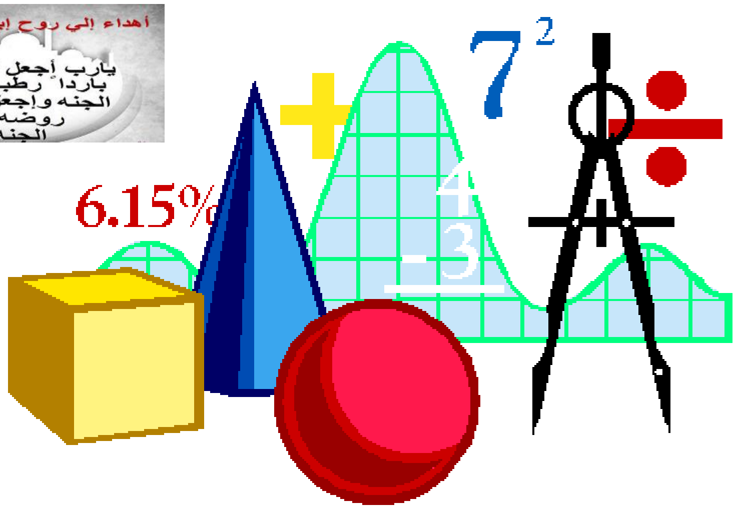
طرائق التكامل والمعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى

مدرسة توام النموذجية الخاصة بالعين



الصف الثاني عشر متقدم

2 – 7التكامل بالأجزاء تدريبات محلولة.

الفصل الدراسي الثالث

اعداد أ.هلال حسين أحمد

2019/2018

Hilal Hussein Ahmed

تذكير

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

تدريبات محلولة

(أولاً) : احسب التكامل , أكد إجابتك بالتفاضل :

$$(1)\ \int x \times \sin x\ dx$$

$u = x \qquad\qquad dv = \sin x\ dx$

$du = dx \qquad\qquad v = -\cos x$

$$\therefore \int x \sin x\, dx = -x\cos x + \int \cos x dx = -x\cos x + \sin x + c$$

التحقيق:-

$$\frac{d}{dx}(-x\cos x + \sin x + c) = (-x)(-\sin x) + \cancel{(\cos x)(-1)} + \cancel{\cos x} = x\sin x$$

$$(2)\int y \times lny\, dy$$

$u = lny \qquad\qquad dv = y\, dy$

$du = \frac{1}{y}dy \qquad\qquad v = \frac{y^2}{2}$

$$\therefore \int y\, lny\, dy = \frac{y^2}{2} \times lny - \int \frac{y}{2}dy = \frac{y^2}{2} \times lny - \frac{y^3}{6} + c$$

$\int x^2 \cos x\, dx$

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها	(التكامل الجدولي)
$f \Rightarrow x^2$	$+$	$\cos x$	
$f' \Rightarrow 2x$	$-$	$\sin x$	
$f'' \Rightarrow 2$	$+$	$-\cos x$	
$f''' \Rightarrow 0$		$-\sin x$	

$$\int x^2 \cos x\, dx = x^2 \sin x + 2x\cos x - 2\sin x + C$$

(ثانياً) : احسب التكاملات التالية :-

$$(3)\int x \times sec^2 x\, dx$$

$u = x \qquad\qquad dv = sec^2 x\, dx$

$du = dx \qquad\qquad v = \tan x$

$$\therefore \int x sec^2 x\, dx = x \times \tan x - \int \tan x\, dx$$

$$= x \times \tan x + ln|\cos x| + c$$

$$(4)\int t^2 \times sint\,dt$$

$u = t^2 \qquad\qquad dv = sint\,dt$

$du = 2tdt \qquad\qquad v = -\cos t$

$$\therefore \int t^2 sint\,dt = -t^2 \times \cos t + \int 2t\cos t\,dt$$

$u = 2t \qquad\qquad dv = cost\,dt$

$du = 2dt \qquad\qquad v = \sin t$

$$\therefore \int t^2 \times sint\,dt$$

$$= -t^2 \times \cos t + 2tsint - \int 2\sin t\,dt$$

$$= -t^2 \times \cos t + 2tsint + 2\cos t + c$$

(التكامل الجدولي)

