ملزمة الوحدة الثالثة التفاضل 1

الرياضيات

فن وعلم

الثاني عشر متقدم

الفصل الدراسي الأول

2024\2023

الوحدة الثالثة

التفاضل1

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

إعداد الأستاذ

خالد ابوكف

(1 – 3) + (2 – 3) المماسات والسرعة المتجهة+المشتقة

إيجاد المشتقة

- باستخدام تعريف المشتقة
  - الاساسي: $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$
  - البديل: $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- باستخدام قواعد الإشتقاق ← بعض منها

$y = c \longrightarrow y' = 0$

$y = x^n \longrightarrow y' = nx^{n-1}$

$y = ax^n \longrightarrow y' = anx^{n-1}$

$y = sinx \longrightarrow y' = cosx$

$y = cosx \longrightarrow y' = -sinx$

رموز المشتقة $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{df}{dx} = y' = f'(x)$

1) ميل القاطع الواصل بين النقطتين $(a, f(a))$ و $(b, f(b))$ على منحنى $f(x)$ يعطى بالقانون

- ميل القاطع = متوسط التغير(متوسط معدل التغير) $m_{sec} = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- السرعة المتوسطة (السرعة المتجهة المتوسطة) $v_{avg} = \dfrac{s(b) - s(a)}{b - a}$

2) ميل المماس(ميل المنحنى) = معدل ألتغير = قيمة المشتقة $f'(a)$

المشتقة = ميل المماس = ميل المنحنى = معدل التغيراللحظي = السرعة اللحظية = $tan\,\theta$

حيث θ هي الزاوية التي يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور x

ميل القاطع = متوسط التغير = السرعة المتوسطة = $tan\,\theta$

❖ مشتقة الدالة $f(x)$ عند $x=a$ تعرف بالقانون

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

بشرط وجود النهاية و عند ذلك نقول ان $f(x)$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x=a$

❖ العلاقة بين الاتصال والاشتقاق

1) إذا كانت $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فانها تكون متصلة عند $x=a$

2) إذا كانت $f(x)$ غير متصلة عند $x=a$ فانها غير قابلة للاشتقاق عند $x=a$

3) إذا كانت $f(x)$ متصلة عند $x=a$ فان $f'(a)$ ⟵ ؟ ؟؟؟؟؟؟؟

4) عندما تكون $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x=a$ فإننا نستنتج أن

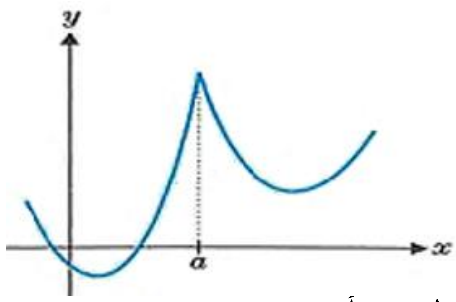
$$\lim_{x\to a^-}f(x)=\lim_{x\to a^+}f(x)=f(a) \quad \text{و} \quad f'(a^+)=f'(a^-)=f'(a)$$

❖ حالات عدم قابلية الاشتقاق

1) عدم الإتصال

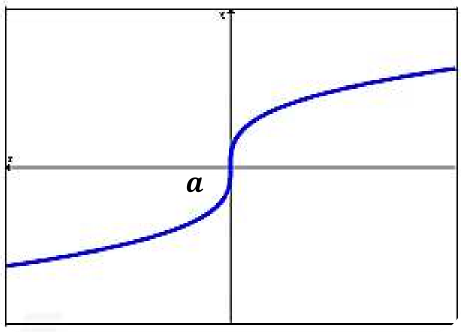
فجوة - قفزة - لانهائي - تذبذبي

2) رأس مدبب

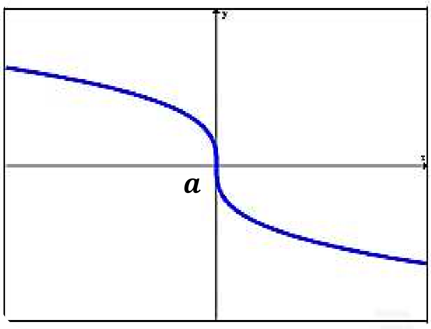


$$f'(a^+)\neq f'(a^-)$$

3) مماس رأسي



$$f'(a^+) \text{ و } f'(a^-)\to\infty$$



$$f'(a^+) \text{ و } f'(a^-)\to-\infty$$

أولا :- الحل الجبري لإيجاد المشتقة بإستخدام التعريف

1) أوجد $f'(x)$ بإستخدام تعريف المشتقة للدالة $f(x) = x^2 - 3x$

2) أوجد $f'(1)$ بإستخدام تعريف المشتقة للدالة $f(x) = \sqrt{4x+5}$

3) أوجد $f'(-1)$ بإستخدام تعريف المشتقة للدالة $f(x) = \frac{4}{x+3}$

4) أوجد $f'(2)$ بإستخدام تعريف المشتقة للدالة $f(x) = 5 + |x - 2|$.

5) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x^3 & , \quad x \geq 1 \\ 3x - 1 & , \quad x < 1 \end{cases}$

a) هل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$.

b) ابحث قابلية الاشتقاق للدالة $f(x)$ عند $x = 1$.

6) أوجد $f'(0)$ بإستخدام تعريف المشتقة للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x}\, sinx$

❖ إذا علمت أن $f(3) = 5$ و $f'(3) = 2$ و. $f''(3) = -2$, أوجد كلا من النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

2) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{3-x}$

3) $\lim\limits_{h\to0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

4) $\lim\limits_{h\to0} \frac{f(3+2h)-f(3)}{5h}$

5) $\lim\limits_{h\to0} \frac{f(3+h)-5}{-4h}$

6) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f'(x)-f'(3)}{x-3}$

7) $\lim\limits_{h\to0} \frac{f'(3+5h)-f'(3)}{h}$

8) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{x^2-9}$

9) $\lim\limits_{x\to3} \frac{\sqrt{f(x)}-\sqrt{f(3)}}{2x-6}$

10) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f^3(x)-125}{x-3}$

11) $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$

12) $\lim\limits_{x\to3} \frac{x^2-2x-3}{f(x)-f(3)}$

1)إذا كان $f(x+h)-3xh=xh^2+f(x)$ حيث h التغير في x أوجد $f'(x)$.

2) لتكن $y=f(x)$ دالة قابلة للاشتقاق وتغيرت x من 2 الى $2+h$
وكانت $f(2+h)=f(2)+4h-5h^2$ اوجد $f'(2)$

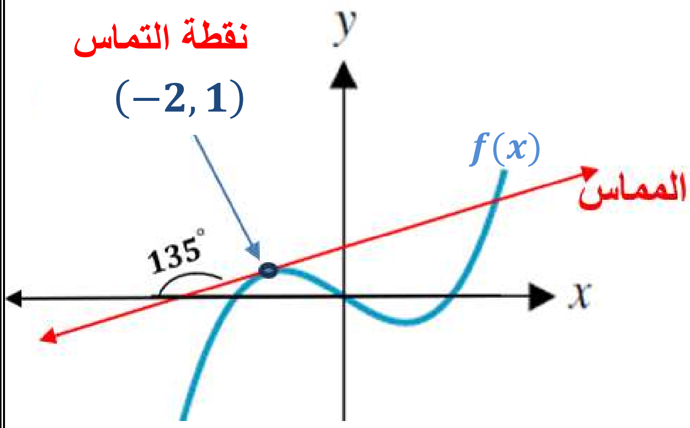
3) لتكن الدالة $f(x)=(x-a)g(x)$ حيث $g(x)$ دالة متصلة عند $x=a$
بين باستخدام تعريف المشتقة أن $f'(a)=g(a)$.

