تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

حل أسئلة الدرس الثاني الحجم شرائح وأقراص وحلقات من الوحدة السادسة وفق الهيكل الوزاري

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-05-18 06:59:43

إعداد: علي عبد الله

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثاني عشر المتقدم"

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث

1	حل أسئلة الدرس الأول المساحة المحصورة بين منحنيين من الوحدة السادسة وفق الهيكل الوزاري
2	نموذج أسئلة اختبار وفق الهيكل الوزاري
3	تجميعة أسئلة وفق الهيكل الوزاري الجديد

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثالث	
4	نموذج امتحان نهاية الفصل وفق الهيكل الوزاري
5	تمارين مراجعة وفق الهيكل الوزاري الجديد

الدرس 6-2 | الحجم: شرائح وأقراص وحلقات
Lesson 6-2 | Volume: Slicing, Disks, Washers

Mr. Ali Abdalla

2	Compute volume by means of definite integration using areas of cross sections. حساب الحجم بالتكامل المحدود مع استخدام مساحات المقاطع العرضية	Exercises (1-4)	P429

جد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$

Find the volume of the solid with cross-sectional area $A(x)$

١) $A(x) = x + 2 \ . \ -1 \leq x \leq 3$

A) $V = \frac{124}{3}$

B) $V = 12\pi$

C) $V = 12$

D) $V = 10$

$$V = \int A(x)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{3} x + 2 \ dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x \Big|_{-1}^{3}$$

$$= 12$$

Mr. Ali Abdalla

جد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$

Find the volume of the solid with cross-sectional area $A(x)$

2) $A(x) = 10e^{0.01x}$. $0 \le x \le 10$

A) $V = 1000(e^{0.1} - 1)$

B) $V = 1000(e^{0.1} + 1)$

C) $V = 1000(e^{10} - 1)$

D) $V = 1000(e^{1} - 1)$

$$A = \int_0^{10} 10e^{0.01x}\,dx$$

$$= \frac{10}{0.01} e^{0.01x} \Big|_0^{10}$$

$$= 1000\left[e^{0.1} - e^{0}\right]$$

$$= 1000\left(e^{0.1} - 1\right)$$

جد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$

Find the volume of the solid with cross-sectional area $A(x)$

3) $A(x) = \pi(4 - x)^2$. $0 \le x \le 2$

A) $V = \frac{56}{3}\pi$

B) $V = \frac{72}{3}\pi$

C) $V = \frac{56}{3}$

D) $V = 56\pi$

$$V = \int_0^{2} \pi(4 - x)^2\,dx$$

$$= \frac{56\pi}{3}$$

Mr. Ali Abdalla

جد حجم المجسم مع مساحة المقطع العرضي $A(x)$

Find the volume of the solid with cross-sectional area $A(x)$

4) $A(x) = 2(x+1)^2$. $1 \le x \le 4$

A) $V = 78\pi$

B) $V = \int_1^4 4(x+1)^4\,dx$

C) $V = \pi \int_1^4 2(x+1)^2\,dx$

D) $V = \int_1^4 2(x+1)^2\,dx$ ✓

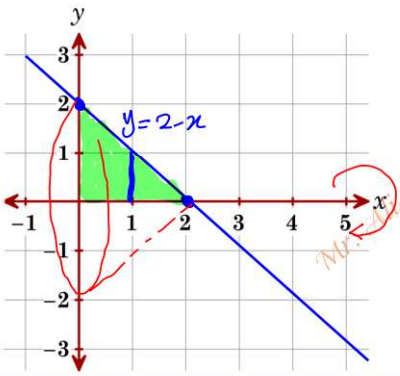
$V = \int_1^4 2(x+1)^2\,dx$ ✓

$= 78$

3	Find the volume of a solid of revolution using the method of disks. إيجاد حجم مجسم باستخدام طريقة الأقراص	Exercises (17,19,25) Exercises (27,28)	P430 P431

17- Let R be the region bounded by: $y = 2 - x$, $y = 0$, and $x = 0$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about x-axis.