ومشتقاتها $f(t)$		وتكاملاتها $g(t)$
$f \Rightarrow t^2$	+	$\sin t$
$f' \Rightarrow 2t$	-	$-cost$
$f'' \Rightarrow 2$	+	$-\sin t$
$f''' \Rightarrow 0$		$cost$

$$\therefore \int t^2 \times sint\,dt == -t^2 \times \cos t + 2tsint + 2\cos t + c$$

(5) $\int t \times csc^2 t\, dt \Rightarrow$

$u = t \qquad\qquad dv = csc^2 t\, dt$

$du = dt \qquad\qquad v = -\cot t$

$$\therefore \int t csc^2 t\, dt = -t \times \cot t + \int \cot t\, dt$$

$$= -t \times \cot t + \ln|\sin t| + c$$

(6) $\int x^3 \times \ln x\, dx \Rightarrow$

$u = \ln x \qquad\qquad dv = x^3\, dx$

$du = \frac{1}{x} dx \qquad\qquad v = \frac{x^4}{4}$

$$\therefore \int x^3 \times \ln x\, dx = \frac{x^4}{4} \times \ln x - \int \frac{x^3}{3} dx$$

$$= \frac{x^4}{4} \times \ln x + \frac{x^4}{12} + c$$

(7) $\int (x^2 - 5x)e^x\, dx \Rightarrow$

$u = x^2 - 5x \qquad\qquad dv = e^x\, dx$

$du = (2x - 5)dx \qquad\qquad v = e^x$

$$\therefore \int (x^2 - 5x)e^x\, dx = (x^2 - 5x)e^x - \int (2x - 5)e^x\, dx$$

$$\int (2x-5)e^x\,dx \Rightarrow$$

$u = 2x - 5$ $\qquad dv = e^x\,dx$

$du = 2dx$ $\qquad v = e^x$

$$\therefore \int (x^2-5x)e^x\,dx$$

$$= (x^2-5x)e^x - (2x-5)e^x + \int 2e^x dx$$

$$\therefore \int (x^2-5x)e^x\,dx$$

$$= (x^2-5x)e^x - (2x-5)e^x + 2e^x + c$$

الحل بالتكامل الجدولي:-

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^2 - 5x$	+	e^x
$f' \Rightarrow 2x - 5$	-	e^x
$f'' \Rightarrow 2$	+	e^x
$f''' \Rightarrow 0$		e^x

$$\therefore \int (x^2-5x)e^x\,dx$$

$$= (x^2-5x)e^x - (2x-5)e^x + 2e^x + c$$

$$(8)\ \int e^{y} \sin y\, dy \Rightarrow$$

$u = e^{y}$ $\qquad$ $dv = \sin y\ dy$

$du = e^{y} dy$ $\qquad$ $v = -\cos y$

$$\therefore \int e^{y} \sin y\, dy = -e^{y} \times \cos y + \int e^{y} \times \cos y\, dy$$

$$\int e^{y} \cos y\, dy \Rightarrow$$

$u = e^{y}$ $\qquad$ $dv = \cos y\ dy$

$du = e^{y} dy$ $\qquad$ $v = \sin y$

$$\therefore \int e^{y} \sin y\, dy$$

$$= -e^{y} \times \cos y + e^{y} \times \sin y - \int e^{y} \times \sin y\, dy$$

$$\therefore 2 \int e^{y} \sin y\, dy = -e^{y} \times \cos y + e^{y} \times \sin y + c$$

$$\Rightarrow \therefore \int e^{y} \sin y\, dy = \frac{-e^{y} \times \cos y}{2} + \frac{e^{y} \times \sin y}{2} + c$$

(9) $\int x^4\, e^{-x} dx \;\Longrightarrow$ الحل بالتكامل الجدولي

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^4$	$+$	e^{-x}
$f' \Rightarrow 4x^3$	$-$	$-e^{-x}$
$f'' \Rightarrow 12x^2$	$+$	e^{-x}
$f''' \Rightarrow 24x$	$-$	$-e^{-x}$
$f^{(4)} \Rightarrow 24$	$+$	e^{-x}
$f^{(5)} \Rightarrow 0$		$-e^{-x}$

$$\int x^4\, e^{-x} dx = -x^4 e^{-x} - 4x^3 e^{-x} - 12x^2 e^{-x} - 24x e^{-x} - 24e^{-x} + c$$

