الرياضيات المتقدمة

الفصل الدراسي الثاني 2020-2021

حل الوحدة الخامسة التكامل

تقديم مدرس الرياضيات

صكبان صالح محمد

تتكون أوراق العمل من :-

1): - أسئلة إختيار من متعدد الوحدة الخامسة.

2):- أسئلة مقالية الوحدة الخامسة فقط.

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات إختر الإجابة الصحيحة :-

1):- $\int \csc^2 x \cos x \, dx =$

a) $-\cot x + c$ b) $-\csc x + c$ c) $\csc x + c$ d) $\frac{1}{2}\cos^2 x + c$

2):- $\int 3e^{\frac{-1}{6}x} \, dx =$

a) $18e^{\frac{-1}{6}x} + c$ b) $-18e^{6x} + c$ c) $-18e^{\frac{-1}{6}x} + c$ d) $-2e^{\frac{-1}{6}x} + c$

3):- $\int \frac{3x}{1+x^2} dx =$

a) $\frac{3}{2}\tan^{-1} x + c$ b) $3\tan^{-1} x + c$ c) $6\ln(1+x^2)+c$ d) $\frac{3}{2}\ln(1+x^2)+c$

4):- الدالة الأصلية لهذا التكامل $\int \frac{2xe^{3x} - 3x^2e^{3x}}{e^{6x}} dx =$ **هي :-**

a) $\frac{x^2}{e^{6x}} + c$ b) $\frac{x^3}{e^{2x}} + c$ c) $\frac{x^2e^{3x} - e^{6x}}{e^{3x}} + c$ d) $\frac{x^2}{e^{3x}} + c$

5):- إذا كان $\sum_{i=1}^{9} (2i + K) = 99$ **فإن قيمة** $K =$

a) 189 b) 90 c) 1 d) 0

6):- عندما $n \to \infty$ **يكون** $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}(\frac{i}{n} + 2) =$

a) 2.5 b) 3.5 c) 1 d) 0

7):- $\int \cot 2x\, dx =$

$a)\ 2\ln|\sin 2x|+c$ $\quad b)\ -\frac{1}{2}\ln|\cos 2x|+c$

$c)\ \frac{\ln|\sin 2x|}{2}+c$ $\quad d)\ \frac{\ln|\cos 2x|}{2}+c$

8):- إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[1,7]$ هي 5 فإن قيمة التكامل $\int_1^7 f(x)dx =$

$a)\ 6$ $\quad b)\ 5$ $\quad c)\ 35$ $\quad d)\ 30$

9):- لكتابة التعبير $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx$ على شكل تكامل منفرد يكون بالشكل :-

$a)\ \int_0^2 f(x)dx$ $\quad b)\ -\int_1^0 f(x)dx$ $\quad c)\ \int_1^2 f(x)dx$ $\quad d)\ \int_{-1}^1 f(x)dx$

10):- عند استخدام القوانين الهندسية تكون قيمة التكامل :- $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\, dx =$

$a)\ \frac{9}{4}\pi$ $\quad b)\ \frac{9}{2}\pi$ $\quad c)\ 9\pi$ $\quad d)\ \frac{1}{4}\pi$

11):- الحدين الأدنى والأعلى للتكامل $\int_0^4 \sqrt{x}\, dx$ دون حساب عملية التكامل هي الفترة

$a)\ [0,4]$ $\quad b)\ [4,8]$ $\quad c)\ [0,8]$ $\quad d)\ [1,4]$

12):- $\int (\tan x + \tan^3 x)dx =$

$a)\ -\ln|\cos x|+c$ $\quad b)\ \tan^2 x + c$ $\quad c)\ \frac{1}{2}\sec^2 x + c$ $\quad d)\ \frac{1}{2}\tan^2 x + c$

