تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

almanahj.com/ae

موقع المناهج الإماراتية

الملف أوراق عمل ملخص الدرس الثالث الدوال الأسية واللوغاريتمية بدون الحل
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم			
روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام			
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
1	رياضيات متكاملة دليل المعلم
2	دليل المعلم
3	الفصل الاول الوحدة الأولى المتباينات غير الخطية
4	جميع أوراق عمل
5	مراجعة نهائية قبل الامتحان

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Exponential and Logarithmic Functions الدوال الأسية واللوغاريتمية (1-4)

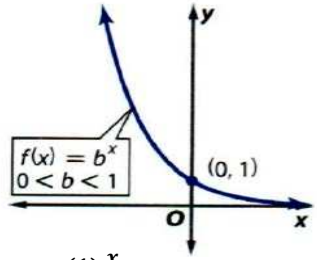
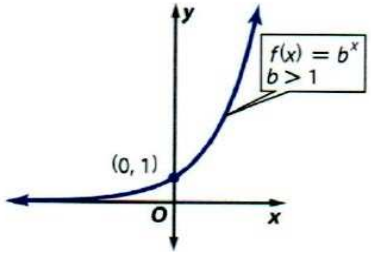
➢ **الدوال الأسية:** نوع من الدوال غير الجبرية وتقسم إلى نوعان طبقاً لنوع الأساس. وهي معرّفة ومتصلة على مجال الأعداد الحقيقية R

- **Exponential Functions:** A type of non-algebraic functions, which are divided into two types according to base type. They are defined and continuous for real numbers R.

1 الدوال الأسية العادية: أساسها العدد b ، $f(x)=b^x$

Exponential Functions: Base b , $f(x)=b^x$

حيث $x\in R$ ، $b>0$, $b\neq 1$ وبما أنّ $b>0$, $b\neq 1$ فلدينا منحنيان

$f(x)=b^x$, $0<b<1$	$f(x)=b^x$, $b>1$
التضاؤل الأسي $(Decay)$	النمو الأسي $(Growth)$
	
مثال) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x=2^{-x}$	مثال) $f(x)=2^x$

2 الدوال الأسية الطبيعية: $f(x)=e^x$

Natural Exponential Functions: $f(x)=e^x$

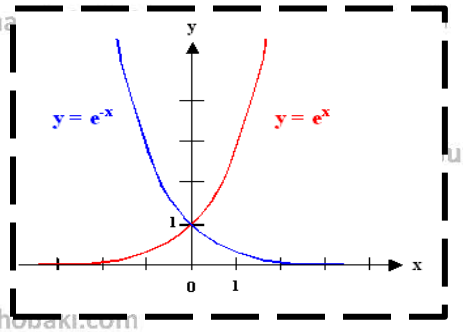
حيث $e\cong 2.71828$ (العدد النيبيري)

تعرّف e بالعلاقة:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e^1 \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x=e^a$$

Ex) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=e^2$

1) $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)^x=$



✓ **قانون تغيير الأساس للدوال الأسية** $b^x=e^{x\ln b}$ ، أي نعيد كتابة أي دالة أسية لها أساس $b>0$ ، كدالة أسية لها أساس e

- **The Change of Base Rule for Exponential Functions** $b^x=e^{x\ln b}$. We rewrite any exponential function with a base $b>0$, as an exponential function with a base e

Rewrite Exponentials as Exponentials with Base e ? س) أعد صياغة الدوال الأسية التالية كدوال أسية لها أساس e ؟

A) $3^x=$

B) $\left(\frac{1}{3}\right)^x=$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Exponential Functions' Properties and Rules خواص الدوال الأسية وقوانينها

Exponential Functions' Properties خواص الدوال الأسية

- مجالها هو R ، أي أنّها معرّفة لكل عدد حقيقي

* The domain is R , It is defined for every real number

- مداها هو $(0, \infty)$ ، أي لا تقبل كل القيم الحقيقية، ولكن $b^x > 0$

* The range is $(0, \infty)$, not all real values are accepted, but $b^x > 0$

- كل دالة أسية تمثّل دالة واحد لواحد، ولذلك فلها معكوس

* Every exponential function is a one-to-one function, so it has an inverse

Exponential Functions' Rules قوانين الدوال الأسية

- إذا كان كل من x و y عدداً حقيقياً $\neq 0$ ، وكل من m, n عدداً حقيقياً، فإنّ:

1) $(x^n)^m = x^{mn}$
2) $(xy)^n = x^n y^n$
3) $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$
4) $x^n \cdot x^m = x^{m+n}$
5) $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
6) $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$, $x \neq 0$
7) $x^0 = 1$

Fractional Exponential to Radicals and Vice Versa الأسس الكسرية إلى جذور والعكس

- لأي أعداد صحيحة m, n و $(n \geq 2)$ فإنّ: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

✓ مثال) $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x^1}$ ، $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} = \left(\sqrt[3]{x^1}\right)^2$

Radicals' Rules بعض قوانين الجذور

1) $\sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$
2) $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$
3) $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & , \text{ فردي } n \\ |x| & , \text{ زوجي } n \end{cases}$ مثلاً $\sqrt[3]{x^3} = x$ ، $\sqrt[2]{x^2} = |x| \Rightarrow x, -x$

Converting Expressions to Exponential Form تحويل التعبيرات إلى شكل أسي

Convert expression into exponential form?

