تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

ملخص الوحدة الأولى (الأساسيات) تمهيدات لحساب التفاضل والتكامل

تاريخ إضافة الملف على موقع المناهج: 2024-04-19 09:08:04

التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر المتقدم

اضغط هنا للحصول على جميع روابط "الصف الثاني عشر المتقدم"

روابط مواد الصف الثاني عشر المتقدم على تلغرام

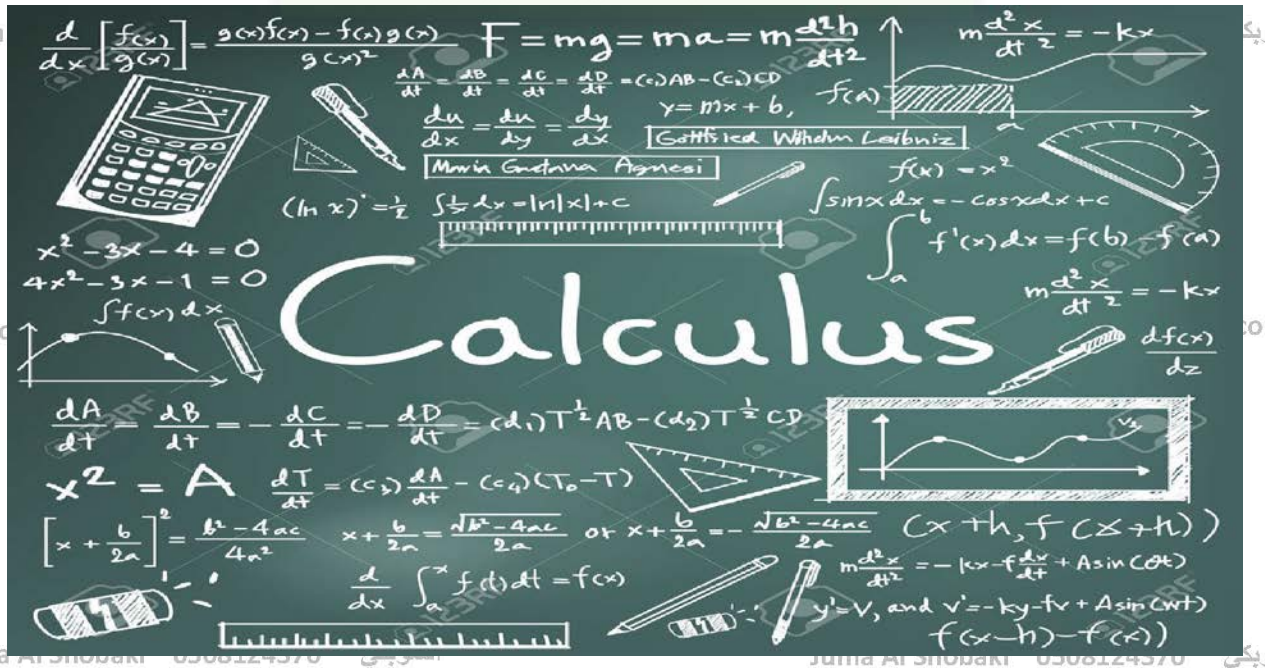
التربية الاسلامية	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	الرياضيات

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر المتقدم والمادة رياضيات في الفصل الأول

1	حل مراجعة امتحانية وفق الهيكل الوزاري النخبة
2	أسئلة امتحان تحريبي متبوع بالإجابات وفق الهيكل الوزاري
3	المراجعة النهائية اختيار من متعدد
4	الإجابات النموذجية لتجميعة أسئلة امتحان وفق الهيكل الوزاري
5	نموذج اختبار تحريبي ثاني

ملخص الوحدة الأولى: تمهيدات لحساب التَّفاضل والتَّكامل وهي تأسيس يحتاجه الطَّالب للفصول الدراسية الثَّلاثة والمرحلة الجامعية

Jalshobaki.com



مع دعائي لكم بالتوفيق والنجاح الباهر

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

محتويات ملخص الوحدة الأولى:

Jalshobaki.com

1. كثيرات الحدود والدَّوال النسبية

1. Polynomials and Rational Functions

2. الدَّوال العكسية

2. Inverse Functions

3. الدَّوال المثلَّثية والدَّوال المثلَّثية العكسية

3. Trigonometric and Inverse Trigonometric Functions

4. الدَّوال الأسية واللوغاريتمية

4. Exponential and Logarithmic Functions

5. تحويلات الدَّوال

5. Transformations of Functions

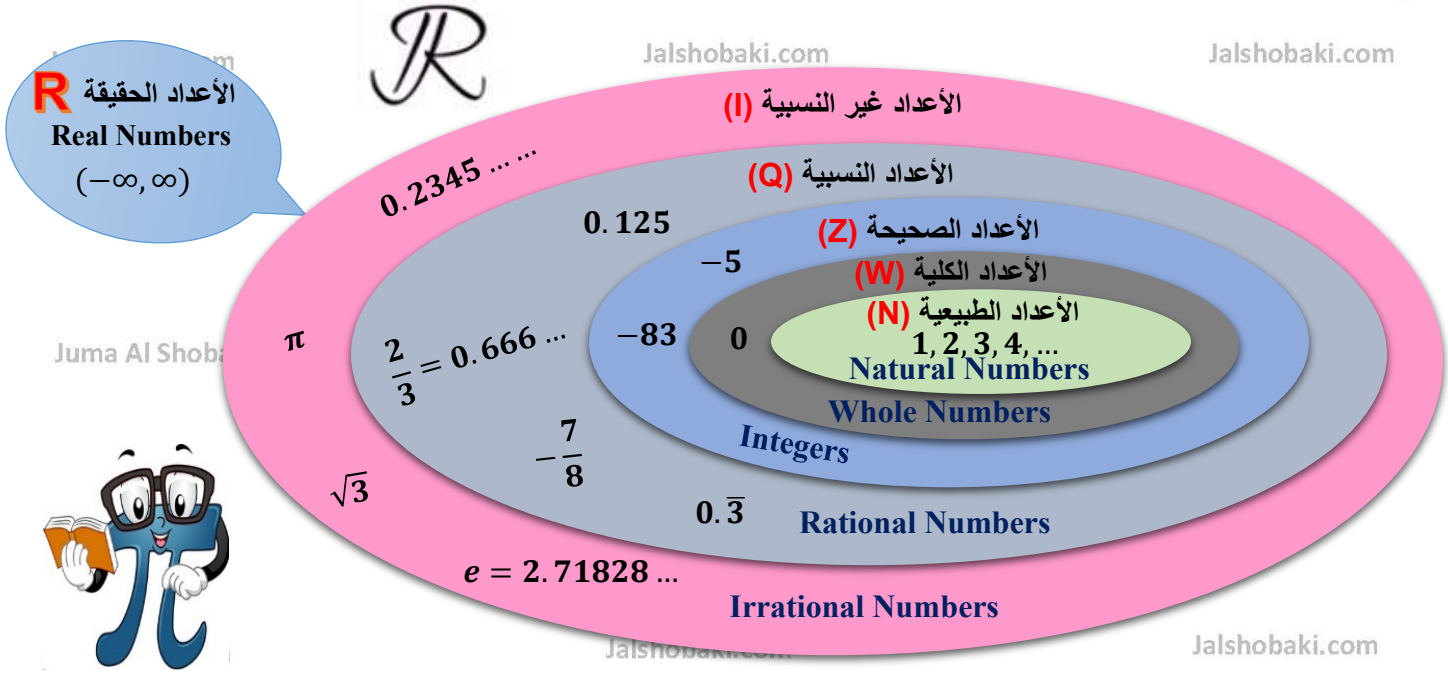
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Polynomials and Rational Functions

(1-1) كثيرات الحدود والدوال النسبية

- **Quick review of the system of real numbers R**

1 مراجعة سريعة لنظام الأعداد الحقيقية R



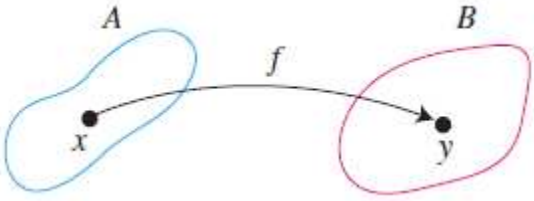
Jalshobaki.com

Inequalities المتباينات	Intervals الفترات	Set Notations الصفة المميزة للمجموعة
$a \le x \le b$ $2 \le x \le 3$	$[a, b]$	$\{x \mid a \le x \le b \ , x \in R\}$
$a < x < b$	(a, b) $(1, 4)$	$\{x \mid a < x < b \ , x \in R\}$
$a < x \le b$	$(a, b]$	$\{x \mid a < x \le b \ , x \in R\}$ $\{x \mid 5 < x \le 7 \ , x \in R\}$
$a \le x < b$ $-2 \le x < 2$	$[a, b)$	$\{x \mid a \le x < b \ , x \in R\}$
$x \le a$	$(-\infty, a]$ $(-\infty, 2]$	$\{x \mid x \le a \ , x \in R\}$
$x < a$	$(-\infty, a)$	$\{x \mid x < a \ , x \in R\}$ $\{x \mid x < 10 \ , x \in R\}$
$x \ge b$ $x \ge -3$	$[b, \infty)$	$\{x \mid x \ge b \ , x \in R\}$
$x > b$	(b, ∞) $(-5, \infty)$	$\{x \mid x > b \ , x \in R\}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2 مراجعة للدوال

- **Functions' Review**



➢ إنّ الدالة f هي قاعدة تربط بين العنصر الواحد بالضبط في مجموعة B مع كل عنصر x في مجموعة A وفي هذه الحالة، نكتب $y = f(x)$.

A function f is a rule that assigns *exactly one* element y in a set B to each element x in a set A. In this case, we write $y = f(x)$.

➢ تعرّف المجموعة A بمجال f وتعرّف مجموعة كل القيم $f(x)$ في B بمدى f ، ويكتب على أنّه $\{x \in A$ لكل ، $[y \mid y = f(x)]\}$

We call the set A the domain of f. The set of all values $f(x)$ in B is called the range of f, written $\{y \mid y = f(x)$, for some $x \in A\}$.

➢ **جبرياً:** ترتبط قيمة واحدة فقط لـِ y مع قيمة محددة لـِ x .

Only one y-value can correspond to a given value of x

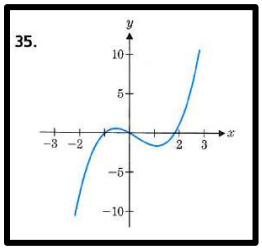
➢ **بيانياً:** إذا قطع أي مستقيم رأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإنّ المنحنى ليس تمثيلاً بيانياً لدالة.

If any vertical line intersects the graph in more than one point, the curve is not the graph of a function.

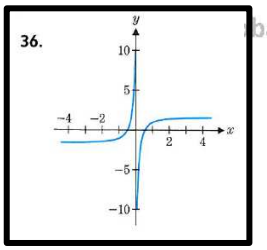
س) استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان المنحنى تمثيل بياني لدالة؟

Use the vertical line test to determine whether the curve is the graph of a function ?

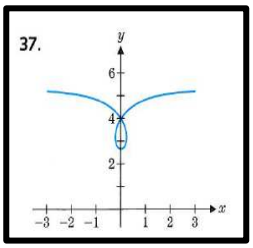
35.



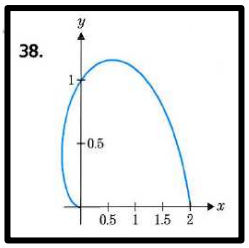
36.



37.



38.



Function Types أنواع الدوال

1) دوال كثيرات الحدود: تعبير جبري يتألف من حد أو أكثر.

1) Polynomial Functions: An algebraic expression consisting of one or more terms.

كثيرة حدود ل (x) على الصورة: $c_0x^n + c_1x^{n-1} + \ldots c_{n-1}x + c_n$

A polynomial for (x) that can be written in the form $c_0x^n + c_1x^{n-1} + \ldots c_{n-1}x + c_n$

Where n is a non-negative integer $n \geq 0$ حيث n أعداد صحيحة غير سالبة

The coefficients belong to the set of real numbers R $c_0, c_1, \ldots c_n$ المعاملات تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية R

The domain of polynomial functions is the set of real numbers مجال دوال كثيرات الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية

Polynomial functions $2x$, $x + 4$, $-3y^2 - \frac{2}{9}x$, 4 كثيرات حدود

Not polynomial functions $2xy^{-4}$, $\frac{3}{x+1}$, $\sqrt{x}$ ليست كثيرات حدود

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Samples of polynomials

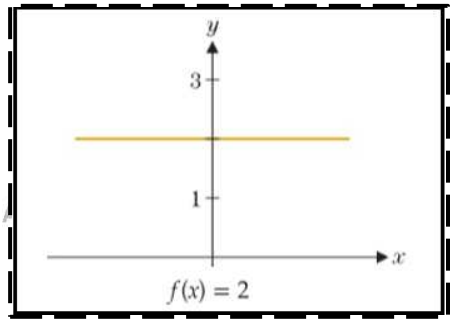
عينـــات من كثيـــرات الحـــدود

$f(x) = 2$

$(polynomial\ of\ degree\ 0\ or\ constant)$

الـدالـــة الثـابتـــة

الدرجـة 0

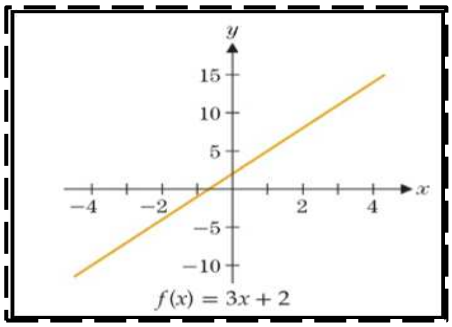


$f(x) = 3x + 2$

$(polynomial\ of\ degree\ 1\ or\ linear\ polynomial)$

الـدالـــة الخطيـــة

الدرجـة 1

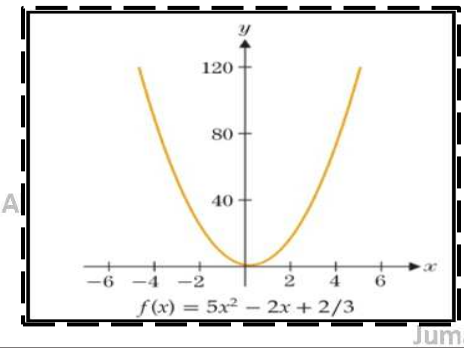


$f(x) = 5x^2 - 2x + \frac{2}{3}$

$(polynomial\ of\ degree\ 2\ or\ quadratic\ polynomial)$

الـدالـــة التربيعيـــة

الدرجـة 2

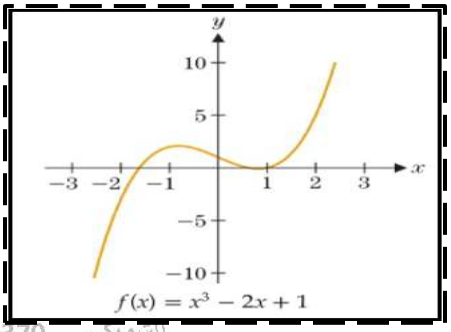


$f(x) = x^3 - 2x + 1$

$(polynomial\ of\ degree\ 3\ or\ cubic\ polynomial)$

الـدالـــة التكعيبيـــة

الدرجـة 3

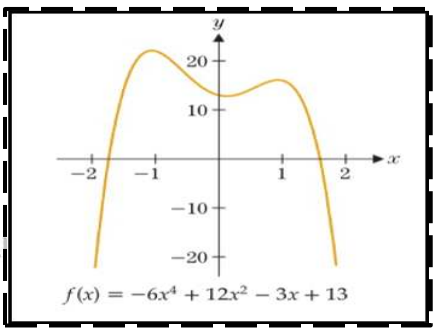


$f(x) = -6x^4 + 12x^3 - 3x + 13$

$(polynomial\ of\ degree\ 4\ or\ quartic\ polynomial)$

الـدالـــة من الدرجـة الرابعـة

الدرجـة 4

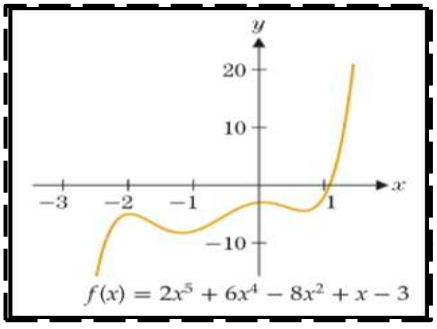


$f(x) = 2x^5 + 6x^4 - 8x^2 + x - 3$

$(polynomial\ of\ degree\ 5\ or\ quintic\ polynomial)$

الـدالـــة من الدرجـة الخامســة

الدرجـة 5

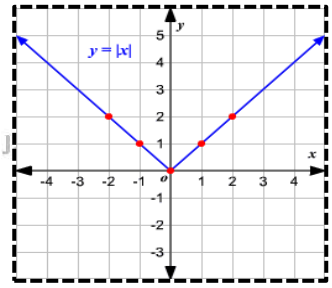


Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) Absolute Value Functions:

2) الدوال المطلقة:

$$y = \begin{cases} x & , \quad x \geq 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases} \quad \Leftarrow \quad y = |x|$$



Its domain is the set of real numbers R مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية R

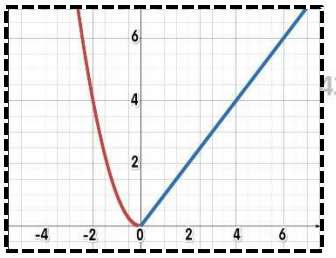
Jalshobaki.com

Its range $[0, \infty)$ مداها $[0, \infty)$

3) Piecewise Functions:

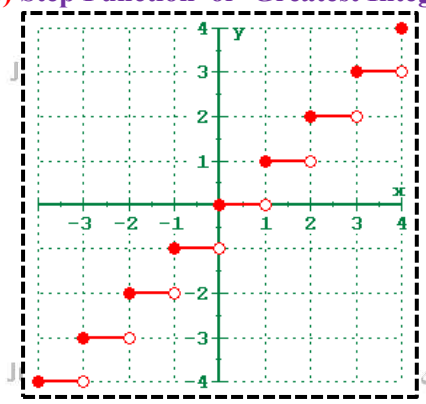
3) الدوال المتفرعة:

$$y = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$



4) Step Function or Greatest Integer Function: $y = [x]$

4) دالة صحيح (x) أو (أكبر عدد صحيح ل x):



Its domain is $\{x|x \in R\}$ مجالها $\{x|x \in R\}$

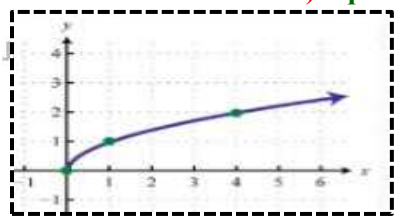
مداها $\{y|y \in Z\}$ ، حيث Z هي الأعداد الصحيحة فقط

Its range is $\{y|y \in Z\}$, where Z are only integers

س) أعد تعريف $y = [x]$ ، $x \in [-2, 2]$ **Redifine**

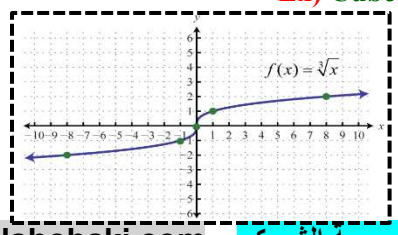
5) Radical Functions: Ex) Square Root Function $y = \sqrt{x}$

5) الدوال الجذرية: $y = \sqrt[n]{x} \Leftarrow n$ زوجي ، مثلاً



Its domain is $x \geq 0$ مجالها $x \geq 0$

Ex) Cube Root Function $y = \sqrt[3]{x}$ مثلاً ، n فردي $\Leftarrow y = \sqrt[n]{x}$



Its domain is the set of real numbers R مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية R

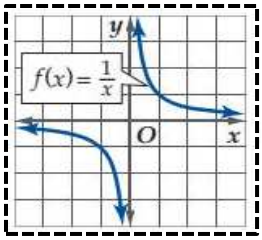
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) الدوال النسبية: وهي على الصورة $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ ، حيث $p(x)$, $q(x)$ كثيرات حدود

6) Rational Functions: It is in the form $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$, $q(x)$ is a polynomial

مثال: $y=\frac{1}{x}$ مجالها: أصفار المقام |R

Its domain is $R|$ *Zeros of the denominator*

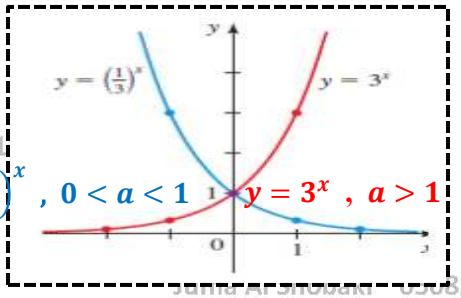


7) الدوال الأسية:

7) Exponential Functions:

على الصورة $y=e^x$

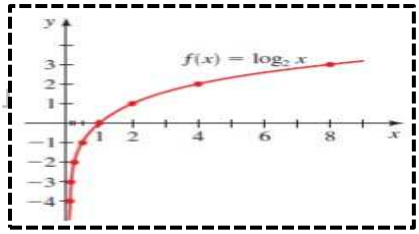
على الصورة $y=a^x$



$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, $0<a<1$ $y=3^x$, $a>1$

8) الدوال اللوغاريتمية:

8) Logarithmic Functions:

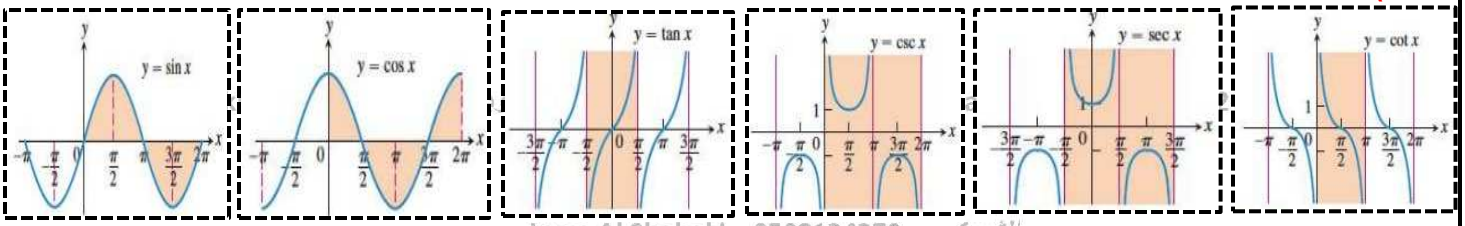


لكل $x>0$ ، $y=\log x$

لكل $x>0$ ، $y=\ln x$

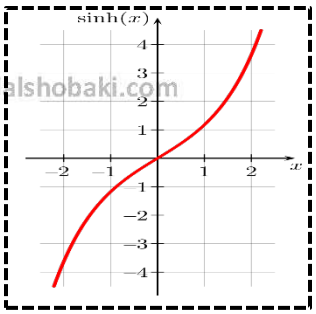
9) الدوال المثلثية: $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\csc x$, $\sec x$, $\cot x$

9) Trigonometric Functions:

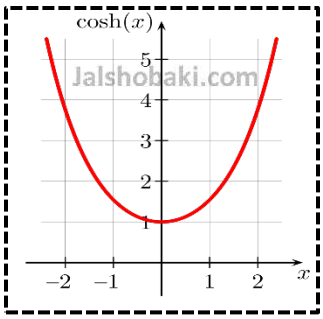


10) الدوال الزائدية (دوال القطع الزائد):

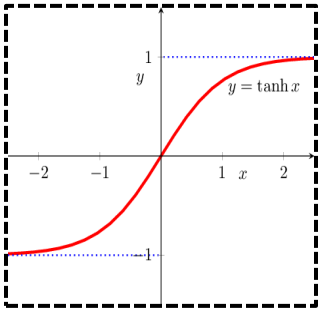
10) Hyperbolic Functions:



$y=\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$



$y=\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$



$y=\tanh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س) في الأسئلة التالية حدد ما إذا كانت الدالة كثيرة حدود، نسبية، أو كلاهما، أو غير ذلك؟

Identify the given function as polynomial, rational, both or neither?

1) $f(x) = x^3 - 4x + 1$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = \frac{x^3+4x-1}{x^4-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3 أهم طرق التبسيط والاختصارات للتعابير الجبرية

- **Most Important Algebraic Expressions Simplifications**

1) Difference of squares	$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$	1) فرق بين مربعين
2) Difference of Cubes	$x^3 - a^3 = (x-a)(x^2+ax+a^2)$	2) فرق بين مكعبين
Sums of Cubes	$x^3 + a^3 = (x+a)(x^2-ax+a^2)$	مجموع مكعبين
3) Common Factor	$x^2 - ax = x(x-a)$	3) عامل مشترك
4) Square of a Sum and Difference	$(x+2)^2 =$	4) فك القوس التربيعي
5) Factoring a 3-Terms Polynomial	$x^2 - 5x + 4 =$	5) تحليل حدودية ثلاثية
6) Radical conjugate		6) مرافق الجذر
	مثال على مرافق الجذر) $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$	

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4 المتباينات

- **Inequalities**

1) Linear Inequality 1) متباينة خطية

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

A) $-3x+1<2$

Jalshobaki.com

B) $4x+1>3x-4$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) Two-Sided Inequality 2) متباينة خطية من جهتان

A) $-2<2x-3\leq 5$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

B) $1\leq 2-3x<6$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) Quadratic Inequality 3) متباينة تربيعية

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

A) $x^2+2x-3\geq 0$

Jalshobaki.com

B) $x^2-5x-6<0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) Inequality Involving a Fraction

4) متباينة كسرية

A) $\frac{2x+1}{x+2} < 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

B) $\frac{x+2}{x-4} \geq 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5) Radical Inequality

5) متباينة جذرية

$3 + \sqrt{5x - 10} \leq 8$

A) $(-\infty, 7]$ *B*) $[2, \infty)$ *C*) $x < 7$ *D*) $[2, 7]$

Jalshobaki.com

6) Inequality Containing an Absolute Value

6) متباينة لقيمة مطلقة

A) $|x + 5| < 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

1. $\sqrt{x^2} = |x|$

   $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$
2. $|a| \geq 0$
3. $|x| = a \Rightarrow x = a, x = -a$
4. $|x| \leq a \ , \ -a \leq x \leq a$
5. $|x| \geq a \ , \ x \geq a$

   $x \leq -a$
6. $|x - a| = |a - x|$
7. $|a.b| = |a|.|b|$
8. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
9. $|a + b| \neq |a| + |b|$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

B) $|2x-4| \geq 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

C) $|x+3| < -1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

D) $|x+3| < 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

E) $|x+4| > -1$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

5 الهندســـــة

- **Geometry**

1- Distance Between Two Points

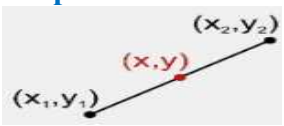
1- المسافة بين نقطتين

المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= D = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2- Midpoint Between Two Points

2- منتصف المسافة بين نقطتين



منتصف المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= (x,y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3- Slope

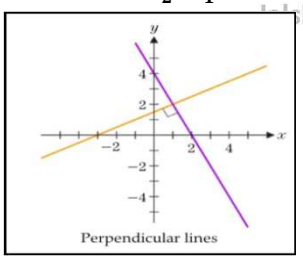
3- الميل

ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com

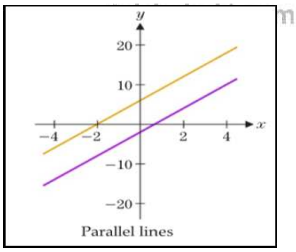
المستقيمات المتعامدة

$m_1 \times m_2 = -1$



المستقيمات المتوازية

$m_1 = m_2$



4- Finding the Equation of a Line

4- إيجاد معادلة المستقيم

معادلة المستقيم الذي ميله m ويمر بالنقطة (x_1, y_1) هي $y - y_1 = m(x - x_1)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5- Finding the Points of Intersection of Two Functions

5- إيجاد نقاط التقاطع بين دالتين

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س1) جد المسافة بين النقطتين $(-3,4)$ $(2,5)$ ؟ Find the distance between the two points $(2,5)$ $(-3,4)$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س2) جد منتصف المسافة بين النقطتين $(-3,4)$ $(2,5)$ ؟ Find the midpoint between the points $(2,5)$ $(-3,4)$?

س3) هل النقاط التالية على استقامة واحدة أم لا؟ $(3,1)$ $(4,4)$ $(5,8)$ Determine if the points are colinear ?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س4) هل النقاط التالية على استقامة واحدة أم لا؟ $(2,1)$ $(0,2)$ $(4,0)$ Determine if the points are colinear ?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س5) هل هما متوازيان أم متعامدان ؟ $2x+4y=3$, $x+2y=1$

Determine if the lines are Parallel or Perpendicular ? $2x+4y=3$, $x+2y=1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س6) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(1,2)$ $(3,6)$ ؟

Find an equation of the line through the points $(1,2)$ $(3,6)$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س7) جد نقطة ثانية على المستقيم الذي ميله $m = 2$ وتقع عليه النقطة $p(1,3)$ ، وجد معادلته؟

Find a second point on the line with slope $m = 2$ on which point $p(1,3)$ is located, find its equation?

Jalshobaki.com

س8) جد معادلة المستقيم الذي يكون عمودياً على المستقيم $y = 2(x+1) - 2$ ، ويمر بالنقطة $(2,1)$ ؟

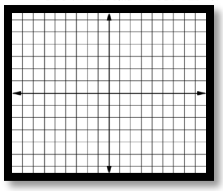
Find the equation of a line through the point $(2,1)$ and perpendicular to the line $y = 2(x+1) - 2$?

س9) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(0,-1)$ ويكون:

Find the equation of a line through the point $(0,-1)$ and:

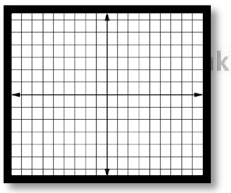
A) موازي للمستقيم $y = 1$ ؟

A) Parallel to the line $y = 1$?



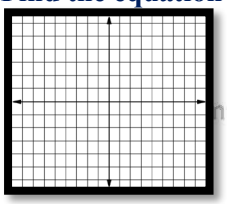
B) عمودي على المستقيم $y = 1$ ؟

B) Perpendicular to the line $y = 1$?



س10) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $p(-8,5)$ ، ويكون عمودياً على $y = -6$ ؟

Find the equation of a line through the point $p(-8,5)$ and perpendicular to $y = -6$?



س11) حدد كل نقاط التقاطع بين الدالتين $y = x + 5$, $y = x^2 + 2x + 3$ ؟

Determine all the points of intersection between the two functions $y = x^2 + 2x + 3$, $y = x + 5$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6 إيجاد مجال الدوال جبرياً

- **Finding the domain of functions algebraically**

Find the domain for the given functions? **في الاسئلة التالية جد المجال للدوال المعطاة؟**

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

1) $f(x) = \sqrt{x-3}$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-3}}$

3) $f(x) = \sqrt{x+2}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-6}}{x-5}$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{9-x^2}}$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7) $f(x)=\frac{4}{x^2-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

8) $f(x)=\frac{4x}{x^2+2x-6}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

9) $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x^2-25}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

10) $f(x)=\frac{\sqrt{-x}}{\ln(x+5)}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

11) $f(x)=\frac{x-3}{\ln(x-3)}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

12) $f(x)=\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

13) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

14) $f(x)=\sqrt{x^2-x-12}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

15) $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

16) $f(x)=\frac{x^2+2}{[x]}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

17) $f(x)=\sqrt{\frac{x-3}{x^2-4}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

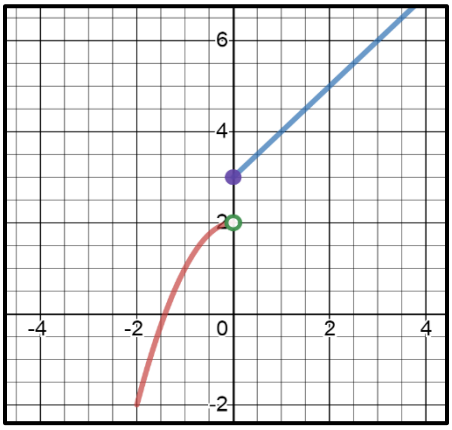
18) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7 إيجاد المجال والمدى بيانياً (هندسياً) Finding Domain and Range Graphically (Geometrically)

س1) إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2-x^2, & -2\le x<0\\ 3+x, & x\ge 0\end{cases}$ ، فجد ما يلي:



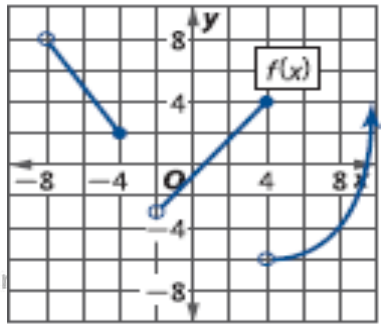
A) المجال (Domain)

B) $f(-1)$

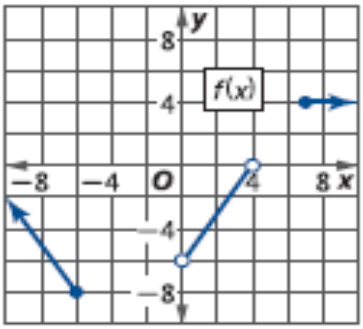
C) $f(0)$

س2)

