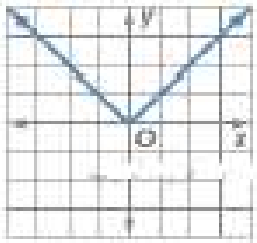
(3) $g(x)=\sqrt{x+2}-1$



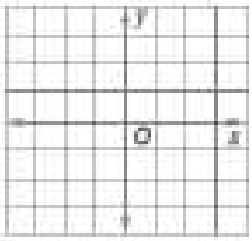


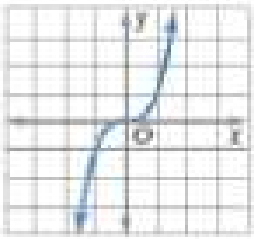
(4) $g(x)=|x+1|-2$





(5) $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2$





لعمليات على الدوال

اذا كان كل من f و g دالة فان كل من $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ ، $\frac{f}{g}$ هي دالة معرفة كما يلي:

(1) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$

(2) $(f-g)(x)=f(x)-g(x)$

(3) $(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$

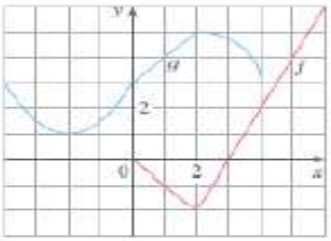
(4) $(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}, g(x)\neq 0$

حيث

(1) مجال كل من $f+g$ ، $f-g$ ، $f\times g$ هو المجال المشترك(التقاطع) لمجال كل من f و g

almanahj.com/ae

اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f و g في الاجابة عن الاسئلة التالية:



(1) $(f+g)(2)$

(2) $(f-g)(0)$

(3) $(f\times g)(3)=$

(4) $(\frac{f}{g})(1)=$

(5) مجال الدالة: $(f+g)(x)$

(6) مجال الدالة: $(\frac{g}{f})(x)$

اذا كانت $f(x)=x^2-3x-2$ ، $g(x)=2x+5$ ، $h(x)=\sqrt{x-2}$

فاوجد كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها.

(1) $(f+g)(x)$

(2) $(g\times h)(x)$

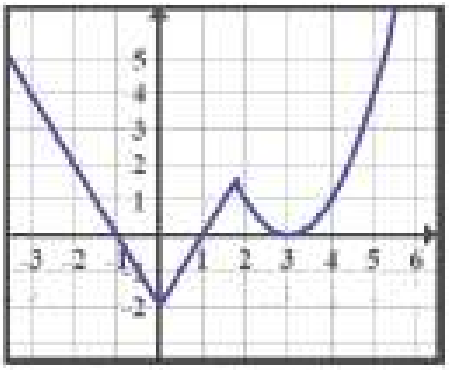
www.almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(3) $(\frac{g}{f})(x)$

(4) $(\frac{f}{h})(x)$

مستعيناً بالرسم المجاور للدالة $f(x)$

اوجد مجال الدالة $h(x)$ في الحالات التالية:



(1) $h(x)=\dfrac{f(x)}{x}$

(2) $h(x)=\dfrac{x+1}{f(x)}$

(3) $h(x)=|f(x)|$

(4) $h(x)=f(x)+4$

(5) $h(x)=\sqrt{f(x)}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

تركيب الدوال

اذا كان كل من f و g دالة فان ناتج تركيب الدالتين $f \circ g$ هي دالة معرفة كما يلي:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

ملاحظة:

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

حيث

مجال $f \circ g$ هو كل قيم x في مجال الدالة g بحيث ان $g(x)$ تنتمي الى مجال f

او

نجد المجال المشترك(التقاطع) للدالتين g و $f \circ g$

almanahj.com
المنهج الإماراتية

اعتمد على الجدول المجاور في الاجابة عن الامثلة التالية

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

(1) $(f \circ g)(1)$

(2) $(f \circ f)(4)$

(3) $(f \circ g)(0)$

(4) $(g \circ f)(5)$

(5) $(g \circ f)(6)$

اذا كانت $f(x)=x^2-3x-2$ ، $g(x)=e^x$ ، $h(x)=\sqrt{x-2}$

فاوجد كل من الدوال التالية.