13):- $\int_{-3}^{-1} \frac{2}{x}dx =$

$a)\ -\ln 3 + c$ $\quad b)\ -3\ln 2$ $\quad c)\ -2\ln 3$ $\quad d)\ 2\ln 3$

14):- مشتقة الدالة $F(x)=\int_{\sin x}^{\cos x}\sqrt{1-t^2}\,dt=$

a) $\sin^{-1}x$ b) -1 c) $\sqrt{1-\cos^2 x}$ d) $\sqrt{1-\sin^2 x}$

15):- عند استخدام التكامل بالتعويض تكون قيمة $\int \sec^2 x(-3\tan x+8)^3 dx=$

a) $-\frac{1}{12}(-3\tan x+8)^4+c$ b) $-\frac{1}{3}(-3\tan x+8)^4+c$

c) $\frac{1}{12}(3\tan x+8)^4+c$ d) $\frac{1}{3}(3\tan x+8)^4+c$

16):- قيمة التكامل $\int \frac{1+x}{1+x^2}dx=$

a) $\tan^{-1}x+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$ b) $\tan^{-1}x+2\ln(1+x^2)+c$

c) $\tan^{-1}x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$ d) $\tan^{-1}x-2\ln(1+x^2)+c$

17):- عبر عن رمز المجموع . الجذر التربيعي لمجموع أول 20 عدداً صحيحاً موجباً بالشكل .

a) $\sum_{i=1}^{20}\sqrt{20i}$ b) $\sum_{i=1}^{20}\sqrt{i}$ c) $\sqrt{\sum_{i=1}^{20} i}$ d) $\sqrt{\sum_{i=1}^{20}\sqrt{i}}$

18):- المساحة الواقعة تحت المنحنى $f(x)=\sin x$ على الفترة $[0,\pi]$ تساوي :-

a) 0 b) 1 c) -2 d) 2

19):- إذا كانت الدالة f متصلة على الفترة $[a,b]$ وكانت $F(x)=\int_x^a f(t)dt$ فإن $F'(x)=$

a) $f(x)$ b) $f(t)$ c) $-f(x)$ d) 0

20):- $\int e^{\sin x-\ln\sec x}dx=$

a) $\sin x+c$ b) $e^{\sin x}+c$ c) $\sec x\, e^{\sin x}+c$ d) $\cos x+c$

21):- $\int \frac{dx}{\sin x.\cos x} =$

a) $\ln|\tan x| + c$ b) $\ln|\cot x| + c$ c) $\frac{1}{2}\sin 2x + c$ d) $2\cos 2x + c$

22):- إذا كانت السرعة المتجهة لجسم ما هي $m/\sec$, $v(t) = \sin x$ فإن دالة الموقع $s(t)$ عند $s(0) = 2$ هي :-

a) $\cos x + 3$ b) $-\cos x - 3$ c) $-\sin x + 3$ d) $-(\cos x - 3)$

23):- إذا كان ميل المنحنى عند أي نقطة (x, y) . هو $\frac{x}{y}$ والمنحنى يمر بالنقطة $f(1) = 1$ فإن معادلة المنحنى هي :-

a) $y^2 - x^2 = 0$ b) $y + x^2 = 0$ c) $y^2 + x^2 = 1$ d) $y^2 + x^2 = 0$

24):- إذا كانت $G(x) = \int_{3x^2}^{5} \tan t\, dt$ فإن $G'(x) =$

a) $6x\tan(3x^2)$ b) $6x\sec^2(x)$ c) $-6x\tan(3x^2)$ d) $3x^2\tan t$

25):- $\int \frac{2x^3}{x^4 + 5}dx =$

a) $\ln(x^4 + 5) + c$ b) $\frac{1}{2}\ln(x^4 + 5) + c$ c) $2\ln|x^4 + 5| + c$ d) $\frac{2}{5}\ln|x^4 + 5| + c$

26):- $\int e^{-2x+15}dx =$

a) $-x^2 + 15x + c$ b) $-\frac{1}{2}e^{-2x+15} + c$ c) $-\frac{1}{2}x^2 - 15x + c$ d) $2e^{-2x+15} + c$

27) $\int \sin x \cos x dx =$

a) $-\cos x.\sin x + c$ b) $\frac{1}{2}\cos^2 x + c$ c) $-\frac{1}{2}\cos^2 x + c$ d) $-\frac{1}{2}\sin^2 x + c$

