الملف حل أسئلة امتحان نهاية الفصل الثالث 2017-2018
موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثالث

حل امتحان الثاني عشر متقدم/2018

إعداد

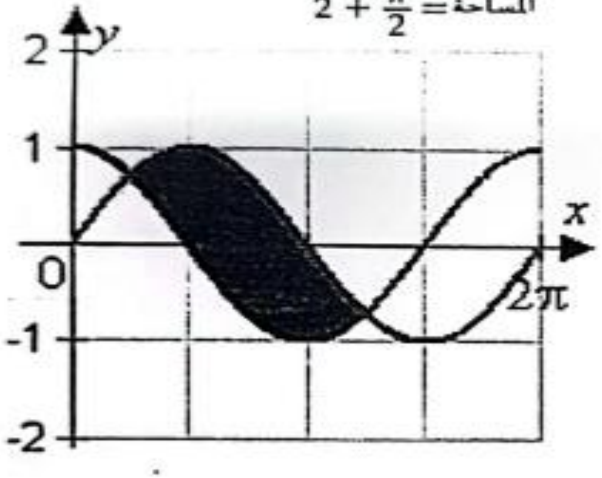
د:حيدر عامر السعافين

0505712489

حدد التمثيل البياني لكل من المنحنيين $y=1+\cos x$ و $y=\sin x$ في الفترة $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$ والمساحة المحدودة بينهما .

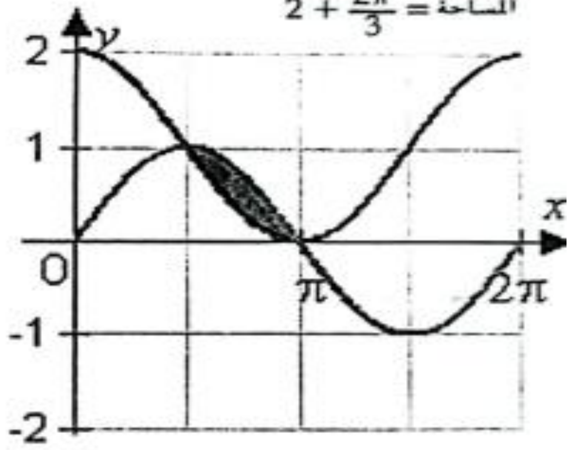
a)

المساحة $= 2+\frac{\pi}{2}$



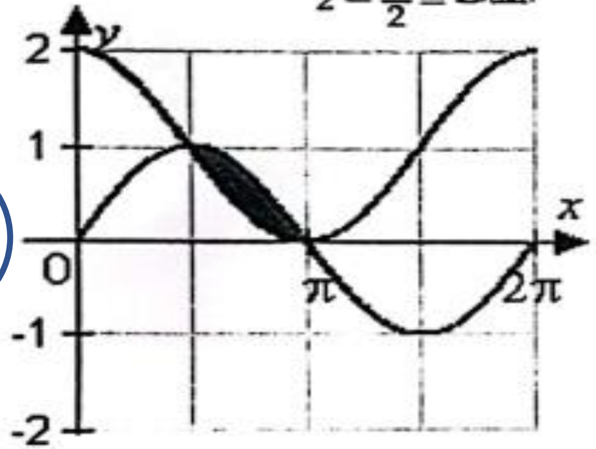
b)

المساحة $= 2+\frac{2\pi}{3}$



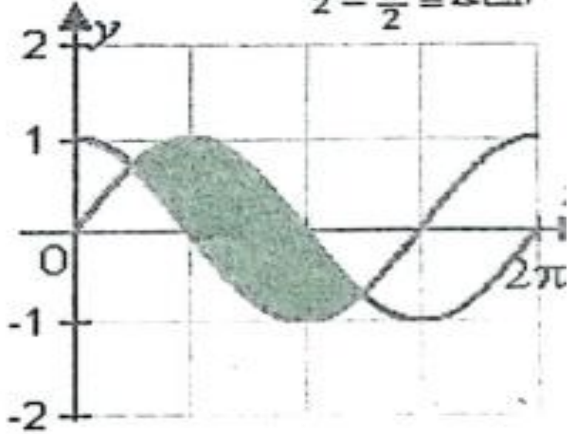
c)

المساحة $= 2-\frac{\pi}{2}$



d)