(1) $(f\circ g)(x)$

(2) $(g\circ h)(x)$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(3) $(f\circ h)(x)$

(4) $(g\circ g)(x)$

(1) اذا كانت $f(x)=x^2-1$, $g(x)=\tan^{-1}x$ فاوجد كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها

(a) $(f\circ g)(x)$

(b) $(g\circ f)(x)$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(2) اذا كانت $f(x)=x^3-5$, $g(x)=\sin x^2$ فاوجد الدالة $(f\circ g)(x)$

(3) اوجد كل من الدوال f و g و h التي تحقق:

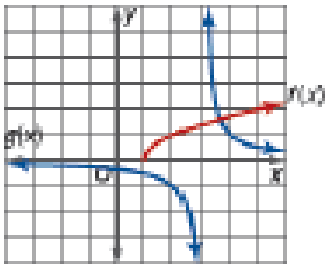
(a) $f\circ(g\circ h)=\left[\tan^{-1}(3x+1)\right]^2$

(b) $f\circ(g\circ h)=\dfrac{3}{\sqrt{\sin x+2}}$

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g في ايجاد مجال كل من الدوال التالية:

(a) $(f \circ g)(x)$

(b) $(g \circ f)(x)$



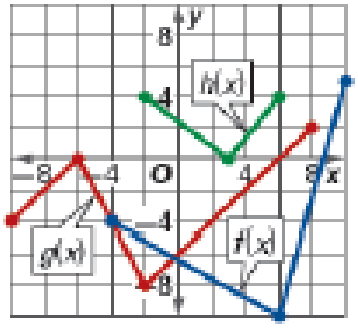
(2) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في ايجاد مجال كل من الدوال التالية:

(a) $(f \circ g)(x)$

(b) $(g \circ f)(x)$

(c) $(h \circ g)(x)$

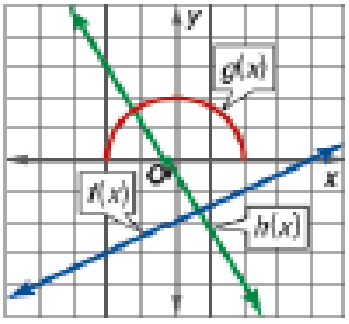
(d) $(h \circ f)(x)$



(3) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في ايجاد كل من الدوال التالية:

(a) $(f + h)(x)$

(b) $(f + g)(x)$



إجابات التمارين العامة موجودة في آخر صفحة بالوحدة

تمارين عامة على الوحدة الأولى

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

(1) $\ln 4 + 2\ln 3 - 2\ln 6 =$

(a) $\ln 2$ (b) 2 (c) 1 (d) 0

(2) $\cos^{-1}(\sin(-\frac{\pi}{4}) =$

(a) $\frac{5\pi}{4}$ (b) $-\frac{5\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $-\frac{3\pi}{4}$

(3) $\sin 2(\cos^{-1}\frac{4}{5}) =$

(a) $-\frac{24}{25}$ (b) $\frac{24}{25}$ (c) $-\frac{25}{24}$ (d) $\frac{24}{5}$

(4) حل المباينة $x^2 + 2x - 15 < 0$ هو

(a) $(-5,3)$ (b) $(-3,5)$ (c) $[-3,5]$ (d) $(-\infty,-3),(5,\infty)$

(5) حل المباينة $\frac{\sqrt{9-x}}{\log x} \geq 0$ هو

(a) $[1,9]$ (b) $(-\infty,9]$ (c) $(1,9]$ (d) $(0,9]$

(6) مجال الدالة $g(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ متصلة هي

(a) $[0,2]$ (b) $(0,2]$ (c) $[0,2)$ (d) $(0,2)$

(7) مجال الدالة $g(x)=\log(\frac{x^2-1}{x+1})$ متصلة هي

(a) $[-1,1]$ (b) $(-\infty,-1]$ (c) $[1,\infty)$ (d) $(1,\infty)$

almanahj.com/ae
المنهج الإماراتية

(8) مجال الدالة $g(x)=\frac{2x-6}{x^2-9}$ هو

(a) $R/\{-3\}$ (b) $R/\{-3,3\}$ (c) R (d) $\{-3,3\}$

(9) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(1,3)$ ويعامد المستقيم $x+2y+1=0$ هو