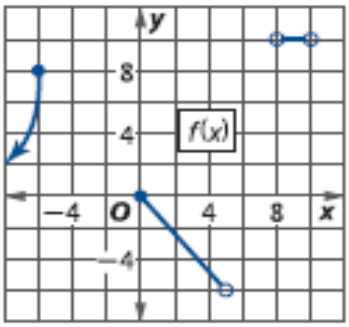
A



B



C



السؤال	Domain المجال	Range المدى	$F(4)$
A			
B			
C			

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Inverse Functions الدوال العكسية (1-2)

➢ يكون للدالة $f(x)$ دالة عكسية $f^{-1}(x)$ إذا حققت الشرطان التاليان:

1) الدالة $f(x)$ هي دالة واحد لواحد (أي أنّ كل خط أفقي يتقاطع مع منحنى الدالة عند نقطة واحدة على الأكثر) - نظرية 2.1 -

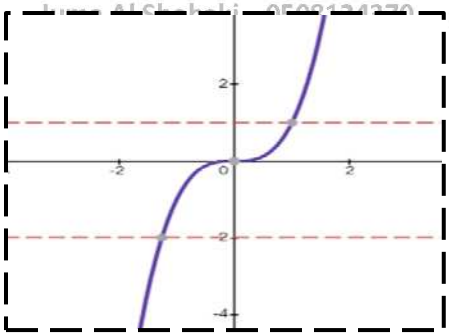
2) $f\big(g(x)\big) = x$ ، لكل قيم (x) تنتمي لمجال $g(x)$

$g\big(f(x)\big) = x$ ، لكل قيم (x) تنتمي لمجال $f(x)$

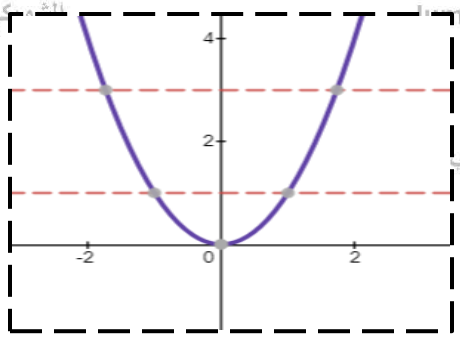
Jalshobaki.com

- The function $f(x)$ has an Inverse function $f^{-1}(x)$ If the following two conditions are met:
  1) It's one-to-one (every horizontal line intersects the curve of the function at one point at most)
  2) $f\big(g(x)\big) = x$, $for\ all\ x \in domain\ of\ g(x)$

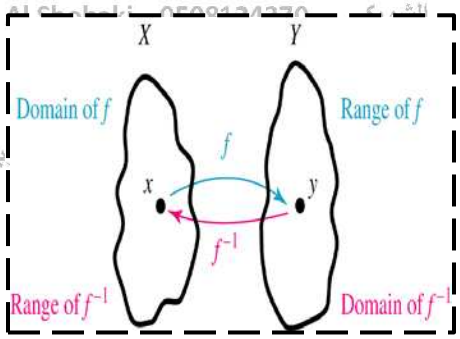
  $g\big(f(x)\big) = x$, $for\ all\ x \in domain\ of\ f(x)$



لا يفشل اختبار الخط الأفقي $\Leftarrow^{\text{إذن}}$ واحد لواحد



يفشل اختبار الخط الأفقي $\Leftarrow^{\text{إذن}}$ ليست واحد لواحد



للدالة $f(x)$ دالة عكسية $f^{-1}(x)$

➢ عندها فإنّ الرمز $f^{-1}(x)$ يعني دالة عكسية لـِ $f(x)$ ، ولكنه لا يعني $\frac{1}{f(x)}$ (أي مقلوب الدالة أو المعكوس الضربي لـِ $f(x)$)

حيث $\frac{1}{f(x)} = [f(x)]^{-1}$ ، و $\Leftarrow^{\text{إذن}}$ $f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$.

- The symbol $f^{-1}(x)$ means the inverse of $f(x)$, but it does not mean $\frac{1}{f(x)}$ (The reciprocal of the function or the multiplicative inverse of $f(x)$) , where $\frac{1}{f(x)} = [f(x)]^{-1}$, and $\Rightarrow^{so}$ $f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$

✓ من خصائص الدوال العكسية:

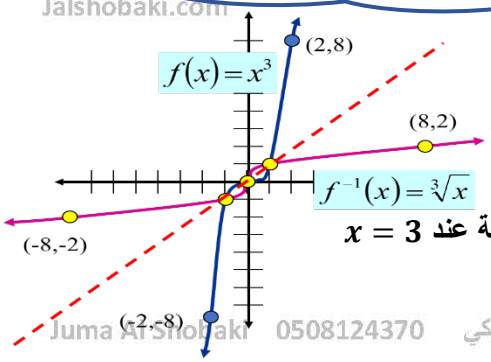
1) مجال الدالة $f(x)$ = مدى الدالة $f^{-1}(x)$

ومدى الدالة $f(x)$ = مجال الدالة $f^{-1}(x)$ أي أنّه إذا كانت $f(a) = b$ ، فإنّ $f^{-1}(b) = a$

2) (لكل قيم (x) في مجال f) ، $f^{-1}\big(f(x)\big) = x$

(لكل قيم (x) في مجال f^{-1}) ، $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$

3) الرسم للدالة ومعكوسها متماثل حول $(y = x)$



4) إذا كانت (f) لا تقطع على سبيل المثال المستقيم $y = 3$ ، فإنّ $f^{-1}(x)$ ليست معرّفة عند $x = 3$

5) لنجد القيود على الدالة العكسية وجب أن نجد مدى الدالة الأصلية

6) لإيجاد نقطة التقاطع بين f ومعكوسها f^{-1} إن وجدت، فإنّنا نستطيع الحل كالآتي:

1) $f(x) = f^{-1}(x)$ 2) $f(x) = x$ 3) $f^{-1}(x) = x$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

- **Properties of Inverse Functions:**

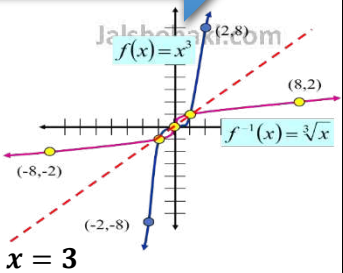
1) Domain of the function $f(x)$ = Range of the function $f^{-1}(x)$

Range of the function $f(x)$ = Domain of the function $f^{-1}(x)$

If $f(a) = b$, then $f^{-1}(b) = a$

2) (for all values of (x) in the domain of f) , $f^{-1}(f(x)) = x$

(for all values of (x) in the domain of f^{-1}) , $f\left(f^{-1}(x)\right) = x$



3) The graph of the function and its inverse is symmetric about $(y = x)$

4) If (f) does not intersect for example the line $y = 3$, then $f^{-1}(x)$ is not defined at $x = 3$

5) To find the constraints on the inverse function, we must find the range of the original function

6) To find the point of intersection between f and its inverse f^{-1} , if any, we can solve as follows:

1) $f(x) = f^{-1}(x)$ 2) $f(x) = x$ 3) $f^{-1}(x) = x$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

* **ملاحظات:**

لمعرفة ما إذا كانت الدالة واحد لواحد جبرياً نساوي الدالة بالصفر، فإذا كان لها أكثر من صفر فهي ليست واحد لواحد

إذا كانت (f) متصلة $[a, b]$ ، وكانت متزايدة أو متناقصة فإنّ لها دالة عكسية f^{-1}

الدوال الفردية متماثلة حول نقطة الأصل وهي دوال واحد لواحد

الدوال الفردية تحقّق $f(-x) = -f(x)$

الدوال الزوجية متماثلة حول (y) ، وهي ليست دوال واحد لواحد على R ، وقد يكون لها معكوس على فترة معينة

الدوال الزوجية تحقّق $f(-x) = f(x)$

إذا لم تكن الدالة متماثلة حول (y) أو حول نقطة الأصل فهي لا زوجية ولا فردية

- **Notes:**

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

To find out if the function is one to one algebraically we set the function to zero, if it has more than zero then it is not one to one

If (f) is continuous $[a, b]$, and it is increasing or decreasing, then it has an inverse function f^{-1}

Jalshobaki.com

The odd functions are symmetric about the origin and are one-to-one functions

Odd functions verify $f(-x) = -f(x)$

Even functions are symmetric about (y) , which are not one-to-one functions on R , and may have an inverse over a given interval

Even functions verify $f(-x) = f(x)$

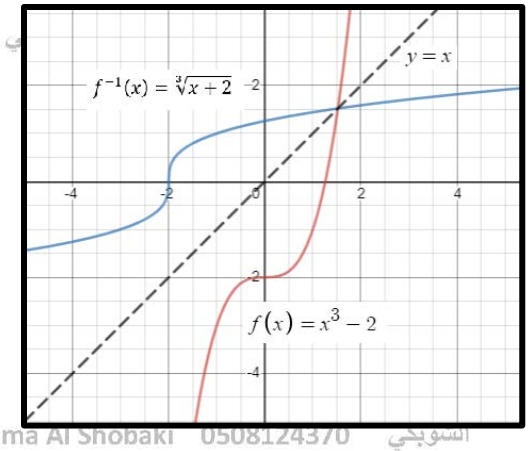
If the function is not symmetric about (y) or about the origin then it is neither even nor odd

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Find the Inverse function of $f(x) = x^3 - 2$?

س1) جد معكوس الدالة $f(x) = x^3 - 2$ ؟



Jalshobaki.com

Show that $g(f(x)) = x$ and $f(g(x)) = x$ for all x ?

س2) بين أنّ $g(f(x)) = x$ ، وأنّ $f(g(x)) = x$ لكل قيم x ؟

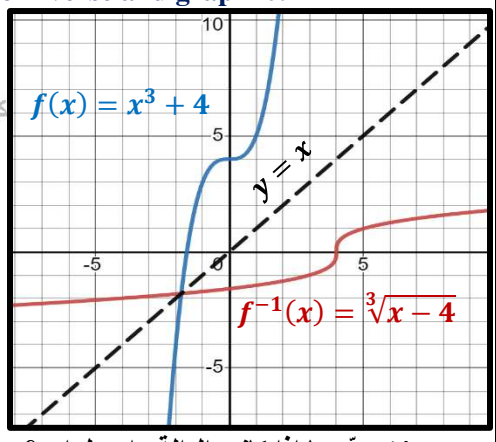
A) $f(x) = x^5$, $g(x) = x^{\frac{1}{5}}$

B) $f(x) = 2x^3 + 1$, $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$

Determine whether the function has an Inverse (is one-to-one), If so, find the Inverse and graph it?

س3) حدّد ما إذا كان للدالة دالة عكسية (أي أنّها واحد لواحد)، ثم جد الدالة العكسية ومثّلها بيانياً؟

$f(x) = x^3 + 4$



Determine whether the function is one-to-one?

س4) حدّد ما إذا كانت الدالة واحد لواحد؟

$f(x) = x^5 - 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Determine whether the function is one-to-one?

س5) حدّد ما إذا كانت الدالة واحد لواحد؟

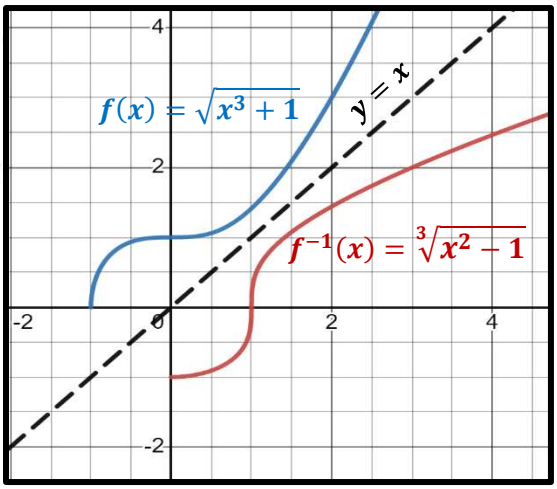
$$f(x) = x^4 - 2x - 1$$

Jalshobaki.com

س6) حدّد ما إذا كانت الدالة واحد لواحد ثم جد الدالة العكسية وارسم بيانياً؟

Determine if the function is one-to-one then find the inverse function and graph?

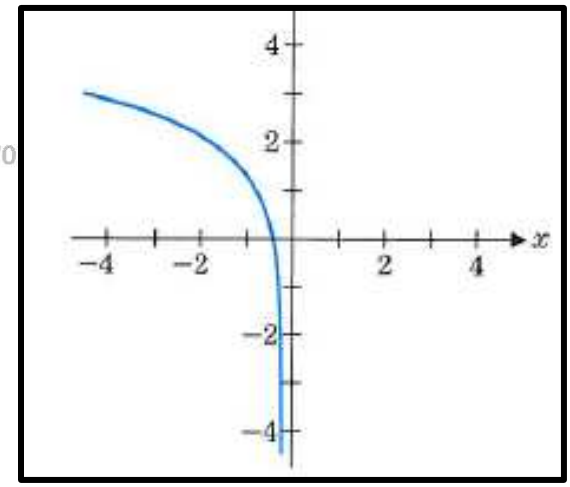
$$f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$$



Use the given graph to graph the Inverse function?

س7) استخدم التمثيل البياني لتمثيل الدالة العكسية بيانياً؟

$f(x)$	$f^{-1}(x)$



Determine which function has an Inverse function ?

س8) حدّد الدالة التي يوجد لها دالة عكسية؟

A) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

B) $f(x) = x^3 - 1$

C) $f(x) = -2$

D) $f(x) = x^2 - 9$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س9) بافتراض أنّ للدالة دالة عكسية، جد قيم الدالة المحدّدة بدون الحل لإيجاد الدالة العكسية؟

Assume that the function has an Inverse, Without solving for the Inverse, find the indicated function values?

$f(x) = x^3 + 4x - 1$

A) $f^{-1}(-1)$

Jalshobaki.com

B) $f^{-1}(4)$

$f(x) = x^3 + 2x + 1$

A) $f^{-1}(1)$

B) $f^{-1}(13)$

Jalshobaki.com

$f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$

A) $f^{-1}(4)$

B) $f^{-1}(2)$

س10) افترض أنّ للدالة f دالة عكسية، اشرح سبب صحة العبارة التالية؟

Assume that f has an inverse function, explain why the following statement is true ?

A) إذا كان مدى الدالة f هو كل قيم $y > 0$ ، فإنّ مجال الدالة f^{-1} هو جميع قيم $x > 0$؟

If the range of the function f is all values of $y > 0$, then the domain of the function f^{-1} is all values of $x > 0$?

Jalshobaki.com

B) إذا كان التمثيل البياني للدالة f يتضمن النقطة (a, b) ، فإنّ التمثيل البياني للدالة f^{-1} سيتضمن النقطة (b, a) ؟

If the graph of function f includes the point (a, b) , then the graph of f^{-1} includes the point (b, a) ?

C) إذا كان التمثيل البياني للدالة f لا يقطع المستقيم $y = 3$ إذن $f^{-1}(x)$ ليست معرّفة عند $x = 3$ ؟

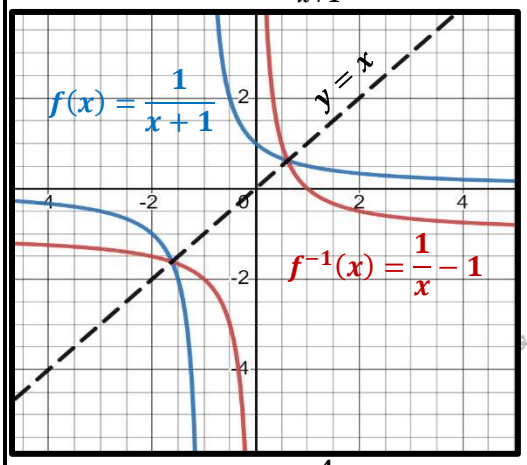
If the graph of the function f does not intersect the line $y = 3$ then $f^{-1}(x)$ is not defined at $x = 3$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س11) باستخدام تمثيل بياني تقريبي، حدّد ما إذا كانت الدالة واحد لواحد، وفي حال كانت، مثّل الدالة المعكوسة؟

Using an approximate graph, determine whether the function is one-to-one and, if so, graph the inverse function?