(10) $\int x^3\, e^{-2x} dx \;\Longrightarrow$ الحل بالتكامل الجدولي

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^3$	$+$	e^{-2x}
$f' \Rightarrow 3x^2$	$-$	$-\frac{1}{2} e^{-2x}$
$f'' \Rightarrow 6x$	$+$	$\frac{1}{4} e^{-2x}$
$f''' \Rightarrow 6$	$-$	$-\frac{1}{8} e^{-2x}$
$f^{(4)} \Rightarrow 0$		$\frac{1}{16} e^{-2x}$

$$\int x^3\, e^{-2x} dx = -x^3 \frac{1}{2} e^{-2x} - \frac{3}{4} x^2 e^{-2x} - \frac{3}{4} x\, e^{-2x} - \frac{6}{16} e^{-2x} + c$$

$$(11)\int e^{-y}\cos y\,dy \Rightarrow$$

$u = e^{-y}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $dv = \cos y\ dy$

$du = -e^{-y}dy$ $\qquad\qquad\qquad$ $v = \sin y$

$$\therefore \int e^{-y}\cos y\,dy$$

$$= e^{-y}\times \cos y + \int e^{-y}\times \sin y\,dy$$

$$\int e^{-y}\sin y\,dy \Rightarrow$$

$u = e^{-y}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $dv = \sin y\,dy$

$du = -e^{-y}dy$ $\qquad\qquad\qquad$ $v = -\cos y$

$$\therefore \int e^{-y}\cos y\,dy$$

$$= -e^{-y}\times \cos y + e^{-y}\times \sin y$$

$$-\int e^{-y}\times \cos y\,dy + c$$

$$\therefore 2\int e^{-y}\cos y\,dy = -e^{-y}\times \cos y + e^{-y}\times \sin y + c$$

$$\Rightarrow\therefore \int e^{y}\sin y\,dy = \frac{-e^{-y}\times \cos y}{2} + \frac{e^{-y}\times \sin y}{2} + c$$

Hilal Hussein Ahmed

(12) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin 2x \, dx \Longrightarrow$ الحل بالتكامل الجدولي

$f(x)$ ومشتقاتها	$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^2$	$\sin 2x$
$f' \Rightarrow 2x$	$\frac{-1}{2} \cos 2x$
$f'' \Rightarrow 2$	$\frac{-1}{2} \sin 2x$
$f''' \Rightarrow 0$	$\frac{1}{2} \cos 2x$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin 2x \, dx = \left[\frac{-1}{2} x^2 \cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + [x \sin 2x]_0^{\frac{\pi}{2}} + [\cos 2x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \cdots = 0.73370$$

(13) $\int_{-2}^{3} e^{2x} \cos 3x \, dx \Longrightarrow$

$u = e^{2x}$ $\qquad$ $dv = \cos 3x \; dx$

$du = 2e^{2x} dy$ $\qquad$ $v = \frac{1}{3} \sin 3x$

$$\therefore \int e^{2x} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} e^{2x} \cos 3x - \int \frac{2}{3} e^{2x} \times \sin 3x \, dx$$

$$\int \frac{2}{3} e^{2x} \times \sin 3x \, dx \Rightarrow$$

$$u = \frac{2}{3} e^{2x} \qquad\qquad dv = \sin 3x \, dx$$

$$du = \frac{1}{3} e^{2x} dx \qquad\qquad v = -\frac{1}{3} \cos 3x$$

$$\therefore \int e^{2x} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} e^{2x} \cos 3x + \frac{2}{9} e^{2x} \times \cos 3x - \int \frac{1}{9} e^{2x} \times \cos 3x \, dx$$

$$\therefore \frac{10}{9} \int_{-2}^{3} e^{2x} \cos 3x \, dx = \left[\frac{1}{3} e^{2x} \cos 3x + \frac{2}{9} e^{2x} \times \cos 3x\right]_{-2}^{3}$$

$$\Rightarrow \therefore \int_{-2}^{3} e^{2x} \cos 3x \, dx = \frac{9}{10} \left[\frac{1}{3} e^{2x} \cos 3x + \frac{2}{9} e^{2x} \times \cos 3x\right]_{-2}^{3}$$

