الفصل الدراسي الثالث 2021/2020

الرياضيات المتقدمة

الثانى عشر المتقدم

التكامل وتطبيقاته

الوحدة السادسة

الوحدة السادسة فقط

اعداد وتقديم

صكبان صالح محمد

الوحدة السادسة

تطبيقات التكامل المحدود :- سوف ندرس في هذه الوحدة ما يلي :-

$[6-1]$ المساحة بين منحنيين .

$[6-2]$ الحجم شرائح وأقرص وحلقات . (الحجوم والحجوم الدورانية)

$[6-3]$ الأحجام بالأصداف الأسطوانية .

$[6-4]$ طول القوس ومساحة السطح .

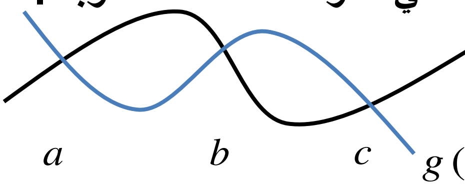
$[6-5]$ حركة المقذوفات .

$[6-6]$ تطبيقات التكامل على الفيزياء والهندسة .

$[6-7]$ دالة الاحتمال .

$[6-1]$ المساحة بين منحنيين

):- نحدد نقاط التقاطع بين المنحنيين أو (مع محور x) فتكون هذه النقاط مع نقاط الفترة $[a,b]$ المعطاة هي حدود المساحة المطلوبة .



$$A=\int_a^b (f(x)-g(x))dx+\int_b^c (g(x)-f(x))dx$$

س1):- احسب المساحة المحددة بالمنحنى $y=1-x^2$ و $y=0$

....

....

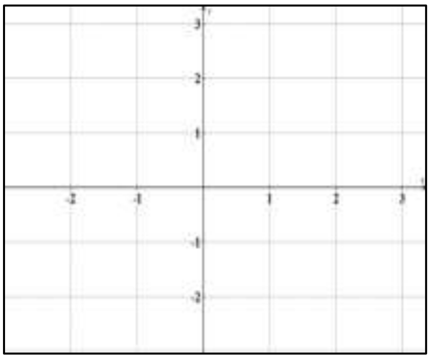
....

....

....

....

س2):- احسب مساحة المنطقة المحددة بالقطع المكافئ $y = x^2$ والمستقيمين $y = 5x \quad , \quad x = 1$

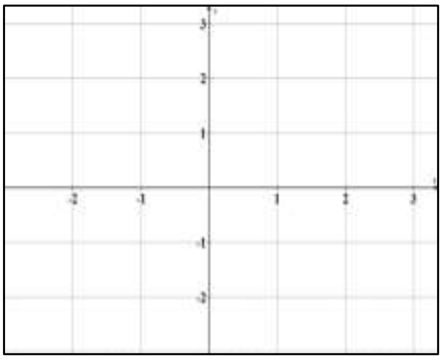


....

....

....

س3):- احسب مساحة المنطقة المحددة بالتمثيلين البيانيين $y = 3 - x \quad , \quad y = x^2 - 9$



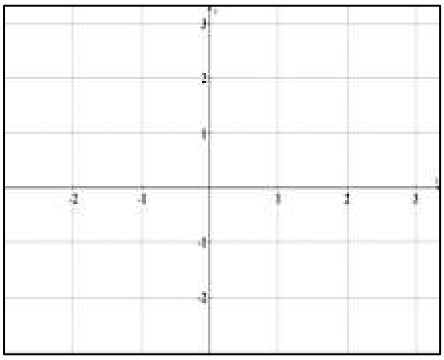
$$a) \quad A = \int_{-3}^{3} (12 - x - x^2)\,dx$$

$$b) \quad A = \int_{-4}^{3} (12 - x - x^2)\,dx$$

$$c) \quad A = \int_{-4}^{3} (x^2 + x - 12)\,dx$$

$$d) \quad A = \int_{-3}^{3} (x^2 + x + 12)\,dx$$

س4):- احسب مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $, \quad y = 2 - x \quad , \quad y = x^2$



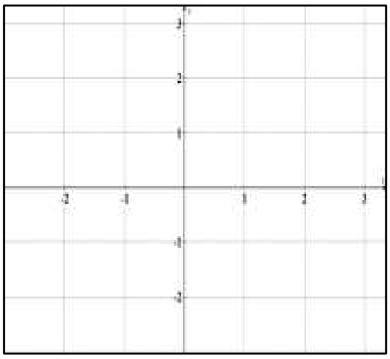
$$a) \quad A = \int_{-2}^{1} (2 - x + x^2)\,dx$$

$$b) \quad A = \int_{0}^{1} (2 - x - x^2)\,dx$$

$$c) \quad A = \int_{-2}^{1} (2 - x - x^2)\,dx$$

$$d) \quad A = \int_{-2}^{2} (2 - x - x^2)\,dx$$

س5):- أوجد مساحة المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $x = 2 - y^2 \quad , \quad x = y^2$



....