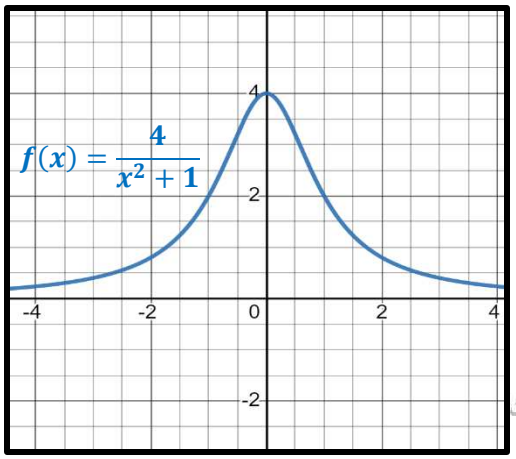
A) $f(x)=\frac{1}{x+1}$



x					
$f(x)$					

shobaki.com Jalshobaki.com

B) $f(x)=\frac{4}{x^2+1}$



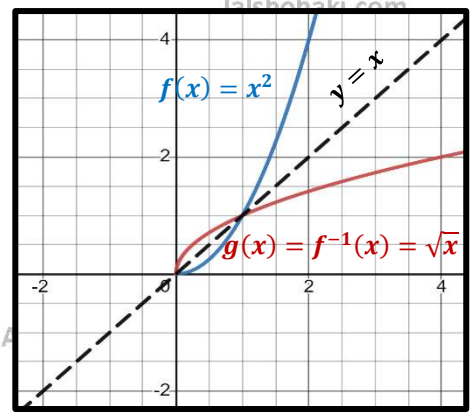
Jalshobaki.com Jalshobaki.com

الأسئلة التالية تتضمّن مفهوم وجود دالة عكسية ضمن مجال محدّد (مقيّد)

The following exercises involve inverse functions on restricted domains

س12) وضّح أنّ $\begin{cases} f(x)=x^2 & , \quad x\geq 0 \\ g(x)=\sqrt{x} & , \quad x\geq 0 \end{cases}$ دالتان متعاكستان ومثّل كلتا الدالتين بيانياً؟

Show that $\begin{cases} f(x)=x^2 & , \quad x\geq 0 \\ g(x)=\sqrt{x} & , \quad x\geq 0 \end{cases}$ **are inverse functions. Graph both functions?**

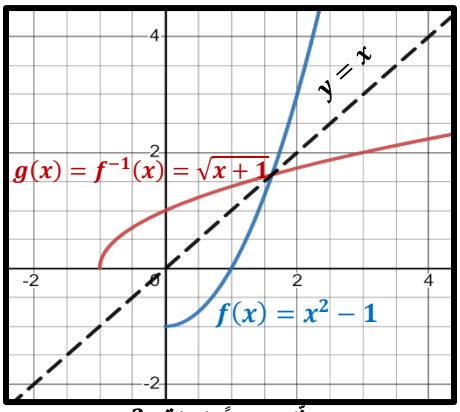


Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س13) وضّح أنّ $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1 & , \quad x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x+1} & , \quad x \geq -1 \end{cases}$ دالتان متعاكستان ومثّل كلتا الدالتين بيانياً؟

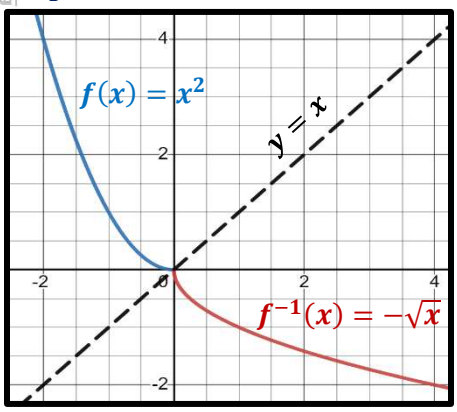
Show that $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1 & , \quad x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x+1} & , \quad x \geq -1 \end{cases}$ **are inverse functions. Graph both functions?**

Jalshobaki.com



س14) مثّل بيانياً الدالة $f(x) = x^2$ من أجل $x \leq 0$ وتحقّق من أنّها دالة واحد لواحد، ثم جد معكوسها، ومثّل الدالتان بيانياً؟

Graph $f(x) = x^2$ **for** $x \leq 0$ **and verify that it is one-to-one. Find its inverse. Graph both functions?**



س15) إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{x+6}{x}$ لها دالة عكسية $g(x)$ بحيث $g(x) = \frac{a}{x-1}$ ، فجد عندها قيمة الثابت a ؟

If the function $f(x) = \frac{x+6}{x}$ **has an inverse function** $g(x)$ **such that** $g(x) = \frac{a}{x-1}$ **, then find the value of the constant a?**

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

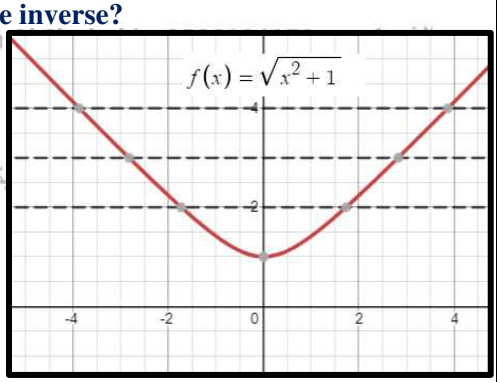
س16) إذا تقاطع منحنى الدالة f مع منحنى الدالة f^{-1} في النقطة $\left(3-c\,,\,\frac{c}{2}\right)$ فإنّ c ؟

If the curve of the function f intersects the curve of the function f^{-1} at the point $\left(3-c\,,\,\frac{c}{2}\right)$, then c ?

Jalshobaki.com

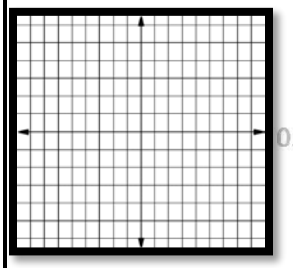
س17) حدد ما إذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ دالة واحد لواحد؟ ، إذا كانت كذلك فجد المعكوس؟

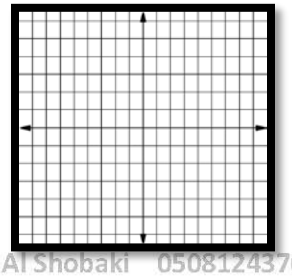
Determine whether the function has an inverse (is one-to-one)? If so, find the inverse?

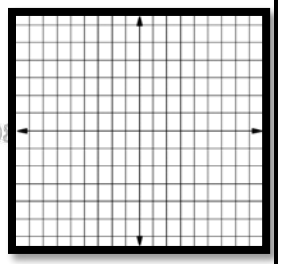


س18) جد جميع قيم k التي تجعل الدالة $f(x)=x^3+kx+1$ دالة واحد لواحد؟ إرشاد: استعن بالرسومات البيانية

Find all values of k such that $f(x)=x^3+kx+1$ is one-to-one? Hint: Use the graphs







Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

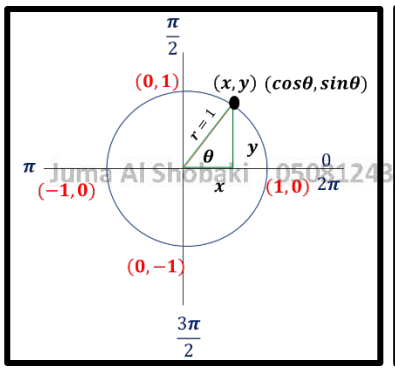
(1-3) الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية

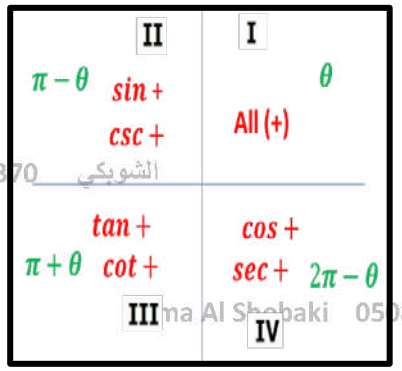
Trigonometric and Inverse Trigonometric Functions

Jalshobaki.com

➢ تكون الدالة f دورية ، وزمنها الدوري T ، إذا كان $f(x+T)=f(x)$ لكل قيم x بحيث يكون x و $x+T$ في مجال f وتكون أصغر قيمة $(T>0)$ لهذا العدد هي الزمن الدوري الأساسي

- The function f is periodic, and its period is T, if $f(x+T)=f(x)$ for all x values where x and $x+T$ are in the domain of f and the smallest value $(T>0)$ for this number is the fundamental period





➢ الرسم يمثل دائرة الوحدة $x^2+y^2=1$ و θ الزاوية مقاسة بعكس عقارب الساعة و تقاس بالراديان مالم يذكر غير ذلك

- The diagram represents the unit circle $x^2+y^2=1$ and θ the angle is measured counterclockwise and is measured in radians unless otherwise noted

➢ الدوال المثلثية الأساسية $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ ومقلوباتها $\csc x$, $\sec x$, $\cot x$

➢ للتحويل من راديان $\overset{\text{إلى}}{\Leftarrow}$ درجة $\Leftarrow$ (الزاوية بالراديان) $\times \frac{180^\circ}{\pi}$ مثال) $\left(\frac{\pi}{3}\right)\times\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right)=\frac{180^\circ}{3}=60^\circ$ Radians $\xrightarrow{\times\frac{180^\circ}{\pi}}$ Degrees

➢ للتحويل من درجة $\overset{\text{إلى}}{\Leftarrow}$ راديان $\Leftarrow$ (الزاوية بالدرجات) $\times \frac{\pi}{180^\circ}$ مثال) $(60^\circ)\times\left(\frac{\pi}{180^\circ}\right)=\frac{\pi}{3}$ Degrees $\xrightarrow{\times\frac{\pi}{180^\circ}}$ Radians

➢ الدوال $\sin\theta$ ، $\cos\theta$ دوال دورية ودورتها 2π ، حيث دائرة الوحدة $x^2+y^2=1$ تمثل معادلة دائرة نصف قطرها وحدة واحدة ، ومحيط الدائرة $c=2\pi r=2\pi(1)=2\pi$

- Functions $\sin\theta$, $\cos\theta$ are Periodic functions of 2π , where the unit circle $x^2+y^2=1$ represents the equation of a circle with radius one unit, and the circumference $c=2\pi r=2\pi(1)=2\pi$

➢ الدائرة 360° درجة وعليه فإنّ $2\pi=360^\circ$

- The circle is 360° , so $2\pi=360^\circ$

➢ الدالة $\tan\theta$ دورية ، ودورتها π

- The function $\tan\theta$ is periodic, and its period is π

➢ $\begin{matrix}\sin(\theta+2\pi)=\sin\theta\\ \cos(\theta+2\pi)=\cos\theta\end{matrix}$ لكل قيم θ ، تكون 2π هي أصغر زاوية تحقّق النظرية $f(x+T)=f(x)$ ، ولهذا فهما دوال دورية والزمن الدوري لكل منها هو 2π

- $\begin{matrix}\sin(\theta+2\pi)=\sin\theta\\ \cos(\theta+2\pi)=\cos\theta\end{matrix}$ For all values of θ , 2π is the smallest angle that verifies the theorem $f(x+T)=f(x)$ so they are periodic functions and the period for each is 2π

العلاقة المشتركة بين الدوال المثلثية:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$, $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$

2) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

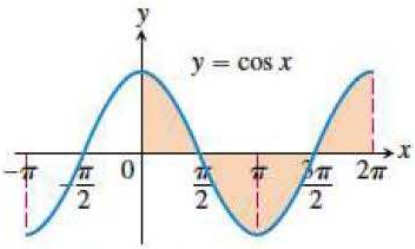
3) $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cot x$, $\cot\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\tan x$

4) $\sec\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\csc x$, $\csc\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sec x$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

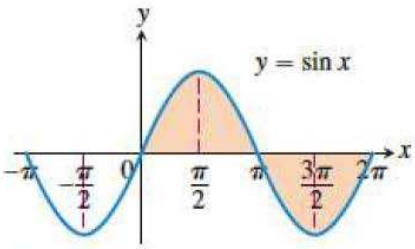
رسومات الدوال المثلثية ومعكوساتها، وأهم المتطابقات المثلثية المطلوب فهمها وحفظها

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



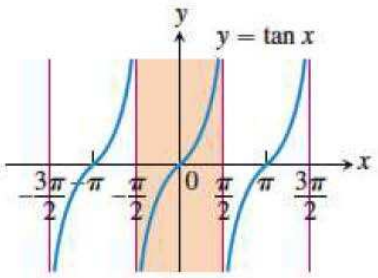
Domain: $-\infty < x < \infty$
Range: $-1 \le y \le 1$
Period: 2π

(a)



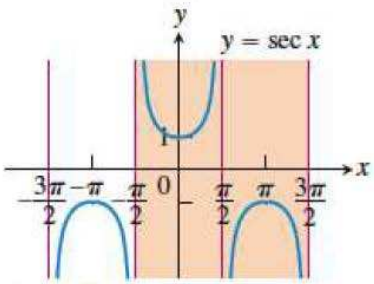
Domain: $-\infty < x < \infty$
Range: $-1 \le y \le 1$
Period: 2π

(b)



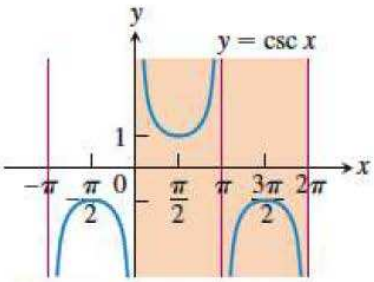
Domain: $x \neq \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \ldots$
Range: $-\infty < y < \infty$
Period: π

(c)



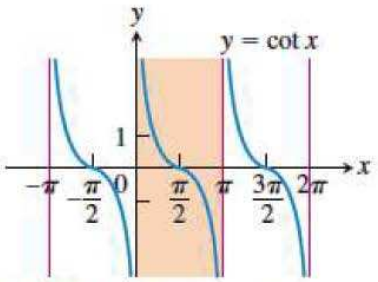
Domain: $x \neq \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \ldots$
Range: $y \le -1$ and $y \ge 1$
Period: 2π

(d)



Domain: $x \neq 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \ldots$
Range: $y \le -1$ and $y \ge 1$
Period: 2π

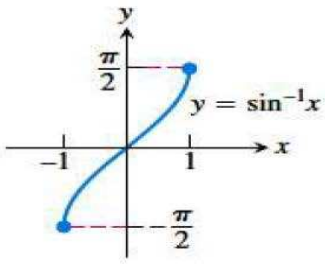
(e)



Domain: $x \neq 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \ldots$
Range: $-\infty < y < \infty$
Period: π

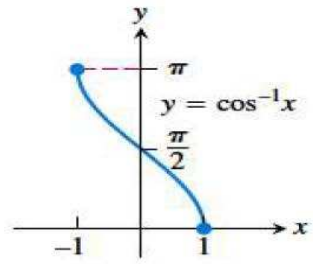
(f)

Domain: $-1 \le x \le 1$
Range: $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$



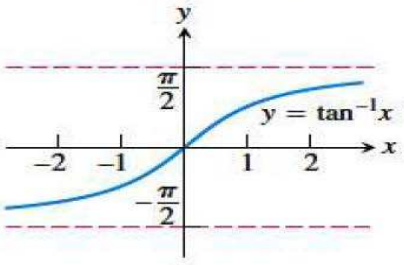
(a)

Domain: $-1 \le x \le 1$
Range: $0 \le y \le \pi$



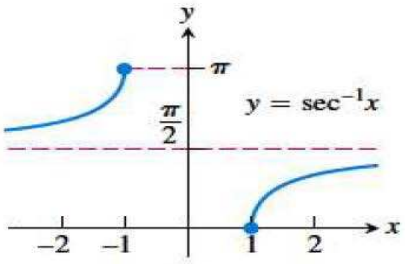
(b)

Domain: $-\infty < x < \infty$
Range: $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$



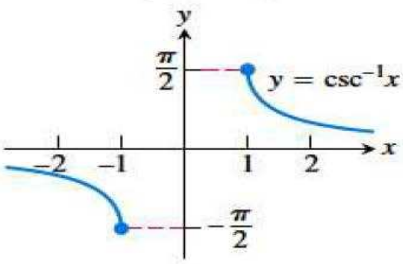
(c)

Domain: $x \le -1$ or $x \ge 1$
Range: $0 \le y \le \pi, y \neq \frac{\pi}{2}$



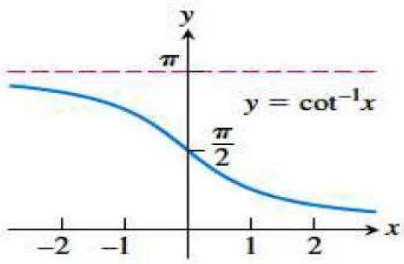
(d)

Domain: $x \le -1$ or $x \ge 1$
Range: $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}, y \neq 0$



(e)

Domain: $-\infty < x < \infty$
Range: $0 < y < \pi$



(f)

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

متطابقات مثلثية مهمة جداً للحفظ تلزم في المرحلة الثانوية والجامعية

1. $\sin(x \mp y) = \sin x \cos y \mp \sin y \cos x$
2. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
3. $\cos(x \mp y) = \cos x \cos y \pm \sin x \sin y$
4. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
5. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$, $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
6. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$
7. $\sec^{-1}(x) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$, $\csc^{-1}(x) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$, $\cot^{-1}(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

Jalshobaki.com

السعة، الدورة، التكرار (التردّد)، إزاحة الطور، والإزاحة العمودية للدوال الجيبية $(sinx, cosx)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Amplitude, Period, Frequency, Phase Shift, and Vertical Shift of $(sinx, cosx)$

$$y = a\,sin(bx + c) + d$$
$$y = a\,cos(bx + c) + d$$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

السعة: $|a|$ الدورة: $\frac{2\pi}{|b|}$ التكرار: $\frac{|b|}{2\pi} = \frac{1}{\text{الدورة}}$ إزاحة الطور: $-\frac{c}{|b|}$ الإزاحة الرأسية (الخط المتوسط): d

Amplitude: $|a|$ **Period:** $\frac{2\pi}{|b|}$ **Frequency:** $\frac{1}{Period} = \frac{|b|}{2\pi}$ **Phase Shift:** $-\frac{c}{|b|}$ **Vertical Shift:** d

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

في الأسئلة التالية حدّد السعة، الدورة، التكرار، إزاحة الطور، والإزاحة الرأسية لكل ممّا يلي؟

Identify the amplitude, period, frequency, phase shift, and vertical shift?

