شكراً لتحميلك هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية	

أوراق عمل مع ملخص الدرس السابع القيم المثلى - النمذجة - optimization الرابعة الوحدة من

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الثاني

1	أسئلة الامتحان النهائي الالكتروني والورقي - بريدج
2	حل اختبار تجريبي يحاكي الامتحان النهائي وفق الهيكل الوزاري
3	اختبار تجريبي يحاكي الامتحان النهائي وفق الهيكل الوزاري
4	حل تجميعة أسئلة بونس متوقعة في الامتحان النهائي
5	تجميعة أسئلة بونس متوقعة في الامتحان النهائي

Al Shobaki الشوبكي

(4-7) القيم المثلى - النَّمذجة (تطبيقات على القيم القصوى) Optimization

- وجود كلمات مثل أكبر ما يمكن، أقل ما يمكن، أصغر ما يكون، أثقل ما يمكن، أكبر ربح، أقل خسارة، أبعد ما يمكن، إلخ ... كلها تدل على إيجاد القيم القصوى (عظمى، صغرى)
- ولإخراجها وجب معرفة ما المطلوب، ومن هو صاحب القيمة القصوى، وهو الذي نشتقّه ونعامله لإخراج الأصفار، والمعطيات الأخرى تكون للمساعدة باختزال أحد المتغيّرات بدلالة الآخر
- Words such as the largest, the least, the smallest, the heaviest, the maximum revenue, the minimum loss, the farthest, etc... all indicate finding the extrema (maximum, minimum)
- In order to find the extrema, it is necessary to decide what quantity needs to be maximized or minimized? in order to derive it and set it equal zero, and the other given data is to reduce one of the variables in terms of the other

- خطوات الحل:
- Solution steps:

1) وجب معرفة المجال إذا لم يكن معطى، ولتحديد المجال أو الفترة التي قد نحصل فيها على العظمى أو الصغرى المطلقة فإنَّنا نعلم أنَّ الدوال المتصلة على $[a,b]$ يوجد بها عظمى وصغرى مطلقة، وقد يصعب علينا في بعض المسائل إيجاد النقاط الطرفية وعندها فإنَّنا نسعى لتحقيقها على الفترة (a,b) ، وعندما تكون القيمة القصوى الوحيدة فهي مطلقة

1) It is necessary to know the domain when it is not given, and to determine the domain or interval in which we may obtain the absolute maximum or minimum, we know that the continuous functions on $[a,b]$ have absolute maximum and minimum, and it may be difficult for us to find the terminal points in some questions, and then we seek it over the interval (a,b) , and when it is the only extreme value it is already absolute

2) عمل رسم توضيحي أو مخطط

2) draw a diagram

3) نكوّن معادلة ذات مجهول واحد تعود على صاحب القيمة القصوى

3) Write an expression for the quantity to be maximized or minimized in terms of only *one* variable

4) نجد المشتقّة ونساويها بالصّفر

4) Find the derivative and set it equal zero

5) نستخدم اختبار المشتقّة الأولى أو الثّانية لإيجاد تلك القيمة القصوى

5) Use the first or second derivative test to find extrema

- وجب معرفة وحفظ بعض قوانين الأشكال الهندسية للقيام بهذه المهمة. نستعرضها بشكل سريع كمراجعة لما نعرفه في الصّفوف السّابقة

1- The distance between two points (x_1,y_1) and (x_2,y_2)

1- البعد بين نقطتان (x_1,y_1) و (x_2,y_2)

$$L=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

مثال: جد البعد بين النقطتين $(-1,4)$ و $(0,2)$ ؟

2- The Midpoint between two points (x_1,y_1) and (x_2,y_2)

2- منتصف المسافة بين نقطتان (x_1,y_1) و (x_2,y_2)