....

....

....

....

س6):- أوجد المساحة بين المنحنيين $y = x - 1 \quad , \quad y = e^x$ **على الفترة** $[-2,0]$.

$a) \quad A = \int_{0}^{-2} (e^x - x + 1)\,dx$

$b) \quad A = -\int_{0}^{-2} (e^x - x + 1)\,dx$

$c) \quad A = \int_{-2}^{o} (e^x - x - 1)\,dx$

$d) \quad A = \int_{-2}^{o} (e^x + x - 1)\,dx$

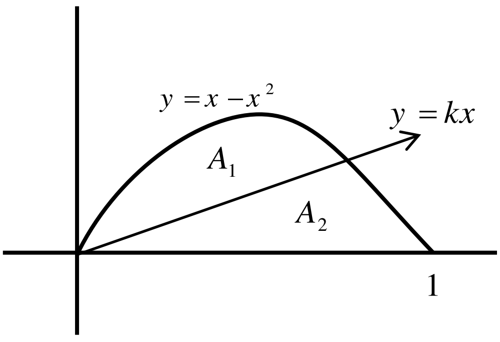
س7):- ارسم وأوجد مساحة المنطقة التي تحددها تقاطعات المنحنيات $y = x^2 \quad , \quad y = \sqrt{x}$

....

....

....

س8):- لتكن $y = x - x^2$ **و** $y = kx$ **كما في الشكل المجاور . أوجد قيمة** k **بحيث تكون** $A_1 = A_2$



....

....

....

س9):- مساحة المنطقة بين القطع المكافيء $y^2=x-1$ والمستقيم $y=x-3$ تساوي

a) $A=\int_{-2}^{1}(y-y^2+2)dy$

c) $A=\int_{-1}^{2}(y^2-y+2)dy$

b) $A=\int_{-1}^{2}(y-y^2+2)dy$

d) $A=\int_{1}^{2}(\sqrt{x-1}dx+\int_{2}^{5}\sqrt{x-1}-x+3)dx$

س10):- بين أن مساحة المنطقة المحددة بالقطع الزائد $xy=b^2$ ومحور (x) والمستقيمين $x=a\,,x=2a$ تساوي $b^2\ln 2$

....

....

....

....

س11):- احسب مساحة المنطقة بين القطعين المكافئين $y=x^2\,,\ x=y^2$

....

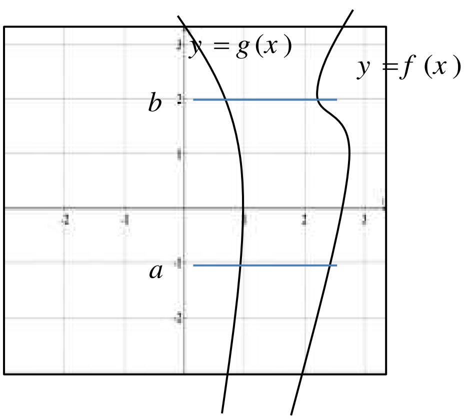
....

....

....

