

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



مراجعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري منهج بريدج

موقع المناهج ← المناهج الإماراتية ← الصف الرابع ← رياضيات ← الفصل الثاني ← ملفات متنوعة ← الملف

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 09:51:53 2025-02-23

ملفات اكتب للمعلم اكتب للطالب الاختبارات الكترونية | اختبارات | حلول | عروض بوربوينت | أوراق عمل
منهج انجليزي | ملخصات وتقارير | مذكرات وبنوك | الامتحان النهائي للمدرس

المزيد من مادة
رياضيات:

إعداد: محمود رشوان

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الرابع



صفحة المناهج
الإماراتية على
فيسبوك

الرياضيات

اللغة الانجليزية

اللغة العربية

التربية الاسلامية

المواد على تلغرام

المزيد من الملفات بحسب الصف الرابع والمادة رياضيات في الفصل الثاني

تجميعه أسئلة الوحدة السابعة والثامنة وفق الهيكل الوزاري منهج ريفيل

1

أسئلة اختبار EQUIVALENCE FRACTION 8 UNIT 2 Quiz منهج ريفيل

2

تجميعه أسئلة وفق الهيكل الوزاري

3

حل أسئلة كويز Quiz الوحدة الثامنة منهج ريفيل

4

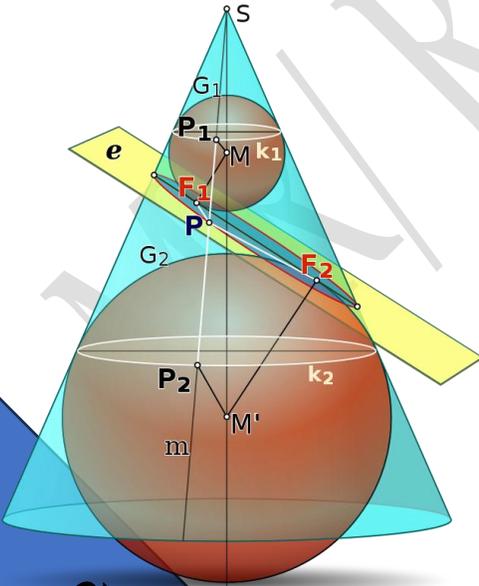
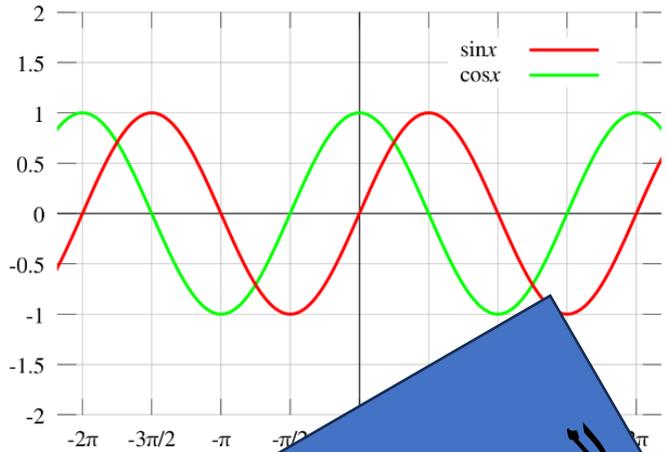
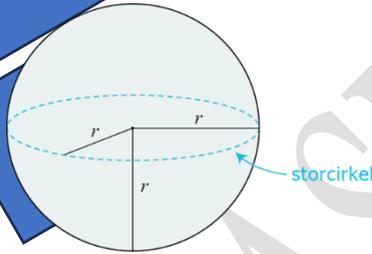
أسئلة كويز Quiz الوحدة الثامنة منهج ريفيل

5

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx$$

هيكل الرياضيات 12 متقدم

الفصل الدراسي الثاني 2025



الفصل الدراسي الثاني 2024/2025
الصف الثاني عشر متقدم

إعداد: أ / محمود رشوان

$$\frac{dy}{dx} = \csc^{-1} x$$

التعريف 3.3

يسمى العدد c في مجال دالة معينة f عددًا حرجًا لـ f إذا كانت $f'(c) = 0$ أو $f'(c)$ غير معرّفة.