١٧- احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران النطقة المحاطة بمنحنيات الدوال $y = 2 - x$ و $y = 0$ و $x = 0$ حول المحور x



$V = \pi \int [f(x)]^2\,dx$

$= \pi \int_0^2 (2-x)^2\,dx$

$= \frac{8}{3}\pi$

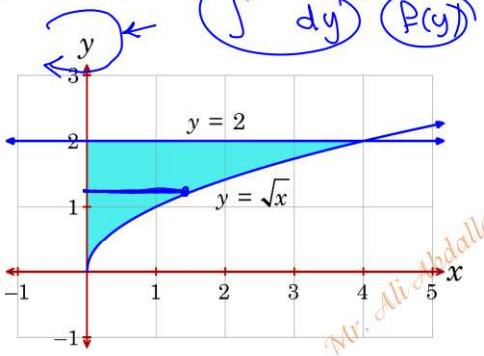
A) $\frac{8\pi}{3}$ **B)** $\frac{16\pi}{3}$

C) $\frac{32\pi}{5}$ **D)** $\frac{32\pi}{3}$

Mr. Ali Abdalla

19- Let R be the region bounded by $y = 2$, $y = \sqrt{x}$ and $x = 0$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about y-axis.

١٩- احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات الدوال $y = 2$ و $y = \sqrt{x}$ و $x = 0$ حول المحور y



$\int dy$ $f(y)$

$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2$

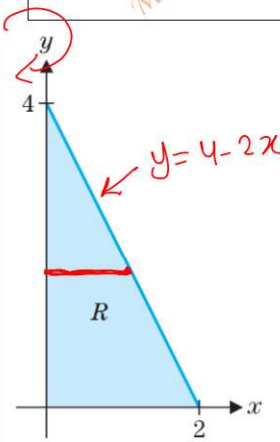
$V = \pi \int [g(y)]^2 dy$

$= \pi \int_0^2 (y^2)^2 dy = \pi \int_0^2 y^4 dy = \frac{32\pi}{5}$

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{16\pi}{3}$
C) $\frac{32\pi}{5}$ D) $\frac{32\pi}{3}$

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the y-axis

٢٥- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول محور y.



$y = 4 - 2x \Rightarrow 2x = 4 - y \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{2}y$ ✓

or $\Rightarrow x = \frac{4-y}{2}$ ✓

$V = \pi \int_0^4 \left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$

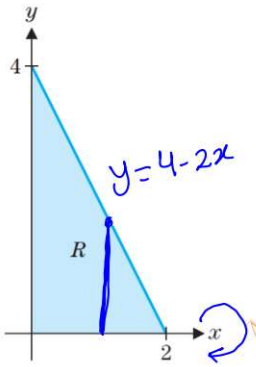
$= \frac{16\pi}{3}$

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{16\pi}{3}$
C) $\frac{32\pi}{5}$ D) $\frac{32\pi}{3}$

Mr. Ali Abdalla

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the x-axis

٢٥- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول محور x.



$$V = \pi \int [f(x)]^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 (4-2x)^2 \, dx$$

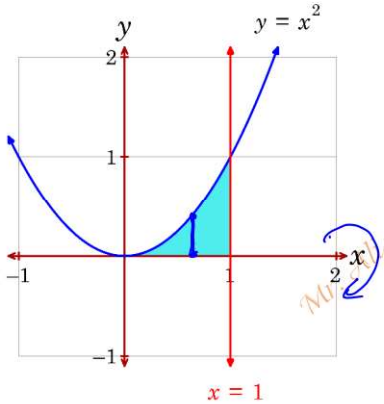
$$= \frac{32}{3}\pi$$

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{16\pi}{3}$

C) $\frac{32\pi}{5}$ D) $\frac{32\pi}{3}$

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the x-axis.

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول محور x.



$$V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 \, dx = \pi \int x^4 \, dx$$

$$= \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$$

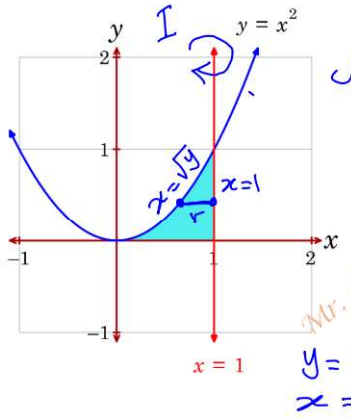
A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{13\pi}{15}$

C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{6}$

Mr. Ali Abdalla

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the $x = 1$

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول $x = 1$



I

نصف قطر القرص $r = 1 - \sqrt{y}$

$$V = \pi \int r^2 \, dy$$

$$= \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{y})^2 = \frac{\pi}{6}$$