4) بين أن $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(f(x+h))^2-(f(x))^2}{2h}=f'(x)f(x)$

5) بين أن $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(f(x))^2-(f(a))^2}{x^2-a^2}=\dfrac{1}{a}f'(a)f(a)$

ثانيا :- الرسم البياني والمشتقات

1)من الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ والمماس المرسوم لمنحنى الدالة عند النقطة $(-2,1)$ اوجد مايلي

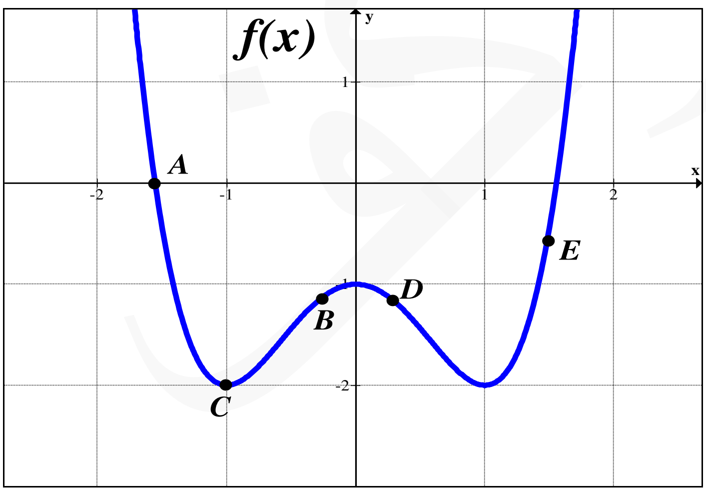


a) $f'(-2)$

b) معادلة المماس

c) مساحة المثلث المكون من المماس والمحورين

2)بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل الدالة $f(x)$



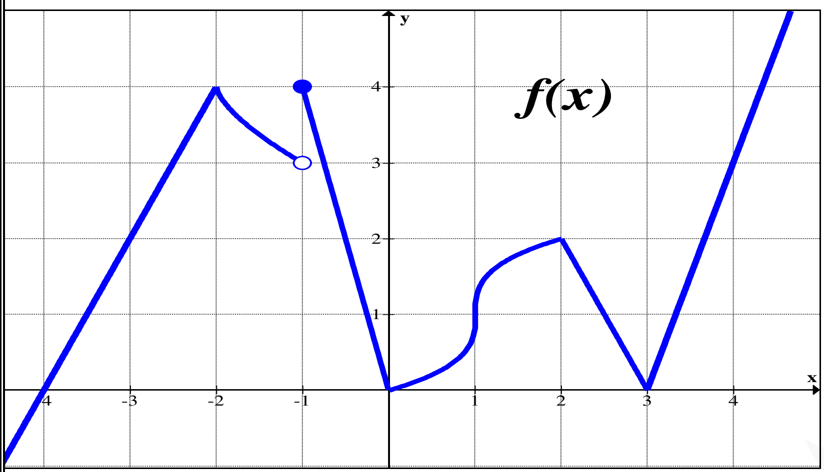
1)ما هي قيم x والتي عندها $f'(x) = 0$

2)ما هي قيم x والتي عندها $f'(x) > 0$

3) ما هي قيم x والتي عندها $f'(x) < 0$

4) رتب الاحرف تصاعديا من حيث قيمة المشتقة عند كل حرف

❖ بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل الدالة $f(x)$



1) اوجد قيم x والتي عندها $f'(x)$ غير موجودة

2) أوجد قيمة النهايات التالية

$$1)\ \lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}=$$

$$2)\ \lim_{x\to -3}\frac{f(x)-f(-3)}{x+3}=$$

$$3)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=$$

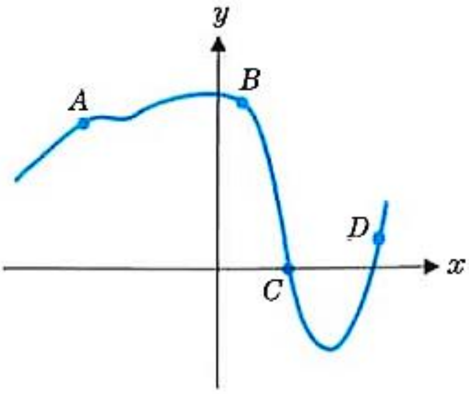
$$4)\ \lim_{h\to 0^-}\frac{f(h)}{h}=$$

$$5)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-3}{h^2+5h}=$$

$$6)\lim_{x\to \pi}\frac{f(x)-f(\pi)}{x-\pi}=$$

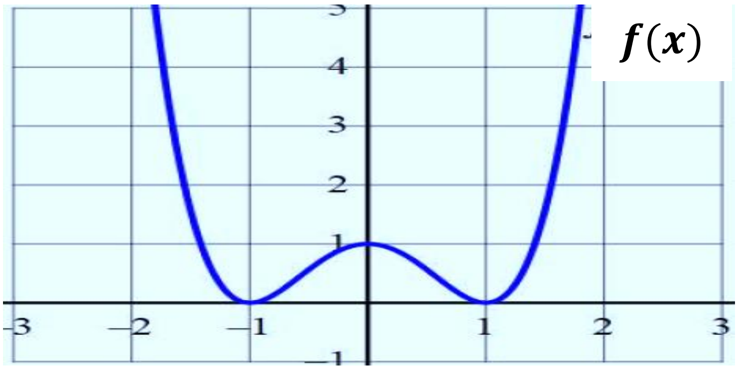
$$7)\ \lim_{x\to -2^-}\frac{f(x)-4}{x+2}=$$

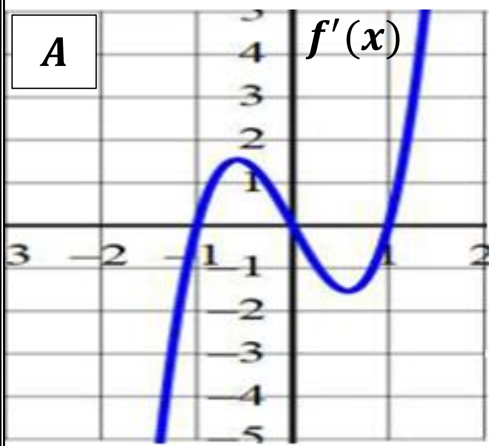
1) رتب تصاعديا الاحرف التي على الرسم البياني للدالة بحسب قيم المشتقة عند كل حرف

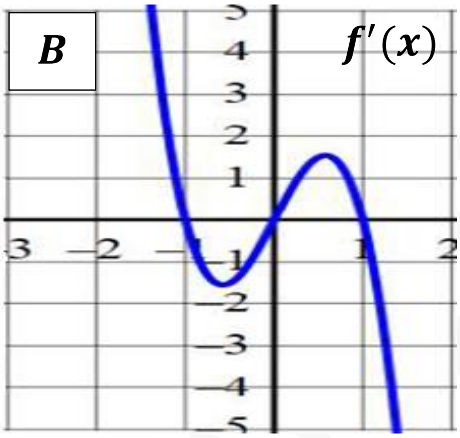


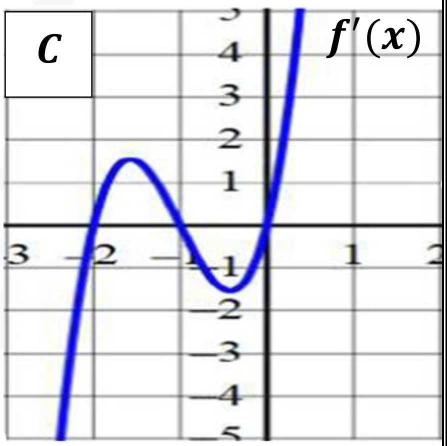
❖ اختر الاجابة الصحيحة

1)

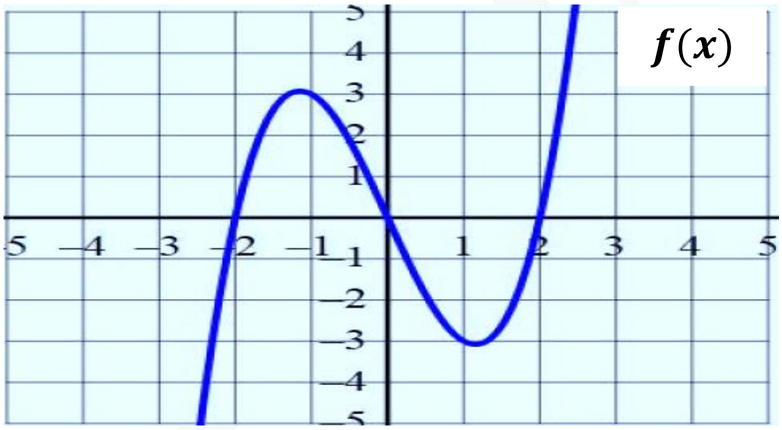


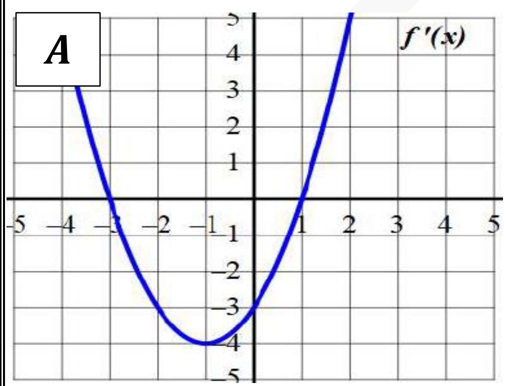


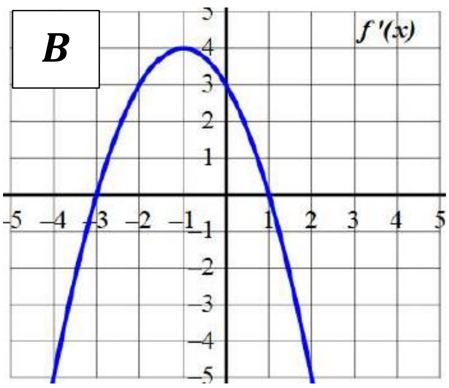


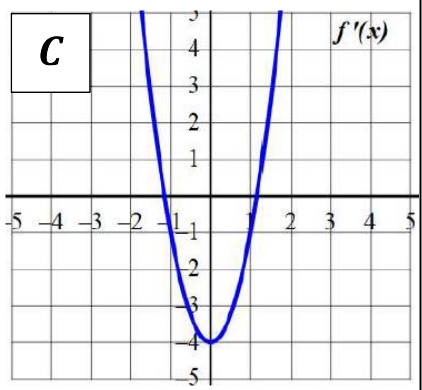


2)