28) $\int \sin x(\csc x - \cot x)dx =$

a) $x - \sin x + c$ b) $x - \cos x + c$ c) $-x + \sin x + c$ d) $x + \sin x + c$

-:(29 $\int \tan^2 3x\,dx =$

a) $x - \frac{1}{3}\tan 3x + c$

c) $\frac{1}{3}\tan 3x - x + c$

b) $-x + \frac{1}{3}\tan x + c$

d) $\frac{1}{3}\tan x - x + c$

-:(30 $\int \frac{1-\cos 3x}{1+\cos 3x}dx =$

a) $\frac{3}{2}\tan\frac{3}{2}x + c$

c) $\frac{2}{3}\tan\frac{3}{2}x - x + c$

b) $\frac{2}{3}\tan\frac{3}{2}x + x + c$

d) $\frac{1}{6}\tan 6x - x + c$

-:(31 $\int 2\sin^2\frac{1}{2}x\,dx$

a) $x - \sin x + c$

c) $\frac{1}{2}(x + \sin x) + c$

b) $x + \sin x + c$

d) $\frac{1}{2}(x - \sin x) + c$

-:(32 $\int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1-\cos^2 2x}dx$

a) $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{(\cot 2x)^2} + c$

c) $\frac{1}{3}\sqrt[2]{(\cot 2x)^3} + c$

b) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{(\cot 2x)^2} + c$

d) $-\frac{1}{3}\sqrt[2]{(\cot 2x)^3} + c$

-:(33 $\int \sin 6x\, cox^2 3x\,dx$

a) $-\frac{1}{6}\cos^4 3x + c$

c) $\frac{1}{6}\cos^4 6x + c$

b) $\frac{1}{6}\cos^4 3x + c$

d) $-\frac{1}{6}\cos^4 6x + c$

34):- بدون حساب عملية التكامل التالية فإن هذا التكامل $\int_{-3}^{3} \sqrt{x^2+3}\,dx$ يقع بين

a) $\left[12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$

b) $\left[-12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$

c) $\left[6\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$

d) $\left[0, 12\sqrt{3}\right]$

السؤال الثانى:- المطلوب الإجابة على جميع الأسئلة :-

س1):- إستخدام التكامل بالتعويض لإيجاد التكاملات التالية :-

1) $\int \frac{dx}{1-e^x}$

....

....

....

....

2) $\int \frac{\cot x}{\ln(\sin x)}dx$

....

....

....

....

3) $\int \tan^5 x \cdot \frac{1}{\sin^2 x}dx$

....

....

....

4) $\int \frac{\tan^{-1}(3x)}{1+9x^2}dx$

....

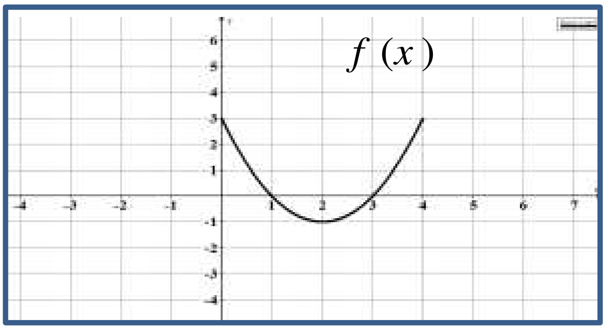
....

....

....

السؤال الثاني :- 1):- الشكل المجاور يمثل بيان $f(x)$ حيث :-

والمطلوب :- $g(x)=\int_0^x f(t)dt$



1):- النقاط الحرجة للدالة $f(x)$:-

....

....

2):- فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

....

....

3):- أيهما أكبر

$\int_0^3 f(x)dx \quad , \quad \int_0^2 f(x)dx$

2):- قرب قيمة $\int_0^1 3x^2dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون مع $n=6$

....

....

....

....

3):- أوجد معادلة المنحنى الذي يمر بالنقطة $(2,5)$ وأن ميله عند كل نقطه $(x\,,y)$ من نقاطه هو $\dfrac{x-1}{y}$.

....

....

....

....

4):- إذا كانت المشتقة الثانية لدالة $y''=6x$ وكان للدالة قيمة عظمى محلية عند النقطة $(-1,4)$ أوجد تلك الدالة .

....

....

....

....

....

5):- أوجد :- $\displaystyle\int \frac{1}{x-x^{\frac{2}{3}}}\,dx$

....

....

....

....

....

6):- أوجد $\displaystyle\int x^5(x^3+1)^{\frac{7}{5}}\,dx$

....

....

....

....

7):- إذا كان $\int_{2}^{3} f(x)dx = 8$ **أوجد** $\int_{4}^{9} \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x})dx$

....

....

....

<u>**مع تحياتي للجميع وإلى اللقاء مع الفصل الثالث والأخير**</u>