$y = x^2$

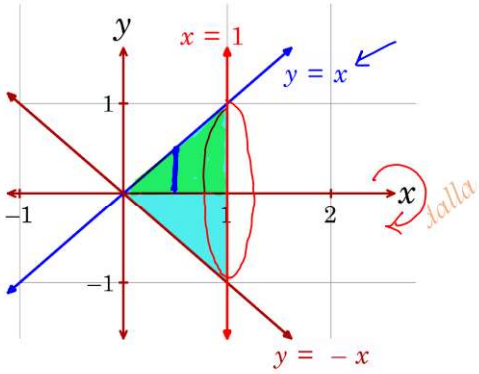
$x = \sqrt{y}$

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{13\pi}{15}$

C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{6}$

28. Let R be the region bounded by $y = x$ $y = -x$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the x-axis

٢٨- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x$ و $y = -x$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول محور x



$$V = \pi \int_0^1 x^2 \, dx$$

$$= \frac{\pi}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3}$$

A) $\frac{8\pi}{3}$ B) $\frac{13\pi}{15}$

C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{3}$

Mr. Ali Abdalla

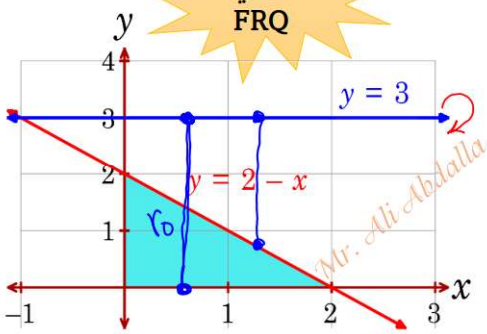
17 **Find the volume of a solid of revolution by using the method of washers.** إيجاد حجم مجسم باستخدام طريقة الحلقات | **Example 1.6** **Ex (19,20,22,24)** | **P413** **P414**

17- Let R be the region bounded by: $y = 2 - x$, $y = 0$, and $x = 0$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the line $y = 3$

١٧- احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات الدوال $y = 2 - x$ و $y = 0$ و $x = 0$ حول المستقيم $y = 3$

$\int dx$

مقالي FRQ



r_o = upper − lower = 3 − 0 = 3

$r_i = 3 - (2 - x) = 1 + x$

$$V = \pi \int_0^2 3^2 - (1+x)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 9 - (1 + 2x + x^2) \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 8 - 2x - x^2 \, dx$$

$$= \pi \left[8x - x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$$

$$= \pi \left[16 - 4 - \frac{8}{3} \right]$$

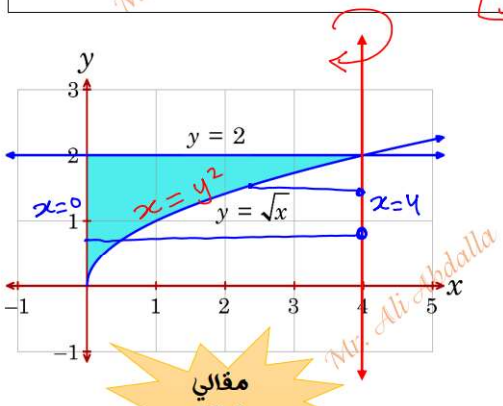
$$= \frac{28}{3}\pi$$

$$\int (a+bx)^n \, dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{(n+1)b}$$

19- Let R be the region bounded by $y = 2$, $y = \sqrt{x}$ and $x = 0$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $x = 4$.

١٩- احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحاطة بمنحنيات الدوال $y = 2$ و $y = \sqrt{x}$ و $x = 0$ حول المستقيم $x = 4$

$\int dy$



مقالي FRQ

$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2$

$r_o = 4 - 0 = 4$

$r_i = 4 - y^2$

$$V = \pi \int_0^2 4^2 - (4 - y^2)^2 \, dy = \pi \int_0^2 16 - 16 + 8y^2 - y^4 \, dy$$

$$= \pi \int_0^2 8y^2 - y^4 \, dy$$

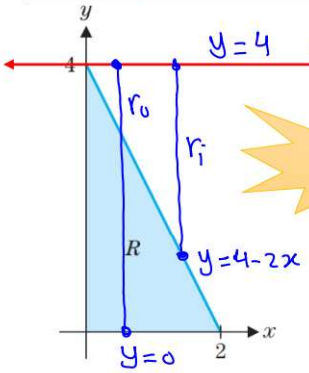
$$= \pi \left[\frac{8}{3}y^3 - \frac{1}{5}y^5 \right]_0^2$$

$$= \pi \left[\left(\frac{64}{3} - \frac{32}{5} \right) - 0 \right] = \frac{224}{15}\pi$$