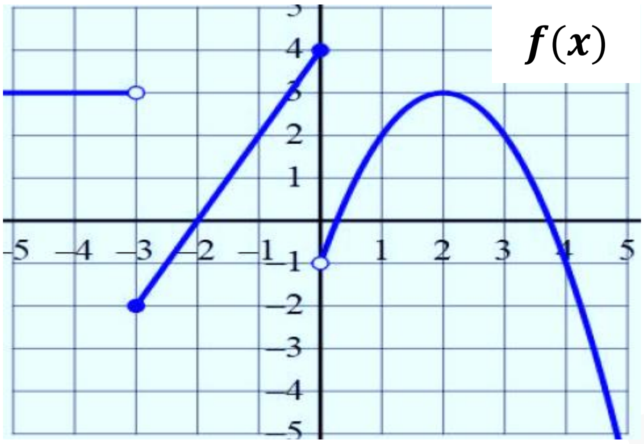




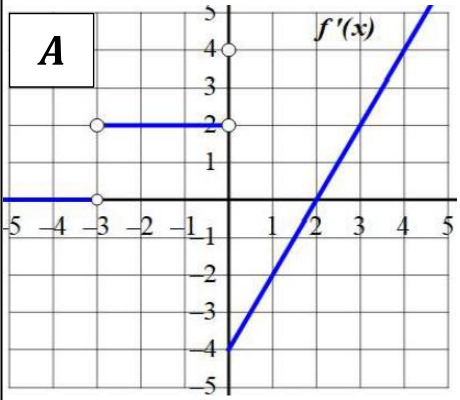




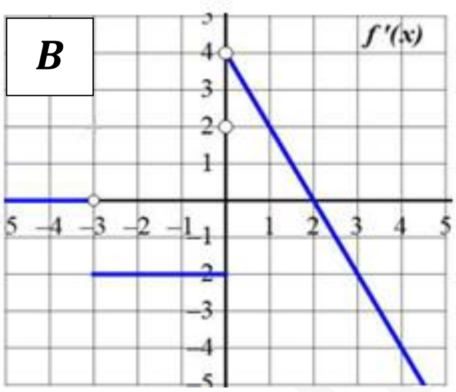
3)



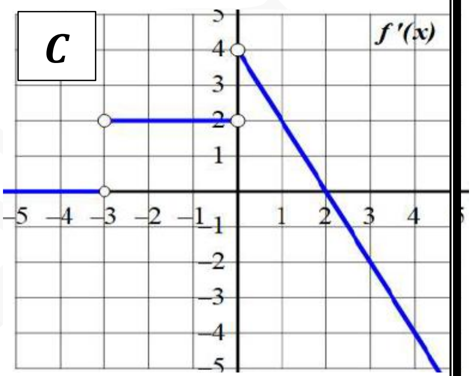
A



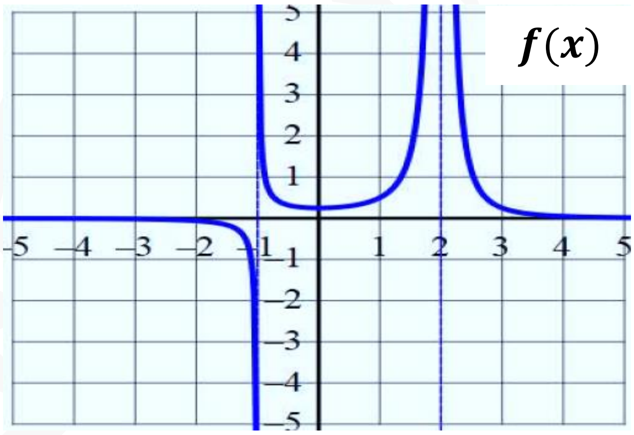
B



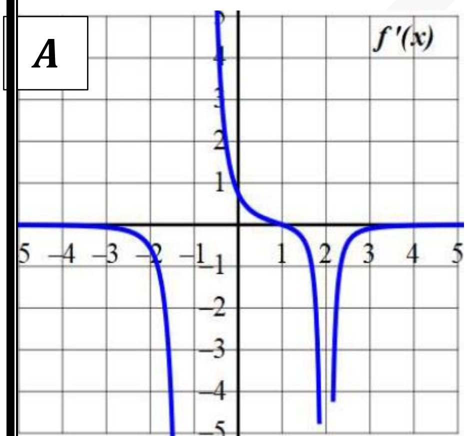
C



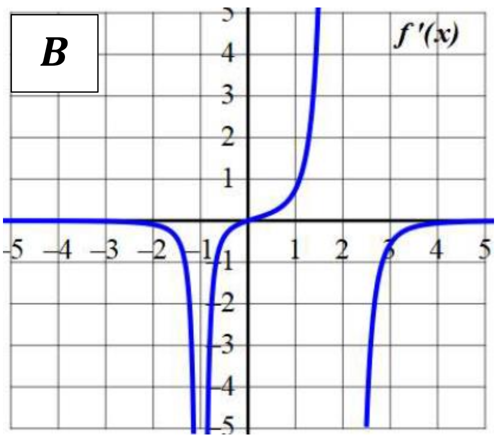
4)