سؤال :- مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين

$y=g(x)\,,\ y=f(x)$



a) $A=\int_{a}^{b}(g(x)-f(x))dx$

c) $A=\int_{a}^{b}(f(x)-g(x))dx$

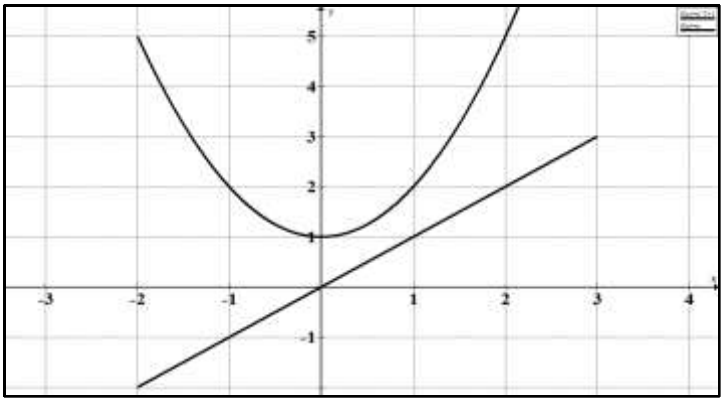
b) $A=\int_{a}^{b}(f(y)-g(y))dy$

d) $A=\int_{a}^{b}(g(y)-f(y))dy$

س):-1):- أوجد المساحة المحددة بين المنحنيات التالية لكل مما يلي :-

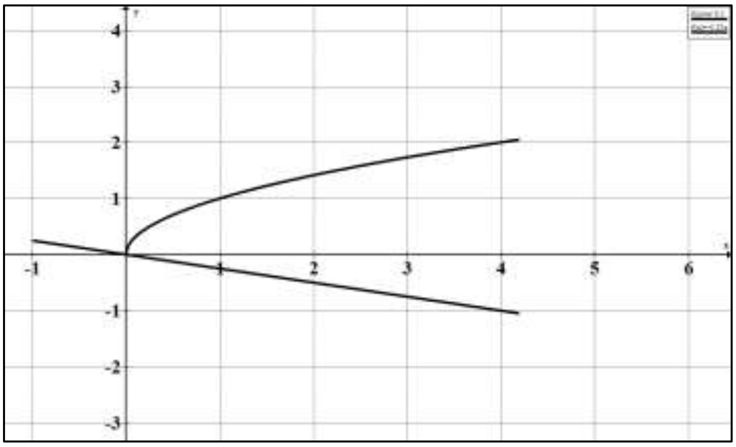
على الفترة $[-1,2]$ $\quad$ 1) $y=x^2+1 \quad , \quad y=x$

(ظلل المنطقة المطلوبة . ثم احسب مساحتها)



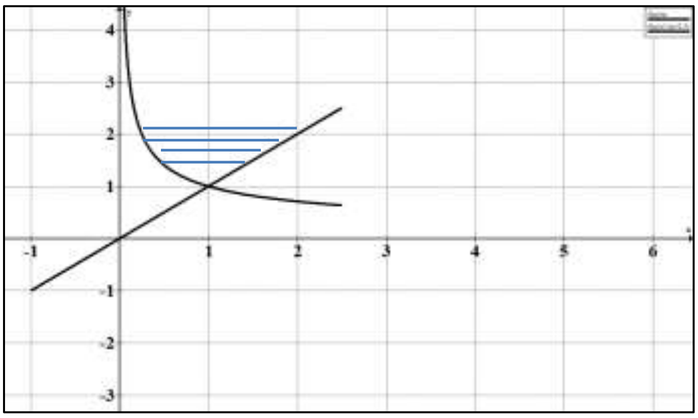
2):- $y=-\frac{1}{4}x \quad , \quad y=\sqrt{x}$ على الفترة $[0,4]$

(ظلل المنطقة المطلوبة . ثم احسب مساحتها)



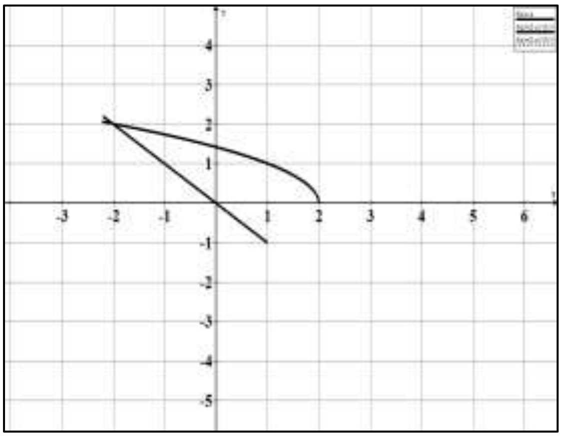
3):- $y=\frac{1}{\sqrt{x}} \quad , \quad y=x$

(ظلل منطقة الحل . ثم احسب المساحة)



4):- $y=\sqrt{2-x}$, $y=-x$

(ظلل منطقة الحل . ثم احسب المساحة)

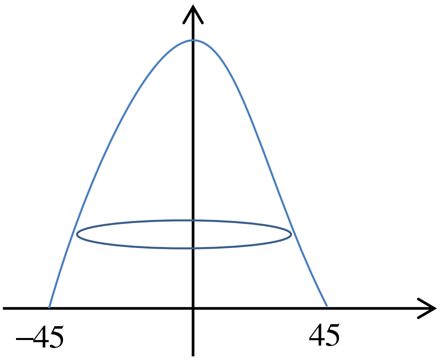


الحجوم $[6,2]$

سوف نجد حجم مجسم وكذلك الحجم الناتج من الدوران حول أحد المحورين أو حول مستقيم يوازي أحد المحورين .

1):- حجم المجسم الذي له مساحة مقطع عرضي $A(x)$ هو $\boxed{V=\int_a^b A(x)dx}$

س1):- أوجد حجم القبة التي لها مقطع عرضي يعطى بالعلاقة $y=-\frac{2}{45}x^2+90$ لكل $-45\le x\le 45$ كما في الشكل المجاور ،



....

....

....

....

....

س2):- أوجد حجم المجسمات التالية حيث مساحة المقطع العرضى $A(x)$ هي :-

1):- $A(x)=x+2$, $-1\le x\le 3$

....

....

2):- $A(x)=10e^{0.01x} \quad , \quad 0 \le x \le 10$

....

....

3):- $A(x)=\pi(4-x)^2 \quad , \quad 0 \le x \le 2$

....

....