(a) $y=2x+1$ (b) $y=2x-1$ (c) $y=-2x-1$ (d) $y=-2x+1$

(10) اذا كان $g(x)=x^3+4x-1$ فان $g^{-1}(-1)=$

(a) $x=0$ (b) $x=2$ (c) $x=-2$ (d) $x=-1$

(11) اي من الدوال التالية له دالة عكسية

(a) $f(x)=5$ (b) $h(x)=x^2+1$ (c) $k(x)=x^{-1}$ (d) $r(x)=x^{-2}$

(12) دورة الدالة $f(x)=3\sin(\pi-2x)$ هي

(a) $-\pi$ (b) π (c) 2π (d) 3

(13) اذا كان للدالة $f(x)=\frac{1}{x+1}$ و $g(x)=\frac{1}{x}-1$ فان $f(g(x))$ الدالة

(a) $h(x)=x$ (b) $k(x)=-x$ (c) $r(x)=1$ (d) $m(x)=-1$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(14) سعة الدالة $f(x)=-2\cos(3x+\pi)$ هي

(a) -2 (b) 2 (c) 3 (d) π

(15) مجال الدالة $y=3\sin^{-1}(x-1)$ هو

(a) $[-1,1]$ (b) $[-2,0]$ (c) $[-\pi,\pi]$ (d) $[0,2]$

(16) اي من الدوال التالية معرفة عند $x=0$

(a) $f(x)=\frac{x^2+x}{x}$ (b) $g(x)=\frac{x+1}{x^2+x}$ (c) $h(x)=e^{1/x}$ (d) $k(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x\le 0\end{cases}$

(17) اي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة $y=\log(x-1)$

(a) $f(x)=2^x+1$ (b) $g(x)=10^x+1$ (c) $h(x)=e^x+1$ (d) $k(x)=\log(x+1)$

(18) حل المعادلة $\tan x = 1$ هو

(a) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4} \pm n\pi$ (c) $\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi$ (d) $\frac{\pi}{4} \pm n\frac{\pi}{2}$

(19) ان قيمة $\tan(\sin^{-1} x)$ يساوي

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

(20) في الشكل المجاور ان قيمة $f(0) =$

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

(21) ان قيمة $\cosh 0$ يساوي

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

(22) ان قاعدة الدالة $f(x) = x^3$ بعد ازاحة 4 وحدات للاعلى و 3 وحدات لليسار هي

(a) $f(x) = 3x^3 + 4$ (b) $f(x) = (x-3)^3 + 4$ (c) $f(x) = (x-3)^3 - 4$ (d) $f(x) = (x+3)^3 + 4$

(23) حل المعادلة $e^{2\ln x} = 4$ هي

(a) $2, -2$ (b) 2 (c) -2 (d) 1

24) حل المعادلة $|6-2x| \le 2$ هي

(a) $[-2,4]$ (b) $(-\infty,2],[4,\infty)$ (c) $[2,4]$ (d) $(2,4)$

25) مدى الدالة $g(x)=3\cos x+1$ هي

(a) $[-2,4]$ (b) $[-3,3]$ (c) $[-1,1]$ (d) $[-4,2]$

26) مدى الدالة $g(x)=\dfrac{x^2}{x^2+4}$ هي

(a) $(-\infty,\infty)$ (b) $[0,1)$ (c) $[0,\infty)$ (d) $[0,1]$

27) ان قاعدة الدالة $y=f(x)$ بعد ازاحة 3 وحدات للاعلى وتمدد رأسي وحدتين هي

(a) $y=2f(x+3)$ (b) $y=2f(x)+3$ (c) $y=0.5f(x)+3$ (d) $y=f(2x+3)$

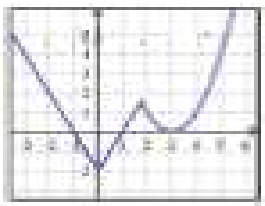
28) ان قاعدة الدالة الأسية التي تمر بالنقطتين $(0,5),(1,2)$ هي