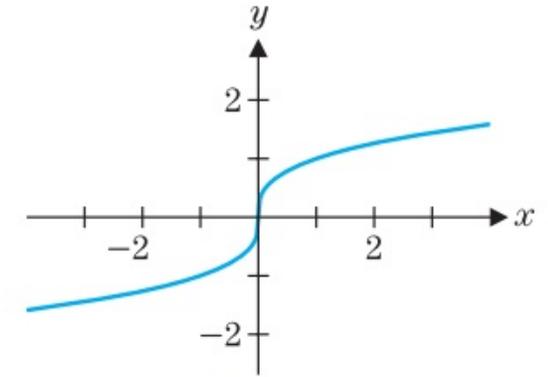
مثال 3.10 إيجاد أعداد حرجة لدالة نسبية

جد كل الأعداد الحرجة لـ $f(x) = \frac{2x^2}{x+2}$.

الحل يجب أن نلاحظ أن مجال f يتكون من كل الأعداد الحقيقية غير $x = -2$. لدينا هنا

$$f'(x) = \frac{4x(x+2) - 2x^2(1)}{(x+2)^2} \quad \text{من قاعدة ناتج القسمة.}$$

$$= \frac{2x(x+4)}{(x+2)^2}$$



الشكل 4.35

$$y = x^{1/3}$$

لاحظ أن $f'(x) = 0$ لـ $x = 0, -4$ و $f'(x)$ غير معرّفة عندما $x = -2$. ومع ذلك، فإن -2 ليست في مجال f وبالتالي فإن الأعداد الحرجة فقط هي $x = 0$ و $x = -4$.

في التمارين 25-34، جد القيم القصوى المطلقة لدالة

25. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترتين (a) $[0, 2]$ و (b) $[-3, 2]$

26. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$ في الفترتين (a) $[-3, 1]$ و (b) $[-1, 3]$

27. $f(x) = x^{2/3}$ في الفترتين (a) $[-4, -2]$ و (b) $[-1, 3]$

28. $f(x) = \sin x + \cos x$ في الفترتين (a) $[0, 2\pi]$ و (b) $[\pi/2, \pi]$

29. $f(x) = e^{-x^2}$ في الفترتين (a) $[0, 2]$ و (b) $[-3, 2]$

30. $f(x) = x^2 e^{-4x}$ في الفترتين (a) $[-2, 0]$ و (b) $[0, 4]$

31. $f(x) = \frac{3x^2}{x-3}$ في الفترتين (a) $[-2, 2]$ و (b) $[2, 8]$

32. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$ في الفترتين (a) $[0, 1]$ و (b) $[-3, 4]$

33. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ في الفترتين (a) $[0, 2]$ و (b) $[-3, 3]$

34. $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 16}$ في الفترتين (a) $[0, 2]$ و (b) $[0, 6]$

في التمارين 1-10، جد (يدويًا) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة والفترات التي تكون فيها متناقصة. استخدم هذه المعلومات في تحديد جميع القيم القصوى المحلية وارسم تمثيلًا بيانيًا.

1. $y = x^3 - 3x + 2$

2. $y = x^3 + 2x^2 + 1$

3. $y = x^4 - 8x^2 + 1$

4. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

5. $y = (x + 1)^{2/3}$

6. $y = (x - 1)^{1/3}$

7. $y = \sin x + \cos x$

8. $y = \sin^2 x$

9. $y = e^{x^2-1}$

10. $y = \ln(x^2 - 1)$

في التمارين 33-38، جد (يدويًا) كافة خطوط التقارب والقيم القصوى، وارسم تمثيلًا بيانيًا.

$$33. y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$34. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$35. y = \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3}$$

$$36. y = \frac{x}{1 - x^4}$$

$$37. y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$38. y = \frac{x^2 + 2}{(x + 1)^2}$$

في التمارين 11-20، جد (يدويًا) جميع الأعداد الحرجة
 واستخدم اختبار المشتقة الأولى لتصنيف كل واحدة على
 أنها قيمة عظمى محلية أو قيمة صغرى محلية أو غير
 ذلك.