4):- قاعدة المجسم V هي المنطقة المحدودة بواسطة $y=2-x^2 \ , \ y=x^2$ أوجد الحجم إذا كان لدى V

a) مقاطع عرضية مربعة b) مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة . c):- مقاطع عرضية مثلثات متساوية الأضلاع متعامدة على محور x .

....

....

....

....

....

....

....

....

....

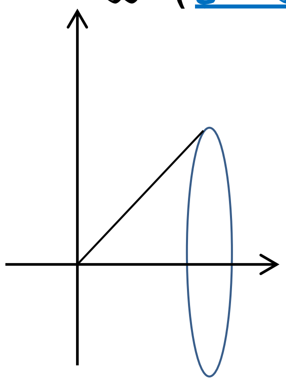
....

....

طريقة الأقراص :- يكون حجم المجسم الناتج عن التدويرحول محور x (المحور الأفقي) دورة كاملة هو :-

$$V=\int_a^b \pi(y)^2dx$$

$$V=\int_a^b \pi(f(x))^2dx$$



ملاحظة:-

1):- الاسطوانة تتولد من دوران مستطيل .

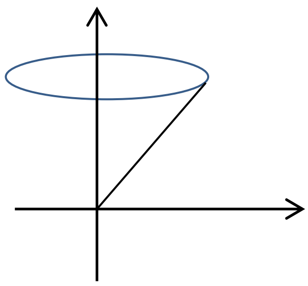
2):- المخروط يتولد من دوران مثلث .

3):- الكرة تتولد من دوران نصف دائرة . وهكذا

س3):- احسب الحجم المجسم الناتج من دوران المنطقة تحت المنحنى $y=\sqrt{x}$ على الفترة $[0,4]$

س4):- احسب حجم المنطقة المحدودة بواسطة $x=0$, $y=2-x$, $y=0$, بالدوران دورة كاملة حول محور x

س5):- احسب حجم المنطقة الحدودة بواسطة $y = x^2$, $y = 4 - x^2$, بالدوران حول محور x



$g(y) = x$

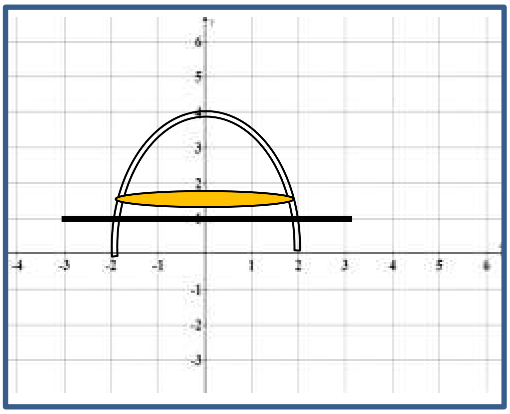
ملاحظة :- إذا كان الدوران حول محور y (المحور الرأسي) يكون :-

$$\boxed{V = \int_c^d \pi (x)^2 dy}$$

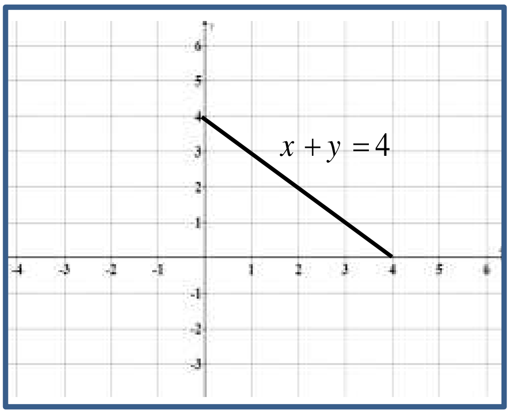
$$\boxed{V = \int_c^d \pi (g(y))^2 dy}$$

س6):- أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y = 4 - x^2$, $y = 1$

من $x = 0$ الى $x = \sqrt{3}$ حول محور y



س7):- أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحدودة بالمنحنى $x + y = 4$ والمحورين الإحداثيين بالدوران حول محور y . ثم تحقق هندسياً من خلال قانون حجم المخروط .

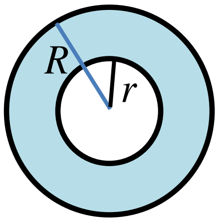


حجم المخروط :- $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

حساب الحجم عن طريق الحلقات :-

$$V = \int_a^b \pi((R)^2 - (r)^2)dx$$

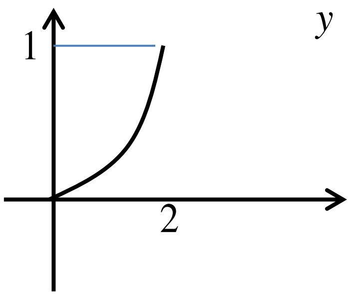
$$V = \int_a^b \pi(R)^2 dx - \int_a^b \pi(r)^2 dx$$



