الرياضيات المتقدمة

الفصل الدراسي الثاني 2020-2021

الوحدة الخامسة التكامل

تقديم مدرس الرياضيات

صكبان صالح محمد

تتكون أوراق العمل من :-

1): - أسئلة إختيار من متعدد الوحدة الخامسة.

2):- أسئلة مقالية الوحدة الخامسة فقط.

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات إختر الإجابة الصحيحة :-

1):- $\int \csc^2 x \cos x \, dx =$

$a)\ -\cot x + c \quad b)\ -\csc x + c \quad c)\ \csc x + c \quad d)\ \frac{1}{2}\cos^2 x + c$

2):- $\int 3e^{\frac{-1}{6}x} dx =$

$a)\ 18e^{\frac{-1}{6}x} + c \quad b)\ -18e^{6x} + c \quad c)\ -18e^{\frac{-1}{6}x} + c \quad d)\ -2e^{\frac{-1}{6}x} + c$

3):- $\int \frac{3x}{1+x^2} dx =$

$a)\ \frac{3}{2}\tan^{-1} x + c \quad b)\ 3\tan^{-1} x + c \quad c)\ 6\ln(1+x^2) + c \quad d)\ \frac{3}{2}\ln(1+x^2) + c$

4):- الدالة الأصلية لهذا التكامل $\int \frac{2xe^{3x} - 3x^2 e^{3x}}{e^{6x}} dx =$ هي :-

$a)\ \frac{x^2}{e^{6x}} + c \quad b)\ \frac{x^3}{e^{2x}} + c \quad c)\ \frac{x^2 e^{3x} - e^{6x}}{e^{3x}} + c \quad d)\ \frac{x^2}{e^{3x}} + c$

5):- إذا كان $\sum_{i=1}^{9}(2i + K) = 99$ فإن قيمة $K =$

$a)\ 189 \quad b)\ 90 \quad c)\ 1 \quad d)\ 0$

6):- عندما $n \to \infty$ يكون $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}(\frac{i}{n} + 2) =$

$a)\ 2.5 \quad b)\ 3.5 \quad c)\ 1 \quad d)\ 0$

7):- $\int \cot 2x \, dx =$

a) $2\ln|\sin 2x|+c$ b) $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x|+c$

c) $\frac{\ln|\sin 2x|}{2}+c$ d) $\frac{\ln|\cos 2x|}{2}+c$

8):- إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[1,7]$ هي 5 فإن قيمة التكامل $\int_1^7 f(x)dx =$

a) 6 b) 5 c) 35 d) 30

9):- لكتابة التعبير $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx$ على شكل تكامل منفرد يكون بالشكل :-

a) $\int_0^2 f(x)dx$ b) $-\int_1^0 f(x)dx$ c) $\int_1^2 f(x)dx$ d) $\int_{-1}^1 f(x)dx$

10):- عند استخدام القوانين الهندسية تكون قيمة التكامل :- $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx =$

a) $\frac{9}{4}\pi$ b) $\frac{9}{2}\pi$ c) 9π d) $\frac{1}{4}\pi$

11):- الحدين الأدنى والأعلى للتكامل $\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$ دون حساب عملية التكامل هي الفترة

a) $[0,4]$ b) $[4,8]$ c) $[0,8]$ d) $[1,4]$

12):- $\int (\tan x + \tan^3 x)dx =$

a) $-\ln|\cos x|+c$ b) $\tan^2 x + c$ c) $\frac{1}{2}\sec^2 x + c$ d) $\frac{1}{2}\tan^2 x + c$

13):- $\int_{-3}^{-1} \frac{2}{x}dx =$

a) $-\ln 3 + c$ b) $-3\ln 2$ c) $-2\ln 3$ d) $2\ln 3$

14):- مشتقة الدالة $F(x)=\int_{\sin x}^{\cos x}\sqrt{1-t^2}\,dt =$

$a)\ \sin^{-1}x \qquad b)\ -1 \qquad c)\ \sqrt{1-\cos^2 x} \qquad d)\ \sqrt{1-\sin^2 x}$

15):- عند استخدام التكامل بالتعويض تكون قيمة $\int \sec^2 x(-3\tan x+8)^3 dx =$

$a)\ -\frac{1}{12}(-3\tan x+8)^4+c \qquad b)\ -\frac{1}{3}(-3\tan x+8)^4+c$

$c)\ \frac{1}{12}(3\tan x+8)^4+c \qquad d)\ \frac{1}{3}(3\tan x+8)^4+c$

16):- قيمة التكامل $\int \frac{1+x}{1+x^2}dx =$

$a)\ \tan^{-1}x+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c \qquad b)\ \tan^{-1}x+2\ln(1+x^2)+c$

$c)\ \tan^{-1}x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c \qquad d)\ \tan^{-1}x-2\ln(1+x^2)+c$

17):- عبر عن رمز المجموع . الجذر التربيعي لمجموع أول 20 عدداً صحيحاً موجباً بالشكل .

