المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول	
5	بوربوينت الدرس الرابع المعادلات الأسية واللوغاريتمية من الوحدة الثالثة

2-3

حساب النهاية

Computation of Limits

For any constant c and any real number a,

لأي ثابت c وأي عدد حقيقي a.

$$\lim_{x\to a} c = c.$$

For any real number a,

لأي عدد حقيقي a.

$$\lim_{x\to a} x = a.$$

THEOREM 3.1

النظرية 3.1

Suppose that $\lim_{x\to a} f(x)$ and $\lim_{x\to a} g(x)$ both exist and let c be any constant. The following then apply:

إذا كانت $\lim_{x\to a} f(x)$ و $\lim_{x\to a} g(x)$ موجودتين وكانت c أي ثابت. فإن:

(i) $\lim_{x\to a}[c \times f(x)] = c \times \lim_{x\to a} f(x)$,

(ii) $\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$,

(iii) $\lim_{x\to a}[f(x) \times g(x)] = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]\left[\lim_{x\to a} g(x)\right]$

(iv) $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ $\left(\text{بشرط} \lim_{x\to a} g(x) \neq 0\right)$.

054 362 6195

Apply the rules of limits to evaluate

طبّق قواعد النهايات لإيجاد

Q 1 $\lim_{x\to 2}(3x^2 - 5x + 4).$

Q 4 $\lim_{x\to 2} x$

Q 2 $\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 5x + 4}{x^2 - 2}.$

Q 5 $\lim_{x\to 2} 5$

Q 3 $\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{1 - x}.$

THEOREM 3.2 إذا كانت كثيرة حدود $p(x)$ وأي عدد حقيقي a، فإن:

For any polynomial $p(x)$ and any real number a,

$$\lim_{x\to a} p(x) = p(a).$$

THEOREM 3.3

Suppose that $\lim_{x\to a} f(x) = L$ and n is any positive integer. Then,

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L},$$

where for n even, we must assume that $L > 0$.

النظرية 3.3

إذا كانت $\lim_{x\to a} f(x) = L$ وأنّ n هو أي عدد صحيح موجب. فإن،

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$$

حيث إنّه لكل n زوجي، نفترض أن $L > 0$.

evaluate the indicated limit, if it exists

أوجد قيمة النهاية المشار إليها، إذا وُجِدت.

Q 6 $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x-3}$

Q 9 $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4}$

Q 7 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}$

Q10 $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2+2x-3}$

Q 8 $\lim_{x\to 0}(x^2-3x+1)$

Q11 $\lim_{x\to 2}\frac{x-5}{x^2+4}$

Q12 $\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{2x+1}$

Q15 $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

Q13 $\lim_{x\to 2} \sqrt[5]{3x^2-2x}$

Q16 $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

Q14 $\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{3x+2}$

Q17 $\lim_{x\to 0} \frac{2x}{3-\sqrt{x+9}}$

Q18 $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

Q21 $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+12}-4}{x-2}$

Q19 $\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{x-1}$

Q22 $\lim_{x\to 2}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x-2}$

Q20 $\lim_{x\to 3}\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{9}}{x-3}$

Q23 $\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x^2-x-6}$

Q24 $\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{x^2-16}$

Q27 $\lim_{x \to 0^+} \frac{2x}{|x|}$

Q25 $\lim_{x \to 3^+} \frac{3x-9}{|x-3|}$

Q28 $\lim_{x \to 1^+} \frac{2x-2}{|x-1|}$

Q26 $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{6+h}-\frac{1}{6}}{h}$

Q29 $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)}$

Q30 $\lim_{x \to 8} \frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}$

Q33 $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2+4x-5}$

Q31 $\lim_{x \to 4^+} \frac{x^2-2x-8}{|-x+4|}$

Q34 $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{5-h}-\sqrt{5}}{h}$

Q32 $\lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{4x} =$

Q35 $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{4+h}-2}{h}$

Q36 $\lim_{x\to 2} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 2 \\ x^2 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$

Q37 $\lim_{x\to -1} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & , \quad x < -1 \\ 3x+1 & , \quad x \geq -1 \end{cases}$

Q38 $\lim_{x\to -1} f(x)$, حيث $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , \quad x < -1 \\ 3 & , \quad -1 < x < 1 \\ 2x+1 & , \quad x > 1 \end{cases}$

THEOREM 3.4 — **النظرية 3.4**

For any real number a, we have

لأي عدد حقيقي a، لدينا:

(i) $\lim_{x\to a} \sin x = \sin a$,

(ii) $\lim_{x\to a} \cos x = \cos a$,

(iii) $\lim_{x\to a} e^x = e^a$ and

(iv) $\lim_{x\to a} \ln x = \ln a$, for $a > 0$.