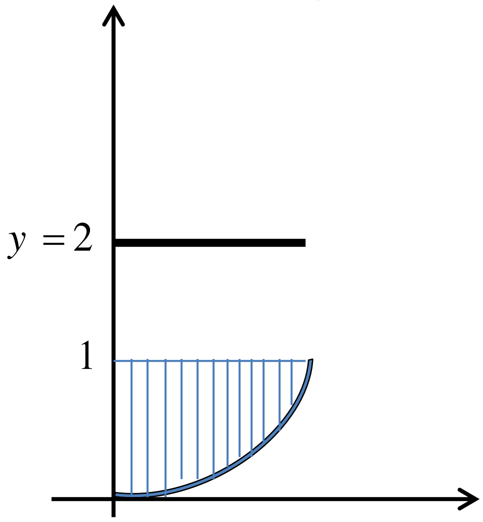
س8):- احسب حجم المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين

$y = 1$, $x = 0$, $y = \frac{1}{4}x^2$ بالدوران حول 1) محور x

2) محور y

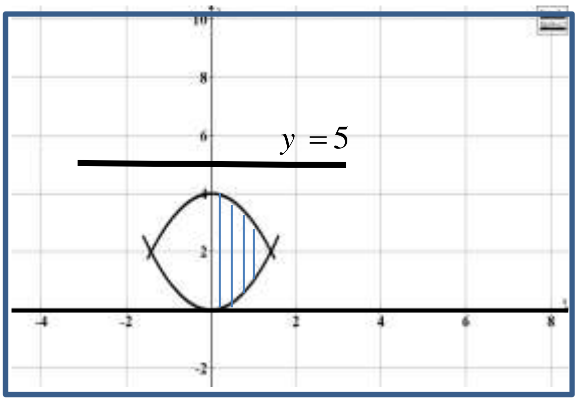


س9):- احسب حجم المنطقة المحدودة بين المنحنيين $y=1$, $x=0$, $y=\frac{1}{4}x^2$ وذلك بالدوران حول المستقيم $y=2$



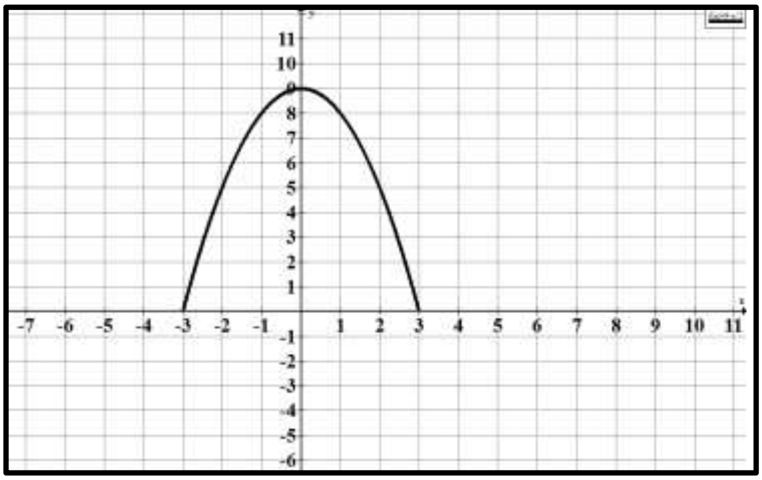
س10):- احسب حجم المنطقة المحدودة بين $y=x^2$, $y=4-x^2$ وذلك بالدوران حول المستقيم $y=5$

(ظلل المنطقة المحددة . ثم احسب الحجم الدوراني)



س11):- لتكن R هي المنطقة المحدودة بواسطة $y = 9 - x^2$ والمستقيم $y = 0$ أوجد أحجام المجسمات التي نحصل عليها من دوران المنطقة حول :-

1):- محور y 2):- المستقيم $y = 10$ 3):- المستقيم $x = 4$



س12):- على فرض يتم دوران مثلث رؤوسه $(1,-1),(0,1),(-1,-1)$ حول المحور y أثبت أن حجم المجسم هو $\frac{2}{3}\pi$

س13):- على فرض يتم تدوير الدائرة $x^2+y^2=1$ حول محور x بين أن حجم الكرة الناتج من دوران هذه الدائرة هو $\frac{4}{3}\pi$

س14):- إن قاعدة المجسم V هي الدائرة $x^2+y^2=1$ أوجد الحجم إذا كان لدى V

1): مقاطع عرضية مربعة متعامدة على المحور x 2):- مقاطع عرضية على شكل نصف دائرة متعامدة على المحور x

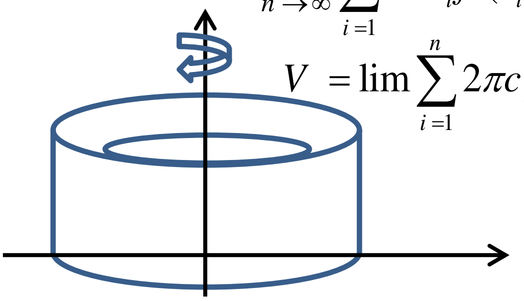
[8 – 3] الأحجام بالأصداف الأسطوانية

يعتبر بديلاً لطريقة الحلقات التي مرت سابقاً . والتي يكون فيها حساب الحجم أسهل في بعض الأحيان .

