الجبر

العمليات الحسابية

$$a(b+c) = ab + ac \qquad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a+c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

الأسس والجذور

$$x^m x^n = x^{m+n} \qquad \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$(x^m)^n = x^{mn} \qquad x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$(xy)^n = x^n y^n \qquad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x} \qquad x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m$$

$$\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y} \qquad \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

حالات خاصة من تحليل كثيرات الحدود

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

القانون العام

إذا كان: $ax^2 + bx + c = 0$، حيث: $a \neq 0$، فإنَّ:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

الهندسة

صيغ هندسية (المساحة A، والمحيط C، والحجم V)

- المثلث:

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$= \frac{1}{2}ab\sin\theta$$

- الدائرة:

$$A = \pi r^2$$

$$C = 2\pi r$$

- القطاع الدائري:

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$s = r\theta \ \ (\theta \text{ radian})$$

- الكرة:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$A = 4\pi r^2$$

- الأسطوانة:

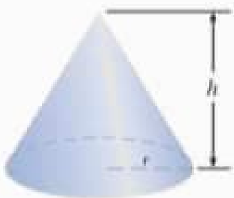
$$V = \pi r^2 h$$

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

- المخروط:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$A = \pi r\sqrt{r^2 + h^2} + 2\pi r^2$$



الهندسة الإحداثية

المسافة بين نقطتين ونقطة المنتصف

- المسافة بين النقطتين $P_1\ (x_1, y_1)$ و $P_2\ (x_2, y_2)$ هي:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- إحداثيا نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{P_1 P_2}$ هما:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

المستقيم

- ميل المستقيم المارّ بالنقطتين $P_1\ (x_1, y_1)$ و $P_2\ (x_2, y_2)$ هو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $P_1\ (x_1, y_1)$، وميله m هي:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- إذا كان l مستقيمًا في المستوى الإحداثي، وكانت θ الزاوية التي يصنعها المستقيم مع المحور x الموجب، فإنَّ ميل المستقيم m يعطى بالمعادلة: $m = \tan\theta$، حيث: $0 < \theta < \pi$.

البُعْد بين نقطة ومستقيم

البُعْد بين المستقيم l الذي معادلته: $Ax + By + C = 0$ والنقطة $P(x_1, y_1)$ يعطى بالصيغة الآتية:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

شرط ألّا تكون قيمتا A و B معًا صفرًا.

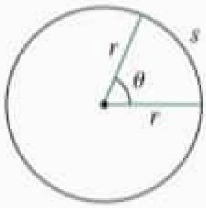
الدائرة

معادلة الدائرة التي مركزها (h, k)، ونصف قُطْرها r هي:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

المثلثات

قياسات الزوايا



$$\pi \text{ rad} = 180^\circ \qquad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

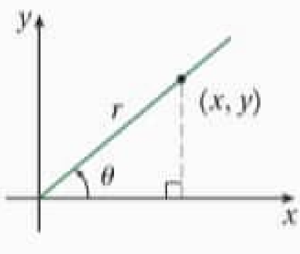
الاقترانات المثلثية في المثلث قائم الزاوية

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad \csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

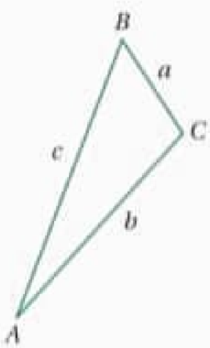
الاقترانات المثلثية لأيِّ زاوية



$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \csc\theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \sec\theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y}$$



قانون الجيوب

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

قانون جيوب التمام

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

المتطابقات المثلثية الأساسية

- متطابقات المقلوب:

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

- المتطابقات النسبية:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

- متطابقات فيثاغورس:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

- متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \qquad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta \qquad \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$$

- متطابقات الزاوية السالبة:

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

المتطابقات المثلثية للمجموع والفرق

$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \cos x\sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$$

$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x\tan y}$$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \qquad \cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta \qquad \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

المتطابقات المثلثية لتقليص القوّة

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \qquad \cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

قيم بعض الاقترانات المثلثية للزوايا الخاصة

$\theta°$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
θ rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \sin \frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x-y) + \sin(x+y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\cos x \sin y = -\frac{1}{2}[\sin(x-y) - \sin(x+y)]$$

