الملف ملخص شامل لقواعد وقوانين الفصل الأول


موقع المناهج ⇦ المناهج الإماراتية ⇦ الصف الثاني عشر المتقدم ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

# قواعد الرياضيات

## الفصل الدراسي الأول

## للصف الثاني عشر متقدم


Mr.Magdy Elsayed

056/2721972

## متطلبات قبلية

### العمليات الحسابية

- $\frac{a+c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$
- $a(b+c) = ab + ac$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

### الأسس والجذور

- $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
- $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$
- $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$
- $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

- $x^m x^n = x^{m+n}$
- $(x^m)^n = x^{mn}$
- $(xy)^n = x^n x^n$
- $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
- $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y}$

تذكر ان

$\sqrt{x^2} = |x|$

$\sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$

$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$

### تحليل المقادير الجبرية

#### 1- تحليل العامل المشترك

العامل المشترك لعددين هو أكبر عدد يقسم العددين معًا في نفس الوقت

دون وجود باقي القسمة وبالنسبة للمتغيرات نأخذ أصغر أس مشترك

$$3x^3y - 9x^2y^2 - 12xy^4 = 3xy(x^2 - 3xy - 4y^3)$$

## 2- الفرق بين مربعين

- $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

## 3- فرق بين مكعبين

- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

## 4- مجموع مكعبين

- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2+ab+b^2)$

## 5- المقدار الثلاثي

- $ax^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$

حيث $mn = \frac{C}{a} \quad , m+n = \frac{-b}{a}$

ويمكن استخدام الآلة الحاسبة $(mode \quad 5 \quad 3)$

## 6- التحليل بالتقسيم

- $ax + bx + ay + by \quad = (a+b)(x+y)$

## الضرب في المرافق

إذا كان

| حاصل الضرب | المرافق | المقدار الجبري |
|---|---|---|
| $x^2 \ - a^2$ | $x+a$ | $x-a$ |
| $x \ - a^2$ | $\sqrt{x} - a$ | $\sqrt{x} + a$ |
| $x \ - b - a^2$ | $\sqrt{x-b} + a$ | $\sqrt{x-b} - a$ |

## مرافق الجذر التكعيبي

| ناتج الضرب | المرافق التكعيبي | المقدارالجبري |
|---|---|---|
| $x \ - 8$ | $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 + 2\sqrt[3]{x} + 4$ | $\sqrt[3]{x} - 2$ |
| $x - 1 - (x+6)$ | $\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+6}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{x+6}\right)^2$ | $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+6}$ |

## دالة المطلق

- $|3| = 3$
- $|-3| = 3$
- $\frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right|$

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

## دالة الصحيح

$[3] = 3 \qquad [3.9] = 3 \qquad [-3.9] = -4$

$[x+n] = [x] + n$ حيث $n$ عدد صحيح

## الهندسة الاحداثية

### المسافة بين نقطتين ونقطة المنتصف

- المسافة بين النقطتين $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, x_1)$ هى

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- إحداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{P_1P_2}$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

- ميل المستقيم المار بالنقطتين $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, x_1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

حيث $\theta$ الزاوية التي يصنعها المستقيم مع المحور $x$ الموجب , $0 < \theta < \pi$

- معادلة المستقيم المار بالنقطة $P_1(x_1, y_1)$ , وميله $m$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

## قوانين اللوغاريتمات

إذا كانت $b, x, y$ أعداداً حقيقية موجبة , وكان $p$ عدداً حقيقياً , حيث $b \neq 1$

فإن:

- $\ln 1 = 0$
- $\ln e = 1$
- $\ln e^x = x$
- $\ln x^b = b \ln x$
- $e^{\ln x} = x$

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ قانون الضرب
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ قانون القسمة
- $\log_b x^p = p \log_b x$ قانون القوة
- $\log_b b^p = p$
- $b^{\log_b x} = x$
- $\log_b a = \frac{\log b}{\log a}$ خاصية تغيير الأساس
- $b^x = e^{x \ln b}$

## العلاقة بين الصورة الأسية واللوغاريتمية

إذا كان $b \neq 1 , b > 0 , \ x > 0$

الصورة اللوغاريتمية

$$\log_b x = y$$

الأساس: $b$ ، الأس: $y$

الصورة الأسية

$$b^y = x$$

الأساس: $b$ ، الأس: $y$

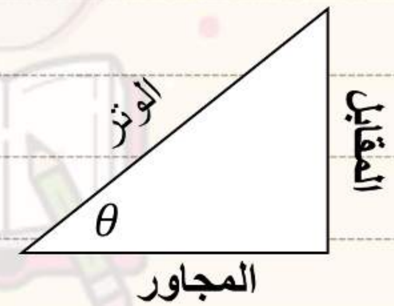
## حساب المثلثات

- قياسات الزوايا

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} rad$$

$$\pi\, rad = 180^\circ$$

$$1\, rad = \frac{180^\circ}{\pi}$$




$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} \qquad \sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