$$V = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2\pi c_i f(c_i)\Delta x = \int_a^b 2\pi\ x\ f(x)\ dx$$

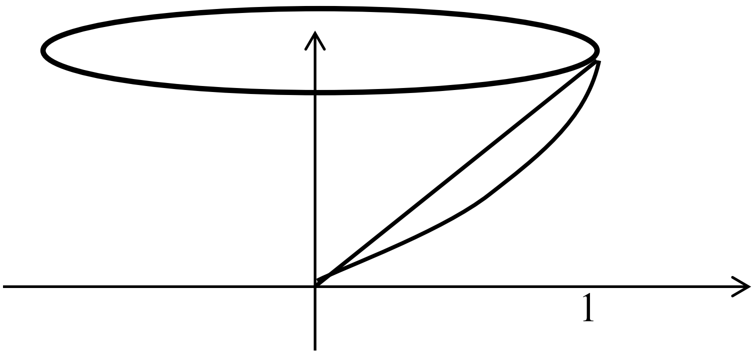
$$V = \lim\sum_{i=1}^{n} 2\pi c_i f(c_i)\Delta x = \int_a^b 2\pi\ r\ h\ dx$$

نصف القطر   الارتفاع   السماكة



<u>س1):-</u> استخدم طريقة الأصداف لأيجاد حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيلين

$y = x^2$, $y = x$ في الربع الأول حول المحور y



<u>س2):-</u> في كل من التمارين التالية ارسم صدفة نوعية وحدد <u>نصف قطر وارتفاع</u> كل صدفة ثم احسب <u>الحجم</u>

a):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ والمحور x حيث $-1 \le x \le 1$ حول $x = 2$

b):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = x^2$ والمحور x حيث $-1 \le x \le 1$ حول $x = -2$

c):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $, x = 1$ $y = -x$ $y = x ,$ حول المحور y

D):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $, x = 1$ $y = -x$ $y = x ,$ حول $x = 1$

E):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $,0 \le x \le 4$ $y = \sqrt{x^2+1}$ $y = 0,$ حول $x = 0$

F):- يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $x^2 + y^2 = 1$ حول $y = 2$

س3):- أوجد حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحدودة بالتمثيل البياني $y = 4 - x^2$ والمحور x حول المستقيم $x = 3$

س4):- لتكن R هي المنطقة المحدودة بالتمثيلين البيانيين $y=2-x$, $y=x$ و $y=0$ احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة R حول المستقيمات :-

a):- $y=2$　　b):- $y=-1$　　c): $x=3$

س5):- استخدم افضل طريقة مناسبة لإيجاد كل حجم .

يتم دوران المنطقة المحدودة بواسطة $y = 4 - x$ ، $y = 4$ **و** $y = x$ **حول :-**

a): المحور x **b):- المحور** y **c):-** $x = 4$ **d):-** $y = 4$

[6−4] طول القوس ومساحة السطح

$$S=\int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

1):- احسب طول المنحنى لكل مما يلي :-

a):- $(f'(x))^2=(x-2)^2-1$ على الفترة $[2,4]$

b):- $f'(x)=\sqrt{x^2-6x+8}$ في الفترة $[1,6]$

c):- $y=\sqrt{1-x^2}$ والفترة $-1\le x\le 1$

d):- $y=\sqrt{1-x^2}$ والفترة $0\le x\le \frac{1}{2}$.

$a)\quad s=\frac{\pi}{2}$ $\qquad b)\quad s=\frac{\pi}{6}$ $\qquad c)\quad s=\frac{\pi}{4}$ $\qquad d)\quad s=\frac{\pi}{3}$

E):- $\frac{dy}{dx}=\sqrt{x^2+2x}$ على الفترة $[0,4]$ (واجب)

F):- $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x-1}$ على الفترة $[1,2]$

G):- $y = \int_{-2}^{x} \sqrt{3t^4 - 1}\, dt$ من $x = -2$ الى $x = -1$

مساحة السطح الدوراني

$$S=\int_{a}^{b}2\pi f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

س1):- احسب مساحة سطح كرة طول نصف قطرها r (لا تنسى الكرة تتولد من دوران نصف دائرة)

الحل:-

س2):- احسب مساحة السطح المتولد عن دوران قطعة المنحنى $y = \sqrt{x}$ حيث $0 \leq x \leq 1$ حول محور x

سؤال : يعبر عن مساحة سطح متولد من تدوير المنحنى $y = x^2$ لكل $x \in [0,1]$

$a) \quad s = \int_0^1 2\pi x^2 \sqrt{1+2x^2} dx$

$c) \quad s = \int_0^1 2\pi x^2 \sqrt{1+2x} \, dx$

$b) \quad s = \int_0^1 2\pi x^2 \sqrt{1+x^2} dx$

$d) \quad s = \int_0^1 2\pi x^2 \sqrt{1+4x^2} \, dx$

س3):- على فرض أنه تم تدوير المربع المكون من جميع (x , y) ، مع $-1 \leq x \leq 1$ و $-1 \leq y \leq 1$ ، حول محور y ، احسب مساحة السطح .