1) $y = 2sin(2x + 2\pi) - 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) $f(x) = 3sin2x$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

3) $f(x) = 3cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Find all solutions of the given equation? **في الأسئلة التالية جد كافة حلول المعادلة المعطاة فيما يلي؟**

1) $2sinx - 1 = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

2) $2cosx - 1 = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

3) $sin(2x) = 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) $\sqrt{2}\, cosx - 1 = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

5) $2sinx - \sqrt{3} = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) $\boldsymbol{sinx - cos2x = 0}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

7) $\boldsymbol{sin^2x - 4sinx + 3 = 0}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

8) $\boldsymbol{sin^2x + cosx - 1 = 0}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

9) $\boldsymbol{sin2x - cosx = 0}$, $\boldsymbol{[0, 360^\circ]}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

10) $\boldsymbol{cos^2x + cosx = 0}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

11) $\boldsymbol{sin^2x - sinx = 0}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

في الأسئلة التالية، حدّد ما إذا كانت الدالة دورية، وإذا كانت دورية، فجد الدورة (الأساسية الأصغر)؟

Determine whether the function is periodic, If it is periodic, find the smallest (fundamental) period?

1) $f(x) = cos2x + 3sin\,\pi x$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = sinx - cos\sqrt{2}x$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) $f(x) = sin2x - cos5x$

Jalshobaki.com

4) $f(x) = cos3x - sin7x$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

في الأسئلة التالية، استخدم مدى θ ، لتحديد قيمة الدالة المشار إليها؟

Use the range for θ to determine the indicated function value?

1) $sin\theta = \frac{1}{3}$, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, جد $cos\theta$?

Jalshobaki.com

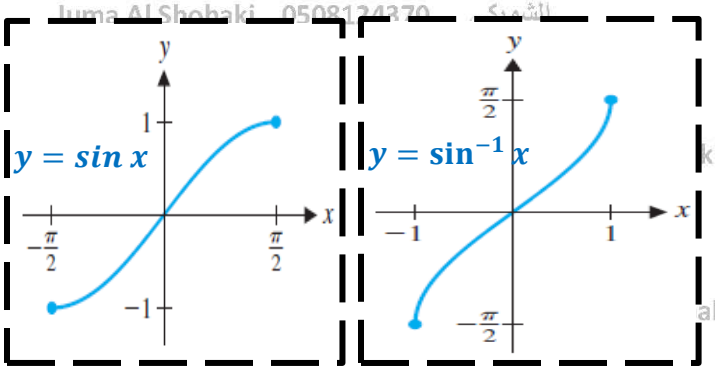
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) $sin\theta = \frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi$, جد $tan\theta$?

Jalshobaki.com

Inverse Trigonometric Functions الدوال المثلثية المعكوسة



➢ لإيجاد معكوس الدوال المثلثية، وجب أولاً تقييد المجال للدوال بحيث تصبح واحد لواحد أولاً لنستطيع إيجاد معكوس لها على هذه الفترة

• To find the inverse of the trigonometric functions, the domain of the functions must first be restricted so that it becomes one-to-one first so that we can find its inverse over this interval

1 معكوس دالة $y = \sin x$

Note that if we restrict the domain $\frac{-\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ it is a one-to-one function, and its range is $[-1, 1] \Rightarrow -1 \le y \le 1$

لاحظ إذا قيّدنا المجال $\frac{-\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ تكون دالة واحد لواحد، ويكون مداها $-1 \le y \le 1 \Leftarrow [-1, 1]$

$y = \sin x$

$x = siny \Rightarrow sin^{-1}(x) = \cancel{sin^{-1}}\ \cancel{siny}$

$y = sin^{-1}(x) \Longrightarrow \forall\, x \in [-1, 1]$ لكل x ، $-1 \le x \le 1$

$sin(sin^{-1}x) = x$, $\forall\, x \in [-1, 1]$ وعليه فإنّ

$sin^{-1}(sinx) = x$, $\forall\, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$sin^{-1}x$ يطلق لفظ وتعبير $arcsinx$ بدلاً من

في الأسئلة التالية أوجد كل ممّا يلي؟

1) $sin\left(sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) =$

2) $sin\left(sin^{-1}(2)\right) =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) $sin^{-1}(-1) =$

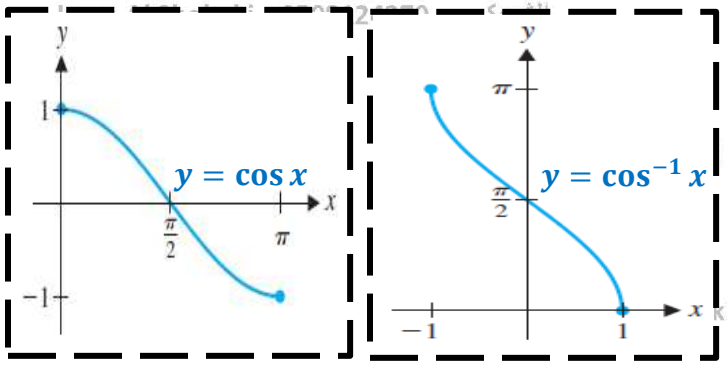
4) $sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) =$

Jalshobaki.com

5) $sin^{-1}\left(sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) =$

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) غير معرّفة D) $\frac{\pi}{6}$

2 معكوس دالة $y = \cos x$



تكون دالة $y = cosx$ واحد لواحد في تقييد المجال من $[\ 0\ ,\pi\ ]$

The function $y = cosx$ is one-to-one in the domain restriction from $[\ 0\ ,\pi\ ]$

$y = cosx$

$\downarrow$

$x = cosy$

مجاله هو مدى الدالة الرئيسية $y = \cos^{-1} x\ ,\ x \in [\ -1, 1\ ]$ ⇐ بالضرب في cos^{-1} ⇐ $cos^{-1}(x = cosy)$

وعليه فإنّ $cos(\cos^{-1} x) = x$ ، لكل قيم $x \in [\ -1, 1\ ]$

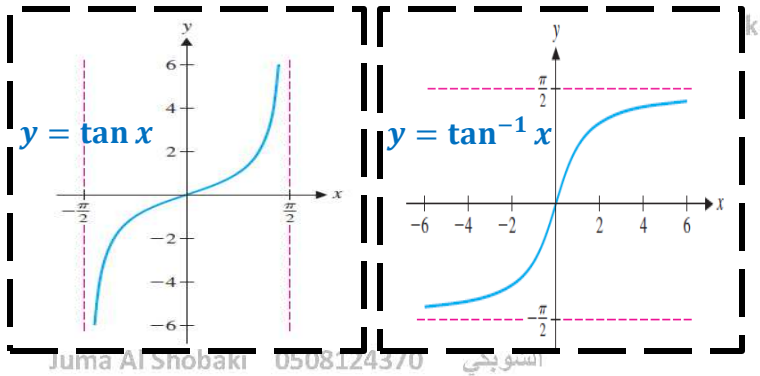
$\cos^{-1}(cosx) = x$ ، لكل قيم $x \in [\ 0, \pi\ ]$

في الأسئلة التالية أوجد كل ممّا يلي؟

1) $\cos^{-1}(0) =$

2) $\cos^{-1}(1) =$

3 معكوس دالة $y = \tan x$



نقيّد المجال $\left(-\frac{\pi}{2}\ ,\frac{\pi}{2}\right)$ ، ويكون المدى $(-\infty, \infty)$

$y = \tan x$

$\downarrow$

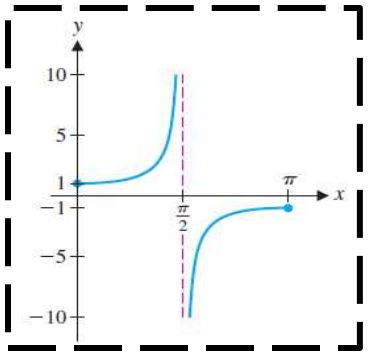
$(x = tany) \overset{\text{إذا وفقط}}{\Longleftrightarrow} -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

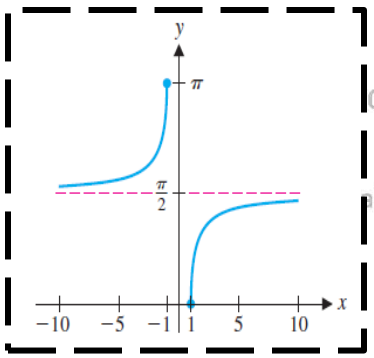
tan^{-1} بالضرب في $\Rightarrow tan^{-1}(x = tany)$

$\Rightarrow y = tan^{-1}x, \forall\ x \in (-\infty, \infty)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4 معكوس القاطع $y = \sec x$





نقيّد المجال ليكون دالة واحد لواحد

المجال: $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

We restrict the domain to be a one-to-one function

Domain: $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

$y = \sec x$

المدى: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ ، وهو مجال الدالة العكسية $y = sec^{-1}x$

Range: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ **, which is the domain of the inverse function** $y = sec^{-1}x$

$x = \sec y \iff y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ إذا وفقط

sec^{-1} بالضرب في $\Rightarrow sec^{-1}(x = secy) \Rightarrow y = sec^{-1}x, \forall\, x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

في الأسئلة التالية جد قيمة الدالة المعكوسة عبر رسم دائرة وحدة وتحديد الزاوية الصحيحة، وإيجاد قيمة الزوج المرتب على الدائرة؟

Evaluate the inverse function by sketching a unit circle, locating the correct angle and evaluating the ordered pair on the circle?

1) $tan^{-1}(0) =$

2) $tan^{-1}(-1) =$

3) $sec^{-1}(2) =$

4) $csc^{-1}(2) =$

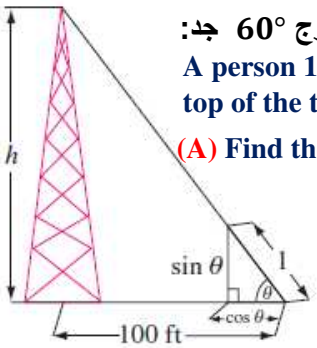
5) $cot^{-1}(1) =$

6) $tan^{-1}(\sqrt{3}) =$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Finding the Height of a Tower إيجاد ارتفاع برج



س1) يقف شخص على بعد $100\ ft$ من قاعدة برج ويكون قياس الزاوية عنده من الأرض إلى قمة البرج $60°$ جد:

A person 100 feet from the base of a tower measures an angle of 60° from the ground to the top of the tower. Find:

Jalshobaki.com

(A) Find the height of the tower ? **A) ارتفاع البرج؟**

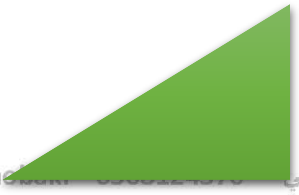
(B) What angle is measured if the person is 200 feet from the base? **B) ما قياس الزاوية لو كان الشخص على بعد $200\ ft$ من القاعدة؟**

تبسيط التعبيرات التي تحتوي على دوال مثلثية معكوسة

Simplifying Expressions Containing Inverse Trigonometric Functions

Use a triangle to simplify each expression? **في الأسئلة التالية، استخدم مثلّثاً لتحويل كل تعبير إلى أبسط صورة؟**

1) $cos(\ sin^{-1}x\ )$



2) $cos(\ tan^{-1}x\ )$

3) $tan(\ sec^{-1}x\ )$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) $cot(\cos^{-1}x)$

Jalshobaki.com

5) $\sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

6) $\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

7) $\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$

8) $\csc\left(\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right)$

9) $\cos\left(2\sin^{-1}\frac{4}{5}\right)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Exponential and Logarithmic Functions الدوال الأسية واللوغاريتمية (1-4)

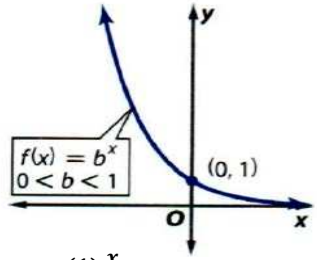
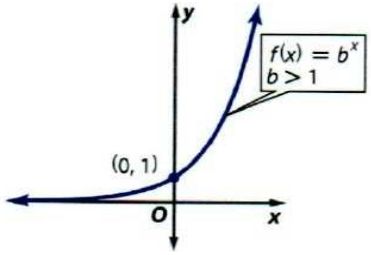
➢ **الدوال الأسية:** نوع من الدوال غير الجبرية وتقسم إلى نوعان طبقاً لنوع الأساس. وهي معرّفة ومتصلة على مجال الأعداد الحقيقية R

- **Exponential Functions:** A type of non-algebraic functions, which are divided into two types according to base type. They are defined and continuous for real numbers R.

1 الدوال الأسية العادية: أساسها العدد b ، $f(x)=b^x$

Exponential Functions: Base b , $f(x)=b^x$

حيث $x\in R$ ، $b>0$, $b\neq 1$ وبما أنّ $b>0$, $b\neq 1$ فلدينا منحنيان

$f(x)=b^x$, $0<b<1$	$f(x)=b^x$, $b>1$
التضاؤل الأسي $(Decay)$	النمو الأسي $(Growth)$
	
مثال) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x=2^{-x}$	مثال) $f(x)=2^x$

2 الدوال الأسية الطبيعية: $f(x)=e^x$

Natural Exponential Functions: $f(x)=e^x$

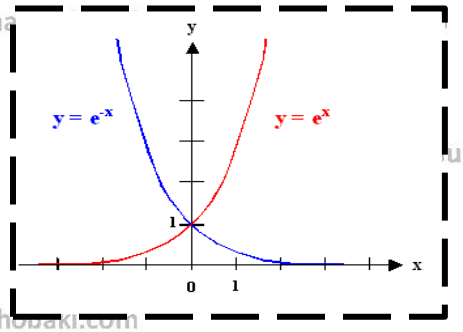
حيث $e\cong 2.71828$ (العدد النيبيري)

تعرّف e بالعلاقة:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e^1 \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{a}{x}\right)^x=e^a$$

Ex) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=e^2$

1) $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)^x=$



✓ **قانون تغيير الأساس للدوال الأسية** $b^x=e^{x\ln b}$ ، أي نعيد كتابة أي دالة أسية لها أساس $b>0$ ، كدالة أسية لها أساس e

- **The Change of Base Rule for Exponential Functions** $b^x=e^{x\ln b}$. We rewrite any exponential function with a base $b>0$, as an exponential function with a base e

Rewrite Exponentials as Exponentials with Base e ? س) أعد صياغة الدوال الأسية التالية كدوال أسية لها أساس e ؟

A) $3^x=$

B) $\left(\frac{1}{3}\right)^x=$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Exponential Functions' Properties and Rules خواص الدوال الأسية وقوانينها

Exponential Functions' Properties خواص الدوال الأسية

- مجالها هو R ، أي أنّها معرّفة لكل عدد حقيقي

* The domain is R , It is defined for every real number

- مداها هو $(0, \infty)$ ، أي لا تقبل كل القيم الحقيقية، ولكن $b^x > 0$

* The range is $(0, \infty)$, not all real values are accepted, but $b^x > 0$

- كل دالة أسية تمثّل دالة واحد لواحد، ولذلك فلها معكوس

* Every exponential function is a one-to-one function, so it has an inverse

Exponential Functions' Rules قوانين الدوال الأسية

- إذا كان كل من x و y عدداً حقيقياً $\neq 0$ ، وكل من m, n عدداً حقيقياً، فإنّ:

1) $(x^n)^m = x^{mn}$
2) $(xy)^n = x^n y^n$
3) $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$
4) $x^n \cdot x^m = x^{m+n}$
5) $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
6) $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$, $x \neq 0$
7) $x^0 = 1$

Fractional Exponential to Radicals and Vice Versa الأسس الكسرية إلى جذور والعكس

- لأي أعداد صحيحة m, n و $(n \geq 2)$ فإنّ: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

✓ مثال) $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x^1}$ ، $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} = \left(\sqrt[3]{x^1}\right)^2$

Radicals' Rules بعض قوانين الجذور

1) $\sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$
2) $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$
3) $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & , \text{ فردي } n \\ |x| & , \text{ زوجي } n \end{cases}$ مثلاً $\sqrt[3]{x^3} = x$ ، $\sqrt[2]{x^2} = |x| \Rightarrow x, -x$

Converting Expressions to Exponential Form تحويل التعبيرات إلى شكل أسي

Convert expression into exponential form?