$$11. y = x^4 + 4x^3 - 2$$

$$12. y = x^5 - 5x^2 + 1$$

$$13. y = xe^{-2x}$$

$$14. y = x^2e^{-x}$$

$$15. y = \tan^{-1}(x^2)$$

$$16. y = \sin^{-1}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$17. y = \frac{x}{1 + x^3}$$

$$18. y = \frac{x}{1 + x^4}$$

$$19. y = \sqrt{x^3 + 3x^2}$$

$$20. y = x^{4/3} + 4x^{1/3}$$

في التمارين 1-8، حدد الفترات التي يكون فيها التمثيل البياني لدالة معطاة مقعرًا إلى الأعلى والفترات التي يكون فيها مقعرًا إلى الأسفل، وحدد نقاط الانعطاف.

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

2. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2x + 3$

3. $f(x) = x + 1/x$

4. $f(x) = x + 3(1 - x)^{1/3}$

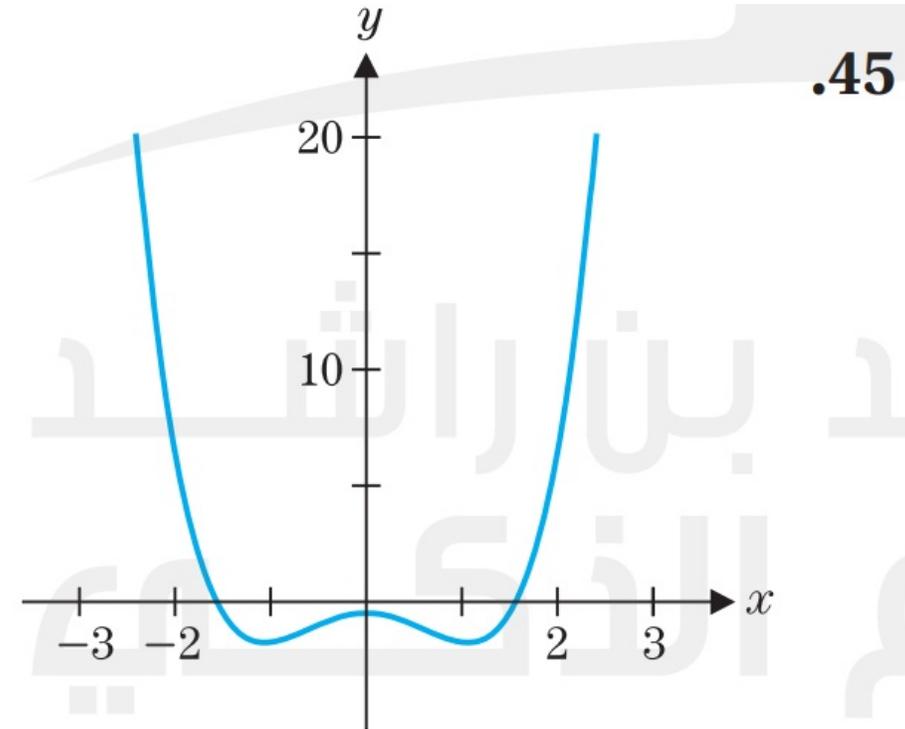
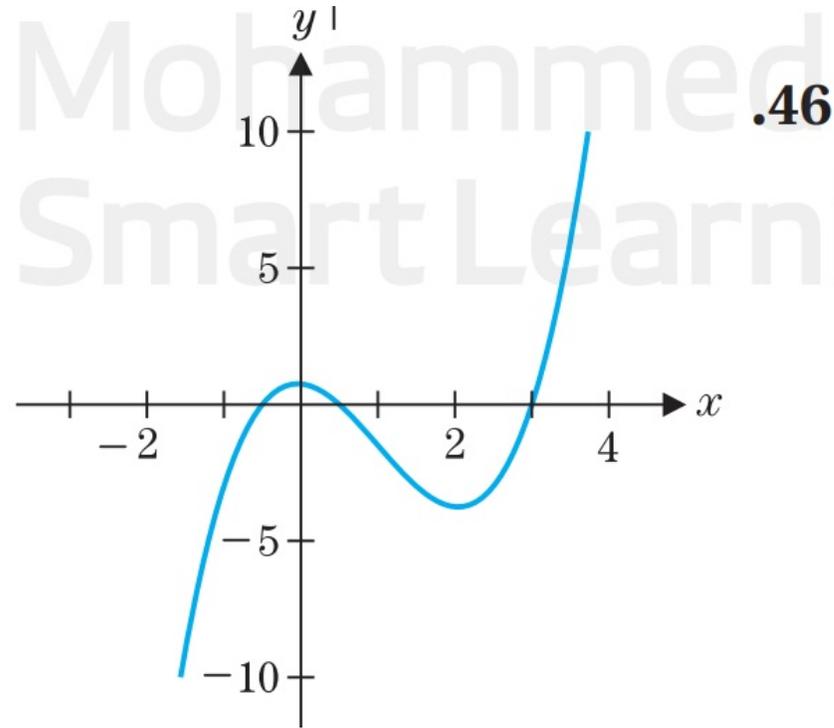
5. $f(x) = \sin x - \cos x$