س) حوّل التعبير إلى شكل أسي؟

$(2^x \cdot 2^{3+x})^2 =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

إيجاد دالة أسية على الصورة $f(x) = ae^{bx}$ حيث $a \neq 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Finding an Exponential Function of the Form $f(x) = ae^{bx}$ where $a \neq 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Jalshobaki.com

س1) جد دالة أسية بالصورة $f(x) = ae^{bx}$ باستخدام القيم المعطاة؟ $f(0) = 2$, $f(2) = 6$

Find a function of the form $f(x) = ae^{bx}$ with the given function values? $f(0) = 2$, $f(2) = 6$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س2) جد الدالة الأسية بالصورة $y = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(2,2)$ و $(0,4)$ ؟

Find the function of the form $f(x) = ae^{bx}$ that passes through the points $(2,2)$ and $(0,4)$?

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) أكتب دالة أسية بالصورة $f(x) = ae^{bx}$ باستخدام القيم $(1,2)$, $(2,6)$ ؟

Write an exponential function of the form $f(x) = ae^{bx}$ using the values $(2,6)$, $(1,2)$?

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

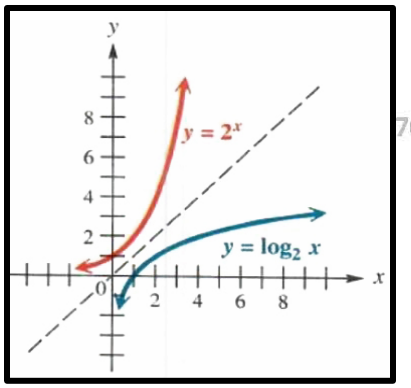
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Logarithmic Functions الدوال اللوغاريتمية

➢ **الدوال اللوغاريتمية:** هي الدوال العكسية للدوال الأسية $y = b^x$ ، $y = \log_b(x) \Leftrightarrow x = b^y$
حيث $\forall\, x \in (0,\infty)$ مجالها ، $\forall\, y \in R$ مداها ، حيث b هي الأساس

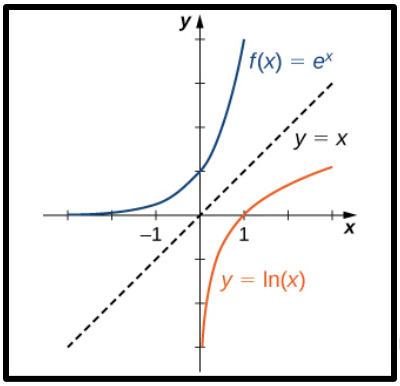
- **Logarithmic Functions:** They are the inverse functions of exponential functions $y = b^x$
$y = \log_b(x) \Leftrightarrow x = b^y$, where ***Domain*** $\forall\, x \in (0,\infty)$, ***Range*** $\forall\, y \in R$
Where b is the base

It is divided into two types according to the base type **وهي تقسم إلى نوعين طبقاً لنوع الأساس**



1) الدوال اللوغاريتمية العادية وتكتب على الصورة $y = \log_b x$ ، حيث أساسها $b = 10$
وتكتب عادةً $y = \log x$ بدون وضع الأساس ، وفي حال كان الأساس عدد غير ذلك فيجب وضع الأساس. على سبيل المثال $\log_2 x$ كما هو موضح في الشكل البياني.
وهي معكوس للدالة الأسية $y = b^x$

1) Logarithmic Functions are written in the form $y = \log_b x$, where its base is $b = 10$, and usually written $y = \log x$ without setting the base, and if the base is a number other than that, the base must be set. For example $\log_2 x$ as shown in the diagram. It is the inverse of the exponential function $y = b^x$



2) الدوال اللوغاريتمية الطبيعية وتكتب على الصورة $y = \ln x$ ، حيث أساسها دائماً هو العدد النيبيري e $(e \cong 2.71828)$
وهي معكوس للدالة الأسية $y = e^x$

2) Natural Logarithmic Functions are written in the form $y = \ln x$, where its base is always the Niberian number e $(e \cong 2.71828)$
It is the inverse of the exponential function $y = e^x$