س) حوّل التعبير إلى شكل أسي؟

$(2^x \cdot 2^{3+x})^2 =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

إيجاد دالة أسية على الصورة $f(x) = ae^{bx}$ حيث $a \neq 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Finding an Exponential Function of the Form $f(x) = ae^{bx}$ where $a \neq 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Jalshobaki.com

س1) جد دالة أسية بالصورة $f(x) = ae^{bx}$ باستخدام القيم المعطاة؟ $f(0) = 2$, $f(2) = 6$

Find a function of the form $f(x) = ae^{bx}$ with the given function values? $f(0) = 2$, $f(2) = 6$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س2) جد الدالة الأسية بالصورة $y = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(2,2)$ و $(0,4)$ ؟

Find the function of the form $f(x) = ae^{bx}$ that passes through the points $(2,2)$ and $(0,4)$?

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) أكتب دالة أسية بالصورة $f(x) = ae^{bx}$ باستخدام القيم $(1,2)$, $(2,6)$ ؟

Write an exponential function of the form $f(x) = ae^{bx}$ using the values $(2,6)$, $(1,2)$?

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

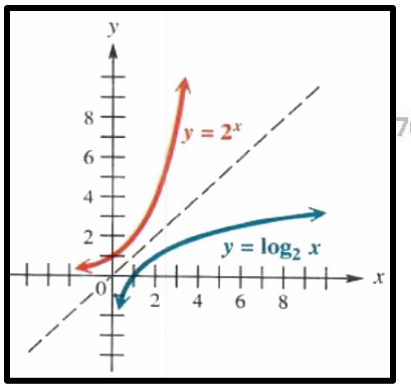
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Logarithmic Functions الدوال اللوغاريتمية

➢ **الدوال اللوغاريتمية:** هي الدوال العكسية للدوال الأسية $y = b^x$ ، $y = \log_b(x) \Leftrightarrow x = b^y$
حيث $\forall\, x \in (0,\infty)$ مجالها ، $\forall\, y \in R$ مداها ، حيث b هي الأساس

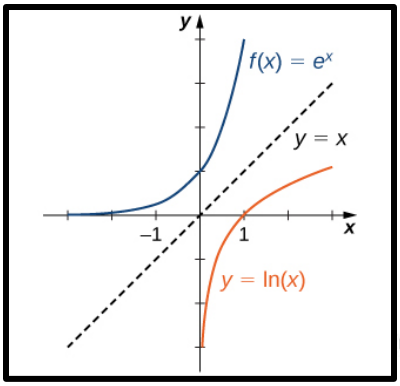
- **Logarithmic Functions:** They are the inverse functions of exponential functions $y = b^x$
$y = \log_b(x) \Leftrightarrow x = b^y$, where ***Domain*** $\forall\, x \in (0,\infty)$, ***Range*** $\forall\, y \in R$
Where b is the base

It is divided into two types according to the base type **وهي تقسم إلى نوعين طبقاً لنوع الأساس**



1) الدوال اللوغاريتمية العادية وتكتب على الصورة $y = \log_b x$ ، حيث أساسها $b = 10$
وتكتب عادةً $y = \log x$ بدون وضع الأساس ، وفي حال كان الأساس عدد غير ذلك فيجب وضع الأساس. على سبيل المثال $\log_2 x$ كما هو موضح في الشكل البياني.
وهي معكوس للدالة الأسية $y = b^x$

1) Logarithmic Functions are written in the form $y = \log_b x$, where its base is $b = 10$, and usually written $y = \log x$ without setting the base, and if the base is a number other than that, the base must be set. For example $\log_2 x$ as shown in the diagram. It is the inverse of the exponential function $y = b^x$



2) الدوال اللوغاريتمية الطبيعية وتكتب على الصورة $y = \ln x$ ، حيث أساسها دائماً هو العدد النيبيري e $(e \cong 2.71828)$
وهي معكوس للدالة الأسية $y = e^x$

2) Natural Logarithmic Functions are written in the form $y = \ln x$, where its base is always the Niberian number e $(e \cong 2.71828)$
It is the inverse of the exponential function $y = e^x$

خواص اللوغاريتمات: حيث $x, y > 0$ ، $b > 0$ ، $b \neq 1$

1) $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$
2) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$
3) $\log_b(x)^y = y \log_b x$
4) $\log_b 1 = 0$
5) $\log_b b^x = x$
6) $b^{\log_b x} = x$
7) $\log_b x = y \Leftrightarrow x = b^y$
8) $\ln e = 1$
9) $\ln e^x = x$
10) $\ln_e x = y \Leftrightarrow x = e^y$
11) $e^{\ln x} = x$

12) $(-\infty, \infty) \Leftarrow R$ ومداها ، $x > 0$ ، أي أنّها ليست معرّفة إلا للأعداد الموجبة $(0, \infty)$ مجالها

Its domain is $(0, \infty)$. **Logarithms** defined only for positive numbers $x > 0$, and **its range** is R $(-\infty, \infty)$

13) $b \neq 1$ ، $b > 0$ ، $x > 0$ حيث ، $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$ قاعدة تغيير الأساس للدوال اللوغاريتمية

The Change of Base Rule for Logarithmic Functions $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$, where $x > 0$, $b > 0$, $b \neq 1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Use the definition of logarithm to determine the value? **س1) استخدم تعريف اللوغاريتم لتحديد القيمة؟**

A) $\log_3 9 =$ *B*) $\log_4 \frac{1}{16} =$ *C*) $\log_4 2 =$ *D*) $\log_3 \frac{1}{27} =$

Rewrite the Expression as a single logarithm? **س2) أكتب بصيغة لوغاريتم واحد؟**

Jalshobaki.com

A) $2\ln 4 - \ln 3 =$

B) $\ln \frac{3}{4} + 4\ln 2 =$

Simplify the expression using the rules of logarithms? **س3) بسّط التعبير باستخدام قواعد اللوغاريتمات؟**

$\ln(\frac{x^2y^6}{z^3}) =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Solving Exponential and Logarithmic Equations حل المعادلات الأسية واللوغاريتمية

Solve the given equations? **في الأسئلة التالية حل المعادلات؟**

1) $e^{2x} = 2$

2) $e^x(x^2 - 1) = 0$

3) $xe^{-2x} + 2e^{-2x} = 0$

4) $4\ln x = -8$

5) $e^{2\ln x} = 4$

6) $\ln(x + 6) = 4$

لا تنسى أنّ:

1) $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

حيث: x, y عددان حقيقيان، a عدد حقيقي موجب $a \neq 1$

2) $e^x \cdot e^x = e^{2x}$

3) $e^x \neq 0$

4) $\ln x = \ln y \Rightarrow x = y$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com

8) $11e^{x} - 51 - 20e^{-x} = 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Hyperbolic Functions الدوال الزائدية

➢ **الدوال الزائدية:** وهي بعض من التراكيب الخاصة للدوال الأسية

- **Hyperbolic Functions:** These are some of the special combinations of exponential functions

Jalshobaki.com

- **Hyperbolic Sine Functions**, denoted by $\sinh x$ — $\sinh x$ ويرمز له بـ ، دوال الجيب الزائدي
- **Hyperbolic Cosine Functions**, denoted by $\cosh x$ — $\cosh x$ ويرمز له بـ ، جيب التمام الزائدي

وقد وردت معنا في الدرس الأوّل من هذه الوحدة (يرجى مراجعة صفحة 5) ($1-1$)

- ✓ $\sinh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$, R مجالها ومداها Domain and Range are R
- ✓ $\cosh x = \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$, $[1,\infty)$ و مداها R مجالها Domain is R , Range is $[1,\infty)$
- ✓ $\tanh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$, $(-1,1)$ و مداها R مجالها Domain is R , Range is $(-1,1)$
- ✓ $\cosh(-x) = \cosh(x)$, دالة زوجية even function $\sinh(-x) = -\sinh x$, دالة فردية odd function
- ✓ $cosh^{2}x - sinh^{2}x = 1$

Find the value of each of the following? س1) جد قيمة كل ممّا يلي؟

Jalshobaki.com

A) $\sinh(0) =$

B) $\sinh(1) =$

C) $\sinh(-1) =$

D) $\cosh(0) =$

E) $\cosh(1) =$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س2) بيّن أنّ $cosh^2x - sinh^2x = 1$ لكل x ؟

Show that $cosh^2x - sinh^2x = 1$ for all x ?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س3) جد كل حلول $\sinh(x^2 - 1) = 0$ ؟

Find all solutions of $\sinh(x^2 - 1) = 0$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س4) جد كل حلول $\cosh(3x + 2) = 0$ ؟

Find all solutions of $cosh(3x + 2) = 0$?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Transformations of Functions تحويلات الدوال (1-5)

➢ التحويلات الهندسية: 1) قياسية (لا تغيّر من الشكل) 2) غير قياسية (لا تحافظ على الشكل)

Geometric Transformations: 1) Standard (does not change shape) 2) Non-Standard (does not maintain shape)

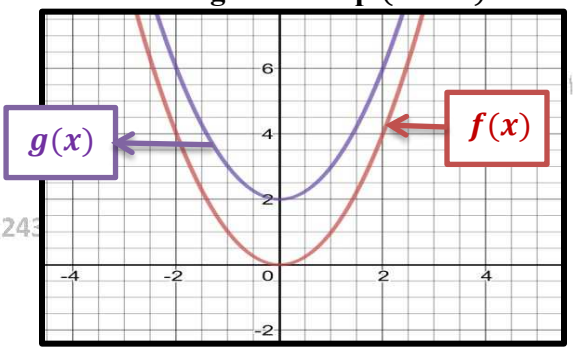
1 التحويلات القياسية: أولاً: الإزاحة الأفقية والرأسية

Vertical and Horizontal Translation

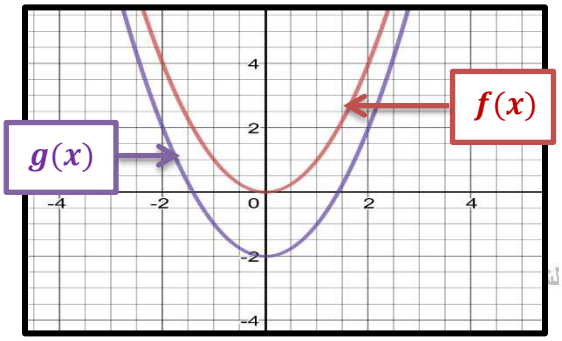
إزاحة رأسية (عمودية) (V. Trans)

$g(x) = f(x) + k$ إزاحة لأعلى بمقدار k

Shifting k units up $(k > 0)$



$g(x) = f(x) - k$ إزاحة لأسفل بمقدار k

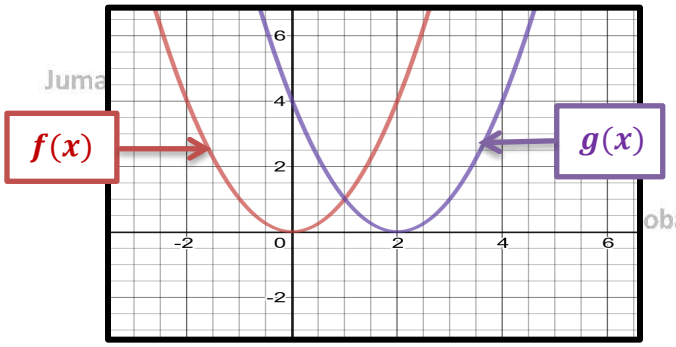


Shifting k units down $(k < 0)$

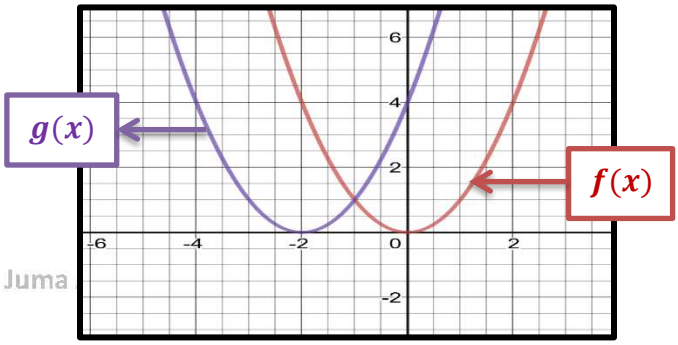
إزاحة أفقية (H. Trans)

$g(x) = f(x - h)$ إزاحة بمقدار (h) لليمين

Shifting h units right $(h < 0)$



$g(x) = f(x + h)$ إزاحة لليسار بمقدار (h)



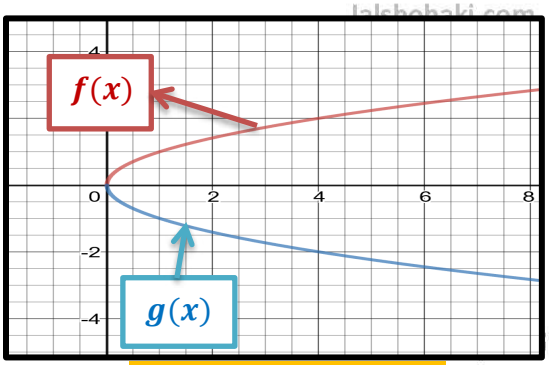
Shifting h units left $(h > 0)$

ثانياً: الانعكاس Reflection

➢ الانعكاس: صورة معكوسة للرسم البياني نسبة إلى خط معيّن

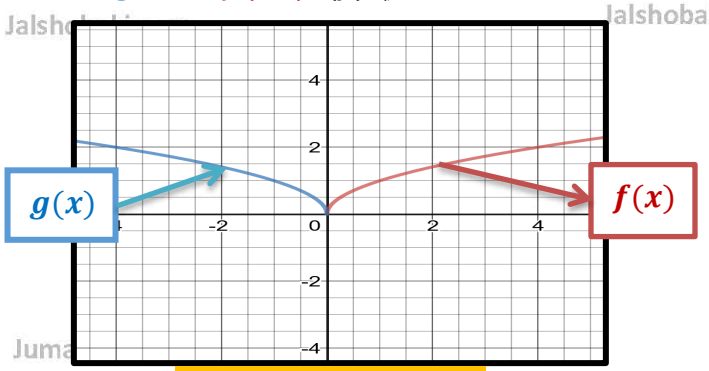
Reflection: A mirror image of a graph relative to a line

$g(x) = -f(x)$ حول المحور الأفقي (x)



Reflection in x-axis

$g(x) = f(-x)$ حول المحور الرأسي (y)



Reflection in y-axis

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

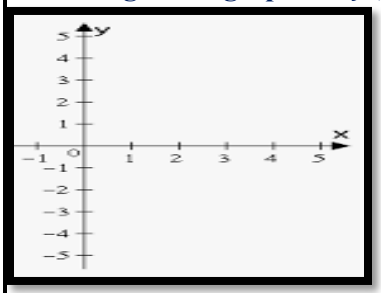
س1) بالاعتماد على الرسم البياني لـــ $f(x)=\sqrt{x}$ ، صف التحويلات الهندسية التي تمّت للحصول على دالة $g(x)$ ؟

Referring to the graph of $f(x)=\sqrt{x}$, describe the geometric transformations made to obtain the function $g(x)$?