المساحة $= 2-\frac{\pi}{2}$



$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\sin x-1-\cos x)dx$$

$$=[-\cos x-x-\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$=-[\cos x+x+\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$=-\left[(\cos\pi+\pi+\sin\pi)-\left(\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$=-\left[(-1+\pi+0)-\left(0+\frac{\pi}{2}+1\right)\right]$$

$$=-\left(-1+\pi-\frac{\pi}{2}-1\right)=-\left(-2+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=2-\frac{\pi}{2}$$

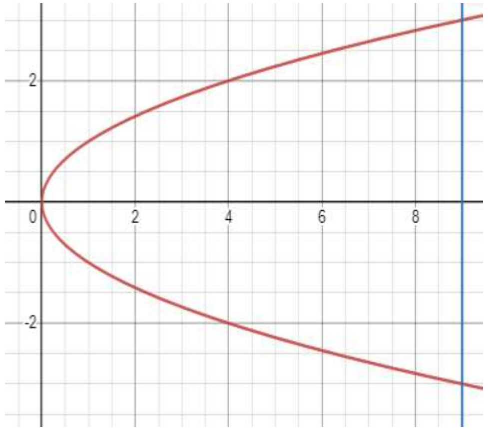
أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين $y^2 = x$ و $x = 9$.

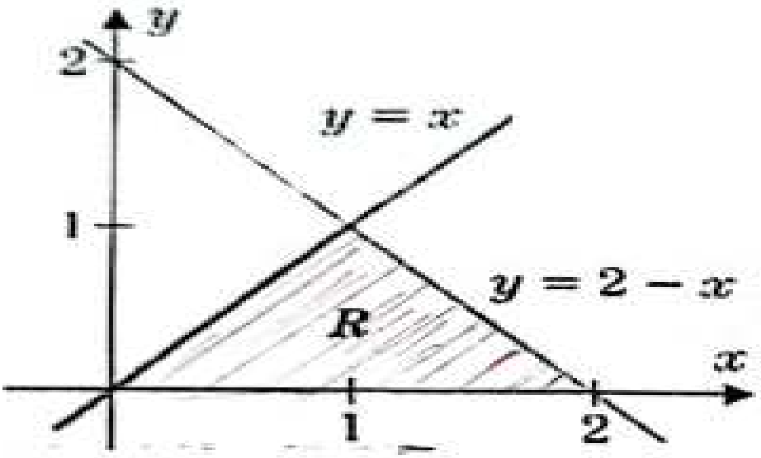
a) $A = \int_{0}^{9} (\sqrt{x} - 9)\,dx$

b) $A = \int_{-3}^{3} (9 - y^2)\,dy$

c) $A = \int_{-3}^{3} (y^2 - 9)\,dy$

d) $A = \int_{0}^{9} (9 - \sqrt{x})\,dx$





أوجد حجم المجسم الذي تكوّن بتدوير المنطقة R المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y = x$, $y = 2 - x$ و $y = 0$ حول المستقيم $x = 3$.

a) $\int_0^1 \pi\left((3-y)^2 - [3-(2-y)]^2\right)dy$

b) $\int_0^1 2\pi\left((3-y)^2 - [3-(2-y)]^2\right)dy$

c) $\int_0^1 \pi\left((3-y)^2 - (2-y)^2\right)dy$

d) $\int_0^1 \pi\left((3-y)^2 - [3+(2-y)]^2\right)dy$

$y = x \rightarrow x = 2 - y$

$R = 3 - y \quad , r = 3 - (2 - y)$

$$V = \int_a^b \pi\left[R^2 - r^2\right]dy$$

$$V = \int_0^1 \pi\left((3-y)^2 - \left(3-(2-y)\right)^2\right)dy$$

أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y=\sqrt{16-x^2}$ و $y=0$

حول $y=0$.

a) 16π

b) $\frac{128}{3}\pi$

c) $\frac{256}{3}\pi$

d) 256π

$y = x \rightarrow x = 2 - y$

$R = 3 - y \quad , r = 3 - (2 - y)$

$$V = \int_a^b \pi \left[R^2 - r^2\right] dy$$

$$V = \int_0^1 \pi \left((3 - y)^2 - (3 - (2 - y))^2\right) dy$$

$$V = \int_0^4 \pi \left(16 - x^2\right) dx$$

أوجد مساحة السطح المتولد من تدوير المنحنى $y = x^4$ لكل $1 \le x \le 2$ حول المحور x.