Mr. Ali Abdalla

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = 4$

٢٥- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $y = 4$



مقالي FRQ

$r_o = 4 - 0 = 4$ $\quad r_i = 4 - (4 - 2x) = 2x$

$$V = \pi \int_0^2 4^2 - (2x)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 16 - 4x^2 \, dx$$

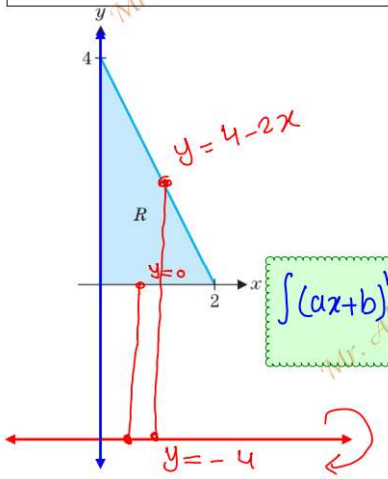
$$= \pi \left[16x - \frac{4}{3}x^3 \right]\Big|_0^2$$

$$= \pi \left[\left(32 - \frac{32}{3}\right) - 0 \right] = \frac{64\pi}{3}$$

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = -4$

٢٥- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $y = -4$.

مقالي FRQ



$$\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1)(a)} + C$$

$r_o = 4 - 2x - (-4)$ $\quad r_i = 0 - (-4)$

$r_o = 8 - 2x$ $\quad r_i = 4$

$$V = \pi \int_0^2 (8-2x)^2 - 4^2 \, dx$$

$$= \pi \left[\frac{(8-2x)^3}{3(-2)} - 16x \right]\Big|_0^2$$

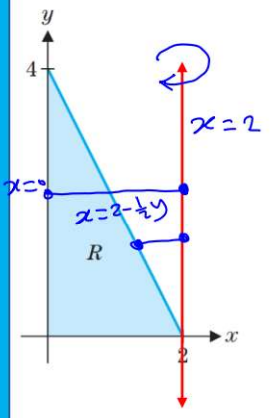
$$= \frac{128}{3}\pi$$

Mr. Ali Abdalla

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about (a) $x = 2$

٢٥- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $x = 2$

مقالي FRQ



$\int dy$

$y = 4 - 2x$

$\Rightarrow 2x = 4 - y$

$x = \frac{4-y}{2} = 2 - \frac{1}{2}y$

$r_o = 2 - 0 = 2$

$r_i = 2 - (2 - \frac{1}{2}y)$

$= \frac{1}{2}y$

$V = \pi \int_0^4 2^2 - (\frac{1}{2}y)^2 \, dy$

$= \pi \int_0^4 4 - \frac{1}{4}y^2 \, dy$

$= \pi \left[4y - \frac{1}{12}y^3 \right]_0^4$

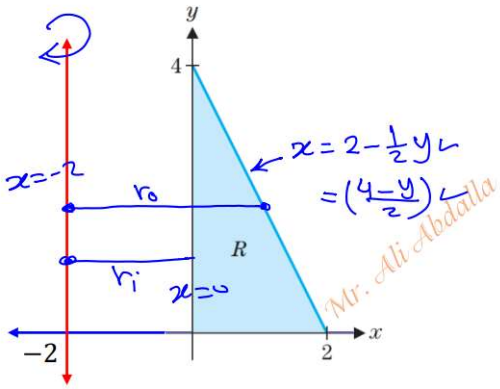
$= \pi \left[(16 - \frac{16}{3}) - 0 \right]$

$= \frac{32\pi}{3}$

25. Let R be the region bounded by $y = 4 - 2x$, the x-axis and the y-axis. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $x = -2$

٢٥- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - 2x$ والمحور x والمحور y. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $x = -2$

مقالي FRQ



$r_o = 2 - \frac{1}{2}y - (-2) = 4 - \frac{1}{2}y$

$r_i = 0 - (-2) = 2$

$V = \pi \int_0^4 (4 - \frac{1}{2}y)^2 - 2^2 \, dy$

$= \pi \left[\frac{(4 - \frac{1}{2}y)^3}{3(-\frac{1}{2})} - 4y \right]_0^4$

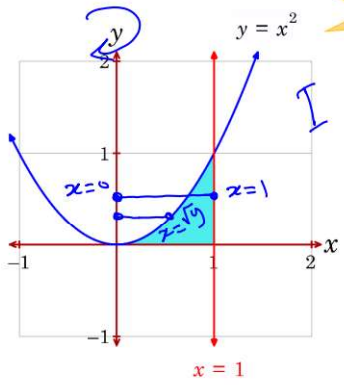
$= \frac{64}{3}\pi$

Mr. Ali Abdalla

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the y-axis.