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

مثال: جد منتصف المسافة بين النقطتين $(4,5)$ و $(2,3)$ ؟

3- The distance between a point and a line (x_1,y_1) and $y=ax+by+c$

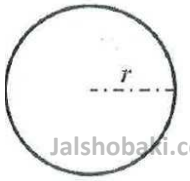
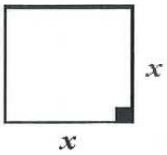
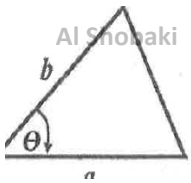
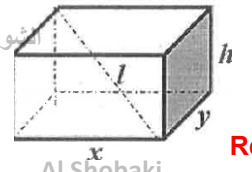
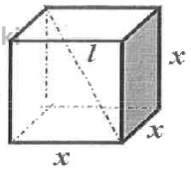
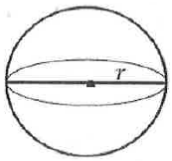
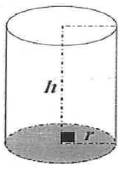
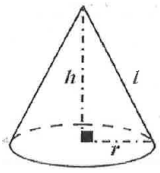
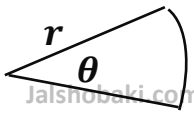
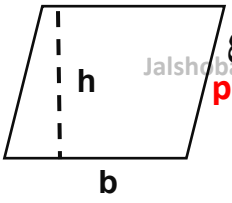
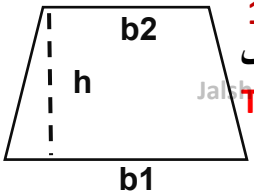
3- البعد بين نقطة ومستقيم (x_1,y_1) و $y=ax+by+c$

$$D=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

مثال: جد البعد بين المستقيم $2x-3y=4$ والنقطة $(2,1)$ ؟

Al Shobaki الشوبكي

FORMULAS FOR PERIMETER, AREA, SURFACE, VOLUME — قوانين المساحات والحجوم

4 دائرة circle  $A = \pi r^2$ المساحة Area $C = 2\pi r$ المحيط perimeter	**5** مستطيل Rectangle $A = xy$ المساحة $C = 2(x + y)$ المحيط	**6** مربع square  $A = x^2$ المساحة $C = 4x$ المحيط
7 مثلث Triangle  $A = \frac{1}{2}ab\sin\theta$ المساحة المحيط هو مجموع الاضلاع	**8** متوازي المستطيلات Rectangular Solid  $s = 2(xy + hy + hx)$ $V = x.y.h$ الحجم $L = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$ طول القطر	**9** مكعب cube  $s = 6x^2$ المساحة الكلية $V = x^3$ الحجم
10 الكرة Sphere  $s = 4\pi r^2$ المساحة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ الحجم	**11** الأسطوانة cylinder  $s = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ المساحة الكلية $V = b.h = \pi r^2 h$ الحجم	**12** مخروط cone  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ الحجم $S = \pi rl + \pi r^2$
13 القطاع الدائري L circular sector  $A = \frac{1}{2}r^2\theta$ المساحة $C = 2r + L$ المحيط $L = r\theta$ طول القوس	**14** متوازي الاضلاع parallelogram  $A = b.h$ المساحة	**15** شبه منحرف Trapezoid  $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$ المساحة

Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي

أسئلة متنوعة

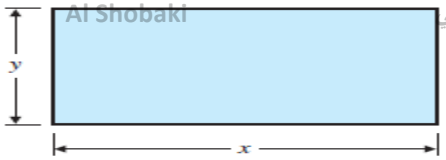
1) بيّن أنَّه من بين المستطيلات التي محيطها $8\ m$ ، واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربَّعاً؟

Show that among all rectangles with an 8 - m perimeter, the one with the largest area is a square?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

2) ما أصغر محيط لمستطيل مساحته $16\ m^2$ ، وما أبعاده؟

Find the smallest perimeter and the dimensions for a rectangle with an area of 16 m^2 ?



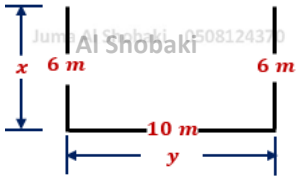
Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

3) مزرعة على شكل قطعة مستطيلة من الأرض تقع على حافّة نهر مستقيم، يراد وضع سياج على الجوانب الثلاثة الأخرى. ما أكبر مساحة يمكن إحاطتها بسياج طوله $800\ m$ ؟

A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms the fourth side of a rectangular farm, there is $800\ m$ of fencing available. Find the maximum enclosed area?