## متطلبات قبلية

## المتطابقات المثلثية

تكون المعادلة **متطابقة** إذا كان طرفها الأيسر مساويًا لطرفها الأيمن لجميع قيم المتغير المعرف في كلا طرفي المعادلة وتسمى **متطابقة مثلثية** لأنها تحتوي على دوال مثلثية

### متطابقات نسبية

- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

### متطابقات المقلوب

- $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ ، $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$

### متطابقات فيثاغورس

- $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
- $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$
- $\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

### متطابقات الزاويتين المتتامتين

- $\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
- $\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
- $\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
- $\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
- $\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
- $\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

### متطابقات الدوال الزوجية والفردية

- $\sin(-\theta) = -\sin\theta$
- $\csc(-\theta) = -\csc\theta$
- $\cos(-\theta) = \cos\theta$
- $\sec(-\theta) = \sec\theta$
- $\cot(-\theta) = -\cot\theta$
- $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

### متطابقات المجموع والفرق

- $\sin(x \pm y) = \sin x\cos y \pm \cos x\sin y$
- $\cos(x \pm y) = cox\cos y \mp \sin x\sin y$

### متطابقات ضعف الزاوية

- $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\ \cos\theta$
- $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

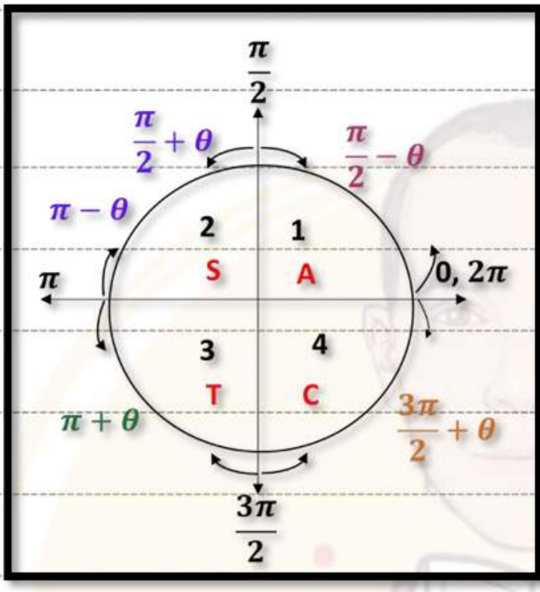
مثال

أوجد كلا مما يلي:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{x}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x \qquad =\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

متطلبات قبلية




1) $\begin{matrix}\sin\\ \cos\\ \tan\end{matrix}\left(\begin{matrix}\frac{\pi}{2}\\ \frac{3\pi}{2}\end{matrix}\pm\theta\right)$ النسبة المثلثية تتغير مع مراعاة الإشارة في ذلك الربع

$$\sin x \leftrightarrow \cos x$$

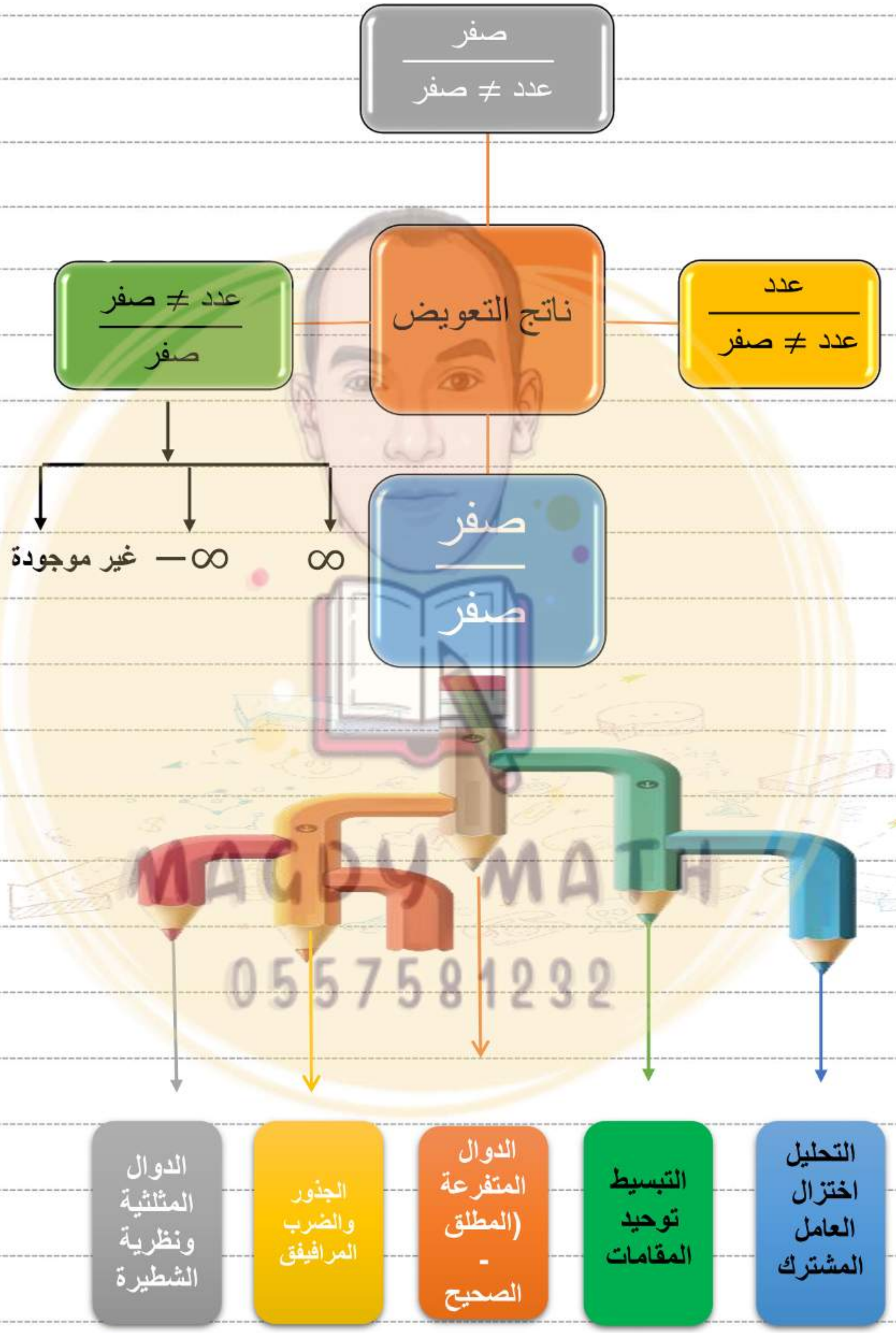
$$\tan x \leftrightarrow \cot x$$

- $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$
- $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta$

2) $\begin{matrix}\sin\\ \cos\\ \tan\\ \cot\end{matrix}\left(\begin{matrix}\pi\\ 2\pi\end{matrix}\pm\theta\right)$ النسبة المثلثية لا تتغير مع مراعاة الإشارة في ذلك الربع

- $\sin(\pi+\theta)=\sin\theta$
- $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$

**<u>في كل مسائل النهايات تتم خطوة التعويض المباشر ومن خلال ناتج التعويض نحدد</u>**



## خواص النهايات

$$\lim_{x\to a}[cf(x)] = c\lim_{x\to a} f(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$$

$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \lim_{x\to a} f(x)\lim_{x\to a} g(x)$$

$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \quad \text{if } \lim_{x\to a} g(x) \neq 0$$

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$$

تذكر أن:

$$\frac{0}{0} = \pm\infty \qquad , \frac{a}{\pm\infty} = 0 \qquad \infty^\infty = \infty$$

حيث $a \neq 0$

$$a^\infty = \begin{cases} \infty & if\ a > 1 \\ 0 & if\ a < 1 \end{cases}$$

حيث $a > 0$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{ax^m}{bx^n}$$

$m < n$ : $0$

$m = n$ : $a$

$m > n$ : $\pm\infty$

$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty$ and $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to\infty} \ln(x) = \infty$ and $\lim_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

If $r > 0$ then $\lim_{x\to\infty} \frac{c}{x^r} = 0$

If $r > 0$ & $x^r$ is real for $x < 0$ then $\lim_{x\to-\infty} \frac{c}{x^r} = 0$

$\lim_{x\to\pm\infty} x^r = \infty$ for even $r$

$\lim_{x\to\infty} x^r = \infty$ & $\lim_{x\to-\infty} x^r = -\infty$ for odd $r$

$x \approx \sin x \approx \tan x \approx \sin^{-1} x \approx \tan^{-1} x$

بشرط $\lim_{x\to 0}$

## النهايات في الدوال المثلثية العكسية

- $\lim_{x\to\infty} \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ , $\lim_{x\to\infty} \cot^{-1} x = 0$
- $\lim_{x\to-\infty} \tan^{-1} x = \frac{-\pi}{2}$ , $\lim_{x\to-\infty} \cot^{-1} x = \pi$
- $\lim_{x\to\pm\infty} \sec^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ , $\lim_{x\to\pm\infty} \csc^{-1} x = 0$

## نظرية الإحاطة (الشطيرة)

إذا كانت الدوال $h(x), g(x), f(x)$ لها نهايات عندما تؤول إلى $a$ وكان

$$f(x) \le g(x) \le h(x)$$

$$\lim_{x\to a} f(x) \le \lim_{x\to a} g(x) \le \lim_{x\to a} h(x)$$

وإذا كانت $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = l$

فإن $\lim_{x\to a} g(x) = l$

تذكر ان:

$-1 \le \sin x \le 1$

$-1 \le \cos x \le 1$

$-\infty \le \tan x \le \infty$

# قواعد الاشتقاق

| | القاعدة | التعميم |
|---|---|---|
| عدد ثابت | $\frac{d}{dx}[c]=0$ | |
| الوحدة | $\frac{d}{dx}[x]=1$ | |
| قاعدة القوة | $\frac{d}{dx}\left[x^n\right]=nx^{n-1}$ | $\frac{d}{dx}\left[(g(x))^n\right]=n(g(x))^{n-1}g'(x)$ |
| الدوال الأسية | $\frac{d}{dx}\left[e^x\right]=e^x$<br>$\frac{d}{dx}\left[a^x\right]=\ln(a)a^x$ | $\frac{d}{dx}\left[e^{g(x)}\right]=e^{g(x)}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[a^{g(x)}\right]=\ln(a)a^{g(x)}g'(x)$ |
| اللوغاريتمات | $\frac{d}{dx}\left[\ln(x)\right]=\frac{1}{x}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\log_a(x)\right]=\frac{1}{x\ln(a)}$ | $\frac{d}{dx}\left[\ln(g(x))\right]=\frac{1}{g(x)}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\log_a(g(x))\right]=\frac{1}{g(x)\ln(a)}g'(x)$ |
| الدوال المثلثية | $\frac{d}{dx}\left[\sin(x)\right]=\cos(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cos(x)\right]=-\sin(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\tan(x)\right]=\sec^2(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cot(x)\right]=-\csc^2(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\sec(x)\right]=\sec(x)\tan(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\csc(x)\right]=-\csc(x)\cot(x)$ | $\frac{d}{dx}\left[\sin(g(x))\right]=\cos(g(x))g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cos(g(x))\right]=-\sin(g(x))g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\tan(g(x))\right]=\sec^2(g(x))g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cot(g(x))\right]=-\csc^2(g(x))g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\sec(g(x))\right]=\sec(g(x))\tan(g(x))g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\csc(g(x))\right]=-\csc(g(x))\cot(g(x))g'(x)$ |
| الدوال المثلثية العكسية | $\frac{d}{dx}\left[\sin^{-1}(x)\right]=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cos^{-1}(x)\right]=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}(x)\right]=\frac{1}{1+x^2}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cot^{-1}(x)\right]=\frac{-1}{1+x^2}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\sec^{-1}(x)\right]=\frac{1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$<br>$\frac{d}{dx}\left[\csc^{-1}(x)\right]=\frac{-1}{\lvert x\rvert\sqrt{x^2-1}}$ | $\frac{d}{dx}\left[\sin^{-1}(g(x))\right]=\frac{1}{\sqrt{1-(g(x))^2}}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cos^{-1}(g(x))\right]=\frac{-1}{\sqrt{1-(g(x))^2}}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\tan^{-1}(g(x))\right]=\frac{1}{1+(g(x))^2}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\cot^{-1}(g(x))\right]=\frac{-1}{1+(g(x))^2}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\sec^{-1}(g(x))\right]=\frac{1}{\lvert g(x)\rvert\sqrt{(g(x))^2-1}}g'(x)$<br>$\frac{d}{dx}\left[\csc^{-1}(g(x))\right]=\frac{-1}{\lvert g(x)\rvert\sqrt{(g(x))^2-1}}g'(x)$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| الضرب بعدد ثابت | $\frac{d}{dx}[cf(x)]$ | $=$ | $cf'(x)$ |
| الجمع والطرح | $\frac{d}{dx}[f(x)\pm g(x)]$ | $=$ | $f'(x)\pm g'(x)$ |
| حاصل ضرب | $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)]$ | $=$ | $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ |
| القسمة | $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$ | $=$ | $\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$ |
| المركبة | $\frac{d}{dx}[f(g(x))]$ | $=$ | $f'(g(x))g'(x)$ |
| العكسية | $\frac{d}{dx}[f^{-1}(x)]$ | $=$ | $\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$ |

## التقريب الخطي

التقريب الخطي (المماس) للدالة $f(x)$ عند $x = x_0$

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

## طريقة نيوتن

لتقريب اصفار الدالة

حيث $n = 0,1,1,3$ $\quad \therefore x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

## قاعدة لوبيتال

$$\text{If } \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ or } \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \text{ then } \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

توجد كميات اخرى غير معرفة ولكن يجب تعديل الدالة لتصبح دالة نسبية نهايتها بالتعويض $\frac{0}{0}$ أو $\frac{\infty}{\infty}$

$\infty - \infty, 0 \times \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$

بالتوفيق للجميع

ونسألكم الدعاء