$a)\ \sum_{i=1}^{20}\sqrt{20i} \qquad b)\ \sum_{i=1}^{20}\sqrt{i} \qquad c)\ \sqrt{\sum_{i=1}^{20} i} \qquad d)\ \sqrt{\sum_{i=1}^{20}\sqrt{i}}$

18):- المساحة الواقعة تحت المنحنى $f(x)=\sin x$ **على الفترة** $[0,\pi]$ **تساوي :-**

$a)\ 0 \qquad b)\ 1 \qquad c)\ -2 \qquad d)\ 2$

19):- إذا كانت الدالة f **متصلة على الفترة** $[a,b]$ **وكانت** $F(x)=\int_{x}^{a} f(t)dt$ **فإن** $F'(x)=$

$a)\ f(x) \qquad b)\ f(t) \qquad c)\ -f(x) \qquad d)\ 0$

20):- $\int e^{\sin x-\ln\sec x}dx =$

$a)\ \sin x+c \qquad b)\ e^{\sin x}+c \qquad c)\ \sec x\, e^{\sin x}+c \qquad d)\ \cos x+c$

21):- $\int \frac{dx}{\sin x . \cos x} =$

$a)\ \ln|\tan x|+c \qquad b)\ \ln|\cot x|+c \qquad c)\ \frac{1}{2}\sin 2x+c \qquad d)\ 2\cos 2x+c$

22):- إذا كانت السرعة المتجهة لجسم ما هي $m/\sec$, $v(t)=\sin x$ فإن دالة الموقع $s(t)$ عند $s(0)=2$ هي :-

$a)\ \cos x+3 \qquad b)\ -\cos x-3 \qquad c)\ -\sin x+3 \qquad d)\ -(\cos x-3)$

23):- إذا كان ميل المنحنى عند أي نقطة . (x,y) هو $\frac{x}{y}$ والمنحنى يمر بالنقطة $f(1)=1$ فإن معادلة المنحنى هي :-

$a)\ y^2-x^2=0 \qquad b)\ y+x^2=0 \qquad c)\ y^2+x^2=1 \qquad d)\ y^2+x^2=0$

24):- إذا كانت $G(x)=\int_{3x^2}^{5} \tan t\, dt$ فإن $G'(x)=$

$a)\ 6x\tan(3x^2) \qquad b)\ 6x\sec^2(x) \qquad c)\ -6x\tan(3x^2) \qquad d)\ 3x^2\tan t$

25):- $\int \frac{2x^3}{x^4+5}dx =$

$a)\ \ln(x^4+5)+c \qquad b)\ \frac{1}{2}\ln(x^4+5)+c \qquad c)\ 2\ln|x^4+5|+c \qquad d)\ \frac{2}{5}\ln|x^4+5|+c$

26):- $\int e^{-2x+15}dx =$

$a)\ -x^2+15x+c \qquad b)\ -\frac{1}{2}e^{-2x+15}+c \qquad c)\ -\frac{1}{2}x^2-15x+c \qquad d)\ 2e^{-2x+15}+c$

27) $\int \sin x \cos x dx =$

$a)\ -\cos x . \sin x+c \qquad b)\ \frac{1}{2}\cos^2 x+c \qquad c)\ -\frac{1}{2}\cos^2 x+c \qquad d)\ -\frac{1}{2}\sin^2 x+c$

28) $\int \sin x(\csc x-\cot x)dx =$

$a)\ x-\sin x+c \qquad b)\ x-\cos x+c \qquad c)\ -x+\sin x+c \qquad d)\ x+\sin x+c$