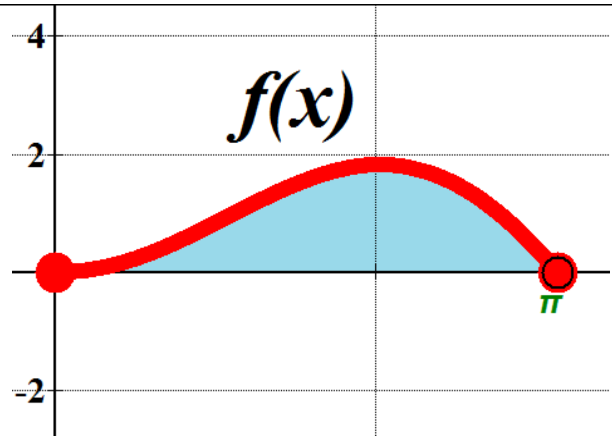
$$= \cdots = -20.207$$

$(14) \int x^3 \times e^{-2x} dx \Rightarrow$ الحل بالتكامل الجدولي

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^3$	$+$	$\cos 2x$
$f' \Rightarrow 3x^2$	$-$	$\frac{\sin 2x}{2}$
$f'' \Rightarrow 6x$	$+$	$\frac{-\cos 2x}{4}$
$f''' \Rightarrow 6$	$-$	$\frac{-\sin 2x}{8}$
$f^{(4)} \Rightarrow 0$		$\frac{\cos 2x}{16}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 \cos 2x\, dx = \left[x^3 \times \frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[3x^2 \times \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[6x \times \frac{\sin 2x}{8}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[6 \times \frac{\cos 2x}{16}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -1.1$$

(15) أوجد مساحه المنطقة المحصورة بين محور السينات , و المنحني $y = x \sin x$ حيث :



$(a)\ \ 0 \le x \le \pi$

$$A = \int_0^{\pi} x \sin x\, dx$$

$u = x \qquad dv = \sin x\ dx$

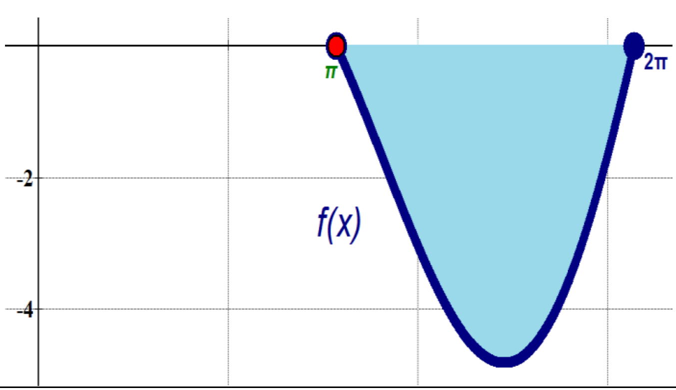
$du = dx \qquad v = -\cos x$

$$\therefore \int_0^{\pi} x \sin x\, dx = [-x\cos x]_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x\, dx$$

$$= [-x\cos x]_0^{\pi} + [\sin x]_0^{\pi}$$

$A = \pi$

$(b)\ \ \pi \le x \le 2\pi$



$$A = \int_{\pi}^{2\pi} x \sin x\, dx$$

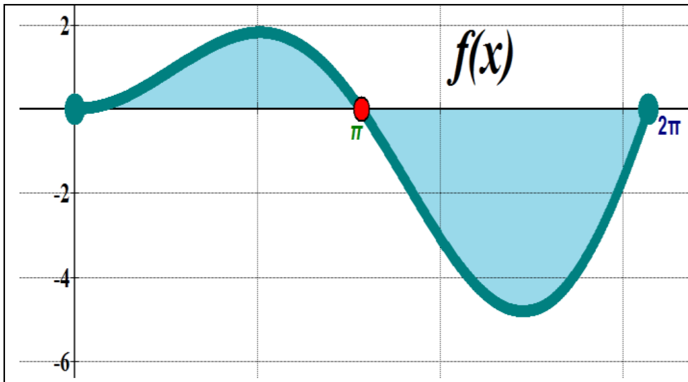
$u = x \qquad dv = \sin x\ dx$

$du = dx \qquad v = -\cos x$

$$\therefore \int_{\pi}^{2\pi} x \sin x\, dx = [-x\cos x]_{\pi}^{2\pi} + \int_{\pi}^{2\pi} \cos x\, dx$$