4) صالة عرض بمتجر مستطيلة بثلاث جدران في ثلاث جوانب وفتحات باب $6\ m$ في الجانبين المتقابلين، وفتحة باب $10\ m$ في الجدار المتبقي. يجب أن تكون مساحة أرضية صالة العرض $800\ m$ مربّعاً، فماهي الأبعاد التي ستكوّن أصغر طول لهذا الجدار؟

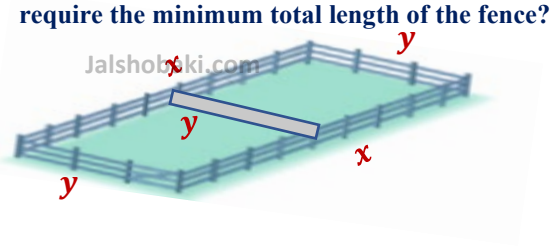
A showroom for a department store is to be rectangular with walls on three sides, $6\ m$ door openings on the two facing sides and a $10\ m$ door opening on the remaining wall. The showroom is to have $800\ m$ of floor space. What dimensions will minimize the length of wall used?



Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي

5) يراد إحاطة قطعة أرض مستطيلة مساحتها $216\ m^2$ بسياج، ثمّ قسمتها إلى قطعتين متساويتين بسياج آخر موازٍ لأحد أضلاع المستطيل. ما أبعاد المستطيل الخارجي التي تستلزم أصغر طول كلّي للسياج؟ ما طول السياج الذي نحتاج اليه؟

A rectangular piece of land of $216\ m^2$ is intended to be surrounded by a fence, then divided into two identical adjoining rectangles by another fence parallel to one of the sides of the rectangle. What are the dimensions of the outer rectangle that require the minimum total length of the fence? What length of fence do we need?



Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي
Al Shobaki الشوبكي

6) بيّن أنَّ المستطيل ذي المساحة العظمى محيطه قيمة ثابتة (p) دائماً مربَّع؟

Show that the rectangle of maximum area for a given perimeter (p) is always a square?

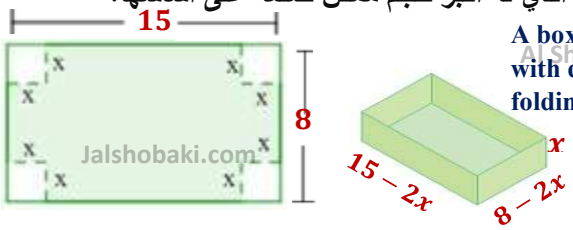
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي

7) بيّن أنَّ المستطيل ذي المحيط الأصغر ومساحته قيمة ثابتة (A) مربَّع دائماً؟

Show that the rectangle of minimum perimeter for a given area (A) is always a square?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Al Shobaki الشوبكي Al Shobaki الشوبكي
Al Shobaki الشوبكي

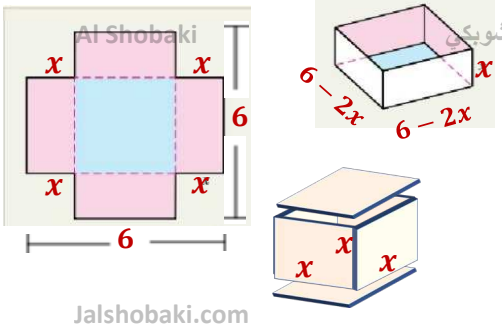
8) يتم بناء صندوق على هيئة متوازي مستطيلات بدون غطاء (مفتوح من الأعلى) من قطعة ورق أبعادها $(8 \times 15)\ m$ وذلك بقطع 4 مربعات متطابقة من أطرافها. ثمّ طي الأجزاء البارزة، ما أبعاد الصّندوق الذي له أكبر حجم ممكن صنعه على أساسها؟



A box in the form of a cuboid with no top is to be built from a piece of cardboard with dimensions $(8 \times 15)\ m$ by cutting 4 identical squares from its corners and folding up the sides. Find the value of x that maximizes the volume of the box?

9) يتم بناء صندوق مفتوح من الأعلى من قطعة ورقة مساحتها $(6 \times 6)\ inch$ ، ثمّ أخذنا القطع الأربعة المربّعة $(x)(x)$ المقطوعة من أطرافها وعملنا منها صندوق آخر مفتوح من الجهتين أعلى وأسفل، جد قيمة (x) التي تحقّق القيمة العظمى لمجموع أحجام الصّندوقان؟

A box with no top is built by taking a $(6 \times 6)\ inch$ piece of cardboard, cutting x-inch squares out of each corner and folding up the sides. The four x-inch squares are then taped together to form a second box (with no top or bottom). Find the value of x that maximizes the sum of the volumes of the boxes?