-:(29 $\int \tan^2 3x\,dx =$

a) $x-\frac{1}{3}\tan 3x+c$

c) $\frac{1}{3}\tan 3x-x+c$

b) $-x+\frac{1}{3}\tan x+c$

d) $\frac{1}{3}\tan x-x+c$

-:(30 $\int \frac{1-\cos 3x}{1+\cos 3x}dx =$

a) $\frac{3}{2}\tan\frac{3}{2}x+c$

c) $\frac{2}{3}\tan\frac{3}{2}x-x+c$

b) $\frac{2}{3}\tan\frac{3}{2}x+x+c$

d) $\frac{1}{6}\tan 6x-x+c$

-:(31 $\int 2\sin^2\frac{1}{2}x\,dx$

a) $x-\sin x+c$

c) $\frac{1}{2}(x+\sin x)+c$

b) $x+\sin x+c$

d) $\frac{1}{2}(x-\sin x)+c$

-:(32 $\int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1-\cos^2 2x}dx$

a) $-\frac{1}{3}\sqrt[3]{(\cot 2x)^2}+c$

c) $\frac{1}{3}\sqrt[2]{(\cot 2x)^3}+c$

b) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{(\cot 2x)^2}+c$

d) $-\frac{1}{3}\sqrt[2]{(\cot 2x)^3}+c$

-:(33 $\int \sin 6x\, cox^2 3x\,dx$

a) $-\frac{1}{6}\cos^4 3x+c$

c) $\frac{1}{6}\cos^4 6x+c$

b) $\frac{1}{6}\cos^4 3x+c$

d) $-\frac{1}{6}\cos^4 6x+c$

34):- بدون حساب عملية التكامل التالية فإن هذا التكامل $\int_{-3}^{3}\sqrt{x^2+3}\,dx$ يقع بين

$a)\ \left[12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$ $\quad c)\ \left[6\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$

$b)\ \left[-12\sqrt{3}, 12\sqrt{3}\right]$ $\quad d)\ \left[0, 12\sqrt{3}\right]$

السؤال الثاني:- المطلوب الإجابة على جميع الأسئلة :-

س1):- إستخدام التكامل بالتعويض لإيجاد التكاملات التالية :-

1) $\int \frac{dx}{1-e^x}$

....

....

....

....

2) $\int \frac{\cot x}{\ln(\sin x)}dx$

....

....

....

....

3) $\int \tan^5 x \cdot \frac{1}{\sin^2 x}dx$

....

....

....

4) $\int \frac{\tan^{-1}(3x)}{1+9x^2}dx$

....

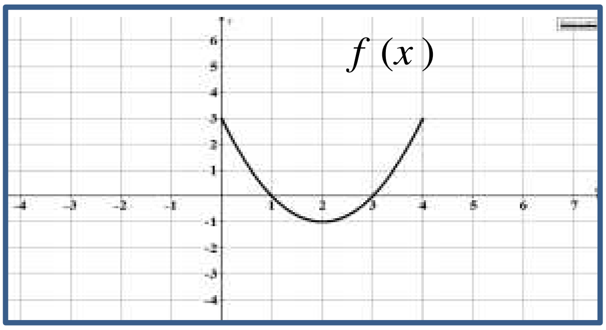
....

....

....

السؤال الثاني :- 1):- الشكل المجاور يمثل بيان $f(x)$ حيث :-

$g(x)=\int_0^x f(t)dt$ والمطلوب :-



1):- النقاط الحرجة للدالة $f(x)$:-

....

....

2):- فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

....

....

3):- أيهما أكبر

$\int_0^3 f(x)dx \quad , \quad \int_0^2 f(x)dx$

2):- قرب قيمة $\int_0^1 3x^2dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون مع $n=6$

....

....

....

....

3):- أوجد معادلة المنحنى الذي يمر بالنقطة $(2,5)$ **وأن ميله عند كل نقطه** $(x\,,y\,)$ **من نقاطه هو** $\frac{x\,-1}{y}$.

....

....

....

....

4):- إذا كانت المشتقة الثانية لدالة $y\,''=6x$ **وكان للدالة قيمة عظمى محلية عند النقطة** $(-1,4)$
أوجد تلك الدالة .

....

....

....

....

....

5):- أوجد :- $\int \frac{1}{x\,-x^{\frac{2}{3}}}\,dx$

....

....

....

....

....

6):- أوجد $\int x^{5}(x^{3}+1)^{\frac{7}{5}}\,dx$

....

....

....

....

7):- إذا كان $\int_{2}^{3} f(x)dx = 8$ **أوجد** $\int_{4}^{9} \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x})dx$

....

....

....

مع تحياتي للجميع وإلى اللقاء مع الفصل الثالث والأخير