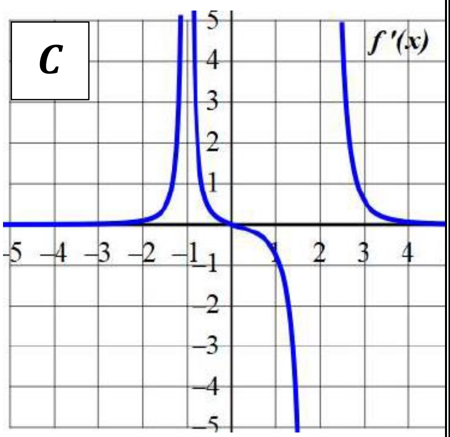
A



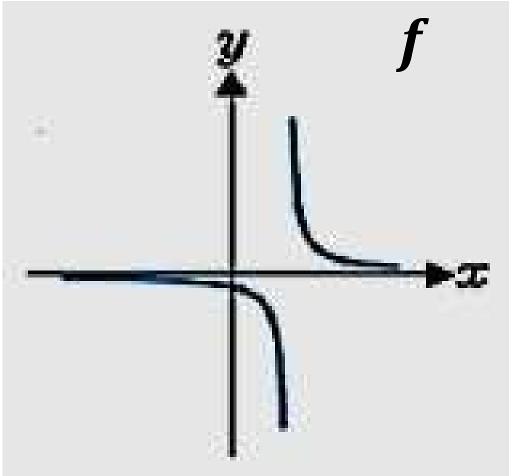
B

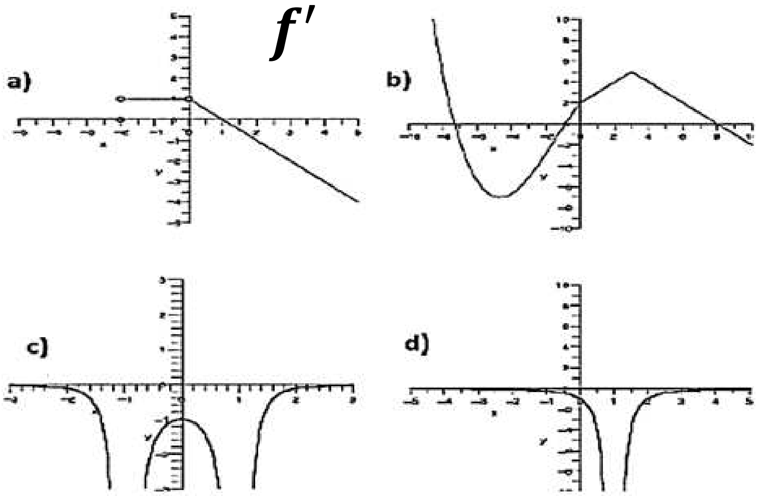


C

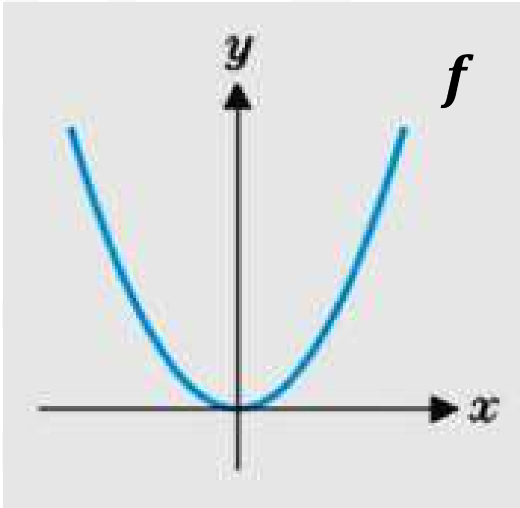


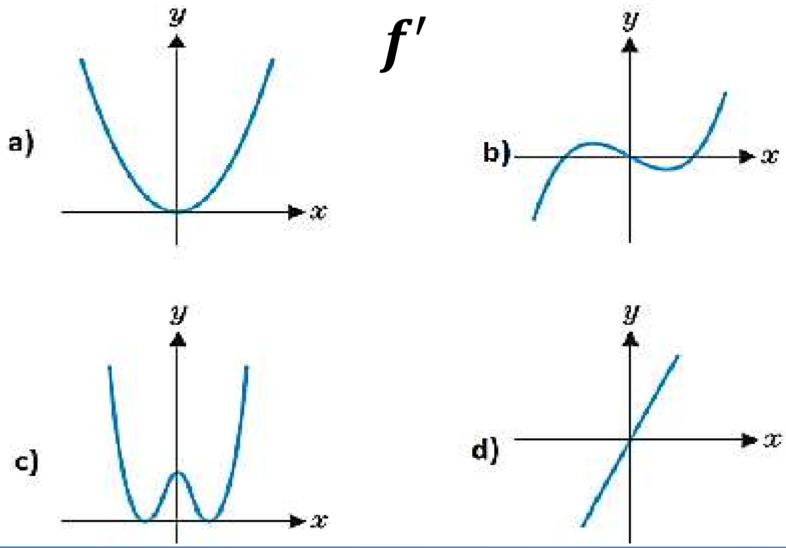
(5



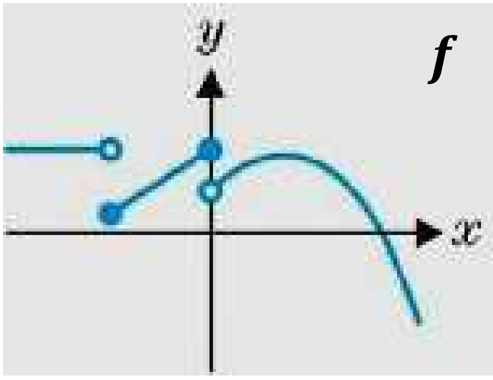


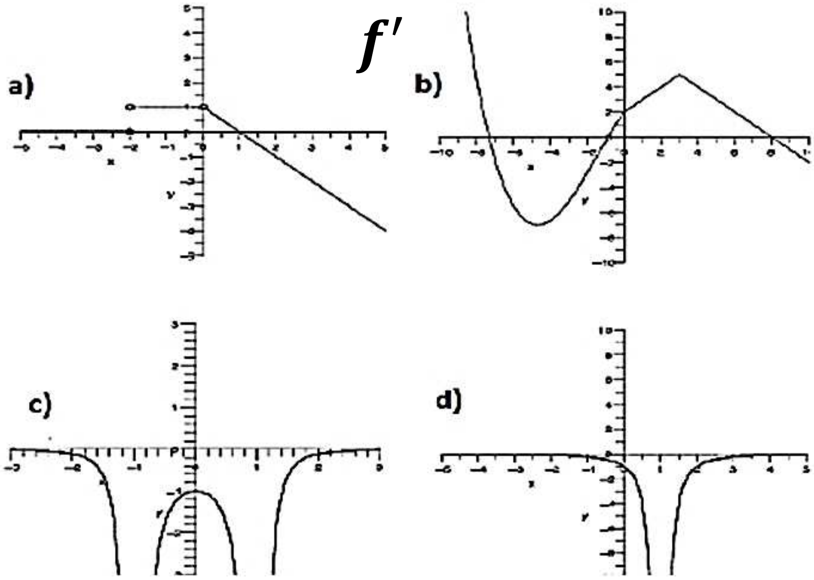
(6





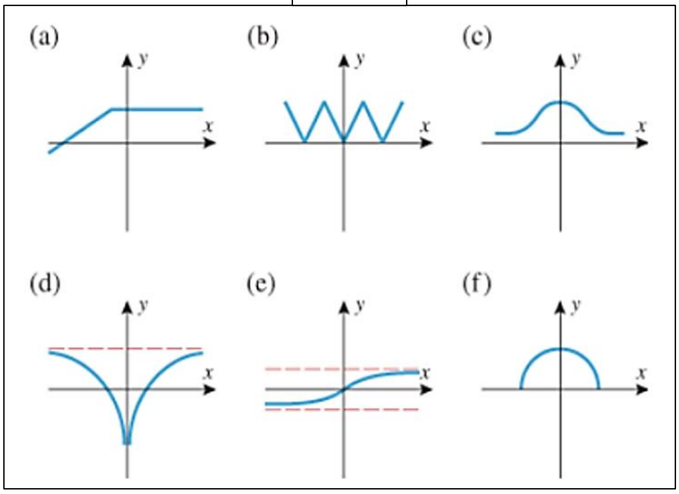
(7



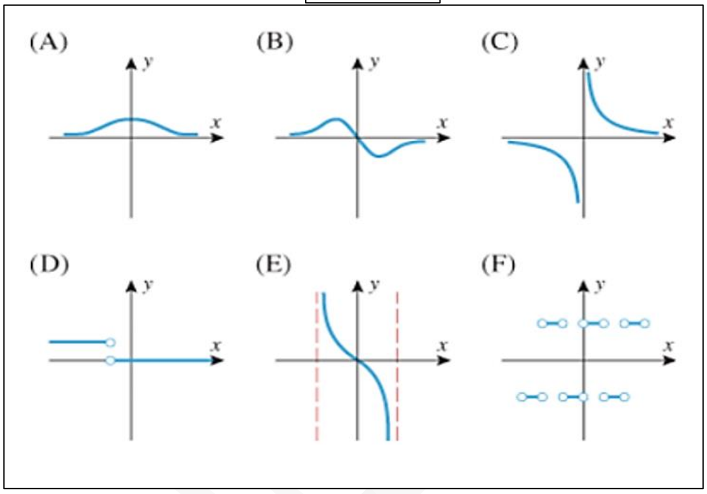


8) صل بين الدالة $f(x)$ ومشتقتها $f'(x)$

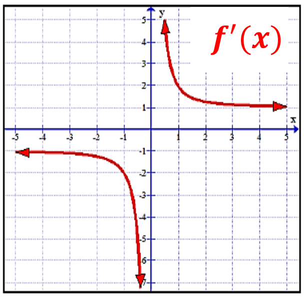
$f(x)$



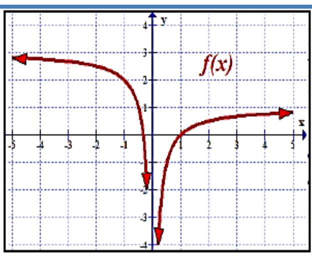
$f'(x)$



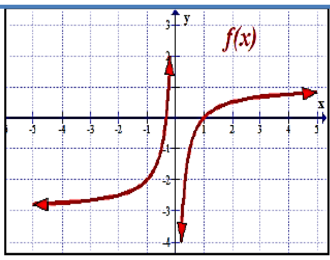
9)



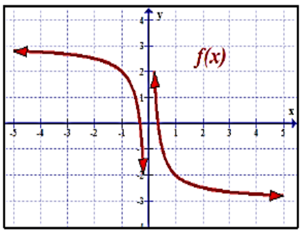
a)



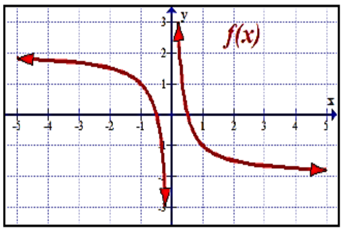
c)