6. $f(x) = \tan^{-1}(x^2)$

7. $f(x) = x^{4/3} + 4x^{1/3}$

8. $f(x) = xe^{-4x}$

في التمرينين 45 و 46، قَدِّر الفترات المتزايدة والمتناقصة،
ومواقع القيم القصوى المحلية، وفترات التقعر، ومواقع
نقاط الانعطاف.



في التمارين 49–52، جد دالة يوجد بتمثيلها البياني خطوط التقارب المعطاة.

49. $x = 1$, $x = 2$ and $y = 3$ 50. $x = -1$, $x = 1$ and $y = 0$

51. $x = -1$, $x = 1$, $y = -2$ and $y = 2$

52. $x = 1$, $y = 2$ and $x = 3$

في التمارين 5-28، جد الدالة الاصلية

$$5. \int (3x^4 - 3x) dx$$

$$7. \int \left(3\sqrt{x} - \frac{1}{x^4} \right) dx$$

$$9. \int \frac{x^{\frac{1}{3}} - 3}{x^{\frac{2}{3}}} dx$$

$$11. \int (2 \sin x + \cos x) dx$$

$$13. \int 2 \sec x \tan x dx$$

$$15. \int 5 \sec^2 x dx$$

$$17. \int (3e^x - 2) dx$$

$$19. \int (3 \cos x - 1/x) dx$$

$$6. \int (x^3 - 2) dx$$

$$8. \int \left(2x^{-2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$10. \int \frac{x + 2x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{5}{4}}} dx$$

$$12. \int (3 \cos x - \sin x) dx$$

$$14. \int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$16. \int 4 \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$18. \int (4x - 2e^x) dx$$

$$20. \int (2x^{-1} + \sin x) dx$$

$$21. \int \frac{4x}{x^2 + 4} dx$$

$$23. \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

$$25. \int \frac{e^x}{e^x + 3} dx$$

$$27. \int x^{\frac{1}{4}} (x^{\frac{5}{4}} - 4) dx$$

$$22. \int \frac{3}{4x^2 + 4} dx$$

$$24. \int (2 \cos x - \sqrt{e^{2x}}) dx$$

$$26. \int \frac{e^x + 3}{e^x} dx$$

$$28. \int x^{\frac{2}{3}} (x^{-\frac{4}{3}} - 3) dx$$

في التمارين 35–40، جد الدالة $f(x)$ التي تحقق الشروط المعطاة.

35. $f'(x) = 3e^x + x, f(0) = 4$

36. $f'(x) = 4 \cos x, f(0) = 3$

37. $f''(x) = 12x^2 + 2e^x, f'(0) = 2, f(0) = 3$

38. $f''(x) = 20x^3 + 2e^{2x}, f'(0) = -3, f(0) = 2$

39. $f''(t) = 2 + 2t, f(0) = 2, f(3) = 2$

40. $f''(t) = 4 + 6t, f(1) = 3, f(-1) = -2$

في التمارين 41-44، جد كل الدوال التي تحقق الشروط
المعطاة.

41. $f''(x) = 3 \sin x + 4x^2$

42. $f''(x) = \sqrt{x} - 2 \cos x$

43. $f'''(x) = 4 - 2/x^3$

44. $f'''(x) = \sin x - e^x$

45. حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3 - 12t$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 3$.

46. حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة هي $v(t) = 3e^{-t} - 2$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$.

47. حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = 3 \sin t + 1$ والسرعة المتجهة الابتدائية هي $v(0) = 0$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 4$.

48. حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة التسارع هي $a(t) = t^2 + 1$ والسرعة المتجهة الابتدائية هي $v(0) = 4$ والموقع الابتدائي هو $s(0) = 0$.

في التمارين 9-18، استخدم قواعد المجموع لحساب المجموع.

$$9. \sum_{i=1}^{70} (3i - 1)$$

$$11. \sum_{i=1}^{40} (4 - i^2)$$

$$13. \sum_{n=1}^{100} (n^2 - 3n + 2)$$

$$15. \sum_{i=3}^{30} [(i - 3)^2 + i - 3]$$

$$17. \sum_{k=3}^n (k^2 - 3)$$

$$10. \sum_{i=1}^{45} (3i - 4)$$

$$12. \sum_{i=1}^{50} (8 - i)$$

$$14. \sum_{n=1}^{140} (n^2 + 2n - 4)$$

$$16. \sum_{i=4}^{20} (i - 3)(i + 3)$$

$$18. \sum_{k=0}^n (k^2 + 5)$$

في التمارين 5–10، قَرِّب المساحة تحت المنحنى على الفترة المعطاة باستخدام n مستطيلًا وقواعد القيم (a) نقطة النهاية اليسرى (b) نقطة المنتصف (c) نقطة النهاية اليمنى.

5. $y = x^2 + 1$ on $[0, 1]$, $n = 16$
6. $y = x^2 + 1$ on $[0, 2]$, $n = 16$
7. $y = \sqrt{x + 2}$ on $[1, 4]$, $n = 16$
8. $y = e^{-2x}$ on $[-1, 1]$, $n = 16$
9. $y = \cos x$ on $[0, \pi/2]$, $n = 50$
10. $y = x^3 - 1$ on $[-1, 1]$, $n = 100$

في التمرينين 23 و24، احسب $\int_0^4 f(x) dx$.

$$23. f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 1 \\ 4 & , x \geq 1 \end{cases}$$

$$24. f(x) = \begin{cases} 2 & \text{إذا } x \leq 2 \\ 3x & \text{إذا } x > 2 \end{cases}$$

في التمارين 55–58، جد القيمة المتوسطة للدالة على الفترة المعطاة.

55. $f(x) = x^2 - 1, [1, 3]$

56. $f(x) = 2x - 2x^2, [0, 1]$

57. $f(x) = \cos x, [0, \pi/2]$

58. $f(x) = e^x, [0, 2]$

في التمارين من 5 إلى 30، جد قيمة التكامل غير المحدود.

$$5. \int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx$$

$$6. \int \sqrt{1 + 10x} dx$$

$$7. \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

$$8. \int \sin^3 x \cos x dx$$

$$9. \int t^2 \cos t^3 dt$$

$$10. \int \sin t (\cos t + 3)^{3/4} dt$$

$$11. \int x e^{x^2+1} dx$$

$$12. \int e^x \sqrt{e^x + 4} dx$$

$$13. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$14. \int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$$

$$15. \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

$$16. \int \sec^2 x \sqrt{\tan x} dx$$

FRQ - الأسئلة المقالية

Number of FRQ عدد الأسئلة المقالية	5
Marks per FRQ الدرجات للأسئلة المقالية	(5-10)

مثال 9.1 تحليل التكلفة الحدية لمنتجات تجارية

على فرض أن

$$C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$$

هو إجمالي التكلفة (بالدرهم) معينة تنتج x وحدة من منتجات معينة. اوجد قيمة التكلفة الحدية عند $x = 100$ وقارنها بالتكلفة الفعلية لإنتاج 100 وحدة.

