الصف: الثاني عشر   المـــادة: الرياضيات

المسار: المتقدم   عدد صفحات الأسئلة: (9)

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول

للعام الدراسي 2018 / 2019 م

45

الجزء الأول

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

مجال البسط : $\mathbb{R}$

مجال المقام: $\mathbb{R}$

أصفار المقام : $\boxed{x=1}$

المجال : $\mathbb{R}/\{1\}$

1) أوجد مجال الدالة $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 2x + 1}$.

$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

a) $(-\infty, 1)$

b) $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$

c) $(-\infty, \infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

2) أوجد القيمة الدقيقة للتعبير $\sin^{-1}\left(\dfrac{-1}{2}\right)$، إن وجدت .

a) $\dfrac{\pi}{6}$

b) غير موجودة

c) $-\dfrac{\pi}{6}$

d) $-\dfrac{\pi}{3}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x-4) = \sqrt{x-4+6} = \sqrt{x+2} = \sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$

3) إذا كانت $g(x) = \sqrt{x+6}$ و $f(x) = x - 4$، أوجد $(g \circ f)(7)$.

a) $(g \circ f)(7) = 3$

b) $(g \circ f)(7) = \sqrt{13} - 4$

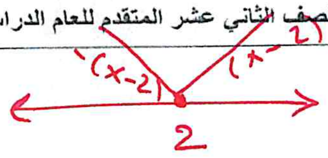
c) $(g \circ f)(7) = \sqrt{5}$

d) $(g \circ f)(7) = \sqrt{3} + 6$

4) أوجد قيمة $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$ إذا وجدت .

$x-2=0$

$\boxed{x=2}$



$\lim_{x \to 2^-} \frac{\cancel{x-2}}{-\cancel{(x-2)}} = -1$

$\lim_{x \to 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1$

a) 0　　b) -1

c) -2　　$\boxed{\text{d) غير موجودة}}$

5) أوجد قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$ إذا وجدت .

التعويض المباشر　$= \frac{0}{3-\sqrt{0+9}} = \frac{0}{0}$

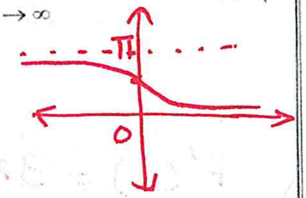
$\lim_{x \to 0.0001} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}} = -6$

$\lim_{x \to -0.0001} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}} = -6$

$\boxed{\text{a)}}$ -6　　b) 0

c) $\frac{1}{3}$　　d) غير موجودة

6) أوجد $\lim_{x \to \infty} \cot^{-1} x$.



a) 1　　$\boxed{\text{b) } 0}$

c) $\frac{-\pi}{2}$　　d) ∞

7) حدد الفترات التي تكون عندها الدالة $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة .

$\boxed{\text{a)}}$ $(-\infty,-1) \cup (2,\infty)$　　b) $(-\infty,-1] \cup [2,\infty)$

c) $(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$　　d) $(-\infty,0) \cup (2,\infty)$

8) أوجد قيمة النهاية $\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3-8}{h}$ إذا وجدت .

a) 8　　$\boxed{\text{b) } 12}$

c) 4　　d) غير موجودة

$\lim_{h \to 0} \frac{h^3+6h^2+12h+\cancel{8}-\cancel{8}}{h}$

$(2+h)^3 = (2+h)^2(2+h)$

$= (4+4h+h^2)(2+h)$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}[h^2+6h+12]}{\cancel{h}}$

$= 0+0+12$

$= \boxed{12}$

=

	4	4h	h²
2	8	8h	2h²
h	4h	4h²	h³

9) إذا كانت $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f'''\left(\frac{1}{6}\right)$.

a) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$

b) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

c) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

d) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

$f'(x) = 4x^3 + 6x$

$f''(x) = 12x^2 + 6$

$f'''(x) = 24x$

$f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 24\left(\frac{1}{6}\right) = \boxed{4}$

10) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \tanh x^2$.

a) $f'(x) = \text{sech}^2 x$

b) $f'(x) = 2x\ \text{sech}^2 x^2$

c) $f'(x) = 2x\ \text{sech} x^2$

d) $f'(x) = -2x\ \text{sech} x^2$

$f'(x) = \text{sech}^2(x^2) \cdot (2x)$

11) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cos^{-1}(2x)$.