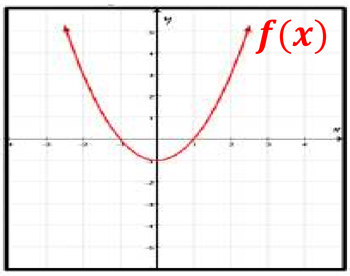
b)



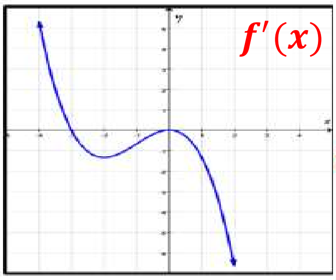
d)



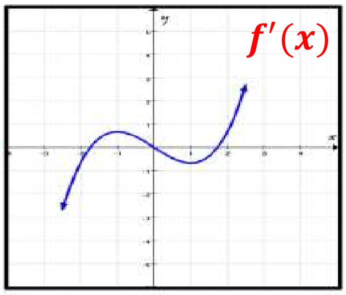
10)



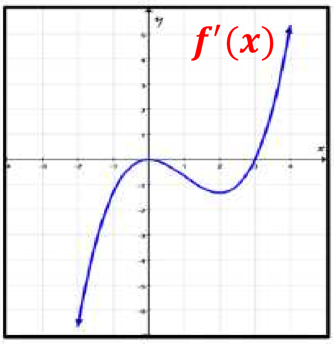
A)



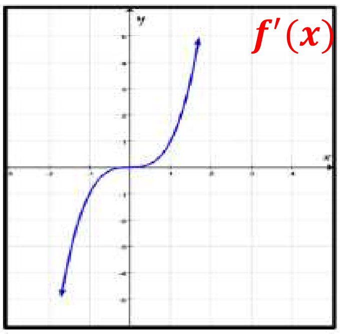
C)



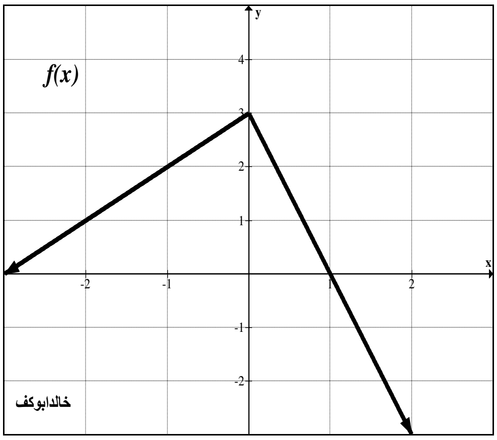
B)

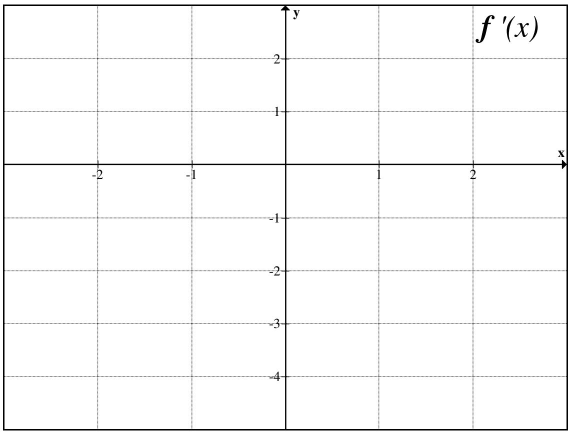


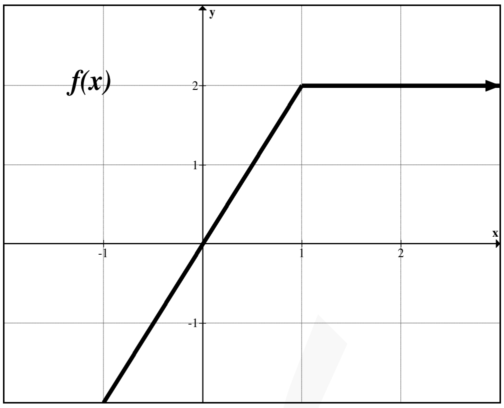
D)

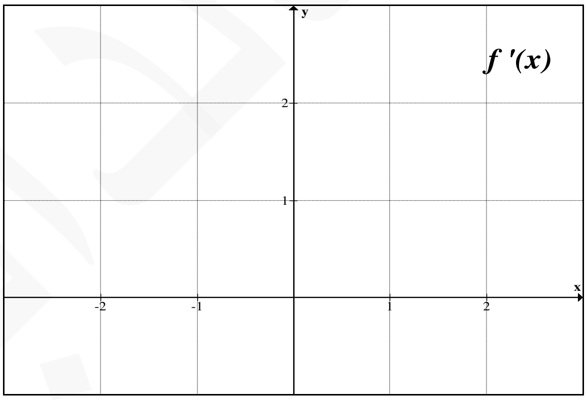


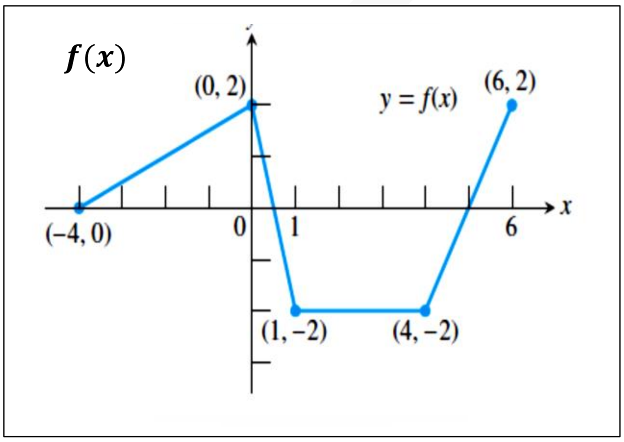
❖ ارسم المشتقة الاولى f' من الدالة f

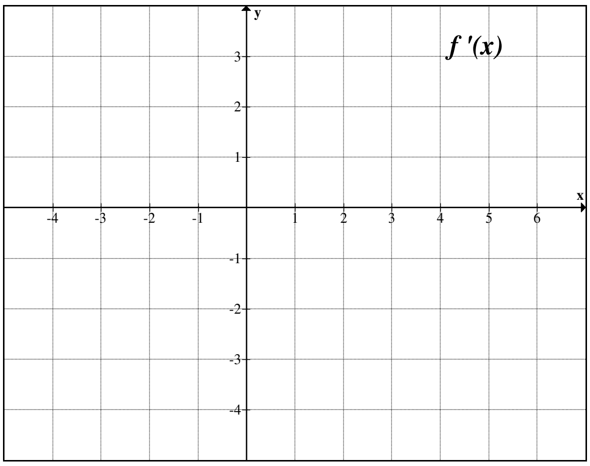




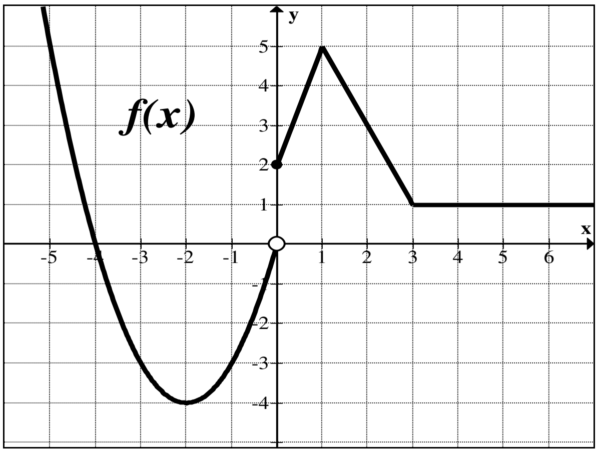








❖ اذا كان الشكل المجاور يمثل بيان الدالة$f(x)$



1) أوجد متوسط التغير في الفترة $[0,3]$

2) ما هي قيمة $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$

3) ما هي قيم x والتي عندها $f'(x)=0$

----

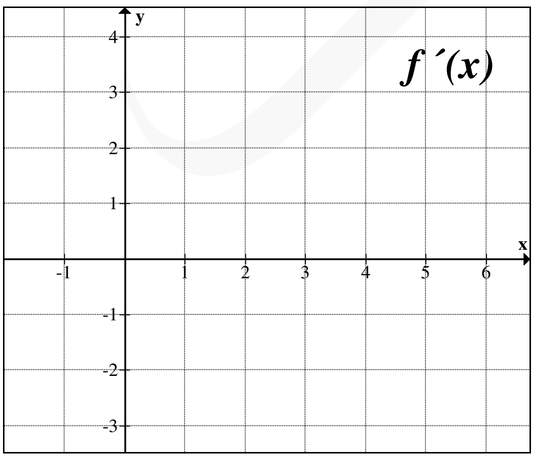
4) ما هي قيم x والتي عندها $f'(x)$ غير موجودة