الحل دالة التكلفة الحدية هي مشتقة دالة التكلفة:

$$C'(x) = 0.04x + 2$$

وبالتالي، التكلفة الحدية لـ $x = 100$ هي $C'(100) = 4 + 2 = 6$ دراهم لكل وحدة. ومن ناحية أخرى، فإن التكلفة الفعلية للمنتج عدد 100 ستكون $C(100) - C(99)$. (لماذا؟) لدينا

$$\begin{aligned} C(100) - C(99) &= 200 + 200 + 4000 - (196.02 + 198 + 4000) \\ &= 4400 - 4394.02 = 5.98 \text{ دراهم} \end{aligned}$$

لاحظ أن هذا قريب جدًا من التكلفة الحدية البالغة 6 AED. لاحظ أيضًا أن التكلفة الحدية سهلة في حسابها. ■

الكمية الاخرى التي تستخدمها الشركات لتحليل الإنتاج هو متوسط التكلفة. يمكنك تذكر صيغة متوسط التكلفة بسهولة من خلال التفكير في أي مثال. إذا بلغ إجمالي تكلفة إنتاج 12 منتجاً AED 120، فيكون متوسط التكلفة فأً $\left(\frac{120}{12}\right)$ AED لكل منتجاً. وبشكل عام، يحدد إجمالي التكلفة من خلال $C(x)$ و عدد العناصر من خلال، x وبالتالي يحدد متوسط التكلفة من خلال

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$$

يرغب مديرو الشركات في معرفة مستوي الإنتاج الذي يخفض متوسط التكلفة.

مثال 9.2 القيمة الصغرى لمتوسط التكلفة لمنتجات تجارية

على فرض أن

$$C(x) = 0.02x^2 + 2x + 4000$$

هو إجمالي التكلفة (بالدراهم) لشركة معينة تنتج x وحدة من منتجات معينة. فجد مستوى الإنتاج x الذي يحقق القيمة الصغرى لمتوسط التكلفة.

الحل تحدد دالة متوسط التكلفة من خلال

$$\bar{C}(x) = \frac{0.02x^2 + 2x + 4000}{x} = 0.02x + 2 + 4000x^{-1}$$

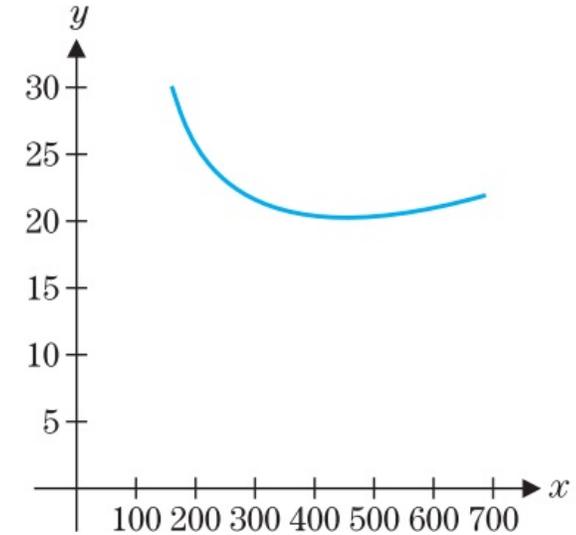
لايجاد القيمة الصغرى لـ $\bar{C}(x)$ ، فإننا نبدأ بإيجاد أعداد حرجة في المجال $x > 0$. لدينا

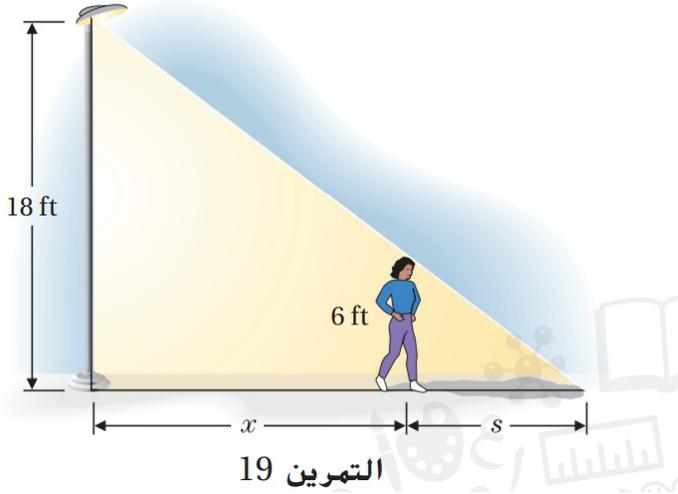
$$\bar{C}'(x) = 0.02 - 4000x^{-2} = 0 \quad \text{إذا}$$