س4):- على فرض أنه تم تدوير المثلث الذي رؤوسه $(1,-1)$, $(0,1)$ و $(-1,-1)$ حول المحور y
أحسب مساحة السطح . (واجب :- اوجد اولًا معادلة المستقيم الذي سيدور حول محور y) ثم أكمل

$[6-5]$ حركة المقذوفات Projectile Motion

قانون نيوتن الثاني للحركة $F= ma$ **حيث** F **هو مجموع القوى المؤثرة و** m **هو كتلة الجسم و** a **هو تسارع الجسم .**

القوة الناتجة عن الجاذبية **متر** $a(t)=h''(t) = -9.8$

التسارع $a(t)=h''(t)$ ، **قدم** $a(t)=h''(t) = -32$

س1):- حدد الشروط الإبتدائية $y'(0)$, $y(0)$ **لكل مما يلي**

1):- اسقط جسم من ارتفاع $80ft$.   **2):- اطلق جسم من ارتفاع** $60ft$ **مع سرعة متجهة** $10ft/s$

3):- اطلق جسم من ارتفاع $40ft$ **مع سرعة متجهة** $8ft/s$ **نزولاً .**

س2):- إذا كان ارتفاع لوح الغطس $4.5\ \text{m}$ فوق مستوى سطح المياه وبدأ الغواص بسرعة متجهة ابتدائية $2.4\ \text{m/s}$ (في اتجاه لأعلى) . كم بلغت السرعة المتجهة للغواص عند الاصطدام (بافتراض عدم وجود مقاومة هواء)

س3):- تم قذف كرة للأعلى بشكل مستقيم من الأرض بسرعة متجهة ابتدائية $19.6\ \text{ft/s}$ بتجاهل مقاومة الهواء . أوجد معادلة لارتفاع الكرة عند أي زمن t . وحدد القيمة العظمى للإرتفاع ومقدار الزمن الذي قطعته الكرة في الهواء .

س4):- يسقط غطاس من ارتفاع 40 ft لغرض سباقات الغطس الأولمبي ، ما السرعة المتجهة لهذا الغطاس لحظة الاصطدام بالماء . (تدريب)

س5):- أطلق جسم ما بزاوية $\theta=\pi/3$ راديان من الأفق مع سرعة متجهة ابتدائية $80 ft / s$. حدد زمن التحليق لهذا الجسم والمدى الأفقي .

س6):- أوجد معادلة الحركة الجانبية لقذيفة جنونية ، حيث معدل الدوران $\omega = 2$ راديان في الثانية مع :-

$\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_0 = 0$ ملاحظة:- قانون نيوتن الثاني $x''(t) = -10\sin(4\omega t + \theta_\circ)$

س7):- على فرض أن قطرات المطر تسقط من غيمة على ارتفاع $900\ m$ فوق سطح الأرض . بتجاهل مقاومة الهواء . ما هي سرعة سقوط المطر عند ارتطامها بالأرض .

$[6-6]$ تطبيقات التكامل على الفيزياء والهندسة

الشغل $\boxed{W = F d}$

لإيجاد الشغل المبذول نتبع ما يلي :-

1): نحدد قيمة الثابت للنابض .

2):- نجد F

3):- نجري عملية التكامل $\boxed{W = \int_0^b F\, dx}$

$F = kx$ حيث k (ثابت النابض).

س1):- تعمل قوة قدرها 5 باوند على تمدد نابض $4\, inch$ من طوله الطبيعي . أوجد الشغل المبذول في تمدد النابض $6\, inch$ أكثر من طوله الطبيعي .

س2):- أحدثت قوة من 10 باوند تمدد على نابض $2\, inch$. أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $3\, inch$ أبعد من طوله الطبيعي .

س3):- تزن سلسلة 1000 lb و طولها 40 ft ويتم سحبها لأعلى على سطح قارب . السلسلة موجهة رأسياً والجزء العلوي من السلسلة يبدأ في المياه 30ft أسفل السطح . احسب الشغل المبذول .

س4):- تم رفع دلو مسافة 80ft بمعدل 4 ft/s ويحتوي الدلو مبدئياً على 100 lb من الرمال لكن تتسرب منه ارمال بمعدل 2 lb/s . احسب الشغل المبذول .