----

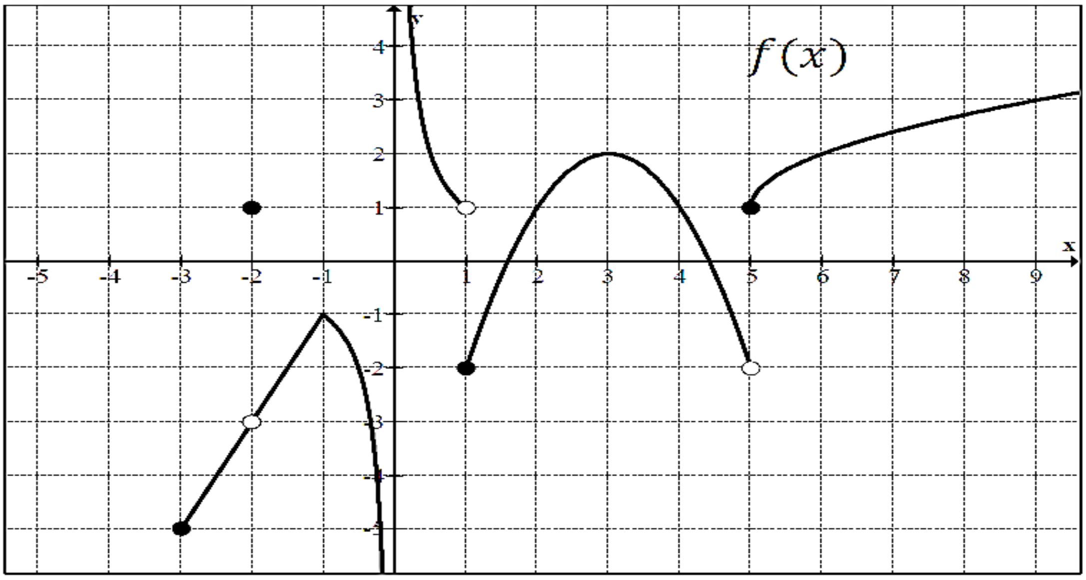
5) ما هي قيمة $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f'(x)-f'(2)}{x-2}$ = -------------------------------

6) أوجد معدل التغير عند $x=\dfrac{\pi}{2}$ -------------------------

7) أرسم $f'(x)$ في الفترة $[0,5]$



❖ أكمل الجدول التالي



هل الدالة قابلة للأشتقاق عند $x = x_1$ فسر اجابتك	حدد نوع انفصال الدالة عند قيمة x_1 إذا كانت الدالة عندها غير متصلة	هل الدالة متصلة عند $x = x_1$ فسر اجابتك	$\lim_{x \to x_1} f(x)$	قيمة x_1
....	....	....	....	$x_1 = -2$
....	....	....	....	$x_1 = -1$
....	....	....	....	$x_1 = 3$
....	....	....	....	$x_1 = 5$

1) للدالة $f(x) = x^2 + 3x - 2$ اوجد مايلي

a)متوسط التغير في الدالة في الفترة $[-1,3]$

b)معدل التغير في الدالة عند $x = 2$

2) استخدم دالة الموقع $s(t) = 16 - t^2$ لإيجاد مايلي

a) السرعة المتوسطة في الفترة $[1,3]$.

b) السرعة المتوسطة في أول ثلاث ثوان.

c) السرعة المتوسطة في الثانية الثالثة.

d) السرعة اللحظية عند $t = 5$

e) السرعة عند $t = 5$

3 – 3 حساب المشتقات (قاعدة القوة)

1) مشتقة الثابت تساوي صفر

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

2) مشتقة $(x^n) = (nx^{n-1})$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

3) مشتقة(ثابت × دالة) تساوي الثابت×مشتقة الدالة

$$\frac{d}{dx}(kf(x)) = kf'(x)$$

4) مشتقة مجموع تساوي مجموع مشتقات

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

5) رموز المشتقة :-

- المشتقة الاولى $\frac{dy}{dx} = y' = f'(x)$
- المشتقة الثانية $\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = f''(x)$
- المشتقة النونية $\frac{d^ny}{dx^n} = y^{(n)} = f^{(n)}(x)$

6) معادلة المماس لمنحنى دالة $f(x)$ عند نقطة (x_1, y_1) هي $y = m(x - x_1) + y_1$

حيث $y_1 = f(x_1)$ و $m = f'(x_1)$

7) دالة الموقع $s(t)$ و دالة السرعة اللحظية $v(t)$ والدالة التسارع $a(t)$ حيث

$$s(t) \longrightarrow v(t) \longrightarrow a(t)$$

$v(t) = s'(t)$ و $a(t) = v'(t) = s''(t)$

السرعة تساوي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة

❖ اوجد مشتقة الدوال التالية

1) $f(x) = 3x^4 - 4x - \pi$ --

2) $f(x) = 3x^{-4} + x - e^5$ --

3) $f(x) = 8x^{0.5} - \frac{x}{5} - \sqrt{7}$ --

4) $f(x) = 2\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x} - \sqrt{\pi}$

----

5) $f(x) = \frac{4}{x^3} - \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt[3]{x}} - 5$

----

6) $f(t) = 3t^4 - 4t$ --

7) $f(x) = \frac{2x^3 - 5x - 2}{x^2}$

----

8) $f(x) = \frac{(2x-3)^2}{5x}$

----

9) $f(x) = (4x - 3)(3x - 2)$

----

10) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$, $x \neq 4$

❖ اكتب معادلة المماس لكل من الدوال التالية عند النقطة المذكورة

1) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$, $x = -2$

2) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{8}{x}$, $x = 4$

3) $f(x) = x^3 + 2x + 1$, عند نقطة تقاطع الدالة مع محور y

4) $f(x) = x^2 - 2x - 3$, عند نقاط تقاطع الدالة مع محور x

5) $f(x) = x^2 - 2x + 5$, حيث المماس افقي

6) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{f(x) - 2}{x - 3} = 5$, عند $x = 3$

1)إذا كان المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - ax + 4$ عند $x = -2$ يوازي المستقيم $y = 4x - 5$ فاوجد قيمة الثابت a .

2)إذا كان المستقيم $y = 2x + 3$ مماسا للدالة $f(x) = x^2 - 4x - a$ فاوجد a .

3)أوجد قيم x والتي يكون عندها المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ افقي.

4)أوجد النقطة على منحنى الدالة $f(x) = x^2 - 5x + 1$ والتي إذا رسم عندها مماس على منحنى الدالة فإنه يصنع زاوية قياسها 45° مع محور x .

5)أوجد قيم x والتي يكون عندها مماسان على منحنيي الدالتين $f(x) = x^2 - 9x + 15$ و $g(x) = 3x - x^2$ متوازيين .

1) إذا علمت ان $f(x) = ax^3 + x^2 - 5$ و أن $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{h\to 0}\frac{f'(1+h)-f'(1)}{h}$
فأوجد قيمة الثابت a .

2) **أوجد مساحة المثلث الذي يحدده $x = 0, y = 0$ والمماس المرسوم لمنحنى الدالة**
$f(x) = 4x - x^2$ عند $x = 3$.

3) أكتب دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية $f(x)$ يمر منحناها بالنقطة $(1, -4)$ ولها مماس
أفقي عند $x = 4$ و $\lim_{h\to 0}\frac{f'(x+h)-f'(x)}{h} = 2$

1) ما المعدل اللحظي للتغير في حجم كرة عندما يكون طول نصف قطرها $10\ cm$

2) هل يمكن رسم مماس افقي للدالة $f(x) = x^3 + 5x - 2$ فسر اجابتك , وما هي اصغر قيمة للميل.

3) إذا كانت $f(x) = \frac{x^3-125}{x-5}$, فإن $\lim_{x\to5} f(x)$ تساوي

a) $3f'(5)$

b) $5f'(10)$

c) $5f'(3)$

d) $3f'(10)$

4) اوجد النقاط على منحنى الدالة $f(x) = x + \frac{4}{x}$ والتي يكون عندها المماس افقي.