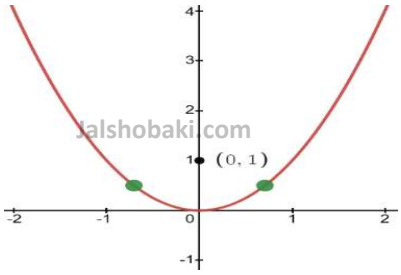


Al Shobaki الشوبكي Jalshobaki.com

Al Shobaki الشوبكي Jalshobaki.com

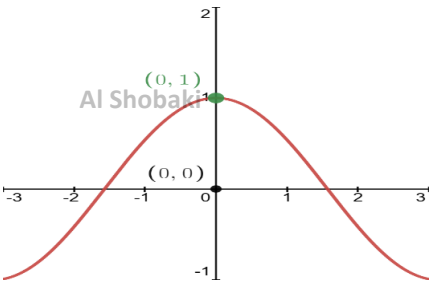
10) أوجد النُّقطة على المنحنى $y = x^2$ ، الأقرب للنّقطة $(0, 1)$ ؟

Find the point on the curve $y = x^2$ closest to the point $(0, 1)$?



11) جد النُّقطة على المنحنى $y = cosx$ ، الأقرب للنّقطة $(0, 0)$ ؟

Find the point on the curve $y = cosx$ closest to the point $(0, 0)$?

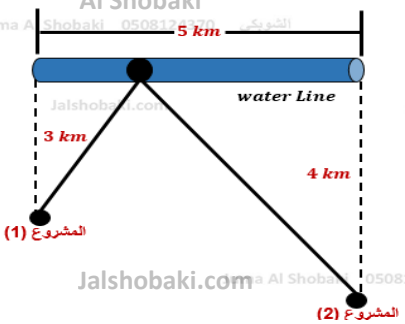


12) يراد تصميم علبة صودا بحيث تتّسع العلبة (أسطوانة دائرية) 12 لتراً من السّائل، على فرض أنَّ سمك القمّة والقاع ضعف سمك الجوانب، أوجد أبعاد العلبة التي تحقّق القيمة الصّغرى للمادة المستخدمة؟

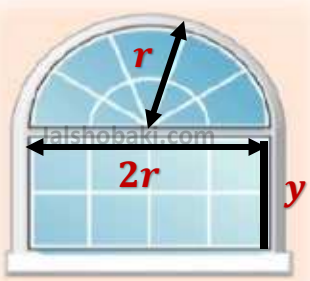
A soda can is to hold 12 Litres. Suppose that the bottom and top are twice as thick as the sides. Find the dimensions of the can that minimize the amount of material used?

13) يمتدّ خط الماء بين الشَّرق والغرب. تريد مدينة توصيل مشروعي تطوير سكنية بالخط من خلال مد خط من نقطة واحدة على الخط الموجود إلى مشروعي التّطوير. يقع أحد المشاريع على بعد $3\ km$ جنوب الخط الموجود ويقع الآخر على بعد $4\ km$ جنوب الخط الموجود و $5\ km$ شرق مشروع التّطوير الأوّل. جد المكان على الخط الموجود لعمل الوصلة وإيجاد القيمة الصّغرى لطول الخط الجديد؟

A water line runs east-west. A town wants to connect two new housing developments to the line by running lines from a single point on the existing line to the two developments. One development is $3\ km$ south of the existing line; the other development is $4\ km$ south of the existing line and $5\ km$ east of the first development. Find the place on the existing line to make the connection to minimize the total length of new line?



14) نافذة نورمندية على شكل نصف دائرة فوق مستطيل، على فرض أنَّه يتوفَّر $(8+\pi)$ متراً من الزَّخارف الخشبية، ناقش السّبب في أنّ مصمّم النّافذة قد يرغب في زيادة مساحة النّافذة، أوجد أبعاد المستطيل (وبالتّالي نصف الدّائرة) التي ستحقّق القيمة العظمى لمساحة النّافذة؟



A Norman window has the outline of a semicircle on top of a rectangle. Suppose there is $(8+\pi)$ m of wood trim available. Discuss why a window designer might want to maximize the area of the window. Find the dimensions of the rectangle (and, hence, the semicircle) that will maximize the area of the window?