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول محور y.

مقالي FRQ



$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$

$r_o = 1 - 0 = 1$ $\quad r_i = \sqrt{y} - 0 = \sqrt{y}$

$V = \pi \int_0^1 1^2 - (\sqrt{y})^2 \, dy$

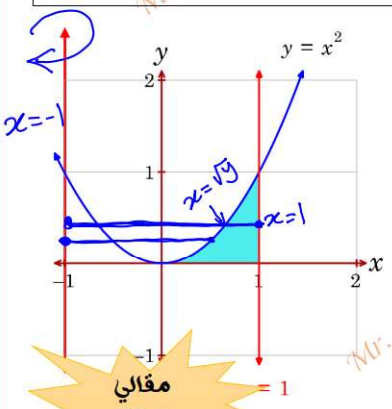
$= \pi \int_0^1 1 - y \, dy = \pi \left(y - \frac{1}{2}y^2\right)\Big|_0^1$

$= \pi\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) - 0\right]$

$= \frac{\pi}{2}$

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the $x = -1$

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول $x = -1$



مقالي FRQ

$r_o = 1 - (-1) = 2$ $\quad r_i = \sqrt{y} - (-1) = \sqrt{y} + 1$

$V = \pi \int_0^1 2^2 - (\sqrt{y}+1)^2 \, dy$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$= \pi \int_0^1 4 - (y + 2\sqrt{y} + 1) \, dy$

$= \pi \int_0^1 3 - 2y^{1/2} - y \, dy$

$= \pi \left[3y - \frac{4}{3}y^{3/2} - \frac{1}{2}y^2\right]\Big|_0^1 = \frac{7\pi}{6}$

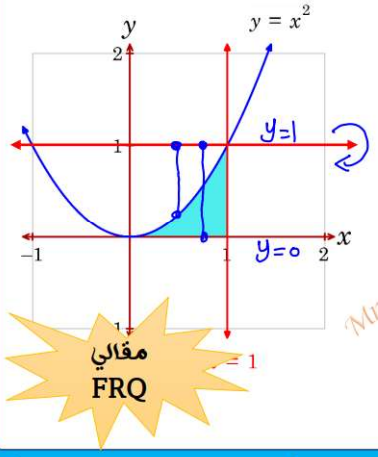
$= \pi\left[\left(3 - \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) - 0\right]$

$=$

Mr. Ali Abdalla

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = 1$

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول $y = 1$



مقالي
FRQ

$r_o = 1 - 0 = 1$ $\quad r_i = 1 - x^2$

$$V = \pi \int_0^1 1^2 - (1-x^2)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^1 1 - (1 - 2x^2 + x^4) \, dx = \pi \int_0^1 2x^2 - x^4 \, dx$$

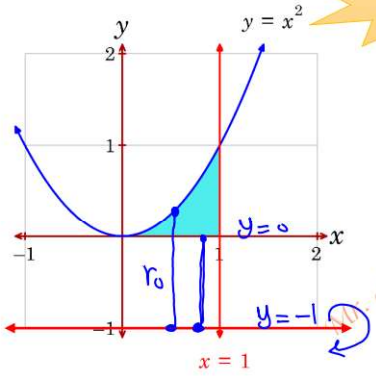
$$= \pi \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right]_0^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) - 0 \right] = \frac{7\pi}{15}$$

27. Let R be the region bounded by $y = x^2$, $y = 0$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = -1$

٢٧- لتكن R هي النطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ و $y = 0$ و $x = 1$. احسب حجم الجسم الذي تكون من دوران R حول $y = -1$

مقالي
FRQ



$r_o = x^2 - (-1) = x^2 + 1$ $\quad r_i = 0 - (-1) = 1$

$$V = \pi \int_0^1 (x^2+1)^2 - 1^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^1 x^4 + 2x^2 \, dx$$