الاقترانات الأُسّية واللوغاريتمية

العلاقة بين الصورة الأسّية والصورة اللوغاريتمية

إذا كان $x > 0$، و $b > 0$، و $b \neq 1$، فإنَّ:

الصورة اللوغاريتمية: $\log_b x = y$ (الأس: y، الأساس: b)

إذا وفقط إذا

الصورة الأُسّية: $b^y = x$ (الأس: y، الأساس: b)

الخصائص الأساسية للوغاريتمات

إذا كان $x > 0$، و $b > 0$، و $b \neq 1$، فإنَّ:

- $\log_b 1 = 0$ $\quad b^0 = 1$
- $\log_b b = 1$ $\quad b^1 = b$
- $\log_b b^x = x$ $\quad b^x = b^x$
- $b^{\log_b x} = x,\ x > 0$ $\quad \log_b x = \log_b x$

قوانين اللوغاريتمات

إذا كانت b, x, y أعدادًا حقيقيةً موجبةً، وكان p عددًا حقيقيًّا، حيث: $b \neq 1$، فإنَّ:

- قانون الضرب: $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$
- قانون القسمة: $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- قانون القوَّة: $\log_b x^p = p \log_b x$

التفاضل

قواعد أساسية للاشتقاق

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

$$\frac{d}{dx}(cf(x)) = cf'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(f(x) - g(x)) = f'(x) - g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(f(x)\,g(x)) = f(x)\,g'(x) + g(x)\,f'(x)$$

$$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{g(x)\,f'(x) - f(x)\,g'(x)}{(g(x))^2}$$

مشتقات الاقترانات الأُسّية والاقترانات اللوغاريتمية

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x},\ x > 0 \qquad \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\log_b x) = \frac{1}{x\ln b} \qquad \frac{d}{dx}(b^x) = b^x \ln b$$

مشتقات الاقترانات المثلثية

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x \qquad \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \qquad \frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$$

التكامل

قواعد أساسية للتكامل

$$\int k\, dx = kx + C$$

$$\int x^n\, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C$$

$$\int b^x\, dx = \frac{b^x}{\ln b} + C, b > 0$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C$$

$$\int \sec^2 x\, dx = \tan x + C$$

$$\int \csc^2 x\, dx = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x\, dx = \sec x + C$$

$$\int \csc x \cot x\, dx = -\csc x + C$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx = \ln|f(x)| + C, f(x) \neq 0$$

خصائص التكامل غير المحدود

$$\int k f(x)\, dx = k \int f(x)\, dx$$

$$\int (f(x) \pm g(x))\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$$

خصائص التكامل المحدود

$$\int_a^b k f(x)\, dx = k \int_a^b f(x)\, dx$$

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))\, dx = \int_a^b f(x)\, dx \pm \int_a^b g(x)\, dx$$

$$\int_a^a f(x)\, dx = 0$$

$$\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a f(x)\, dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)\, dx + \int_c^b f(x)\, dx$$

المتجهات

إذا كان $\vec{\mathbf{v}} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle, \vec{\mathbf{w}} = \langle w_1, w_2, w_3 \rangle$ متجهين في الفضاء، وكان c عددًا حقيقيًّا، فإنَّ:

العمليات على المتجهات

$$\vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{w}} = \langle (v_1 + w_1), (v_2 + w_2), (v_3 + w_3) \rangle$$

$$\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{w}} = \langle (v_1 - w_1), (v_2 - w_2), (v_3 - w_3) \rangle$$

$$c\vec{\mathbf{v}} = \langle cv_1, cv_2, cv_3 \rangle$$

الضرب القياسي في الفضاء

$$\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{w}} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3$$

قياس الزاوية بين متجهين في الفضاء

إذا كان $\vec{\mathbf{v}}$ و $\vec{\mathbf{w}}$ متجهين غير صفريين، فإنَّه يُمكِن إيجاد الزاوية بينهما باستعمال الصيغة الآتية:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{w}}}{|\vec{\mathbf{v}}|\, |\vec{\mathbf{w}}|} \right)$$