$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$

$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

a) $f'(x) = \frac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

b) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

d) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

12) على فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(x)$.

a) $g'(x) = \frac{1}{[g(x)]^3 + 6}$

b) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

c) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$

d) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

13) أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقياً.

a) $x = 0, x = 4$ b) $x = -4, x = 0, x = 4$

c) $x = -4, x = 0$ d) $x = -1, x = 0, x = 1$

$y' = 0$

$3x^2 - 12x = 0$

$3x(x-4) = 0$

$\frac{3x}{3} = \frac{0}{3} \Rightarrow \boxed{x=0}$ or $\boxed{x=4}$

14) حدد الفترة التي تحقق الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ فيها نظرية رول وأوجد قيمة c .

a) $[-1,1],\ c = \frac{1}{2}$ b) $[0,1],\ c = \frac{1}{2}$

c) $[-2,2],\ c = 0$ d) $[0,1],\ c = 2$

$\therefore f(a) = f(b)$

$f(0) = f(1)$

$f'(x) = 2x - 1$

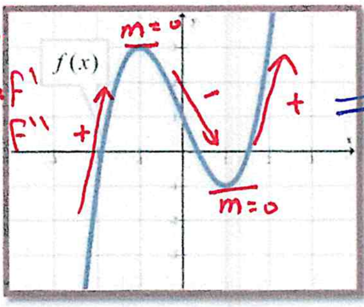
$f'(c) = 2c - 1 \Rightarrow f'(c) = 0 \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow \boxed{c = \frac{1}{2}}$

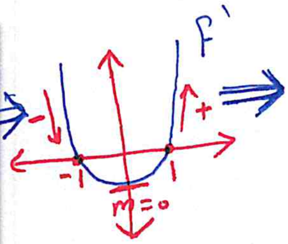
15) استخدم التمثيل البياني للدالة f وحدد التمثيل البياني لـ f'' .

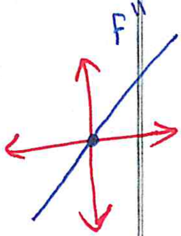
من الدرجة الثالثة

f' : المشتقة الأولى من الدرجة الثانية

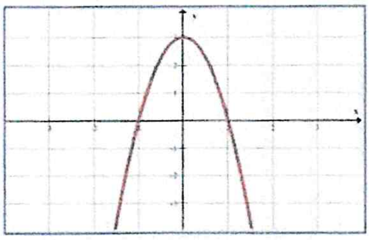
f'' : المشتقة الثانية من الدرجة الأولى



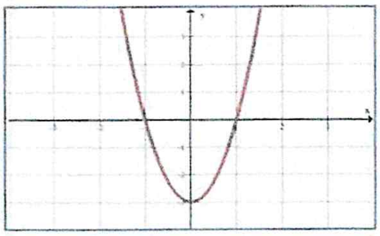




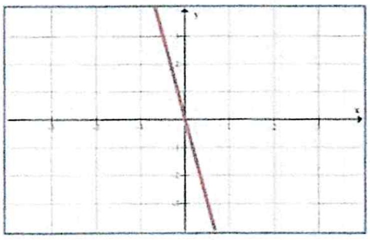
a)



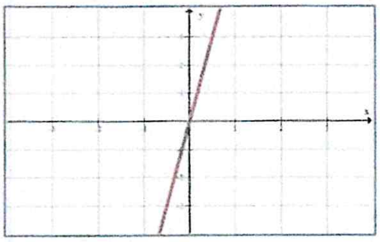
b)



c)



d)



55

الجزء الثاني

يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للمفردات الاختبارية كافة.

16) أوجد الدالة الأسية $f(x) = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(2, 6)$ و $(1, 2)$ حيث $a \neq 0$ و $b > 0$.

$(1, 2) \Rightarrow 2 = ae^{b} \rightarrow ①$

$(2, 6) \Rightarrow 6 = ae^{2b} \rightarrow ②$

نقسم ② على ①

$\frac{6}{2} = \frac{ae^{2b}}{ae^{b}}$

$3 = e^{b}$

$\ln 3 = \ln e^{b} \Rightarrow \boxed{b = \ln 3}$

بالتعويض في ①

$2 = a\cancel{e}^{\cancel{\ln} 3}$

$\frac{2}{3} = \frac{3a}{3} \Rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3}}$

$\therefore f(x) = \frac{2}{3} e^{x(\ln 3)}$

17) أوجد كافة حلول المعادلة $\sin x - \cos(2x) = 0$.