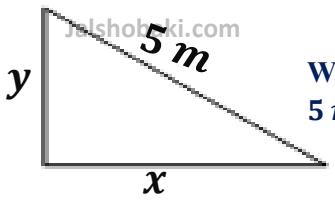
15) سلك طوله $2\ m$ يجب قصّه إلى قطعتين، ستشكّل كل منها مربَّعاً، جد طول كل قطعة لتحقّق قيمة عظمى لإجمالي مساحتي المربَّعين؟

Suppose a wire $2\ m$ long is to be cut into two pieces, each of which will be formed into a square. Find the size of each piece to maximize the total area of the two squares?

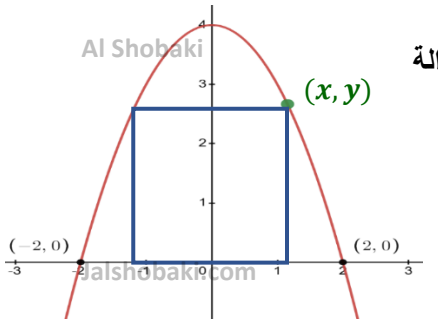
16) عددان غير سالبان مجموعهما 20 . جد هذان العددان ليكون حاصل ضربهما أكبر ما يمكن؟

The sum of two non-negative numbers is 20. Find these numbers if their product is as large as possible?

17) ما أكبر مساحة ممكنة لمثلّث قائم الزاوية ووتره يساوي $5\ m$ ، وما أبعاده؟

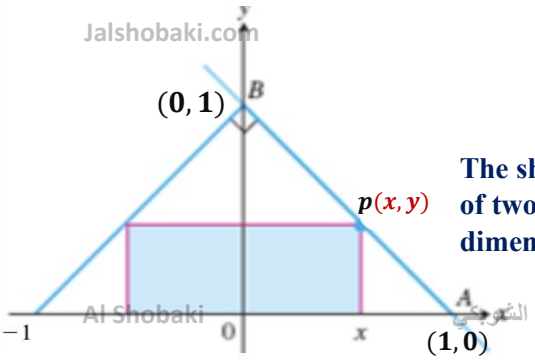


What is the maximum possible area of a right-angled triangle with a hypotenuse of $5\ m\ long$, and what are its dimensions?



18) يراد رسم مستطيل أحد بعديه ينطبق على محور السّينات ورأساه الآخران على منحنى الدّالة $y = -x^2 + 4$. ما أكبر مساحة ممكنة لهذا المستطيل؟

A rectangle is constructed with its base on the x-axis and the two of its vertices on the parabola $y = -x^2 + 4$. What is the maximum area of this rectangle?



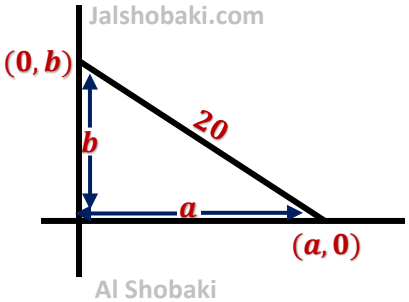
19) الشّكل مستطيل داخل مثلّث قائم الزّاوية، ومتساوي السّاقين، طول وتره وحدتان.

ما أكبر مساحة يأخذها المستطيل p ؟ وما ابعاده؟

The shape is a rectangle inside an isosceles right triangle, with a hypotenuse of two units. What is the maximum area of the rectangle p and what are its dimensions?

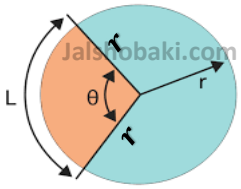
20) يراد التَّخطيط لغلق ركن في الرُّبع الأوَّل لقطعة مستقيمة طولها 20 وحدة طول. نبدأ العمل لغلق الرّكن من نقطة $(a,0)$ إلى نقطة $(0,b)$ ، أثبت أنَّ مساحة المثلّث الذي تحدُّه القطعة المستقيمة يكون أكبر ما يمكن عندما $a=b$ ؟

It is intended to close a corner in the first quarter with a 20 units straight line segment. We start working to close the corner from point $(a,0)$ to point $(0,b)$. Prove that the area of the triangle bounded by the straight-line segment is maximum when $a=b$?