$$4000x^{-2} = 0.02 \quad \text{أو}$$

$$\frac{4000}{0.02} = x^2.$$

فإن $x^2 = 200,000$ أو $x = \pm\sqrt{200,000} \approx \pm 447$ بما أن $x > 0$ ، فإن العدد الحرج الوحيد هو تقريباً $x = 447$. بالإضافة إلى ذلك، $\bar{C}'(x) < 0$ إذا كان $x < 447$ و $\bar{C}'(x) > 0$ إذا كان $x > 447$. لذا فإن هذا العدد الحرج هو موقع القيمة الصغرى المطلقة في المجال $x > 0$. يوضح التمثيل البياني لدالة متوسط التكلفة (انظر الشكل 4.97) القيمة الصغرى. ■





19. على فرض أن شخصًا ما يبلغ طوله 6 ft يبعد 12 ft من عمود إنارة ارتفاعه 18 ft (انظر الشكل). (a) إذا كان الشخص يبتعد عن عمود الإنارة بمعدل 2 ft/s^2 ، فما هو المعدل الذي يتغير به طول ظل الشخص مبتعدًا عن العمود؟ (إرشاد: انظر إلى $\frac{x+s}{18} = \frac{s}{6}$). (b) كرر العملية مع شخص يبعد 6 ft عن عمود الإنارة و يمشي نحو العمود بمعدل 3 ft/s

20. قانون بويل للغاز في درجة حرارة ثابتة هو $PV = c$ حيث إن P هو ضغط الغاز، و V هو حجم الغاز و c هو ثابت الغازات. على فرض أن كل من P و V هي دوال بالزمن. (a) بين أن $P'(t)/V'(t) = -c/V^2$. (b) جد حلاً لـ P كدالة بالمتغير V . اعتبر أن V متغير مستقل، فاحسب $P'(V)$. قارن بين $P'(V)$ و $P'(t)/V'(t)$ من الجزئين (a) و (b).

21. يرتفع حوض مائي 6 ft عن منسوب المياه. على فرض أنك تقف على حافة الحوض وتسحب حبلًا متصلًا بمركب بمعدل ثابت 2 ft/s وان المركب لا تزال على مستوى المياه. فما هي سرعة اقتراب المركب من الحوض عندما يبعد 20 ft من الحوض؟ 10 ft من الحوض؟ أليس من المستغرب أن تكون سرعة المركب ليست ثابتة؟

22. ينسكب الرمل في كومة مخروطية الشكل وارتفاعها يعادل قطرها. إذا انسكب الرمل بمعدل ثابت $5 \text{ m}^3/\text{s}$ ، فما معدل تزايد ارتفاع الكومة عندما يكون الارتفاع مترين؟

23. يرتبط تردد اهتزاز أوتار الجيتار (الذي يحدد طبقة صوت النغمة التي نسمعها) بالتوتر T الذي يشد به الوتر، الكثافة ρ للوتر والطول الفعال L للوتر من خلال المعادلة عند تمرير عازف الجيتار إصبعه على الوتر، $f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ فيمكنه تغيير L من خلال تغيير المسافة بين مشط الجيتار وإصبعه على فرض أن $L = \frac{1}{2}$ ft و $\sqrt{\frac{T}{\rho}} = 220$ ft/s ولذلك فإن وحدات f هي الهرتز (دورة في الثانية). إذا انزلت يد عازف الجيتار حتى أصبحت $L'(t) = -4$ ، فجد $f'(t)$ وبهذا المعدل، فما هو الزمن المستغرق لرفع طبقة الصوت أوكتاف واحدًا (وهو، ضعف f)؟

24. على فرض أنك تملأ بالوناً بالهواء بمعدل $1 \text{ ft}^3/\text{s}$ إذا بقي البالون في شكل كروي، فيرتبط حجمه ونصف قطره بـ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ قارن معدل تغير نصف قطره عندما يكون $r = 0.01 \text{ ft}$ في مقابل عندما يكون $r = 0.1 \text{ ft}$. ناقش طريقة ارتباط ذلك بخبرة الشخص الذي يملأ البالون.