5) إذا كان للدالتين $f(x) = x^2 + ax + b$ و $g(x) = cx - x^2$ مماسا مشتركا عند النقطة $(1,0)$ فاوجد قيم a, b, c

6) بين أن المنحنيين $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$ و $g(x) = 3x^2 + 5x + 5$ متماسان عند النقطة $(-1,3)$

❖ أوجد $f'(x)$ لكل من الدوال التالية

1) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , \quad -2 \le x < 0 \\ x^2 & , \quad 0 \le x < 2 \\ x^3 - 2x^2 + 4 & , \quad x \ge 2 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} x^3 & , \quad x \le 1 \\ 3x+1 & , \quad x > 1 \end{cases}$

3) $f(x) = |x-3|^2$

4) $f(x) = x|x|$

5) $f(x) = \frac{|x|}{x}$

6) أي من الدوال التالية قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

a) $p(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \ge 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 4x & , x < 2 \\ x^2 + 4 & , x \ge 2 \end{cases}$

c) $g(x) = \begin{cases} 4 + 2x & , x < 2 \\ 2x & , x \ge 2 \end{cases}$

d) $h(x) = \begin{cases} 3x & , x < 2 \\ x + 4 & , x \ge 2 \end{cases}$

❖ أكمل الجدول التالي

الدالة	نقاط عدم قابلية الاشتقاق	السبب
1) $y = \|2x - 6\|$		
2) $y = 3 - \|x\|$		
3) $y = \|x^2 - 4x\|$		
4) $y = \|x^2 + 4\|$		
5) $y = [x]$		
6) $y = \frac{5}{x-1}$		
7) $y = \sqrt[3]{x}$		
8) $y = \sqrt[3]{x^2}$		
9) $y = \sqrt[3]{x-2}$		
10) $y = \sqrt[5]{x^2 - 3x}$		
11) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 1}$		
12) $y = \sqrt[3]{(x^2 - 4)^2}$		
13) $y = \sqrt[3]{(x - 1)^4}$		
14) $y = \sqrt[3]{(x-2)(x+1)}$		
15) $y = \sqrt{\|x - 3\|}$		
16) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$		
17) $y = \frac{\sin(3x)}{2x}$		
18) $y = \|sinx\|$		
19) $y = sin\|x\|$		
20) $y = cos\|x\|$		
21) $y = \|cosx\|$		

❖ أوجد الثوابت c , b , a في الحالات التالية

1)إذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} x^3 & , \quad x\le 1 \\ 3x+a & , \quad x>1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=1$

2)إذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} bx^3 & , \quad x\le 1 \\ 6x^2+a & , \quad x>1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=1$

3)إذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} ax^3 & , \quad x\le 1 \\ bx^2+c & , \quad x>1 \end{cases}$ حيث $f'(1)=6$

4) إذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} ax^3 & , \quad x\le 1 \\ bx^2+c & , \quad x>1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق حيث $f(1)=6$

5)إذا كانت $\boldsymbol{f(x)=\begin{cases} x^2+bx+3 & , \quad x<1 \\ ax+c & , \quad x\ge 1 \end{cases}}$ و كان متوسط التغير للدالة $f(x)$ عندما تتغير x من $x_1=1$ إلى $x_2=5$ هو 3 و كانت $\boldsymbol{f(x)}$ قابلة للاشتقاق عند $\boldsymbol{x=1}$

1) استخدم دالة الموقع المعطاة لايجاد السرعة المتجهة والسرعة والتسارع

1) $s(t) = t^3 - 4t^2 - 5 \quad , \quad t = 2$ عند

2) $s(t) = t^2 - \sqrt{t} \quad , \quad t = 4$ عند

2) اذا كان موضع جسيم يعطى بالدالة $s(t) = t^3 - 6t^2 + 3t - 4$
حيث $t \geq 0$ فاوجد سرعة الجسم عندما تكون عجلته $-6m/sec^2$

3) قذف جسم رأسيا للاعلى بحيث ان إرتفاعه عن سطح الارض يعطى بالعلاقة
$\boldsymbol{s(t) = 40t - 5t^2}$ أوجد

1) السرعة الابتدائية التي قذف بها الجسم .

2) اقصى ارتفاع يصله الجسم .

3 – 4 قواعد الضرب والقسمة

اذا كانت $f(x)$ و $g(x)$ دالتين قابلتين للاشتقاق فان

1) $\frac{d}{dx}(f(x)\times g(x)) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ (قاعدة الضرب)

2) $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$ (قاعدة القسمة)

3) $\frac{d}{dx}(f(x))^n = n(f(x))^{n-1}\times f'(x)$ (مشتقة القوس)

4) $\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ (مشتقة الجذر التربيعي)

❖ أوجد المشتقات التالية

1) $\frac{d}{dx}(\,(3x-2)(x^2+3)\,)$--------------------------------

2) $\frac{d}{dx}(\frac{2x-6}{3x+1})$--

3) $\frac{d}{dx}(\,(x^2-3x+2)^5$------------------------------------

4) $\frac{d}{dx}(\,\sqrt{5-3x^6}\,)$-------------------------------------

5) $\frac{d}{dx}(\sqrt[5]{2x-7}\,)$ ------------------------------------

6) $\frac{d}{dx}(\,(x^2-1)^5(x^2+1)^5\,)$-----------------------

❖ بفرض أن g , f دالتان قابلتان للاشتقاق عند $x = 1$ وأن $g(1) = -2,\ g'(1) = 2$
$f'(1) = 3$, $f(1) = 1$. أوجد مايلي عند $x = 1$

1) $\frac{d}{dx}(2f(x) - g(x) + x^2)$	2) $\frac{d}{dx}(f(x)g(x))$
3) $\frac{d}{dx}(\frac{5}{g(x)})$	**4)** $\frac{d}{dx}(x^{-2}f(x))$
5) $\frac{d}{dx}(x^2 f(x) g(x))$	**6)** $\frac{d}{dx}(f^2(x) + g^3(x))$
7) $\frac{d}{dx}((2f(x) - 3g(x))^2)$	8) $\frac{d}{dx}(\sqrt{f(x) - g(x)})$

1) إذا كانت الدالة $f(x)=\frac{2x-3}{g(x)}$ حيث لمنحنى الدالة $g(x)$ مماسا افقيا عند النقطة $(1,3)$
فأوجد $f'(1)$

2) إذا كانت $f(x)=\frac{2x+k}{(x-1)^2}+a$, أوجد قيمة الثابتين a , k التي تجعل للدالة مماسًا أفقيًا عند النقطة $(0,6)$.

3) إذا كانت $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$ حيث $f(x)$, $g(x)$ دوال قابلة للاشتقاق عند $x=a$
و إذا علمت أن $h'(a)=0$ فإن $\frac{g'(a)}{f'(a)}$ تساوي

a) $h(a)$
b) $h'(a)$
c) $\frac{1}{2}h'(a)$
d) $2h'(a)$

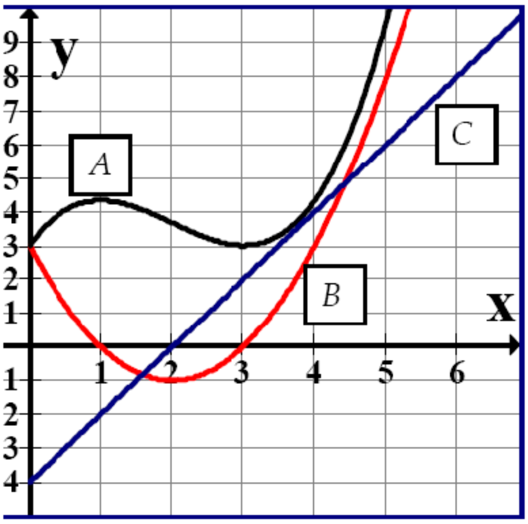
4) إذا كانت $f'(x)=k\sqrt{f(x)}$ و $f''(x)=8$ حيث $k>0$, أوجد قيمة k

5) يتحرك جسيم حسب العلاقة $v(t)=8\sqrt{s(t)}$ اثبت ان الجسيم يتحرك بتسارع ثابت

6) جسيم يتحرك حيث $s(t)=t\sqrt{t}+6t$ أوجد التسارع عندما تكون سرعته $9m/sec$.

7) جسيم يتحرك حيث $s(t)=\sqrt{2t^2+18}$ المسافة بالأمتار ، و t الزمن بالثواني أوجد موضع الجسيم عندما تكون سرعته $1m/sec$.