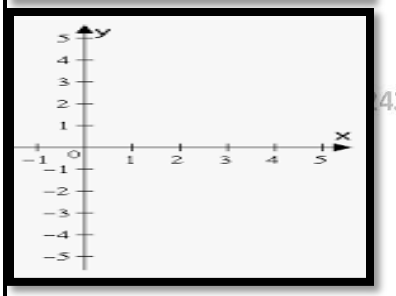
وارسم كلاً من $f(x)$ و $g(x)$ ؟

Jalshobaki.com

(1 $g(x)=-\sqrt{x-1}+2$



(2 $g(x)=-\left(\sqrt{x-1}+2\right)$



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

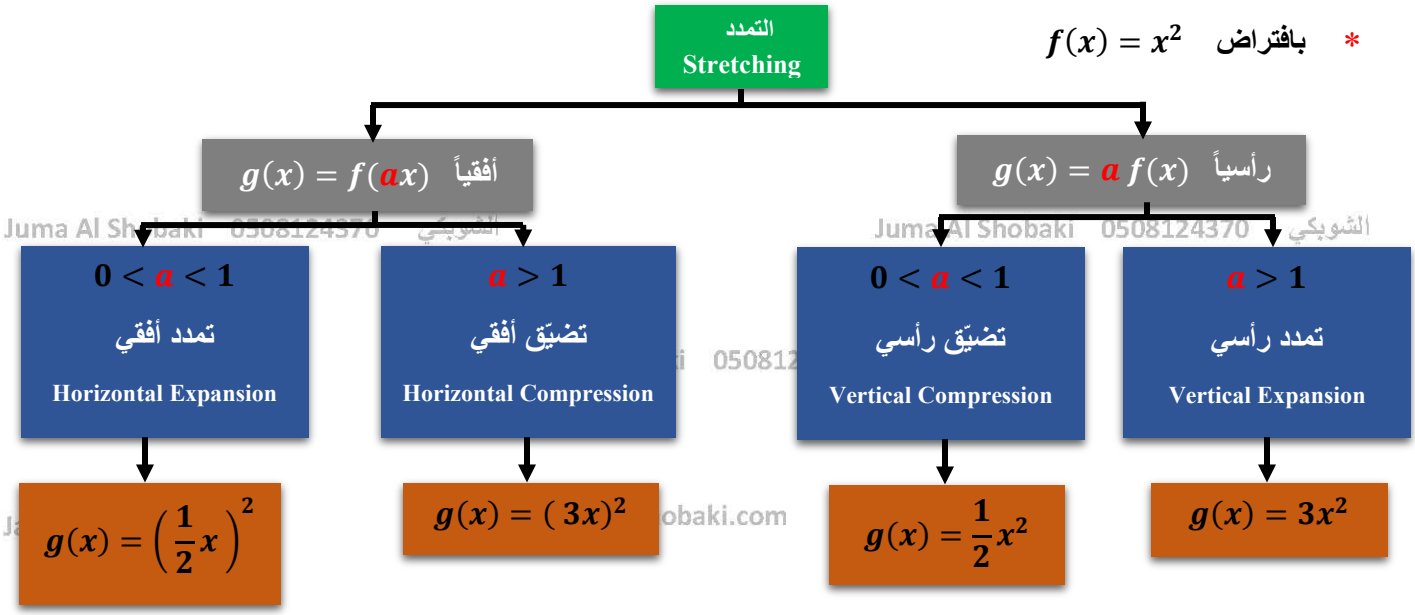
2 التحويلات غير القياسية Non-Standard Transformations

- التمدد: رأسياً (مقياس رأسي) و أفقياً (مقياس أفقي)

Jalshobaki.com

✓ Stretching: Vertically (Vertical Scale) and Horizontally (Horizontal Scale)

* بافتراض $f(x)=x^2$



- بمعنى إذا كانت $a>1$ ، فهي إمّا تمدد رأسي أو تضيّق أفقي
- وإذا كانت $0<a<1$ ، فهي إمّا تضيّق رأسي أو تمدد أفقي

✓ If $a>1$, It is either a vertical expansion or a horizontal compression

✓ If $0<a<1$, It is either a vertical compression or a horizontal expansion

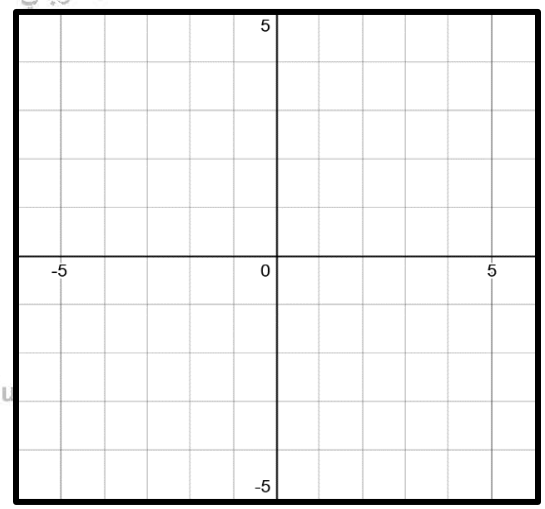
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س1) حدّد الدالة الرئيسية $f(x)$ للدالة $g(x)$ وصف علاقة الرسم البياني لكل دالة $g(x)$ و $f(x)$ وارسم الدالتان؟

Determine the original function $f(x)$ of the function $g(x)$, describe the graph of each function $g(x)$ and $f(x)$ and graph the two functions?

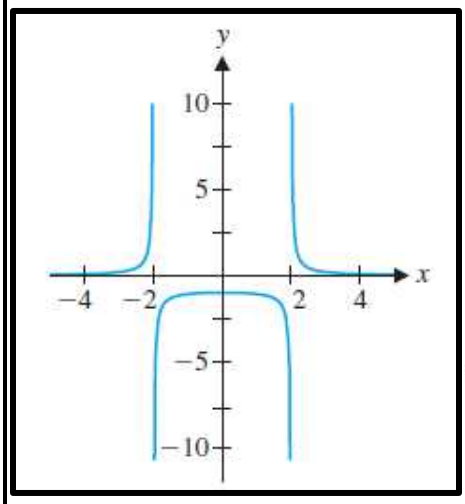
$$g(x) = \frac{5}{x} + 3$$

Jalshobaki.com

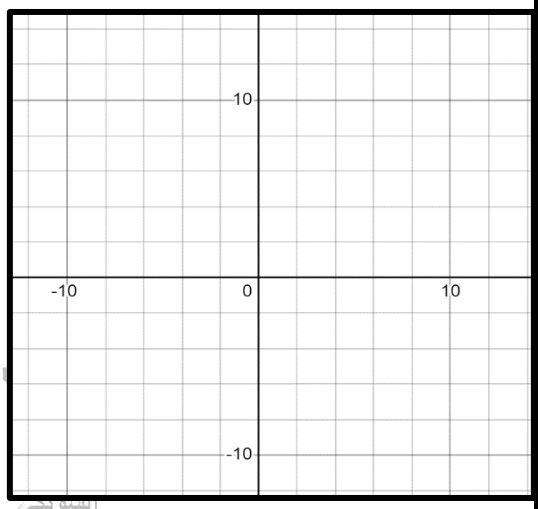


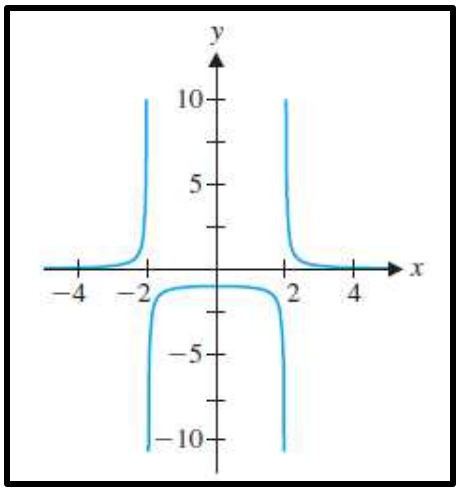
س2) استخدم التمثيل البياني ل $y = f(x)$ الموضح في الشكل لتمثيل الدالة المشار إليها بيانياً؟

Use the graph of $y = f(x)$ given in the figure to graph the indicated function?

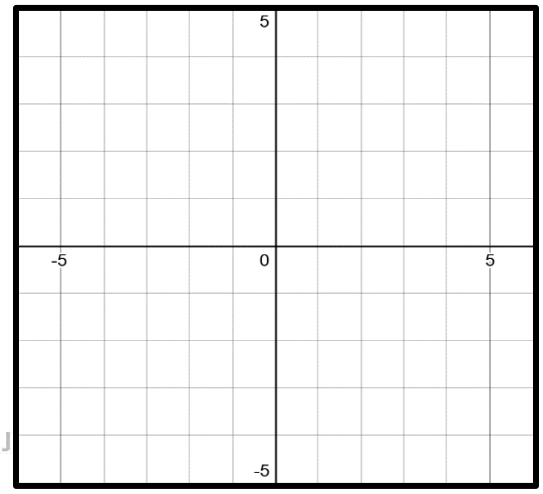


A) $f(x-4)$





B) $f(2x)$



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) بإكمال المربع أذكر التحويلات التي تمّت على التمثيل البياني لـِ $y = x^2$ إلى التمثيل البياني للدالة المعطاة؟

Complete the square and explain how to transform the graph of $y = x^2$ into the graph of the given function?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

A) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

B) $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$

س4) قارن الدالة المعطاة بالتمثيل البياني لـِ $y = x^2 - 1$ ؟

Compare the given function to the graph of $y = x^2 - 1$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

$f(x) = -2(x^2 - 1)$

س5) قارن الدالة المعطاة بالتمثيل البياني لـِ $y = (x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x$ ؟

Compare the given function to the graph of $y = (x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x$?

A) $f(x) = (-x)^2 - 2(-x)$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

B) $f(x) = -(-x)^2 + 2(-x)$

C) $f(x) = (-x+1)^2 + 2(-x+1)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

D) $f(x) = (-3x)^2 - 2(-3x) - 3$

س6) أذكر قاعدة تحويل التمثيل البياني لـِ $y = f(x)$ لـِ $y = c\,f(x)$ بالنسبة لـِ $c < 0$ ؟

State a rule for transforming the graph of $y = f(x)$ into the graph of $y = c\,f(x)$ for $c < 0$?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س7) أذكر قاعدة تحويل التمثيل البياني لـِ $y = f(x)$ لـِ $y = f(cx)$ بالنسبة لـِ $c < 0$ ؟

State a rule for transforming the graph of $y = f(x)$ into the graph of $y = f(cx)$ for $c < 0$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3 العمليّات على الدوال Combinations of Functions

- إذا كانت كل من f ، g دالتان لهما مجالان متقاطعان، فإذن وبعد دمج الدالتان سواء بالجمع، الطرح، الضرب، أو القسمة، تعرّفان كما يلي:

If f and g are functions with intersecting domains, then after combining the functions by addition, subtraction, multiplication, or division, they are defined as follows:

1) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

2) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

3) $(f.g)(x) = f(x).g(x)$

4) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $g(x) \neq 0$

- في كل دالة جديدة يتكوّن المجال من تلك القيم لـــِ (x) المشتركة لمجالان f ، g

In each new function, the domain consists of those values of (x) common to two domains f, g

- ينحصر مجال دالة ناتج القسمة في استبعاد أي قيم تجعل المقام $= 0$

The quotient function domain is limited to exclude any values that make the denominator $= 0$

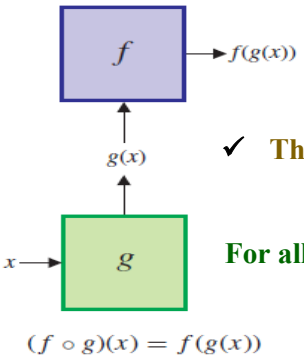
س1) بافتراض $f(x) = x^2 + 4x$ ، $g(x) = \sqrt{x+2}$ ، $h(x) = 3x - 5$ جد كل دالة ومجالها؟

Find each function and its domain?

A) $(f+g)(x) =$

B) $\left(\frac{h}{f}\right)(x) =$

4 تركيب الدوال Composition of Functions



- يحدّد تركيب الدوال f ، g المكتوب بالشكل $f \circ g$ عن طريق:

✓ The comosition of functions f and g, written $f \circ g$, is defined by:

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ لكل x ، حيث x هي مجال g و $g(x)$ هي مجال f ،

For all x, where x is the domain of g, and $g(x)$ is the domain of f, $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

ملاحظة : $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

في الأسئلة التالية، أوجد التركيبات $f \circ g$ و $g \circ f$ ، وحدّد المجالات الخاصة بها؟

Find the composition $f \circ g$ and $g \circ f$ and identify their respective domain?

1) $f(x) = x + 1$, $g(x) = \sqrt{x - 3}$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$

3) $f(x) = \sqrt{1 - x}$, $g(x) = \ln x$

في الأسئلة التالية، جد التركيبات $f(x)$ ، $g(x)$ ، وحدّد المجالات الخاصة بها؟

Find the composition $f(x)$, $g(x)$ and identify their respective domain?

4) $\sqrt{x^4 + 1}$

5) $\frac{1}{x^2+1}$

6) $sin^3 x$

7) e^{4x-2}

في الأسئلة التالية، حدّد الدوال $f(x)$ ، $g(x)$ ، $h(x)$ بحيث تساوي الدالة المعطاة $[f \circ (g \circ h)](x)$ ؟

Identify functions $f(x)$, $g(x)$ and $h(x)$ such that the given function equals $[f \circ (g \circ h)](x)$?

8) $\frac{3}{\sqrt{sinx+2}}$

9) $[\tan^{-1}(3x + 1)]^2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س10) جد قيمة كل ممّا يلي، إذا كانت $g(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

Find the value of each of the following if $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$, $g(x) = x^2 - 2$

Jalshobaki.com

A) $(f \circ g)(2)$

B) $(g \circ f)(2)$

C) $(f \circ f)(2)$

س11) إذا كانت $f(x) = x + 8$ ، $g(x) = x^2 - 6$ ، $h(x) = \sqrt{x} + 3$ فجد $[f \circ (g \circ h)](x)$ ؟

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س12) إذا كانت $f(x) = x + 2$ ، فجد $g(x)$ إذا كانت $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{1}{4}$ ؟

Jalshobaki.com

س13) إذا كانت $f(x) = \sqrt{4x}$ ، فجد $g(x)$ إذا كانت $(f \circ g)(x) = |6x|$ ؟

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س14) إذا كانت $g(x) = sinx$, $f(x) = x^2 + 1$ فإنّ $(f \circ g)\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ؟

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

أسئلة متنوّعة على وحدة التَّمهيدات

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

1. حل المتباينة $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ هو؟

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

A) $(-\infty, -3] \cup [1, \infty)$

B) $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$

C) $[-3, 1]$

D) $[-1, 3]$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2. حل المتباينة $x^2 + 2x - 15 < 0$ هو؟

A) $(-5, 3)$

B) $(-3, 5)$

C) $[-3, 5]$

D) $(-\infty, -3), (5, \infty)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

3. حل المتباينة $\frac{\sqrt{9-x}}{\log x} \geq 0$ هو؟

A) $[1, 9]$

B) $(-\infty, 9]$

C) $(1, 9]$

D) $(0, 9]$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4. إنَّ ميل المستقيم (m) للخط المار بالنقطتين $B(1, -11)$, $A(5, -2)$ هو؟

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

A) $m = -\frac{4}{9}$

B) $m = \frac{4}{9}$

C) $m = -\frac{9}{4}$

D) $m = \frac{9}{4}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5. جد معادلة المستقيم الذي ميله -4 ويمر بالنقطة $P(8,-5)$ ؟

A) $y=-4x+27$

B) $y=-4x-12$

C) $y=-4x-44$

D) $y=-4x+28$

Jalshobaki.com

6. إنَّ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(7,-6)$ ويوازي المستقيم الذي معادلته $y=-5(x-6)-7$ هو؟

A) $y=-5x+28$

B) $y=-\frac{1}{5}x-41$

C) $y=5x-37$

D) $y=-5x+29$

7. إنَّ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(-3,3)$ وعمودي على المستقيم $y=5(x+3)+5$ هي؟

A) $y=\frac{1}{5}x+20$

B) $y=-\frac{1}{5}x+\frac{12}{5}$

C) $y=-5x-10$

D) $y=5x+18$

8. إنَّ معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(1,3)$ وعمودي على المستقيم $x+2y+1=0$ هي؟

A) $y=2x+1$

B) $y=2x-1$

C) $y=-2x-1$

D) $y=-2x+1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

9. أي من العلاقات التالية ليست دالة؟

A) $y = 3x^3 + 4$

B) $y = x^2 + 1$

C) $x = y^2$

D) $x = y^{-1}$

10. حدّد ما إذا كانت الدالة كثيرة حدود، نسبية، أو كلاهما، أو غير ذلك؟ $f(x) = \frac{5x^4+6x^3+1}{6x^5-6}$

A) كثيرة حدود ولكن ليست نسبية

B) نسبية ولكن ليست كثيرة حدود

C) كثيرة حدود و نسبية

D) ليست كثيرة حدود ولا نسبية

11. جد مجال الدالة $y = \sqrt{x^2 - 144}$ ؟

A) $[-12, 12]$

B) $(-\infty, -12] \cup [12, \infty)$

C) $[12, \infty)$

D) $(-\infty, \infty)$

12. جد مجال الدالة $g(x) = \log\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$ ؟

A) $[-1, 1]$

B) $(-\infty, -1]$

C) $[1, \infty)$

D) $(1, \infty)$

13. جد مجال الدالة $y = 3\sin^{-1}(x - 1)$ ؟

A) $[-1, 1]$

B) $[-2, 0]$

C) $[-\pi, \pi]$

D) $[0, 2]$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

14. نقاط تقاطع المنحنيات $g(x) = x^2 + 4$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ هي؟