$$= [-x\cos x]_{\pi}^{2\pi} + [\sin x]_{\pi}^{2\pi}$$

$A = |-3\pi| = 3\pi$



$(c)\ \ 0 \le x \le 2\pi$

$$A = \left|\int_0^{\pi} x \sin x\, dx\right| + \left|\int_{\pi}^{2\pi} x \sin x\, dx\right|$$

$$A = |\pi| + |3\pi| = 4\pi$$

(16) قيم التكامل باستخدام التعويض و التكامل بالتجزئ .

$$\int \sin\sqrt{x}\, dx$$

التعويض اولاً بفرض $w = \sqrt{x}$

$$\Rightarrow dw = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x} dw = dx$$

$$\Rightarrow 2w dw = dx$$

$$\int 2w \sin w\, dw$$

$u = 2w \qquad dv = \sin w\ dw$

$du = 2dw \qquad v = -\cos w$

$$\therefore \int 2w \sin w\, dw = -2w\cos w + 2\int \cos w\, dw$$

$$= -2w\cos w + 2\sin w + c$$

$$\therefore \int \sin\sqrt{x}\, dx = -2\sqrt{x}\cos\sqrt{x} + 2\sin\sqrt{x} + c$$

(17) أعتبر التكامل $\int x^n e^x dx$. استخدم بالتجزئ لحساب التكامل إذا كان :

$(a)\ \ n = 1 \quad (b)\ n = 2 \quad (c)\ \ n = 3 \quad (d)\ n$ توقع قيمة التكامل لأي صحيح موجب

أكتب للتعلم . اكتب تعليلاً مقنعاً بأن التوقع فى (d) صحيح. $(e\ \ )$

$(a)\ \ n = 1$ عندما $\Rightarrow \int xe^x dx \Rightarrow \int xe^x dx = xe^x - e^x + c$

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x$	$+$	e^x
$f' \Rightarrow 1$	$-$	e^x
$f'' \Rightarrow 0$		e^x

(b) $n = 2$ عندما $\Rightarrow \int x^2e^xdx = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c$

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^2$	$+$	e^x
$f' \Rightarrow 2x$	$-$	e^x
$f'' \Rightarrow 2$	$+$	e^x
$f''' \Rightarrow 0$		e^x

(c) $n = 3$ عندما $\Rightarrow \int x^3e^xdx = x^3e^x - 3x^2e^x + 6xe^x - 6e^x + c$

$f(x)$ ومشتقاتها		$g(x)$ وتكاملاتها
$f \Rightarrow x^3$	$+$	e^x
$f' \Rightarrow 3x^2$	$-$	e^x
$f'' \Rightarrow 6x$	$+$	e^x
$f''' \Rightarrow 6$	$-$	e^x
$f^{(4)} \Rightarrow 0$		e^x

(d) $\int x^ne^xdx \Rightarrow \int x^ne^xdx$

$$= x^ne^x - nx^{n-1}e^x + n(n-1)x^{n-2}e^x \dots\dots\dots - n!\,e^x + c$$

$$\frac{d}{dx}\int (x^ne^x)dx = \frac{d}{dx}(x^ne^x - nx^{n-1}e^x + n(n-1)x^{n-2}e^x \dots\dots\dots - n!\,e^x + c) = x^ne^x$$

Hilal Hussein Ahmed

$$= \left(x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} \dots\dots\dots - n! + c\right)e^x + e^x \frac{d}{dx}\left(x^n - nx^{n-1} + n(n-1)x^{n-2} \dots\dots\dots - n! + c\right) = x^n e^x$$

(18) قيم التكامل باستخدام التعويض و التكامل بالتجزئ .