نستخدم المتطابقة : $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin(x) - [1 - 2\sin^2 x] = 0$

$\sin x - 1 + 2\sin^2 x = 0$

$\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$(2\sin^2 x - 1)(\sin x + 1) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ or $\sin x = -1$

في الربع الأول $x = \sin^{-1}(\frac{1}{2})$

في الربع الأول $x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$

في الربع الثاني $x = \pi - \frac{\pi}{6}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

$x = \sin^{-1}(-1)$

$x = -\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$

فرق بين مكعبين

18) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$ ، إذا وجدت.

التعويض المباشر : $\frac{(2)^3-8}{2(2)^2-3(2)-2} = \frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(2x+1)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x+4}{2x+1}$$

$$= \frac{(2)^2+2\times 2+4}{2(2)+1} = \boxed{\frac{12}{5}}$$

19) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi & , 0 \le x \le 3 \\ \ln(x-2)+x^2+1 & , x > 3 \end{cases}$$

أوجد قيم a و b التي تجعل الدالة f متصلة .

$a(\tan^{-1}x+2)$ $\quad$ $b\cos(x+\frac{1}{3})\pi$ $\quad$ $\ln(x-2)+x^2+1$

0 $\quad$ 3

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to 0^-} a(\tan^{-1}x+2)$$
$$= a(\tan^{-1}(0)+2)$$
$$= a(0+2)$$
$$= \boxed{2a}$$

$$\lim_{x\to 0^+} b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi$$
$$= b\cos\left(0+\frac{1}{3}\right)\pi$$
$$= \boxed{\frac{1}{2}b}$$

$$\therefore 2a = \frac{1}{2}b$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to 3^-} b\cos\left(x+\frac{1}{3}\right)\pi$$
$$= b\cos\left(3+\frac{1}{3}\right)\pi$$
$$= b\cos\left(\frac{10}{3}\right)\pi = \boxed{-\frac{1}{2}b}$$

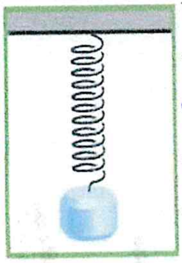
$$\lim_{x\to 3^+} \ln(x-2)+x^2+1$$
$$= \ln(3-2)+(3)^2+1$$
$$= 0+10$$
$$= \boxed{10}$$

$$\therefore -\frac{1}{2}b = 10 \Rightarrow \boxed{b=-20}$$

$$a = \frac{1}{4}b$$

$$a = \frac{1}{4}\times -20 \Rightarrow \boxed{a=-5}$$

24) يهتز زنبرك معلق من السقف إلى أعلى وإلى أسفل. وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن $0 \le t \le \pi$ باستخدام $f(t) = 4\cos(2t)$. أوجد موقع الزنبرك عندما يكون لديه سرعة متجهة قيمتها صفر.



$f'(t) = -4\sin(2t) \cdot (2)$

السرعة $f'(t) = \frac{-8\sin(2t)}{-8} = \frac{0}{-8}$

$\sin(2t) = 0$

① $2t = \sin^{-1}(0) = 0 \Rightarrow \boxed{t = 0}$

② $\frac{2t}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{t = \frac{\pi}{2}}$

③ $\frac{2t}{2} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \boxed{t = \pi}$

$t = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$

$f(0) = 4\cos(2(0)) = 4$

$f(\frac{\pi}{2}) = 4\cos(2 \cdot \frac{\pi}{2}) = -4$

$f(\pi) = 4\cos(2\pi) = 4$

25) a) إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم x ، أثبت أن $f(x)$ هي دالة متناقصة ؛ أي أنه إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$.

$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$, $f'(x) < 0$

سالب

$f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a) < 0$

$f(a) > f(b)$.

b) بيّن أن $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ دالة متناقصة .

$f'(x) = 0 - 1 - e^{-x} < 0$

$\therefore f'(x) < 0$ متناقصة

انتهت الأسئلة

بالتوفيق والنجاح