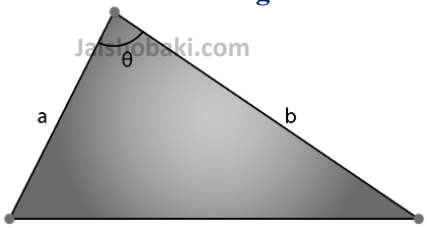
21) قطاع دائري محيطه $15\ cm$ ، جد طول نصف قطر دائرته لتكون مساحته أكبر ما يمكن؟

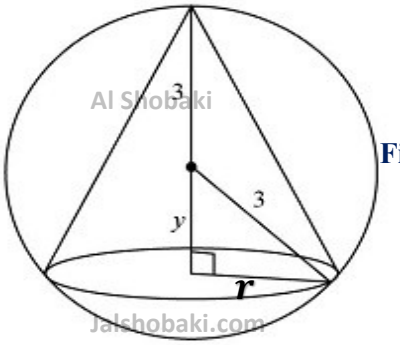
A circular sector with a 15 cm circumference, find the radius so that the area of the sector is maximum?



22) ضلعان في مثلّث طولاهما a,b والزّاوية بينهما θ ، ما قيمة θ التي تجعل مساحة المثلّث أكبر ما يمكن؟

Two sides of a triangle have lengths 'a' and 'b' and the angle between them is θ. What value of θ will maximize the area of the triangle?

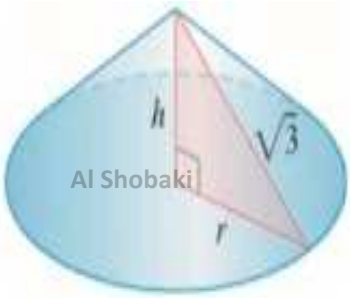




23) أوجد أكبر حجم لمخروط دائري قائم داخل كرة طول نصف قطرها $3\ cm$ ؟

Find the maximum volume of a right circular cone inside a sphere of radius 3 cm ?

24) مثلّث قائم الزّاوية وتره يساوي $\sqrt{3}\ m$ ، يدور حول إحدى ضلعي القائمة (قاعدتيه) ليولّد مخروطاً دائريّاً قائماً. جد طول نصف القطر، الارتفاع، وحجم المخروط الذي له أكبر حجم؟

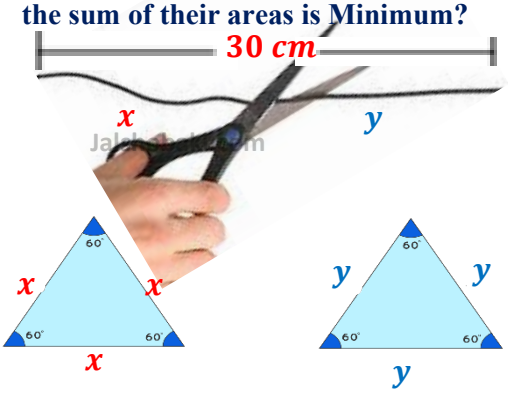


A right triangle with hypotenuse of length $\sqrt{3}\ m$ is rotated about one of its legs to generate a right circular cone. Find the radius, height, and the greatest possible volume of such a cone?

Al Shobaki الشوبكي Jalshobaki.com

25) سلك طوله $30\ cm$ ، يصنع منه مثلثان متطابقا الأضلاع، عيّن طول كل ضلع ليكون مجموع مساحتيهما أصغر ما يمكن؟

A piece of wire of length 30cm is bent to form two equilateral triangles, determine the length of each side so that the sum of their areas is Minimum?



26) إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة بالإضافة إلى هوامش $2\ cm$ على الجانبين و $4\ cm$ في الأعلى والأسفل. فإذا كان لابد أن تكون مساحة المنطقة المطبوعة $50\ cm^2$ ، أوجد أبعاد المنطقة المطبوعة وإجمالي الإعلان التي تحقق القيمة الصغرى للمساحة؟

An advertisement consists of a rectangular printed region plus 2 cm margins on the sides and 4 cm margins at top and bottom. If the area of the printed region is to be $50\ cm^2$, find the dimensions of the printed region and overall advertisement that minimize the total area?