$$\int e^{\sqrt{3x+9}}\,dx$$

التعويض اولاً بفرض $w = \sqrt{3x+9}$ $\Rightarrow dw = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+9}}dx$ $\Rightarrow 2\sqrt{3x+9}dw = 3dx$ $\Rightarrow \dfrac{2}{3}wdw = dx$	$\int \dfrac{2}{3}we^w\,dw$ $u = \dfrac{2}{3}w \quad dv = e^w\,dw$ $du = \dfrac{2}{3}dw \quad v = e^w$ $\therefore \int \dfrac{2}{3}we^w dw = \dfrac{2}{3}we^w - \dfrac{2}{3}\int e^w dw$ $= \dfrac{2}{3}we^w - \dfrac{2}{3}e^w + c$ $\therefore \int e^{\sqrt{3x+9}}\,dx = \dfrac{2}{3}\sqrt{3x+9}e^{\sqrt{3x+9}} - \dfrac{2}{3}e^{\sqrt{3x+9}} + c$

مع تحيات أ.هلال حسين

امتحانات سابقة

(1) إذا كانت : $f(4) = -8 \ , f(1) = 3 \ , \int_1^4 f(x)dx = 12$

اوجد $\int_1^4 (2x+3)\, f'(x)dx$

إرشاد : استخدام التكامل بالتجزئ حيث : $\int_a^b u\,dv = [uv]_a^b - \int_a^b v\,du$

$u = (2x+3)$ $\qquad dv = f'(x)dx$

$du = 2dx$ $\qquad v = f(x)$

$$\therefore \int_1^4 (2x+3)\, f'(x)dx$$

$$= [(2x+3) \times f(x)]_1^4 - 2\int_1^4 f(x)\, dx = -127$$

(2) لتكن $f(x)$ دالة, $f''(x)$ مشتقتها الثانية متصلة على الفترة $[1, 5]$ وكانت :

$f'(1) = f(1) = 2, \int_1^5 f(x)\, dx = 10, f'(5) = f(5) = -6$

أوجد $\int_1^5 x^2 f''(x)\, dx$ ؟

$g(x)$ وتكاملاتها	$f(x)$ ومشتقاتها
$f''(x)$	$f \Rightarrow x^2$
$f'(x)$	$f' \Rightarrow 2x$
$f(x)$	$f'' \Rightarrow 2$
$\int f(x)\,dx$	$f''' \Rightarrow 0$

$$\int_1^5 x^2 f''(x)\,dx = [x^2 f'(x)]_1^5 - [2x f(x)]_1^5 + 2\int_1^5 f(x)$$

$$= (25 \times -6 - 2) - (10 \times 2 - 2 \times 2) + 20 = -148$$

(3)إستخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد $\int lnx\,dx$:

$u = lnx \qquad dv = dx$

$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = x$

$$\therefore \int lnx\,dx = x\ln x - \int dx = x\ln x - x + c$$

مع تحيات أ.هلال حسين

(4) أوجد : $\int x^2 e^{2x} dx$

4

و مشتقاتها $f(x)$		وتكاملاتها $g(x)$
$f = x^2$	$+$	e^{2x}
$f' = 2x$	$-$	$\frac{e^{2x}}{2}$
$f'' = 2$	$+$	$\frac{e^{2x}}{4}$
$f''' = 0$		$\frac{e^{2x}}{8}$

$$\therefore \int x^2 e^{2x} dx = \frac{x^2}{2} e^{2x} - \frac{x}{2} e^{2x} + \frac{e^{2x}}{4} + c$$

(5) استخدم التعويض ثم التكامل الجدولي(او ما تراه مناسبا) لإيجاد $\int \cos\sqrt{x}\, dx$

التعويض اولاً بفرض $w = \sqrt{x}$

$$\Rightarrow dw = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x} dw = dx$$

$$\Rightarrow 2w dw = dx$$

$$\int 2w \cos w\, dw$$

$u = 2w \qquad dv = \cos w\ dw$

$du = 2dw \qquad v = \sin w$

$$\therefore \int 2w \cos w\, dw = 2w \sin w - 2\int \sin w dw$$

$$= -2w\sin w + 2\cos w + c$$

$$\therefore \int \sin\sqrt{x}\, dx = -2\sqrt{x}\sin\sqrt{x} + 2\cos\sqrt{x} + c$$

(6) لتكن $f(x)$ حيث مشتقتها الثانية $f''(x)$ متصلة على الفترة $[-1,1]$ استخدم التكامل بالتجزئ لإثبات ان

$$\int_{-1}^{1} xf''(x)\,dx = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1)$$