8) من الشكل المجاور حدد
a) دالة الموقع
b) دالة السرعة المتجهة
c) دالة العجلة



1) قام أحد المصانع بطباعة شعار على القمصان التي ينتجها ويبيع هذا المصنع إنتاجه 150 ألف قميص سنويًا بسعر 25 درهم للقميص الواحد فإذا قرر مدير المصنع وضع خطة لزيادة الإيرادات وذلك بتخفيض إنتاج المصنع بمعدل 8 آلاف قميص سنويًا ورفع السعر بمعدل 2 درهم للقميص كل سنة، أوجد معدل التغير في إيرادات المصنع؟

2) على فرض أن السعر الحالي لقطعة واحدة هو 2.4 درهم وتم بيع 12000 قطعة بهذا السعر.
إذا كان السعر يزداد بمعدل 10 فلسات في العام الواحد وتقل الكمية المبيعة بمعدل 1500 قطعة في العام فبأي معدل تزداد الإيرادات ؟

3) شركة إنتاج ملابس تبيع إنتاجها البالغ 20,000 قطعة كل شهر بسعر 50 درهم للقطعة الواحدة فإذا قررت الشركة زيادة الإنتاج بمعدل 1,500 قطعة كل شهر وذلك لرفع إيراداتها بمعدل 90,000 درهم كل شهر، ما هو معدل تغير السعر الذي عليها أن تزيده عندئذ؟

4) مصنع لديه 200 آلة غزل ينتج 15 طن من القماش لكل آلة في السنة أراد مجلس الإدارة أن يوسع المصنع بمعدل 20 آلة كل سنة فكان المتوسط السنوي للإنتاج يتحسن بمعدل 2 طن لكل آلة فما هو المعدل اللحظي للإنتاج السنوي الكلي من القماش؟

5) قسم اعضاء أحد النوادي ايجار الخيمة بالتساوي على عدد الاعضاء. فإذا كان هناك 20عضوا وكان ايجار الخيمة 2500 درهم وإذا كانت قيمة الايجار تتزايد بمعدل 200 درهم كل سنة وأعضاء النادي يتزايدون بمعدل 10 اعضاء كل سنة
ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل عضو الذي يدفعه لإيجار الخيمة

6) لدى أحمد بستان برتقال به 180 شجرة تعطي محصولًا قدره 10 صناديق من البرتقال لكل شجرة،وأراد أن يوسع مزرعته بمعدل 15 شجرة كل سنة وقد كان المعدل السنوي للمحصول بعد التحسين يزداد بمقدار 2.5 صندوق لكل شجرة، ما المعدل اللحظي في الإنتاج السنوي الكلي من البرتقال؟

7) لدى أم سعيد مزرعة دواجن فيها 290 دجاجة تبيض كل دجاجة 8 بيضات أسبوعيًا أرادت أم سعيد أن تزيد من عدد دجاجات مزرعتها بمعدل 20 دجاجة كل أسبوع وكان المعدل الأسبوعي للبيض بعد التحسين يزداد بمعدل 3 بيضة لكل دجاجة ، أوجد المعدل اللحظي في الإنتاج الأسبوعي من البيض.

المشتقة النونية

1) اذا كانت $f(x) = xg(x)$ فاوجد $f^{(n)}(x)$

2) اذا كانت $f(x) = \frac{1}{x}$ فاوجد $f^{(n)}(x)$

قاعدة السلسلة 3 – 5

- إذا كانت $g(x)$ قابلة للاشتقاق عند x وكانت $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند $g(x)$ فان

$$\frac{d}{dx}(f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

- $If \quad y \to u \to x \qquad then \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

❖ أوجد $\frac{dy}{dx}$ لمايلي

1) $y = xf(x^2)$	2) $y = f^2(x)$
3) $y = f(f(g(\sqrt{x})))$	4) $y = f(x^2 f(x))$
5) $y = f(\frac{1}{f(x)})$	6) $y = f(\frac{x}{f(x)})$
7) $y = (1 + f(\sqrt{x}))^4$	8) $y = f(g(x^2))$

❖ بالاعتماد على الجدول التالي

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	**-1**	**-1**	**3**	**-1**
1	**-2**	**3**	**1**	**-2**

أوجد $h'(a)$ في الحالات التالية

1) $h(x) = x^3 f(x) g(x) \quad , \quad a = 1$

2) $h(x) = \frac{f(x^2+1)}{g(x)-4} \quad , \quad a = 0$

3) $h(x) = \sqrt{2f(x) + 5g(x)} \quad , \quad a = 1$

4) $h(x) = f\big(x - g(x)\big) \quad , \quad a = 1$

5) أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة $h(x) = f(g(x) - 2)$ **عند** $x = 0$

1) إذا علمت أن $f(x) = x^3g(x) + h(g(x))$ حيث $h(x) = 2x^2 + 1$ و
$g(1) = 1$ ، $g'(1) = 4$ أوجد $f'(1)$.

2) إذا كانت $f'(2) = -2$ و $f(2) = 3$ و $h(x) = 2x^2$ و $g(x) = f^3(x) + h(3x)$
. أوجد $g'(2)$.

3) لتكن $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & , \quad x \le 2 \\ x^3 & , \quad x > 2 \end{cases}$ ، $g(x) = (x^2 - 3)^4$ ، أوجد $(fog)'(2)$

4) اوجد جميع النقاط على منحنى الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 6x}$ والتي تكون عندها $f'(x)$ غيرموجودة

1) إذا كانت $y = f(3x)$ ، $\frac{dy}{dx} = 9x^2$ أوجد :

a) $f''(3x)$

b) $f''(6)$

2) إذا علمت أن $y = u^3 - 5u$ و $u = \frac{1}{f(x)} - 3$ و $f'(1) = 2$ ، $f(1) = 1$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$.

3) إذا كانت $y = x^2 - 3x$ و $x = 4t - 2$ ، فإن $\frac{dy}{dx} + 7\frac{dx}{dt} - 21$ تساوي.

a) 8	b) -8	c) $8t$	d) t

4) إذا كانت $g(x) = 4x + 5$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & , \ x \geq 1 \\ 6x^2 - 1 & , \ x < 1 \end{cases}$. أوجد $\frac{d}{dx}(f(g(x)))$ عند $x = 1$

❖ إذا كانت $f(x)$ قابلة للاشتقاق ولها دالة عكسية هي $g(x)$ $\left(g(x) = f^{-1}(x)\right)$

فإن $g'(x) = \dfrac{1}{f'(g(x))}$

1) إذا كانت الدالة $g(x)$ هي معكوس الدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ فاوجد $g'(-2)$

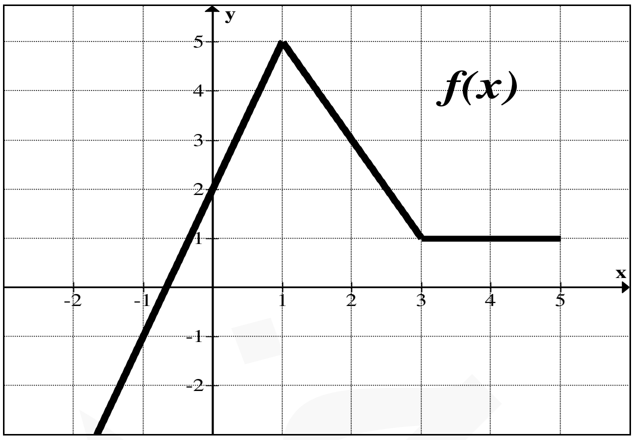
2) إذا كانت الدالة $g(x)$ هي معكوس الدالة $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$ فاوجد $g'(2)$

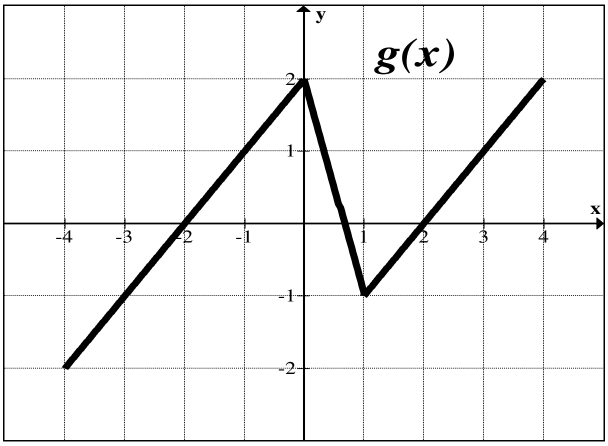
3) إذا كانت الدالة $g(x)$ هي معكوس الدالة $f(x)$ بحيث ان $f(3) = 5$ و $f'(3) = 4$ فاوجد $g'(5)$

4) إذا كانت الدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ فاوجد $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$ عند $x = -2$

5) إذا علمت ان منحنى الدالة $f(x)$ يمر بالنقطة $(0, -3)$ وأن $f'(0) = 6$
وأن $g(x) = f^{-1}(x)$ فأوجد $g'(-3)$

❖ استخدم التمثيلات البيانية لإيجاد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة المذكورة





1) $\boldsymbol{y = f(x)g(x)} \quad , \quad x = 2$

2) $\boldsymbol{y = f(g(x))} \quad , \quad x = 2$

3) $\boldsymbol{y = f(f(x))} \quad , \quad x = 0$

4) $\boldsymbol{y = f(x + f(x^3))} \quad , \quad x = 0$

❖ **يبين الشكل المجاور منحنيي الدالتين $f(x)$ و $g(x)$, إذا كان $h(x) = f(g(x))$**
وكان $p(x) = g(f(x))$ فأوجد

$p'(1)$ $\qquad$ $h'(1)$