(v) $\lim_{x\to a} \sin^{-1} x = \sin^{-1} a$, for $-1 < a < 1$,

(vi) $\lim_{x\to a} \cos^{-1} x = \cos^{-1} a$, for $-1 < a < 1$,

(vii) $\lim_{x\to a} \tan^{-1} x = \tan^{-1} a$, for $-\infty < a < \infty$ and

(viii) if p is a polynomial and $\lim_{x\to p(a)} f(x) = L$, then $\lim_{x\to a} f(p(x)) = L$.

Evaluate — أوجد قيمة

Q39 $\lim_{x\to 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Q40 $\lim_{x\to 0} \cos^{-1}(x^2)$

Q41 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{\tan x}$

Q42 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x}$

THEOREM 3.5 (Squeeze Theorem)

Suppose that

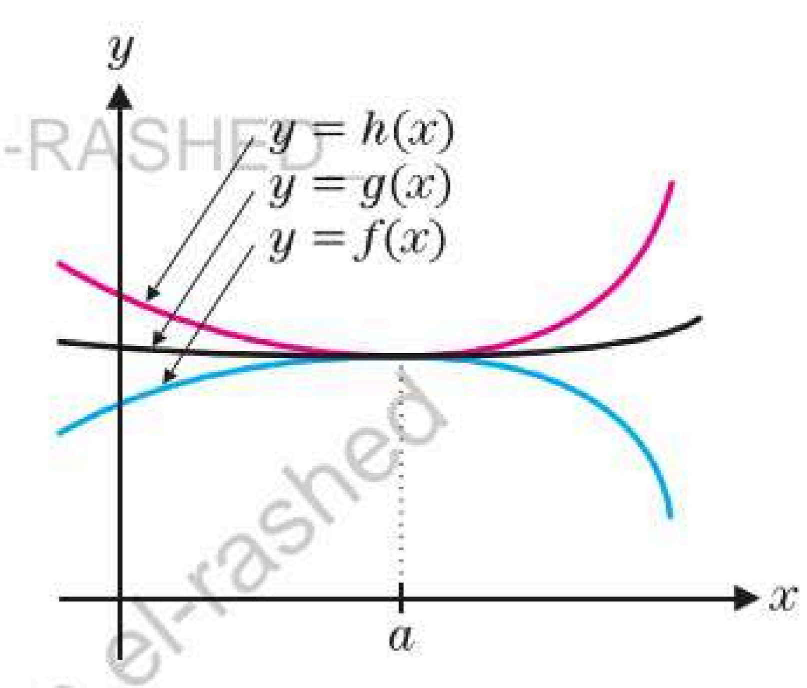
$$f(x) \le g(x) \le h(x)$$

for all x in some interval (c, d), except possibly at the point $a \in (c, d)$ and that

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} h(x) = L,$$

for some number L. Then, it follows that

$$\lim_{x \to a} g(x) = L, \text{ also.}$$



The Squeeze Theorem

النظرية 3.5 (نظرية الشطيرة)

افترض أنّ

$$f(x) \le g(x) \le h(x)$$

لكل x في الفترة (c, d) ما عدا النقطة $a \in (c, d)$ وأنّ

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} h(x) = L$$

ولعدد L. إذًا، يكون:

$$\lim_{x \to a} g(x) = L \quad \text{كما أن}$$

REMARK 3.2

The Squeeze Theorem also applies to one-sided limits.

ملحوظة 3.2

تنطبق نظرية الشطيرة على النهايات أحادية الطرف.

Use sandwich theory to find the value of the limit

استخدم نظريه الشطيرة لايجاد قيمة النهاية

Q43 $\lim_{x \to 0} \left[x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right]$

Q46 $\lim_{\theta \to 0} \frac{1 - \cos\theta}{\theta}$

Q44 $\lim_{x \to 0} \left[x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right]$

Q47 $\lim_{x \to 0} x\cos x$

Q45 $\lim_{x \to \infty} \left[\frac{\cos(x)}{1 + x^2}\right]$

Q48 $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^2-3x}{2x^2-5x-3}$.

Q50 $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{x(x-5)}\right)$.

Q49 $\lim_{x\to 1} \dfrac{\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{2}}{x-1}$.

Q51 $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{x-3}{x^2-2x}$.