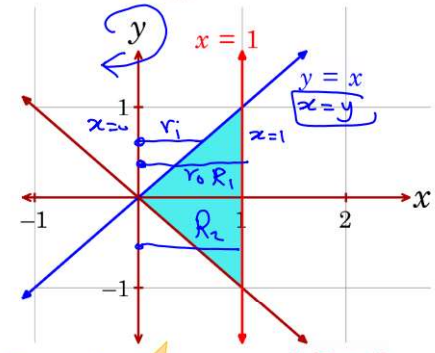
$$= \pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 \right]_0^1$$

$$= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \right) - 0 \right] = \frac{13\pi}{15}$$

Mr. Ali Abdalla

28. Let R be the region bounded by $y = x$ $y = -x$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about the y-axis

28- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x$ و $y = -x$ و $x = 1$. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول y محور



مقالي
FRQ

R_1 : $r_0 = 1-0 = 1$, $r_i = y-0 = y$

R_2 : $r_0 = 1-0 = 1$, $r_i = -y-0 = -y$

$$V = \pi \int_0^1 1^2 - y^2\,dy + \pi \int_{-1}^0 1^2 - (-y)^2\,dy$$

$$= \pi \int_0^1 1-y^2\,dy + \pi \int_{-1}^0 1-y^2\,dy$$

$$= \pi \left[y - \tfrac{1}{3}y^3\right]\Big|_0^1 + \pi \left[y - \tfrac{1}{3}y^3\right]\Big|_{-1}^0$$

$$= \pi \left[(1-\tfrac{1}{3}) - 0\right] + \pi \left[0 - (-1+\tfrac{1}{3})\right]$$

$$= \frac{4\pi}{3}$$

طريقة ثانية

$$V = 2\pi \int_0^1 1^2 - y^2\,dy$$

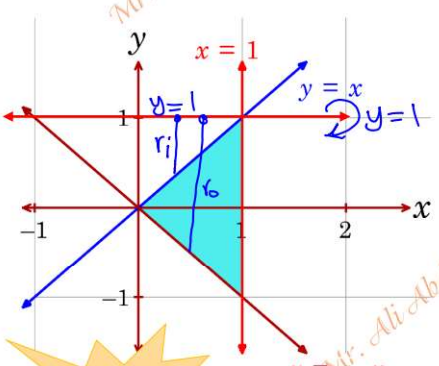
$$= 2\pi \left[y - \tfrac{1}{3}y^3\right]\Big|_0^1$$

$$= 2\pi \left[1 - \tfrac{1}{3} - 0\right]$$

$$= \frac{4\pi}{3}$$

28. Let R be the region bounded by $y = x$ $y = -x$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = 1$

28- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x$ و $y = -x$ و $x = 1$. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $y = 1$



مقالي
FRQ

$r_0 = 1-(-x)$ $\quad r_i = 1-x$

$= 1+x$

$$V = \pi \int_0^1 (1+x)^2 - (1-x)^2\,dx$$

$$= \pi \int_0^1 1+2x+x^2 - 1+2x-x^2\,dx$$

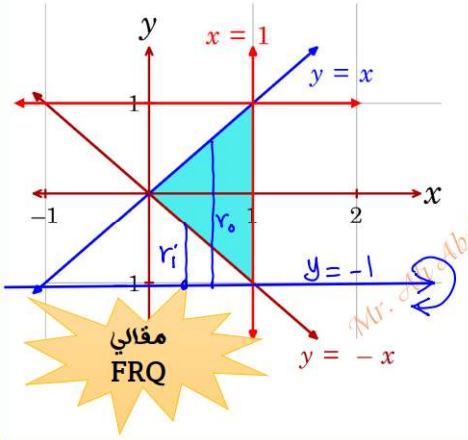
$$= \pi \int_0^1 4x\,dx$$

$$= 2\pi x^2\Big|_0^1 = 2\pi$$

Mr. Ali Abdalla

28. Let R be the region bounded by $y = x$ $y = -x$ and $x = 1$. Compute the volume of the solid formed by revolving R about $y = -1$

28- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = x$ و $y = -x$ و $x = 1$. احسب حجم المجسَّم الذي تكون من دوران R حول $y = -1$



$r_o = x-(-1) = x+1$, $r_i = -x-(-1) = -x+1$

$$V = \pi \int_0^1 (x+1)^2 - (-x+1)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^1 x^2+2x+1 - x^2+2x-1 \, dx$$

$$= \pi \int_0^1 4x \, dx$$

$$= 2\pi x^2 \Big|_0^1 = 2\pi$$

Mr. Ali Abdalla