A) $(0,4)\,,(\sqrt{7}\,,4)\,,(-\sqrt{7}\,,4)$

B) $(\sqrt{7}\,,4)\,,(-\sqrt{7}\,,4)$

C) $(0,4)$

D) $(0,7)\,,(7,4)$

15. حدّد ما إذا كان للدالة معكوس (دالة واحد لواحد)، وإذا كان كذلك فما هو؟ $f(x) = \sqrt[3]{x+7}$

A) $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x+7}}$

B) $f^{-1}(x) = (x-7)^3$

C) $f^{-1}(x) = x^3 - 7$

D) $x = \pm\sqrt{7}$

16. بافتراض أنَّ للدالة دالة عكسية، جد قيمة الدالة المحدَّدة بدون الحل لإيجاد الدالة العكسية؟

$f^{-1}(-71)$, $f(x) = x^5 + 3x^3 + x - 13$

A) 2

B) 13

C) -2

D) -13

17. إذا كان $g(x) = x^3 + 4x - 1$ فإنَّ $g^{-1}(-1)$ هو؟

A) $x = 0$

B) $x = 2$

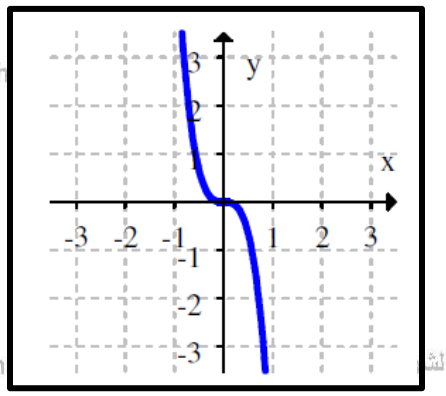
C) $x = -2$

D) $x = -1$

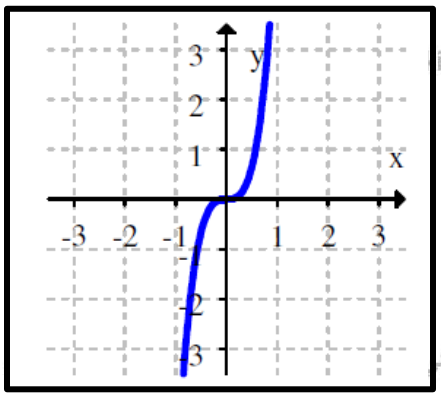
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

18. الدالة $f(x) = x^5 + 5x^3$ لها دالة عكسية، فإنَّ التمثيل البياني للدالة العكسية هو؟

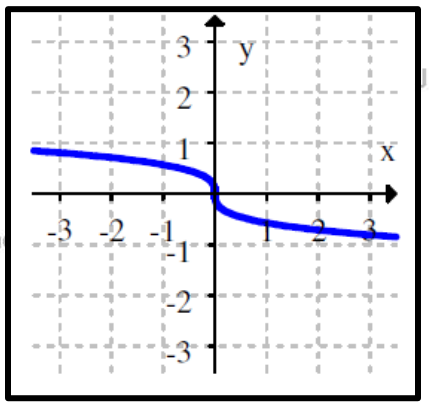
A)



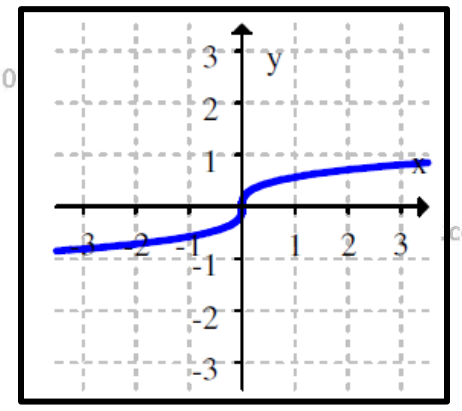
B)



C)



D)



19. إنَّ الدالة $sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ لها دالة عكسية على الفترة؟

A) $[-1, 1]$

B) $[0, \pi]$

C) $[-\pi, \pi]$

D) $(-\infty, \infty)$

20. أي من الدوال التالية لها دالة عكسية؟

A) $f(x) = 5$

B) $h(x) = x^2 + 1$

C) $k(x) = x^{-1}$

D) $r(x) = x^{-2}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

21. حوّل $\frac{11\pi}{4}$ (راديان) إلى درجة؟

A) $468°$

B) $480°$

C) $495°$

D) $523°$

Jalshobaki.com

22. حوّل $-105°$ إلى راديان؟

A) $-\frac{7\pi}{12}$

B) $-\frac{7\pi}{13}$

C) $-\frac{2\pi}{3}$

D) $-\frac{12\pi}{7}$

23. حدّد الدَّورة للدالة $f(x) = sin5x - cos6x$ ؟

A) π

B) $-\pi$

C) 2π

D) -2π

24. حدّد السعة، الدورة، والتكرار لـِـ $f(x) = -3cos(10x - \pi)$ ؟

A) السعة $= 6$, الدورة $= \frac{\pi}{3}$, التكرار $= \frac{1}{10}$

B) السعة $= 3$, الدورة $= \frac{\pi}{5}$, التكرار $= \frac{5}{\pi}$

C) السعة $= \frac{\pi}{5}$, الدورة $= -\frac{2\pi}{3}$, التكرار $= \frac{10}{\pi}$

D) السعة $= -3$, الدورة $= \frac{10\pi}{3}$, التكرار $= \frac{3}{\pi}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

25. سعة الدالة $f(x) = -2cos(3x + \pi)$ هي؟

A) -2

B) 2

C) 3

D) π

Jalshobaki.com

26. حدّد ما إذا كانت الدالة $f(x) = cos5x + 4sin\pi x$ دورية، وإذا كانت دورية، فجد الدَّورة (الأساسية الأصغر)؟

A) الدورة $= 5\pi$

B) الدورة $= 9\pi$

C) الدورة $= 20\pi$

D) الدالة ليست دورية

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

27. استخدم مدى θ لتحديد قيمة الدالة المشار إليها؟ جد $cos\theta$ $tan\theta = \frac{7}{24}$, $\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$

A) $cos\theta = \frac{24}{25}$

B) $cos\theta = -\frac{24}{25}$

C) $cos\theta = -\frac{7}{25}$

D) $cos\theta = \frac{7}{25}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

28. جد كافَّة حلول المعادلة $2sin^2x + sinx - 1 = 0$ ؟

A) $x = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$, $\frac{3\pi}{4} + 2n\pi$, $\pi + 2n\pi$

B) $x = \frac{7\pi}{6} + 2n\pi$, $\frac{3\pi}{2} + 2n\pi$, $\frac{11\pi}{6} + 2n\pi$

C) $x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$, $\frac{5\pi}{6} + 2n\pi$, $\frac{3\pi}{2} + 2n\pi$

D) $x = 0 + n\pi$, $\frac{\pi}{2} + 2n\pi$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

29. حل المعادلة $tanx = 1$ هو؟

A) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

B) $\frac{\pi}{4} \pm n\pi$

C) $\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi$

D) $\frac{\pi}{4} \pm n\frac{\pi}{2}$

Jalshobaki.com

30. $cosh(0)$ هو؟

A) 0

B) 1

C) -1

D) 2

31. بسّط ما يلي $sin(\cos^{-1} 5x)$ ؟

A) $\sqrt{1+25x^2}$

B) $\sqrt{25-x^2}$

C) $\sqrt{1-25x^2}$

D) $\sqrt{25+x^2}$

32. $sin2\left(\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right)$ ؟

A) $-\frac{24}{25}$

B) $\frac{24}{25}$

C) $-\frac{25}{24}$

D) $\frac{24}{5}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

33. مدى الدالة $g(x) = 3cosx + 1$ هو؟

A) $[-2, 4]$

B) $[-3, 3]$

C) $[-1, 1]$

D) $[-4, 2]$

Jalshobaki.com

34. مدى الدالة $g(x) = cosh(x)$ هو؟

A) $(-\infty, \infty)$

B) $[1, \infty)$

C) $[0, \infty)$

D) $[0, 1]$

35. إذا كانت $g(x) = -\sqrt{x-2}$ فإنَّ مدى الدالة $g^{-1}(x)$ هو؟

A) $[2, \infty)$

B) $(-\infty, 2]$

C) $[0, \infty)$

D) $(-\infty, 0]$

36. إذا كان للدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{1}{x} - 1$ فإنَّ $f(g(x))$ ؟

A) $h(x) = x$

B) $k(x) = -x$

C) $r(x) = 1$

D) $m(x) = -1$

37. إنَّ قاعدة الدالة الأسية التي تمر بالنقطتين $(1, 2)$, $(0, 5)$ هي؟

A) $y = 5e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

B) $y = 5e^{x \ln(\frac{2}{5})}$

C) $y = 2e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

D) $y = e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

38. $\ln 4 + 2\ln 3 - 2\ln 6$ ؟

A) $\ln 2$

B) 2

C) 1

D) 0

Jalshobaki.com

39. أي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة $y = \log(x-1)$ ؟

A) $f(x) = 2^x + 1$

B) $g(x) = 10^x + 1$

C) $h(x) = e^x + 1$

D) $k(x) = \log(x+1)$

40. أكتب بصيغة لوغاريتم واحد $\ln 64 - 2\ln 8$ ؟

A) $\ln 48$

B) $\ln 56$

C) 1

D) 0

41. حل لإيجاد قيمة x؟ $x^2 \ln x - 16 \ln x = 0$

A) $x = e^4$ و $y = e^{-4}$

B) $x = 1,4$

C) $x = 1$, ± 4

D) لا يوجد حل

42. حل المعادلة $e^{2\ln x} = 4$ هو؟

A) 2 , -2

B) 2

C) -2

D) 1

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

43. حل المعادلة $e^{2x} + e^{x} - 12 = 0$ هو؟

A) 3

B) 4

C) $\ln 3$

D) $\ln 4$

44. جد كافَّة حلول $cosh(x^2 - 4) = 1$ ؟

A) $x = -2$, $x = 2$

B) $x = -1$, $x = 3$

C) $x = e^{-2}$, $x = e^{2}$

D) $x = e^{-1}$

45. جد كل من $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ بحيث تكون الدالة المعطاة مساوية لـِ $[f \circ (g \circ h)](x)$ ؟

$$k(x) = -8e^{x^2} - 5$$

A) $f(x) = -8$, $g(x) = x - 5$, $h(x) = e^{x^2}$

B) $f(x) = x - 5$, $g(x) = -8e^{x}$, $h(x) = x^2$

C) $f(x) = -8x$, $g(x) = e^{x} - 5$, $h(x) = x^2$

D) $f(x) = -8x$, $g(x) = x - 5$, $h(x) = e^{x^2}$

46. إنَّ قاعدة الدالة $y = f(x)$ بعد إزاحة ثلاث وحدات للأعلى وتمدّد رأسي وحدتين هي؟

A) $y = 2f(x + 3)$

B) $y = 2f(x) + 3$

C) $y = 0.5f(x) + 3$

D) $y = f(2x + 3)$

47. بالإكمال إلى مربّع كامل، أذكر التحويلات التي تمَّت على الدالة الرئيسية الأم $y = x^2$ للحصول على الدالة

$$f(x) = x^2 + 16x + 56$$

A) إزاحة لليسار 8 وحدات ثمّ لأسفل 8 وحدات

B) إزاحة لليمين 8 وحدات ثمّ لأسفل 8 وحدات

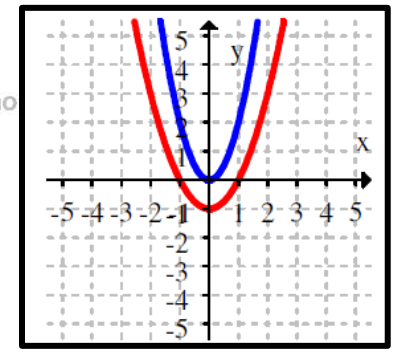
C) إزاحة لليمين 16 وحدة ثمّ 56 وحدة لأعلى

D) إزاحة لليسار 16 وحدة ومن ثمّ لأسفل 56 وحدة

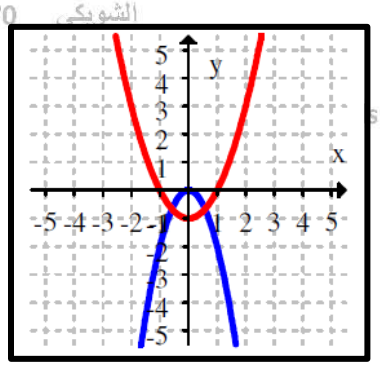
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

48. ارسم $f(x) = -2(x^2 - 1) - 2$ و $y = x^2 - 1$ على نفس الاحداثي؟

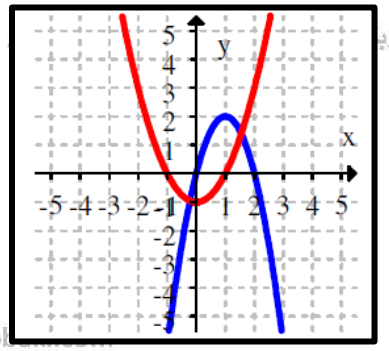
A)



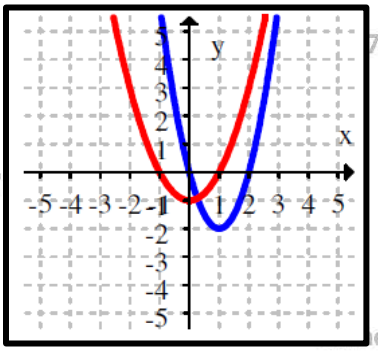
B)



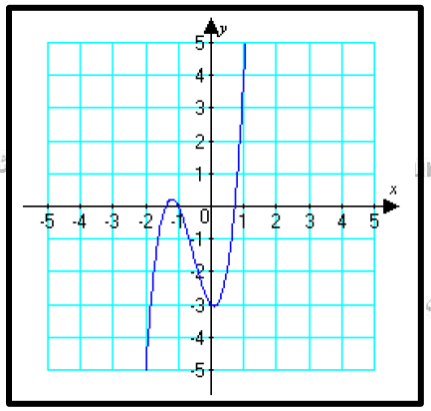
C)



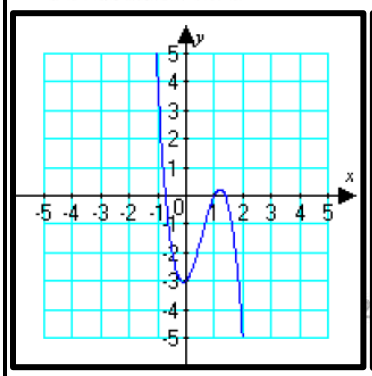
D)



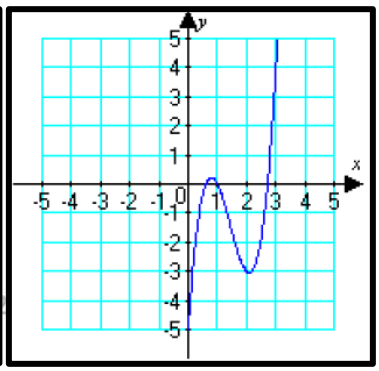
49. استخدم رسمة الدالة $y = f(x)$ لترسم $y = f(-x)$



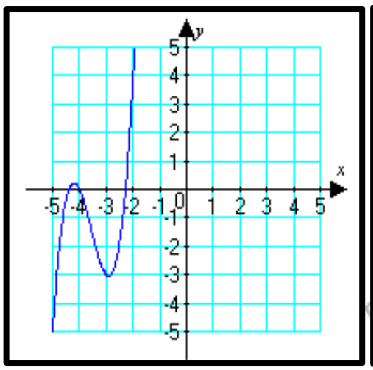
A)



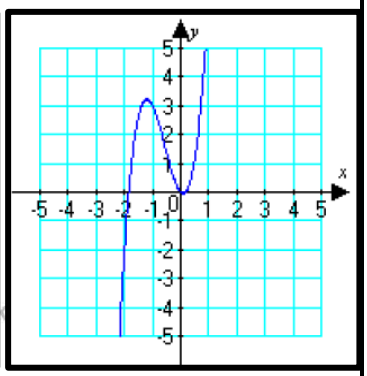
B)



C)



D)



Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

إجابـات أسئلــة متنوّعــة على وحـدة التَّمهيـدات

1.	B	2.	A	3.	C
4.	D	5.	A	6.	D
7.	B	8.	A	9.	C
10.	B	11.	B	12.	D
13.	D	14.	C	15.	C
16.	C	17.	A	18.	D
19.	B	20.	C	21.	C
22.	A	23.	C	24.	B
25.	B	26.	D	27.	B
28.	C	29.	B	30.	B
31.	C	32.	B	33.	A
34.	B	35.	A	36.	A
37.	B	38.	D	39.	B
40.	D	41.	B	42.	B
43.	C	44.	A	45.	B
46.	B	47.	A	48.	B
49.	A				

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com