a) $2\pi\int_1^2 x^4\sqrt{1+16x^6}\,dx$

b) $2\pi\int_1^2 4x^3\sqrt{1+4x^6}\,dx$

c) $\pi\int_1^2 x^4\sqrt{1+16x^6}\,dx$

d) $2\pi\int_1^2 x^4\sqrt{1+4x^6}\,dx$

أوجد $\int \frac{36x+18}{1+9x+9x^2}dx$.

a) $\ln\left|9x^2+9x+1\right|+c$

b) $2\ln\left|9x^2+9x+1\right|+c$

c) $2\left(9x^2+9x+1\right)+c$

d) $2\ln\left|36x+18\right|+c$

$$u = 1+9x+9x^2$$

$$\frac{du}{dx} = 9+18x \rightarrow dx = \frac{du}{9x+18x}$$

$$\int \frac{36x+18}{u} \cdot \frac{du}{9+18x}$$

$$= \int \frac{2(18x+9)}{u} \cdot \frac{du}{9+18x} = 2\int \frac{du}{u}$$

$$= 2\ln u + c = 2\ln\left|1+9x+9x^2\right|+c$$

أوجد $\int \sin^7 x \cos x \, dx$.

a) $\dfrac{-\cos^8 x}{8} + c$

b) $7\sin^8 x \cos x + c$

c) $\dfrac{-\sin^8 x}{8} + c$

d) $\dfrac{\sin^8 x}{8} + c$

$$u = \sin x$$

$$\frac{du}{dx} = \cos x \rightarrow dx = \frac{du}{\cos x}$$

$$\int u^7 \cos x \, . \frac{du}{\cos x}$$

$$= \int u^7 du = \frac{u^8}{8} + c = \frac{\sin^8 x}{8} + c$$

أوجد $\int e^{\sqrt{x}}dx$.

a) $2\sqrt{x}\,e^{\sqrt{x}} - 2\,e^{\sqrt{x}} + c$

b) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}} + c$

c) $\dfrac{-1}{2}\sqrt{x}\,e^{\sqrt{x}} + e^{\sqrt{x}} + c$

d) $e^{\sqrt{x}} + c$

$$u = 2u \rightarrow du = 2du$$

$$dv = e^{u}du \rightarrow v = e^{u}$$

$$u = \sqrt{x} \rightarrow$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow dx = 2\sqrt{x}\,du$$

$$\int e^{u}.2\sqrt{x}du = \int 2ue^{u}du$$

$$\int udv = uv - \int vdu = 2ue^{u} - \int e^{u}.2du$$

$$= 2ue^{u} - 2e^{u} + c = 2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$$

أوجد تفكيك الكسور الجزئية لـ $\dfrac{3x}{x^2-x-2}$.

a) $\dfrac{-1}{x+1}+\dfrac{2}{x-2}$

b) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{x-2}$

c) $\dfrac{4}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}$

d) $\dfrac{4}{x-2}+\dfrac{1}{x+1}$

$$\frac{3x}{(x-2)(x+1)}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}$$

$$3x=A(x+1)+B(x-2)$$

عند $x=2$ يكون $3(2)=A(2+1)+B(2-2)$

$$6=3A\to A=2$$

عند $x=-1$ يكون $3(-1)=A(-1+1)+B(-1-2)$

$$-3=-3B\to B=1$$

$$\frac{3x}{(x-2)(x+1)}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+1}$$

$\int \frac{1}{9+x^2}\,dx$ أوجد:

a) $-3\tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)+c$

b) $3\tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)+c$

c) $\frac{1}{3}\tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)+c$

d) $\frac{-1}{3}\tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)+c$

$$\int \frac{1}{9+x^2}\,dx$$

$$u=\frac{x}{3}\to du=\frac{dx}{3}\to dx=3du$$

$$x=3u\to x^2=9u^2$$

$$\int \frac{1}{9+9u^2}.3.du=\int \frac{3du}{9(1+u^2)}$$

$$=\frac{1}{3}\int \frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{3}tan^{-1}u+c$$

$$=\frac{1}{3}tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)+c$$