25. ضُخّت مياه إلى خزان كروي نصف قطره 60 ft بمعدل ثابت $10 \text{ ft}^3/\text{s}$ (a) جد معدل تغيير نصف قطر أعلى مستوى للمياه في الخزان عندما يمتلئ الخزان إلى النصف. (b) جد الارتفاع الذي تتغير فيه المياه في الخزان بنفس معدل نصف قطره.

- 26.** افرغ الرمل وشكّل كومة مخروطية بارتفاع يساوي مثلي نصف قطره.
- (a) إذا افرغ الرمل بمعدل ثابت $20 \text{ ft}^3/\text{s}$ فجد المعدل الذي يتزايد به نصف القطر عندما يصل الارتفاع إلى 6 ft
- (b) كرر العملية عندما تشكل كومة الرمل زاوية قياسها ثانية 45 في المستوى الأفقي.

في التمرينين 37 و 38، فرضاً أنّ $\int_1^3 f(x) dx = 3$ و $\int_1^3 g(x) dx = -2$ اوجد

37. (a) $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$

(b) $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx$

38. (a) $\int_1^3 [f(x) - g(x)] dx$

(b) $\int_1^3 [4g(x) - 3f(x)] dx$

في التمارين 39–42، جد معادلة المماس عند قيمة معطاة لـ x .

$$39. y = \int_0^x \sin \sqrt{t^2 + \pi^2} dt, x = 0$$

$$40. y = \int_{-1}^x \ln(t^2 + 2t + 2) dt, x = -1$$

$$41. y = \int_2^x \cos(\pi t^3) dt, x = 2$$

$$42. y = \int_0^x e^{-t^2+1} dt, x = 0$$

في التمارين من 5 إلى 30، جد قيمة التكامل غير المحدود.

$$5. \int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx$$

$$6. \int \sqrt{1 + 10x} dx$$

$$7. \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

$$8. \int \sin^3 x \cos x dx$$

$$9. \int t^2 \cos t^3 dt$$

$$10. \int \sin t (\cos t + 3)^{3/4} dt$$

$$11. \int x e^{x^2+1} dx$$

$$12. \int e^x \sqrt{e^x + 4} dx$$

13. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

15. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$

17. $\int \frac{1}{\sqrt{u}(\sqrt{u} + 1)} du$

19. $\int \frac{4}{x(\ln x + 1)^2} dx$

21. $\int \frac{(\sin^{-1} x)^3}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

14. $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$

16. $\int \sec^2 x \sqrt{\tan x} dx$

18. $\int \frac{v}{v^2 + 4} dv$

20. $\int \tan 2x dx$

22. $\int x^2 \sec^2 x^3 dx$

$$23. (a) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

$$(b) \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

$$24. (a) \int \frac{x^2}{1+x^6} dx$$

$$(b) \int \frac{x^5}{1+x^6} dx$$

$$25. (a) \int \frac{1+x}{1+x^2} dx$$

$$(b) \int \frac{1+x}{1-x^2} dx$$

$$26. (a) \int \frac{3\sqrt{x}}{1+x^3} dx$$

$$(b) \int \frac{x\sqrt{x}}{1+x^5} dx$$

$$27. \int \frac{2t+3}{t+7} dt$$

$$28. \int \frac{t^2}{\sqrt[3]{t+3}} dt$$

$$29. \int \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx$$

$$30. \int \frac{1}{x\sqrt{x^4-1}} dx$$

في التمارين من 31 إلى 40، جد قيمة التكامل المحدود.

$$31. \int_0^2 x \sqrt{x^2 + 1} dx$$

$$32. \int_1^3 x \sin(\pi x^2) dx$$

$$33. \int_{-1}^1 \frac{t}{(t^2 + 1)^2} dt$$

$$34. \int_0^2 t^2 e^{t^3} dt$$

$$35. \int_0^2 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

$$36. \int_0^2 \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$

$$37. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x dx$$

$$38. \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

$$39. \int_1^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$$

$$40. \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

قد تظهر الأسئلة بترتيب مختلف في الامتحان الفعلي، أو على ورقة الامتحان .