س5):- على فرض أن محرك سيارة بذل قوة (1-x) 800x رطل عندما تكون السيارة في الموقع x ميل . حيث أن $0 \leq x \leq 1$. احسب الشغل المبذول .

س6):- احدثت قوة من $7\ Ib$ تمدد على نابض $5\ in$ ، أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $6\, in$ أبعد من طوله الطبيعي . (واجب وتدريب) .

القوة الهيدروستاتيكية للسدود .

س7):- يتخذ السد شكلاً لشبه منحرف بإرتفاع $60\, ft$ ويبلغ العرض في الجزء العلوي $100\, ft$ والعرض في الجزء السفلي $50\, ft$. أوجد القيمة العظمى للقوه الهيدروستاتيكية التي سيحتاج إليها السد كي يصمد أمام المياه .

ملاحظة :- لا تنسى تحويل الوحدات (إذا كانت مختلفة) لنوع واحد .

$[6-7]$ مركز الكتلة

يعطى مركز كتلة الجسم بالعلاقة

$$\boxed{\bar{x} = \frac{M}{m} = \frac{\int_a^b x\ p(x)dx}{\int_a^b p(x)}}$$

حيث M هي الكثافة ، m هي الكتلة .

س3):- احسب الكتلة ومركز الكتلة لجسم ما بكثافة تبلغ $0 \le x \le 6, \;\; p(x) = \frac{x}{6} + 2 \;\; kg/m$

ثم بين أن مركز الكتلة ليس عند $x = 3$.

4):- إذا كانت كثافة سلك مستقيم $p(x) = 2\sqrt{x} \;\; {}_{k/m}$ وإذا كان طرفا السلك عند $x = 0, x = 4$

احسب مركز كتلة السلك .

س5):- لدينا ثلاث كتل هي $p = 3$, $p = 2$, $p = 4$ كيلو غرام في المواضع

$(1,3), (-2,1), (4,-2)$ على الترتيب . احسب مركز الكتلة .

$$\overline{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\overline{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$[6-7]$ الاحتمال

تعريف دقيق لـ pdf (كثافة الاحتمال) :- على فرض أن X هي متغير عشوائي له فرضيته أي قيمة x لكل $a \le x \le b$ تكون كثافة الاحتمال لـ X دالة $f(x)$ تحقق .

1):- $f(x) \ge 0$ لكل $a \le x \le b$ (لا يمكن أن تكون سالبة).

2):- $\int_a^b f(x)dx = 1$ الاحتمال الكلي 1

يعطي الاحتمال الذي تقع فيه قيمة X (المرئية) بين c,d بالمساحة تحت التمثيل البياني لـ pdf

$$P(c \le X \le d) = \int_c^d f(x)dx$$

ملاحظة :- $pdf = probability\ density\ function$

س1):- أثبت أن كل من الدوال المعطاة هي دالة pdf على الفترة المعينة .

a):- $[0,1]$, $f(x) = 2x^3 + x$

b):- $[0,2]$, $f(x) = \frac{3}{8}x^2$

c):- $f(x)=\frac{1}{2}\sin x \quad , \quad [0,\pi]$

---

d):- $f(x)=e^{\frac{-x}{2}} \quad , \quad [0,\ln 4]$

تعريف :- يعطى المتوسط الحسابي μ لمتغير عشوائي له $pdf \;\; f(x)$ على الفترة $[a,b]$ بالصيغة

$$\boxed{\mu=\int_a^b xf(x)dx}$$

إيجاد قيمة c التي تجعل الدالة $pdf \;\; f(x)$

س2):- أوجد قيمة c التي تكون عندها $pdf \;\; f(x)$ على الفترة المعينة

a):- $f(x)=cx+x^2 \quad , \quad [0,1]$

b):- $f(x)=\dfrac{c}{1+x^2}$, $[0,1]$

c):- $f(x)=\dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}}$, $[0,1]$

س3):- على فرض أن العمر الافتراضي بالاعوام لعلامة تجارية معينة لمصباح يتم توزيعه أسياً بواسطة pdf
$f(x)=4e^{-4x}$. أوجد احتمال أن يدوم مصباح محدد لمدة 3 أشهر أو أقل .

س4):- على فرض أن $f(x)=\frac{0.4}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.08(x-68)^2}$ هي دالة كثافة الاحتمال لأطوال أشخاص ذكور في دولة الأمارات العربية المتحدة . أوجد احتمال أن يكون طول شخص إماراتي تم اختياره عشوائياً بين $6ft\ ,2in$ و $6ft,\ 4in$

إيجاد الوسط والوسيط

س5):- أوجد الوسط والوسيط للمتغير العشوائي من pdf التالية :-

1):- $[0,1]$, $f(x)=\frac{2/\pi}{\sqrt{1-x^2}}$

2):- $f(x) = 4x^3 \quad , \quad [0,1]$

مع خالص تحياتي للجميع (لا تنسونا من صالح دعائكم) يتبع الى الوحدة الأخيرة