افرض $(u = x, dv = f''(x)dx)$

وتكاملاتها $g(x)$		ومشتقاتها $f(x)$
$f''(x)$	$+$	$f \Rightarrow x$
$f'(x)$	$-$	$f' \Rightarrow 1$
$f(x)$		$f'' \Rightarrow 0$

$$\int_{-1}^{1} xf''(x)\,dx = [xf'(x)]_{-1}^{1} - [f(x)]_{-1}^{1} = f'(1) + f'(-1) - f(1) + f(-1)$$

(7) قيم التكامل باستخدام التعويض و التكامل بالتجزئ.

$$\int e^{\sqrt{x}}\,dx$$

التعويض اولاً بفرض $w = \sqrt{x}$

$$\Rightarrow dw = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x}dw = dx$$

$$\Rightarrow 2wdw = dx$$

$$\int 2we^{w}\,dw$$

$u = 2w$ $\quad dv = e^{w}\,dw$

$du = 2dw$ $\quad v = e^{w}$

$$\therefore \int 2we^{w}dw = 2we^{w} - 2\int e^{w}dw$$

$$\therefore \int 2we^{w}dw = 2we^{w} - 2e^{w} + c$$

$$\therefore \int e^{\sqrt{x}}\,dx = 2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$$

مع تحيات أ.هلال حسين

(8) إذا كان ميل مماس المنحني $y = f(x)$ عند النقطة (x, y) هو $x^3 \ln x$

أوجد : معادلة المنحني $y = f(x)$ إذا علمت انه يمر بالنقطة $(1, 0)$

$$\frac{dy}{dx} = x^3 \ln x \Rightarrow y = \int x^3 \ln x \, dx$$

$$u = \ln x \qquad dv = x^3 \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx \qquad v = \frac{x^4}{4}$$

$$\therefore \int x^3 \ln x \, dx = \frac{x^4}{4} \times \ln x - \int \frac{x^3}{4} dx = \frac{x^4}{4} \times \ln x - \frac{x^4}{16} + c$$

$$\therefore y = \frac{x^4}{4} \times \ln x - \frac{x^4}{16} + c \Rightarrow c = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^4}{4} \times \ln x - \frac{x^4}{16} + \frac{1}{16}$$

مع تحيات أ.هلال حسين

Hilal Hussein Ahmed

(9) بين أن $G(t) = t\sin(5t)$ هي مشتقة عكسية للدالة

$g(t) = 5t\cos(5t) + \sin(5t)$:

$$G'(t) = \sin(5t) + 5t\cos(5t) = g(t)$$

$\Rightarrow$ $g(t)$ هي مشتقة عكسية للدالة $G(t)$ $\therefore$

مستفيدا مما توصلت أليه أوجد : $\int t\cos(5t)\,dt$

$$\because G'(t) = \sin(5t) + 5t\cos(5t)$$

$$\Rightarrow \int G'(t)\,dt = \int \sin(5t)\,dt + \int 5t\cos(5t)\,dt$$

$$\therefore G(t) = \frac{-1}{5}\cos(5t) + 5\int t\cos(5t)\,dt$$

$$\Rightarrow \therefore t\sin(5t) = \frac{-1}{5}\cos(5t) + 5\int t\cos(5t)\,dt$$

$$\Rightarrow \therefore 5\int t\cos(5t)\,dt = \frac{1}{5}\cos(5t) + t\sin(5t)$$ بالقسمة على 5

$$\Rightarrow \therefore \int t\cos(5t)\,dt = cos(5t) + \frac{t}{5}sin(5t) + c$$

مع تحيات أ.هلال حسين

Hilal Hussein Ahmed

اللهم ارزقنا حبك وحب من يحبك ،
اللهم ظلنا تحت عرشك يوم لا ظل الا ظلك ،
رب اوزعني ان اشكر نعمتك علي وعلى والدي
وان اعمل صالحا ترضاه واصلح لي في ذريتي
اني تبت اليك واني من المسلمين ،
رب اغفر لي ولوالدي ربي ارحمهما كما ربياني صغيرا
اللهم اغفر لي ما لا يعلمون
ولا تؤاخذني بما يقولون
واجعلني خيرا مما يظنون

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

أ.هلال حسين أحمد

2018/2019