(a) $y=5e^{x\ln(\frac{5}{2})}$ (b) $y=5e^{x\ln(\frac{2}{5})}$ (c) $y=2e^{x\ln(\frac{5}{2})}$ (d) $y=e^{x\ln(\frac{5}{2})}$

29) ان الدالة $\sin(\dfrac{\pi}{2}-x)$ لها دالة عكسية على الفترة

(a) $[-1,1]$ (b) $[0,\pi]$ (c) $[-\pi,\pi]$ (d) $(-\infty,\infty)$

30) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فان مجال الدالة $h(x)=\dfrac{x}{f(x)}$ هو



(a) $R/\{0\}$ (b) $R/\{0,1,-1,3\}$ (c) $R/\{1,-1,3\}$ (d) $(-\infty,\infty)$

(31) اي من العلاقات التالية ليست دالة

(a) $y=3x^3+4$ (b) $y=x^2+1$ (c) $x=y^2$ (d) $x=y^{-1}$

(32) مدى الدالة $g(x)=\cosh$ هي

(a) $(-\infty,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $[0,\infty)$ (d) $[0,1]$

(33) اذا كانت $g(x)=-\sqrt{x-2}$ فان مدى الدالة $g^{-1}(x)$ هو

(a) $[2,\infty)$ (b) $(-\infty,2]$ (c) $[0,\infty)$ (d) $(-\infty,0]$

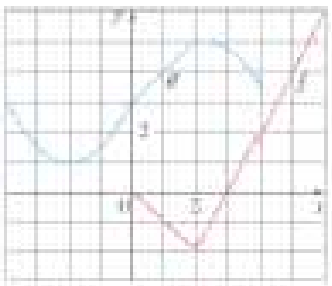
(34) $\sin(\sec^{-1}\frac{5}{4})=$

(a) $-\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{3}{4}$

(35) $\sinh x+\cosh x=$

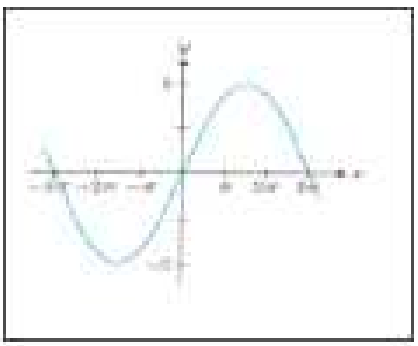
(a) 0 (b) 1 (c) e^x (d) $2e^x$

(36) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x),g(x)$ فان مجال الدالة $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$ هو



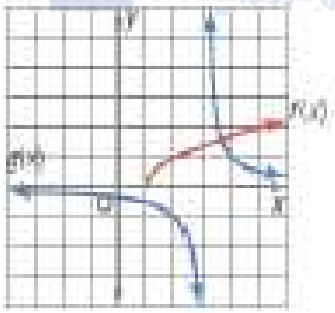
(a) $[0,4]$ (b) $[-4,6]$ (c) $(0,3)\cup(3,4]$ (d) $(-\infty,\infty)$

(37) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فان قاعدة الدالة هي



(a) $f(x)=2\sin\frac{1}{3}x$ (b) $f(x)=2\sin\frac{\pi}{3}x$ (c) $f(x)=2\cos\frac{1}{3}x$ (d) $f(x)=\sin\frac{\pi}{3}x$

(38) الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من f و g فان مجال الدالة $g(f(x))$ هو



(a) $R/\{0\}$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(3,4]$ (d) $(-\infty,\infty)$

(39) ان قيمة $log_2 7 \times log_3 2 \times log_7 5$ هو

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

(40) حل المعادلة $e^{2x}+e^{x}-12=0$ هي

(a) 3 (b) 4 (c) $\ln 3$ (d) $\ln 4$

الاجابات

1	D	11	C	21	B	31	C
2	C	12	B	22	D	32	B
3	B	13	A	23	B	33	D
4	A	14	B	24	A	34	B
5	C	15	D	25	A	35	C
6	D	16	D	26	B	36	C
7	D	17	B	27	B	37	A
8	B	18	B	28	B	38	C
9	A	19	A	29	B	39	B
10	A	20	C	30	C	40	C

إنتهت الوحدة الأولى بحمد الله

واعتذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae
المناهج الإماراتية