خواص اللوغاريتمات: حيث $x, y > 0$ ، $b > 0$ ، $b \neq 1$

1) $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$
2) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$
3) $\log_b(x)^y = y \log_b x$
4) $\log_b 1 = 0$
5) $\log_b b^x = x$
6) $b^{\log_b x} = x$
7) $\log_b x = y \Leftrightarrow x = b^y$
8) $\ln e = 1$
9) $\ln e^x = x$
10) $\ln_e x = y \Leftrightarrow x = e^y$
11) $e^{\ln x} = x$

12) $(-\infty, \infty) \Leftarrow R$ ومداها ، $x > 0$ ، أي أنّها ليست معرّفة إلا للأعداد الموجبة $(0, \infty)$ مجالها

Its domain is $(0, \infty)$. **Logarithms** defined only for positive numbers $x > 0$, and **its range** is R $(-\infty, \infty)$

13) $b \neq 1$ ، $b > 0$ ، $x > 0$ حيث ، $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$ قاعدة تغيير الأساس للدوال اللوغاريتمية

The Change of Base Rule for Logarithmic Functions $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$, where $x > 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Use the definition of logarithm to determine the value? **س1) استخدم تعريف اللوغاريتم لتحديد القيمة؟**

A) $\log_3 9 =$ *B*) $\log_4 \frac{1}{16} =$ *C*) $\log_4 2 =$ *D*) $\log_3 \frac{1}{27} =$

Rewrite the Expression as a single logarithm? **س2) أكتب بصيغة لوغاريتم واحد؟**

Jalshobaki.com

A) $2\ln 4 - \ln 3 =$

B) $\ln \frac{3}{4} + 4\ln 2 =$

Simplify the expression using the rules of logarithms? **س3) بسّط التعبير باستخدام قواعد اللوغاريتمات؟**

$\ln(\frac{x^2y^6}{z^3}) =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Solving Exponential and Logarithmic Equations حل المعادلات الأسية واللوغاريتمية

Solve the given equations? **في الأسئلة التالية حل المعادلات؟**

1) $e^{2x} = 2$

2) $e^x(x^2 - 1) = 0$

3) $xe^{-2x} + 2e^{-2x} = 0$

4) $4\ln x = -8$

5) $e^{2\ln x} = 4$

6) $\ln(x + 6) = 4$

لا تنسى أنّ:

1) $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

حيث: x, y عددان حقيقيان، a عدد حقيقي موجب $a \neq 1$

2) $e^x \cdot e^x = e^{2x}$

3) $e^x \neq 0$

4) $\ln x = \ln y \Rightarrow x = y$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

8) $11e^{x} - 51 - 20e^{-x} = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Hyperbolic Functions الدوال الزائدية

➢ **الدوال الزائدية:** وهي بعض من التراكيب الخاصة للدوال الأسية

- **Hyperbolic Functions:** These are some of the special combinations of exponential functions

Jalshobaki.com

- **Hyperbolic Sine Functions**, denoted by $\sinh x$ — $\sinh x$ ويرمز له بـ ، دوال الجيب الزائدي
- **Hyperbolic Cosine Functions**, denoted by $\cosh x$ — $\cosh x$ ويرمز له بـ ، جيب التمام الزائدي

وقد وردت معنا في الدرس الأوّل من هذه الوحدة (يرجى مراجعة صفحة 5) ($1-1$)

- ✓ $\sinh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$, R مجالها ومداها Domain and Range are R
- ✓ $\cosh x = \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$, $[1,\infty)$ و مداها R مجالها Domain is R , Range is $[1,\infty)$
- ✓ $\tanh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$, $(-1,1)$ و مداها R مجالها Domain is R , Range is $(-1,1)$
- ✓ $\cosh(-x) = \cosh(x)$, دالة زوجية even function $\sinh(-x) = -\sinh x$, دالة فردية odd function
- ✓ $cosh^{2}x - sinh^{2}x = 1$

Find the value of each of the following? س1) جد قيمة كل ممّا يلي؟

Jalshobaki.com

A) $\sinh(0) =$

B) $\sinh(1) =$

C) $\sinh(-1) =$

D) $\cosh(0) =$

E) $\cosh(1) =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س2) بيّن أنّ $cosh^2x - sinh^2x = 1$ لكل x ؟

Show that $cosh^2x - sinh^2x = 1$ for all x ?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س3) جد كل حلول $\sinh(x^2 - 1) = 0$ ؟

Find all solutions of $\sinh(x^2 - 1) = 0$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س4) جد كل حلول $\cosh(3x + 2) = 0$ ؟

Find all solutions of $cosh(3x + 2) = 0$?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي